All truths are easy to understand once they are discovered; the point is to discover them.

- Galileo Galilei

State Council of Educational Research & Training
Andhra Pradesh

MATHEMATICS

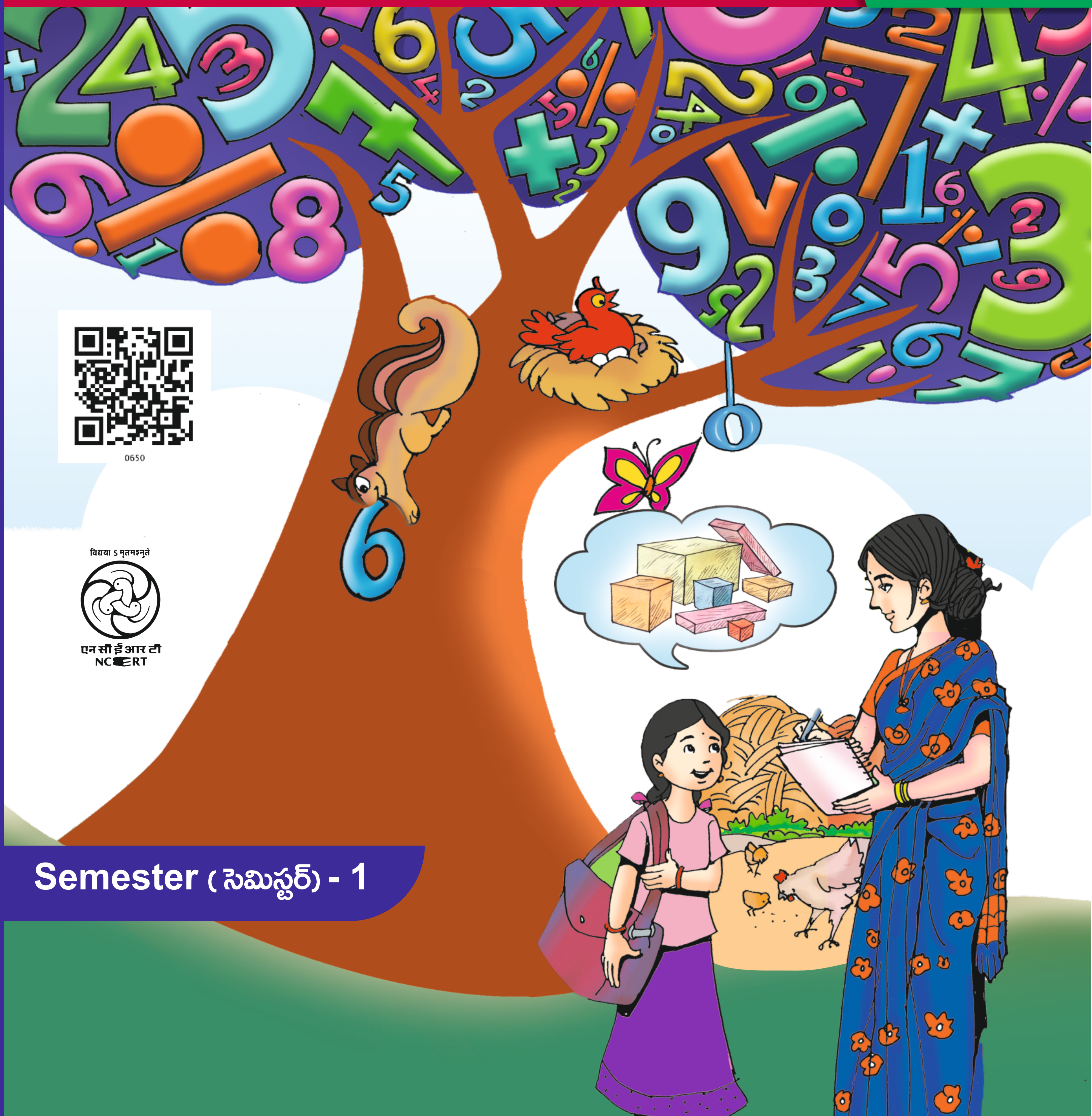
Semester (సెమిస్టర్) - 1

Class VI

MATHEMATICS
గణితశాస్త్రం

6

Free distribution by Samagra Shiksha, Government of Andhra Pradesh



Semester (సెమిస్టర్) - 1

सत्यमेव जयते

CONSTITUTION OF INDIA

Preamble

WE, THE PEOPLE OF INDIA, having
solemnly resolved to constitute India into a
SOVEREIGN SOCIALIST SECULAR DEMOCRATIC REPUBLIC
and to secure to all its citizens:
JUSTICE
Social, economic and political;
LIBERTY
of thought, expression, belief, faith and worship;
EQUALITY
of status and of opportunity; and to
promote among them all
FRATERNITY
assuring the dignity of the individual and the unity and
integrity of the Nation;
IN OUR CONSTITUENT ASSEMBLY
this twenty-sixth day of November, 1949, do
HEREBY ADOPT, ENACT AND GIVE TO
OURSELVES THIS CONSTITUTION

భారత రాజ్యాంగం - పౌర విధులు

1. రాజ్యాంగమునకు బద్ధుడై వుండుట, దాని ఆదర్శాలను, సంస్థలను, జాతీయ పతాకమును,జాతీయ గీతమును గౌరవించుట;
2. జాతీయ స్వాతంత్ర్య పోరాటమునకు స్ఫూర్తినిచ్చిన ఉన్నతాదర్శములను మనస్సుయందు ఉంచుకొని వాటిని అనుసరించుట;
3. భారత సార్వభౌమత్వం, ఐక్యత, అఖండతను సమర్థించుట మరియు సంరక్షించుట.
4. దేశమును రక్షించుట మరియు కోరినపుడు జాతికి సేవ చేయుట;
5. భారత ప్రజల మధ్య మత, భాష, ప్రాంతీయ, వర్గ వైవిధ్యములను అధిగమించి, సామరస్యమును, సోదర భావమును పెంపొందించుట, స్త్రీల గౌరవం తగ్గించు ఆచారములను విడనాడుట;
6. మన ఉమ్మడి సంస్కృతినీ, సుసంపన్న సంప్రదాయాలను గౌరవించి రక్షించుట;
7. అడవులు, సరస్సులు, నదులు, అడవి జంతువులతో సహా ప్రాకృతిక పరిసరాలను కాపాడి అభివృద్ధి చేయుట మరియు సమస్త జీవుల యెడల కరుణార్ద్రత కలిగి వుండుట.
8. శాస్త్రీయ దృక్పథాన్ని, మానవతావాదాన్ని, జిజ్ఞాసను, సంస్కరణ తత్వాన్ని పెంపొందించుకొనటం;
9. ప్రజల ఆస్తిని సంరక్షించుట, హింసను విడనాడుట;
10. ప్రయత్నాలు, సాధనల ఉన్నతస్థాయిలను నిరంతరం అందుకొనునట్లుగా వైయక్తిక, సమిష్టి కార్య రంగాలన్నింటిలో శ్రేష్ఠత కోసం, కృషి చేయుట ప్రాథమిక కర్తవ్యమై వుండవలెను.
11. ఆరు నుండి పద్నాలుగు సంవత్సరముల వయస్సు కలిగిన బాలునికి లేదా బాలికకు తల్లి తండ్రి లేదా సంరక్షకునిగావున్న వ్యక్తి తనబిడ్డ లేదా సందర్భానుసారము తన సంరక్షితునికి విద్యార్జనకు అవకాశములు కల్పించవలెను.

(అధికరణం 51 A)

విద్యాహక్కు చట్టం

6 నుండి 14 సంవత్సరముల పిల్లలందరికి ఉచిత నిర్భంద ఎలిమెంటరీ విద్యనందించడానికి ఉద్దేశించబడినవి. ఇది ఏప్రిల్ 1, 2010 నుండి అమల్లోకి వచ్చింది.

చట్టంలోని ముఖ్యాంశాలు:

- పిల్లలందరికి అందుబాటులో పాఠశాలలను ఏర్పాటుచేయాలి.
- పాఠశాలలకు మౌలిక వసతులను కల్పించాలి.
- పిల్లలందరిని వయస్సుకు తగిన తరగతిలో చేర్పించాలి.
- వయస్సుకు తగ్గ తరగతిలో చేర్చిన తర్వాత తోటి వారితో సమానంగా ఉండటానికి ప్రత్యేకశిక్షణ ఇప్పించాలి.
- ప్రత్యేక అవసరాలు కల్గిన పిల్లలకు సాధారణ పిల్లలతోపాటు విద్యకొనసాగించడానికి తగువసతులు ఏర్పాట్లు చేయాలి.
- బడిలో చేర్చుకోడానికి ఎలాంటి పరీక్షలు నిర్వహించరాదు. ఎటువంటి రుసుము, చార్జీలు వసూలు చేయరాదు.
- బడిలో చేరిన పిల్లల పేరు తీసివేయడం, అదే తరగతిలో కొనసాగించడం చేయరాదు.
- పిల్లల్ని శారీరకంగా, మానసికంగా హింసించరాదు.
- వయస్సు నిర్ధారణ పత్రం, ఇతర ధృవీకరణ పత్రాలు లేవనే కారణం చేత పిల్లలకు బడిలో ప్రవేశాన్ని నిరాకరించరాదు.
- తగిన అర్హతలున్న వారిని మాత్రమే ఉపాధ్యాయులుగా నియమించాలి.
- పిల్లలు నిర్దేశించిన సామర్థ్యాలు సాధించేలా బోధనాభ్యసనం, మూల్యాంకనం ఉండాలి.
- ఎలిమెంటరీ విద్య పూర్తయ్యేవరకు పిల్లలకు ఎలాంటి బోర్డు పరీక్షలు నిర్వహించరాదు.
- పద్నాలుగు సంవత్సరాలు పూర్తయినప్పటికినీ, ఎలిమెంటరీ విద్య పూర్తయ్యేవరకు పాఠశాలలో పిల్లలు కొనసాగవచ్చును.
- బలహీన వర్గాలకు, ప్రతికూల పరిస్థితులను ఎదుర్కొంటున్న బృందాలకు చెందిన పిల్లలు ఏ విధమైన వివక్షతకు గురికాకుండా చూడాలి.
- రాజ్యాంగంలో పొందుపరిచిన విలువలకు అనుగుణంగా, విద్యార్థులను భయం, ఆందోళనకు గురిచేయని రీతిలో వారి సర్వతోముఖాభివృద్ధికి తోడ్పడే పాఠ్యప్రణాళిక రూపొందించాలి.

MATHEMATICS

TEXTBOOK FOR CLASS VI

Semester - 1

0650

State Council of Educational Research & Training
Andhra Pradesh

© Government of Andhra Pradesh, Amaravati

First Published 2023

All rights reserved

No part of this publication may be reproduced, stored in a retrieval system, or transmitted, in any form or by any means without the prior permission in writing of the publisher, nor be otherwise circulated in any form of binding or cover other than that in which it is published and without a similar condition including this condition being imposed on the subsequent purchaser.

The copyright holder of this book is the Commissioner of School Education, Amaravati, Andhra Pradesh.

This book has been printed on 70 G.S.M. SS Maplitho
Title Page 200 G.S.M. White Art Card

Free distribution by Samagra Shiksha, Government of Andhra Pradesh

Printed in India
at the A.P. Govt. Text Book Press
Amaravati
Andhra Pradesh

MATHEMATICS

Class - VI Semester - 1

Text Book Development Committee

Sri **Praveen Prakash** I.A.S
Principal Secretary to Government
Department of School Education, AP

Sri **S. Suresh Kumar** I.A.S
Commissioner of School Education &
State Project Director, Samagra Shiksha, AP

Ms. **Nidhi Meena** I.A.S
Special Officer English Medium Project
O/o the Commissioner of School Education, AP

Dr. **B. Pratap Reddy**
MA., B.Ed., Ph.D.
Director, SCERT, AP

Sri **K. Ravindranadh Reddy**
M.A., B.Ed.
Director, Govt. Text book Press, AP

Programme Co-ordinator

Dr. **G. Kesava Reddy**
Prof. C&T, SCERT, AP

Subject Co-ordinators

Sri. **Kesiraju Srinivas**
Faculty, SCERT, AP

Sri. **Katari Satish Babu**
Faculty, SCERT, AP

Sri. **Sarikonda Satish**
Faculty, SCERT, AP

Technical Co-ordinator

Dr. **Ch.V.S. Ramesh Kumar**
Faculty, SCERT-AP

Published by Samagra Shiksha, Government of Andhra Pradesh, Amaravati.

Translators

Sri **Gangalapudi Bhasker,** SA(Maths)
Z.P.H.S, Venkatagiri, Tirupathi Dist.

Sri **Pathivada Ravi Sankar,** SA(Maths)
Z.P.H.S, Komaragiri, Kakinada Dist.

Sri **Syad Shahinsha,** SA(Maths)
Mpl.H.S, Ch.R.Palem, Bhimavaram, West Godavari Dist.

Sri **Bhushanam Narasimha Prathap,** SA(Maths)
Z.P.H.S, Narasapuram, Ananthapuramu Dist.

Smt **Tavanati Tulasi,** SA(Maths)
Z.P.H.S, Settipalli, Chittoor Dist.

Sri **Rangam Reddy Sankara Narayana Reddy,** SA(Maths)
ZPHS, Nallamada, Sri Satya Sai Dist.

Sri **Achanta Chalapathi Varaprakash,** SA(Maths)
Govt HS, Yendagandi, West Godavari Dist.

Sri **Kottakota Krishnam Raju,** SA(Maths)
ZPHS, Laxmi Puram, Vizianagaram Dist.

Sri **Balabhadra Suresh,** SA(Maths)
ZPHS, Komarangi Patnam,
Dr. B.R.Ambedkar Konaseema Dist.

Smt. **Pothuri Vijaya Kumari,** SA(Maths)
APMS, Dechavaram, Palnadu Dist.

Sri **Mutra Sidda Reddy** SA(Maths)
ZPHS, Angallu, Annamayya Dist.

Sri **Kona Kiran Kumar Reddy,** SA(Maths)
ZPHS, Agadu, YSR Kadapa Dist.

Sri **Allu Appanna,**
Faculty, Govt. DIET, Srikakulam Dist.

Designing & Page Layout Durga Graphics, Bapatla.

Foreword

The National Curriculum Framework (NCF), 2005, recommends that children's life at school must be linked to their life outside the school. This principle marks a departure from the legacy of bookish learning which continues to shape our system and causes a gap between the school, home and community. The syllabi and textbooks developed on the basis of NCF signify an attempt to implement this basic idea. They also attempt to discourage rote learning and the maintenance of sharp boundaries between different subject areas. We hope these measures will take us significantly further in the direction of a child-centred system of education outlined in the National Policy on Education (1986).

The success of this effort depends on the steps that school principals and teachers will take to encourage children to reflect on their own learning and to pursue imaginative activities and questions. We must recognise that, given space, time and freedom, children generate new knowledge by engaging with the information passed on to them by adults. Treating the prescribed textbook as the sole basis of examination is one of the key reasons why other resources and sites of learning are ignored. Inculcating creativity and initiative is possible if we perceive and treat children as participants in learning, not as receivers of a fixed body of knowledge.

These aims imply considerable change in school routines and mode of functioning. Flexibility in the daily time-table is as necessary as rigour in implementing the annual calendar so that the required number of teaching days are actually devoted to teaching. The methods used for teaching and evaluation will also determine how effective this textbook proves for making children's life at school a happy experience, rather than a source of stress or boredom. Syllabus designers have tried to address the problem of curricular burden by restructuring and reorienting knowledge at different stages with greater consideration for child psychology and the time available for teaching. The textbook attempts to enhance this endeavour by giving higher priority and space to opportunities for contemplation and wondering, discussion in small groups, and activities requiring hands-on experience.

The National Council of Educational Research and Training (NCERT) appreciates the hard work done by the Textbook Development Committee responsible for this textbook. We wish to thank the Chairperson of the advisory group in Science and Mathematics, Professor J.V. Narlikar and the Chief Advisor for this textbook, Dr. H.K. Dewan for guiding the work of this committee. Several teachers contributed to the development of this textbook; we are grateful to their principals for making this possible. We are indebted to the institutions and organisations which have generously permitted us to draw upon their resources, material and personnel. We are especially grateful to the members of the National Monitoring Committee, appointed by the Department of Secondary and Higher Education, Ministry of Human Resource Development under the Chairpersonship of Professor Mrinal Miri and Professor G.P. Deshpande, for their valuable time and contribution. As an organisation committed to the systemic reform and continuous improvement in the quality of its products, NCERT welcomes comments and suggestions which will enable us to undertake further revision and refinement.

Director

New Delhi
20 November 2006

National Council of Educational
Research and Training

Foreword

"Without Mathematics, there's nothing you can do. Everything around you is mathematics. Everything around you is numbers" **-** Shakuntala Devi

India has a rich tradition and several contributions to Mathematics, since ancient times and the legacy has continued over generations by various means. Mathematics provides an effective way of building mental discipline and encourages logical reasoning and mental rigor. Besides this, mathematical knowledge also plays a crucial role in understanding the Content of other School Subjects in the School.

The New Educational policy (NEP), 2020, provides a platform to build, nurture, foster, encourage and multiply mathematical thinking. It's introduced the reforms needed to balance the need for 21st century employment and entrepreneurship, which is marked by critical, lateral and mathematical thinking.

As efforts are made in preparing high-quality bilingual text books and teaching-learning materials for Mathematics, so that the students are enabled to think and speak about the subject both in their home language / mother tongue and English .

The State council of Educational Research and Training (SCERT), Andhra Pradesh (A.P.) has been adopting the National Council of Educational Research and Training (NCERT) Curriculum in the State Starting from the Academic year 2022-23, for the class VIII and now, it is for the class VI in this academic year, 2023-24, with the sole aim of preparing the Government School Students, hailing from even a very backward area, to compete on par with any corporate School student in this Competitive world.

We are thankful and indebted to our Honourable chief Minister Sri Y. S. Jagan Mohan Reddy who is committed for systematic reforms and continuous improvement in quality education, in order to groom and see our students, as Global Citizens,

We extend our gratitude to our Hon'ble Minister for Education, Sri Botcha Satyanarayana for his continued support in this endeavour. Our special thanks to Sri Praveen Prakash, IAS, Principal Secretary to Government, Department of School Education, A.P., Sri. S. Suresh Kumar, IAS, Commissioner of School Education and Ms. Nidhi Meena IAS, Special officer, English Medium Project, A.P., for their constant motivation and guidance.

We convey our sincere thanks to the translators who've carried out the translation work of NCERT VI class mathematics textbook, content into Telugu Language. We also thank our Subject Co-ordinators and DTP and Layout designers for their contribution for the development of this textbook. We invite Constructive feedback from the teachers, parents and Educationalists for further improvement of the text book, in the interest of students' community.

"Teaching Mathematics is a journey, not a destination" Keep going ahead.

Dr. B. Pratap Reddy,
Director,
State Council of Educational
Research and Training,
Andhra Pradesh

Rationalisation of Content in the Textbooks

In view of the COVID-19 pandemic, it is imperative to reduce content load on students. The National Education Policy 2020, also emphasises reducing the content load and providing opportunities for experiential learning with creative mindset. In this background, the NCERT has undertaken the exercise to rationalise the textbooks across all classes. Learning Outcomes already developed by the NCERT across classes have been taken into consideration in this exercise.

Contents of the textbooks have been rationalised in view of the following:

- Overlapping with similar content included in other subject areas in the same class
- Similar content included in the lower or higher class in the same subject
- Difficulty level
- Content, which is easily accessible to students without much interventions from teachers and can be learned by children through self-learning or peer-learning
- Content, which is irrelevant in the present context

This present edition, is a reformatted version after carrying out the changes given above.

Textbook Development Committee (NCERT)

Chairperson, Advisory Group in Science and Mathematics

J.V. Narlikar, *Emeritus Professor,* Inter University Centre for Astronomy & Astrophysics (IUCCA), Ganeshkhind, Pune University, Pune

Chief Advisor

Dr. H.K. Dewan, Vidya Bhawan Society, Udaipur, Rajasthan

Chief Coordinator

Hukum Singh, *Professor,* DESM, NCERT, New Delhi

Members

Anjali Gupte, *Teacher,* Vidya Bhawan Public School, Udaipur, Rajasthan

Avantika Dam, *TGT,* CIE Experimental Basic School, Department of Education, Delhi

Dharam Prakash, *Reader,* CIET, NCERT, New Delhi

H.C. Pradhan, *Professor,* Homi Bhabha Centre for Science Education, TIFR, Mumbai, Maharashtra

Harsha J. Patadia, *Senior Reader,* Centre of Advance Study in Education, M.S. University of Baroda, Vadodara, Gujarat

Jabashree Ghosh, *TGT,* DM School, RIE, NCERT, Bhubaneswar, Orissa

Mahendra Shankar, *Lecturer (S.G.) (Retd.),* NCERT, New Delhi

Meena Shrimali, *Teacher,* Vidya Bhawan Senior Secondary School, Udaipur, Rajasthan

R. Athmaraman, *Mathematics Education Consultant,* TI Matric Higher Secondary School and AMTI, Chennai, Tamil Nadu

S. Pattanayak, *Professor,* Institute of Mathematics and Application, Bhubaneswar, Orissa

S.K.S. Gautam, *Professor,* DESM, NCERT, New Delhi

Shraddha Agarwal, *PGT,* Sir Padampat Singhania Education Centre, Kanpur, (U.P.)

Srijata Das, *Sr. Lecturer* (Mathematics), SCERT, New Delhi

U.B. Tewari, *Professor,* Department of Mathematics, IIT, Kanpur, (U.P.)

Uaday Singh, *Lecturer,* DESM, NCERT, New Delhi

Member-coordinators

Ashutosh K. Wazalwar, *Professor,* DESM, NCERT, New Delhi

Praveen K. Chaurasia, *Lecturer,* DESM, NCERT, New Delhi

Acknowledgements

The Council acknowledges the valuable comments of the following participants of the workshop towards the finalisation of the book — K.K. Gupta, *Reader*, U.N.P.G. College, Padrauna, Uttar Pradesh; Deepak Mantri, *Teacher,* Vidya Bhawan Basic School, Udaipur, Rajasthan; Shagufta Anjum, *Teacher,* Vidya Bhawan Senior Secondary School, Udaipur, Rajasthan; Ranjana Sharma, *Teacher,* Vidya Bhawan Secondary School, Udaipur, Rajasthan. The Council acknowledges the suggestions given by Utpal Chakraborty, *Lecturer,* SCERT, Raipur, Chattisgarh.

The Council gratefully acknowledges the valuable contributions of the following participants of the Textbook Review Workshop : K. Balaji, *TGT*, Kendriya Vidyalaya, Donimalai, Karnataka; Shiv Kumar Nimesh, *TGT*, Rajkiya Sarvodaya Bal Vidyalaya, Delhi; Ajay Singh, *TGT*, Ramjas Senior Secondary School No. 3, Delhi; Rajkumar Dhawan, *PGT*, Geeta Senior Secondary School No. 2, Delhi; Shuchi Goyal, *PGT,* The Airforce School, Delhi; Manjit Singh, *TGT,* Government High School, Gurgaon, Haryana; Pratap Singh Rawat, *Lecturer*, SCERT, Gurgaon, Haryana; Ritu Tiwari, *TGT,* Rajkiya Pratibha Vikas Vidyalaya, Delhi.

The Council acknowledges the support and facilities provided by Vidya Bhawan Society and its staff, Udaipur for conducting the third workshop of the development committee at Udaipur, and to the Director, Centre for Science Education and Communication (CSEC), Delhi University for providing library help.

The Council acknowledges the academic and administrative support of Professor Hukum Singh, *Head*, DESM, NCERT.

The Council also acknowledges the efforts of Uttam Kumar (NCERT) and Rajesh Sen (Vidya Bhawan Society, Udaipur), *DTP Operators;* Monika Saxena, *Copy Editor;* and Abhimanu Mohanty, *Proofreader;* APC office and the administrative staff DESM, NCERT and the Publication Department of the NCERT.

The book was reviewed by Rahul Sofat, *PGT* Mathematics, Air Force Golden Jubilee School, Subroto Park, New Delhi; Gurpreet Bhatnagar, CBSE Resource Person; A. K. Wazalwar and Til Prasad Sarma, DESM, NCERT, New Delhi.

A Note for the Teachers

Mathematics has an important role in our life, it not only helps in day-to-day situations but also develops logical reasoning, abstract thinking and imagination. It enriches life and provides new dimensions to thinking. The struggle to learn abstract principles develops the power to formulate and understand arguments and the capacity to see interrelations among concepts. The enriched understanding helps us deal with abstract ideas in other subjects as well. It also helps us understand and make better patterns, maps, appreciate area and volume and see similarities between shapes and sizes. The scope of Mathematics includes many aspects of our life and our environment. This relationship needs to be brought out at all possible places.

Learning Mathematics is not about remembering solutions or methods but knowing how to solve problems. We hope that you will give your students a lot of opportunities to create and formulate problems themselves. We believe it would be a good idea to ask them to formulate as many new problems as they can. This would help children in developing an understanding of the concepts and principles of Mathematics. The nature of the problems set up by them becomes varied and more complex as they become confident with the ideas they are dealing in.

The Mathematics classroom should be alive and interactive in which the children should be articulating their own understanding of concepts, evolving models and developing definitions. Language and learning Mathematics have a very close relationship and there should be a lot of opportunity for children to talk about ideas in Mathematics and bring in their experiences in conjunction with whatever is being discussed in the classroom. There should be no obvious restriction on them using their own words and language and the shift to formal language should be gradual. There should be space for children to discuss ideas amongst themselves and make presentations as a group regarding what they have understood from the textbooks and present examples from the contexts of their own experiences. They should be encouraged to read the book in groups and formulate and express what they understand from it.

Mathematics requires abstractions. It is a discipline in which the learners learn to generalise, formulate and prove statements based on logic. In learning to abstract, children would need concrete material, experience and known context as scaffolds to help them. Please provide them with those but also ensure that they do not get over dependent on them. We may point out that the book tries to emphasise the difference between verification and proof. These two ideas are often confused and we would hope that you would take care to avoid mixing up verification with proof.

There are many situations provided in the book where children will be verifying principles or patterns and would also be trying to find out exceptions to these. So, while on the one hand children would be expected to observe patterns and make generalisations, they would also be required to identify and find exceptions to the generalisations, extend patterns to new situations and check their validity. This is an essential part of the ideas of Mathematics learning and therefore, if you can find other places where such exercises can be created for students, it would be useful. They must have many opportunities to solve problems themselves and reflect on the solutions obtained. It is hoped that you would give children the opportunity to provide logical arguments for different ideas and expect them to follow logical arguments and find loopholes in the arguments presented. This is necessary for them to develop the ability to understand what it means to prove something and also become confident about the underlying concepts.

There is expectation that in your class, Mathematics will emerge as a subject of exploration and creation rather than an exercise of finding old answers to old and complicated problems. The Mathematics classroom should not expect a blind application of ununderstood algorithm and should encourage children to find many different ways to solve problems. They need to appreciate that there are many alternative algorithms and many strategies that can be adopted to find solutions to problems. If you can include some problems that have the scope for many different correct solutions, it would help them appreciate the meaning of Mathematics better.

We have tried to link chapters with each other and to use the concepts learnt in the initial chapters to the ideas in the subsequent chapters. We hope that you will use this as an opportunity to revise these concepts in a spiraling way so that children are helped to appreciate the entire conceptual structure of Mathematics. Please give more time to ideas of negative number, fractions, variables and other ideas that are new for children. Many of these are the basis for further learning of Mathematics.

We hope that the book will help ensure that children learn to enjoy Mathematics and explore formulating patterns and problems that they will enjoy doing themselves. They should learn to be confident, not feel afraid of Mathematics and learn to help each other through discussions. We also hope that you would find time to listen carefully and identify the ideas that need to be emphasised with children and the places where the children can be given space to articulate their ideas and verbalise their thoughts. We look forward to your comments and suggestions regarding the book and hope that you will send us interesting exercises that you develop in the course of teaching so that they can be included in the next edition.

ALL MEN ARE EQUAL

"I believe implicitly that all men are born equal. All whether born in India or in England or America or in any circumstances whatsoever have the same soul as any other. And it is because I believe in this inherent equality of all men that I fight the doctrine of superiority which many arrogate to themselves."

"I have fought this doctrine of superiority in South Africa inch by inch, and it is because of that inherent belief that I delight in calling myself a scavenger, a spinner, a weaver, a farmer and a labourer."

"I consider that it is unmanly for any person to claim superiority over a fellow being. He who claims superiority, at once forfeits the claim to be called a man."

M. K. Gandhi

Such teachers still exist in India. (It should not be necessary to sound the warning that I am not speaking here of spiritual teachers who have the power to lead the aspirants to liberation.) Such teachers have no use for flattery. Respect for them must be natural and so is the love of the teacher for his pupil. That being so, the teacher is ever ready to give, and the pupil equally ready to receive. Ordinary things we may and do learn from anyone. For example, I may learn a great deal from a carpenter with whom I have nothing in common and who may even have many faults. I just buy from him the requisite knowledge even as I buy from a shopkeeper my needs. Of course, here too, a certain kind of faith is necessary. I must have faith in the knowledge of carpentry of the carpenter from whom I want to learn it. If I lack that faith, then it is clear I cannot learn anything from him. But devotion to a teacher is a different matter. Where education aims at the building of character, the old teacher-disciple relation is absolutely necessary. In the absence of a feeling of devotion to the teacher, the building of character must become difficult of achievement.

The Problem of Education : p. 155.

CONSTITUTION OF INDIA

Part III (Articles 12 – 35)
(Subject to certain conditions, some exceptions and reasonable restrictions)

guarantees these

Fundamental Rights

Right to Equality

- before law and equal protection of laws;
- irrespective of religion, race, caste, sex or place of birth;
- of opportunity in public employment;
- by abolition of untouchability and titles.

Right to Freedom

- of expression, assembly, association, movement, residence and profession;
- of certain protections in respect of conviction for offences;
- of protection of life and personal liberty;
- of free and compulsory education for children between the age of six and fourteen years;
- of protection against arrest and detention in certain cases.

Right against Exploitation

- for prohibition of traffic in human beings and forced labour;
- for prohibition of employment of children in hazardous jobs.

Right to Freedom of Religion

- freedom of conscience and free profession, practice and propagation of religion;
- freedom to manage religious affairs;
- freedom as to payment of taxes for promotion of any particular religion;
- freedom as to attendance at religious instruction or religious worship in educational institutions wholly maintained by the State.

Cultural and Educational Rights

- for protection of interests of minorities to conserve their language, script and culture;
- for minorities to establish and administer educational institutions of their choice.

Right to Constitutional Remedies

- by issuance of directions or orders or writs by the Supreme Court and High Courts for enforcement of these Fundamental Rights.

NATIONAL ANTHEM

Jana gana mana adhinayaka jaya he
Bharata bhagya vidhata
Panjaba Sindhu Gujarata Maratha
Dravida Utkala Banga
Vindhya Himachala Yamuna Ganga
uchchala jaladhi taranga
Tava Subha name jage, tave subha asisa mage,
gahe tava jaya gatha.
Jana gana mangala dayaka jaya he
Bharata bhagya vidhata.
Jaya he, Jaya he, Jaya he,
jaya jaya jaya jaya he.

–Rabindranath Tagore

జాతీయ గీతం

జనగణమన అధినాయక జయహే!
భారత భాగ్యవిధాతా!
పంజాబ, సింధు, గుజరాత, మరాఠా,
ద్రావిడ, ఉత్కళ, వంగా!
వింధ్య, హిమాచల, యమునా, గంగా!
ఉచ్ఛల జలధి తరంగా!
తవ శుభనామే జాగే!
తవ శుభ ఆశిష మాఁగే
గాహే తవ జయగాథా!
జనగణ మంగళదాయక జయహే!
భారత భాగ్య విధాతా!
జయహే! జయహే! జయహే!
జయ జయ జయ జయహే!!

- రవీంద్రనాథ్ ఠాగూర్

PLEDGE | ప్రతిజ్ఞ

India is my country. All Indians are my brothers and sisters.
I love my country and I am proud of its rich and varied heritage.
I shall always strive to be worthy of it.
I shall give my parents, teachers and all elders respect,
and treat everyone with courtesy. I shall be kind to animals.
To my country and my people, I pledge my devotion.
In their well-being and prosperity alone lies my happiness.

- **Pydimarri Venkata Subba Rao**

భారతదేశం నా మాతృభూమి. భారతీయులందరూ నా సహోదరులు.
నేను నా దేశాన్ని ప్రేమిస్తున్నాను. సుసంపన్నమైన, బహువిధమైన నా దేశ వారసత్వ
సంపద నాకు గర్వకారణం. దీనికి అర్హత పొందడానికై సర్వదా నేను కృషి చేస్తాను.
నా తల్లిదండ్రుల్ని, ఉపాధ్యాయుల్ని, పెద్దలందర్ని గౌరవిస్తాను. ప్రతివారితోను మర్యాదగా
నడుచుకొంటాను. జంతువులపట్ల దయతో ఉంటాను.
నా దేశంపట్ల, నా ప్రజలపట్ల సేవానిరతితో ఉంటానని ప్రతిజ్ఞ చేస్తున్నాను.
వారి శ్రేయోభివృద్ధులే నా ఆనందానికి మూలం.

- పైడిమర్రి వెంకటసుబ్బారావు

Contents
విషయసూచిక

Chapter 1 అధ్యాయం 1	Knowing our Numbers మన సంఖ్యలను తెలుసుకుందాం	2
Chapter 2 అధ్యాయం 2	Whole Numbers పూర్ణాంకాలు	38
Chapter 3 అధ్యాయం 3	Playing with Numbers సంఖ్యలతో ఆడుకుందాం	48
Chapter 4 అధ్యాయం 4	Basic Geometrical Ideas ప్రాథమిక జ్యామితీయ భావనలు	92
Chapter 5 అధ్యాయం 5	Understanding Elementary Shapes ప్రాథమిక జ్యామితీయ పటాల అవగాహన	118
Chapter 6 అధ్యాయం 6	Integers పూర్ణసంఖ్యలు	166
	Answers జవాబులు	206

I2D4L3

Teachers Corner

E3Z2K4

Student Corner

Knowing our Numbers

0650CH01

Chapter 1

1.1 Introduction

Counting things is easy for us now. We can count objects in large numbers, for example, the number of students in the school, and represent them through numerals. We can also communicate large numbers using suitable number names.

It is not as if we always knew how to convey large quantities in conversation or through symbols. Many thousands years ago, people knew only small numbers. Gradually, they learnt how to handle larger numbers. They also learnt how to express large numbers in symbols. All this came through collective efforts of human beings. Their path was not easy, they struggled all along the way. In fact, the development of whole of Mathematics can be understood this way. As human beings progressed, there was greater need for development of Mathematics and as a result Mathematics grew further and faster.

We use numbers and know many things about them. Numbers help us count concrete objects. They help us to say which collection of objects is bigger and arrange them in order e.g., first, second, etc. Numbers are used in many different contexts and in many ways. Think about various situations where we use numbers. List five distinct situations in which numbers are used.

We enjoyed working with numbers in our previous classes. We have added, subtracted, multiplied and divided them. We also looked for patterns in number sequences and done many other interesting things with numbers. In this chapter, we shall move forward on such interesting things with a bit of review and revision as well.

మన సంఖ్యలను తెలుసుకుందాం

T5H2I9

అధ్యాయం 1

1.1 పరిచయం

ఇప్పుడు వస్తువులను లెక్కించడం మనకు సులభం. మనం వస్తువులను పెద్ద సంఖ్యలో లెక్కించవచ్చు, ఉదాహరణకు, పాఠశాలలో విద్యార్థుల సంఖ్య మరియు వాటిని అంకెల ద్వారా సూచించటం, సంఖ్యలకు తగినపేర్లను ఉపయోగించి పెద్ద సంఖ్యలను కూడా మనం వ్యక్తపరచవచ్చు.

సంభాషణలో లేదా చిహ్నాల ద్వారా పెద్ద పరిమాణాలను ఎలా తెలియజేయాలో మనకు ఎల్లప్పుడూ సాధ్యంకాదు. అనేక వేల సంవత్సరాల క్రితం, ప్రజలకు చిన్న సంఖ్యలు మాత్రమే తెలుసు. క్రమంగా, వారు పెద్ద సంఖ్యలను ఎలా ఉపయోగించాలో నేర్చుకున్నారు. చిహ్నాలలో పెద్ద సంఖ్యలను ఎలా వ్యక్తీకరించాలో కూడా వారు నేర్చుకున్నారు. ఇవన్నీ మానవుల సమిష్టి కృషి ద్వారా వచ్చాయి . వారి మార్గం అంత సులభం కాలేదు, వారు వారి మార్గంలో అనునిత్యం పోరాడారు. వాస్తవానికి, మొత్తం గణితం యొక్క అభివృద్ధిని ఈ విధంగా అర్థం చేసుకోవచ్చు. మానవులు పురోగమిస్తున్న కొద్దీ, గణిత శాస్త్ర అభివృద్ధి యొక్క ఆవశ్యకత ఏర్పడింది.దీని ఫలితంగా గణితం మరింత ముందుకు మరియు వేగంగా అభివృద్ధి చెందింది.

మనము సంఖ్యలను ఉపయోగిస్తాము మరియు వాటి గురించి చాలా విషయాలు తెలుసు. భౌతిక వస్తువులను లెక్కించడానికి సంఖ్యలు మనకు సహాయపడతాయి. ఏ వస్తువుల సేకరణ పెద్దదో చెప్పడానికి అవి మనకు సహాయపడతాయి మరియు వాటిని ఆరోహణ,అవరోహణ క్రమంలో ఉంచడానికి సహాయపడతాయి ఉదా. మొదటి, రెండవ, మొదలైనవి. సంఖ్యలను అనేక సందర్భాలలో మరియు అనేక విధాలుగా ఉపయోగిస్తారు. మీరు సంఖ్యలను ఉపయోగించే వివిధ సందర్భాలు గురించి ఆలోచించండి. సంఖ్యలు ఉపయోగించే ఐదు విభిన్న సందర్భాల జాబితా తయారు చేయండి.

మనం క్రిందటి తరగతులలో సంఖ్యలతో పనిచేయడాన్ని మనం ఆనందించాము.మనం వాటిని సంకలనం, వ్యవకలనం, గుణకారం మరియు భాగాహారం చేశాము. మనము సంఖ్యా క్రమాలలో నమూనాలను కూడా చూశాము మరియు సంఖ్యలతో అనేక ఇతర ఆసక్తికరమైన విషయాలు చేసాము. ఈ అధ్యాయంలో, మనం అటువంటి ఆసక్తికరమైన విషయాలపై కొంచెం సమీక్ష మరియు పునర్విమర్శతో ముందుకు సాగుదాం.

1.2 Comparing Numbers

As we have done quite a lot of this earlier, let us see if we remember which is the greatest among these :

(i) 92, 392, 4456, 89742 — I am the greatest!

(ii) 1902, 1920, 9201, 9021, 9210 — I am the greatest!

So, we know the answers.
Discuss with your friends, how you find the number that is the greatest.

Try These

Can you instantly find the greatest and the smallest numbers in each row?

1. 382, 4972, 18, 59785, 750. Ans. 59785 is the greatest and 18 is the smallest.
2. 1473, 89423, 100, 5000, 310. Ans. ____________________
3. 1834, 75284, 111, 2333, 450 . Ans. ____________________
4. 2853, 7691, 9999, 12002, 124. Ans. ____________________

Was that easy? Why was it easy?

We just looked at the number of digits and found the answer. The greatest number has the most thousands and the smallest is only in hundreds or in tens.

Make five more problems of this kind and give to your friends to solve.

Now, how do we compare 4875 and 3542?

This is also not very difficult.These two numbers have the same number of digits. They are both in thousands. But the digit at the thousands place in 4875 is greater than that in 3542. Therefore, 4875 is greater than 3542.

Try These

Find the greatest and the smallest numbers.

(a) 4536, 4892, 4370, 4452.
(b) 15623, 15073, 15189, 15800.
(c) 25286, 25245, 25270, 25210.
(d) 6895, 23787, 24569, 24659.

Next tell which is greater, 4875 or 4542? Here too the numbers have the same number of digits. Further, the digits at the thousands place are same in both. What do we do then? We move to the next digit, that is to the digit at the hundreds place. The digit at the hundreds place is greater in 4875 than in 4542. Therefore, 4875 is greater than 4542.

1.2 సంఖ్యలను పోల్చడం

మనం ఇంతకుముందు ఇటువంటివి చాలా చేసాము. ఈ క్రింది వాటిలో ఏది పెద్దదో ఇప్పుడు చూద్దాం. ఈ క్రింది వాటిలో ఏది పెద్దదో గుర్తించగలరా :

(i) 92, 392, 4456, 89742 — నేను చాలా పెద్దదానిని!

(ii) 1902, 1920, 9201, 9021, 9210 — నేను చాలా పెద్దదానిని!

కాబట్టి, మనకు సమాధానాలు తెలుసు.
మీరు పెద్ద సంఖ్యను ఎలా కనుగొన్నారో మీ స్నేహితులతో చర్చించండి.

ప్రయత్నించండి

మీరు ప్రతి వరుసలో పెద్ద మరియు చిన్న సంఖ్యలను తక్షణమే కనుగొనగలరా?

1. 382, 4972, 18, 59785, 750. Ans. 59785 పెద్దది మరియు 18 చిన్నది.
2. 1473, 89423, 100, 5000, 310. Ans. ____________
3. 1834, 75284, 111, 2333, 450 . Ans. ____________
4. 2853, 7691, 9999, 12002, 124. Ans. ____________

అది సులభమేనా? ఎందుకు సులభం?

మనం కేవలం అంకెల సంఖ్యను చూసి సమాధానం కనుగొన్నాము. అతిపెద్ద సంఖ్యలో వేలు ఉన్నాయి మరియు అతిచిన్నది కేవలం వందల్లో లేదా పదుల సంఖ్యలో మాత్రమే ఉంటుంది.

ఈ రకమైన మరో ఐదు సమస్యలను తయారుచేసి, వాటిని పరిష్కరించడానికి మీ స్నేహితులకు ఇవ్వండి.

ఇప్పుడు, మనం 4875 మరియు 3542 లను ఎలా పోల్చుతాము? ఇది కూడా అంత కష్టమేమీ కాదు. ఈ రెండు సంఖ్యలు సమాన అంకెలను కలిగి ఉన్నాయి. ఆ రెండూ వేలల్లో ఉన్నాయి. కానీ 4875లో వేల స్థానంలో అంకె 3542 లో కంటే ఎక్కువ. అందువల్ల, 4875 3542 కంటే ఎక్కువ.

ప్రయత్నించండి

అతి పెద్ద మరియు అతి చిన్న సంఖ్యలను కనుగొనండి.

(a) 4536, 4892, 4370, 4452.
(b) 15623, 15073, 15189, 15800.
(c) 25286, 25245, 25270, 25210.
(d) 6895, 23787, 24569, 24659.

తరువాత 4875 లేదా 4542 లలో ఏది పెద్దదో చెప్పండి? ఇక్కడ కూడా సంఖ్యలు సమాన సంఖ్యలో అంకెలను కలిగి ఉన్నాయి. ఇంకా, రెండింటిలోనూ వేల స్థానంలో అంకెలు ఒకే విధంగా ఉన్నాయి. అప్పుడు మనం ఏమి చేయాలి? మనం తరువాతి అంకెకు వెళ్తాము. అంటే వందల స్థానాల్లోని అంకెలు పోల్చాలి. వందల స్థానాలలోని అంకె 4542 లో కంటే 4875 లో ఎక్కువ. కనుక, 4542 కంటే4875 పెద్దది.

If the digits at hundreds place are also same in the two numbers, then what do we do?

Compare 4875 and 4889 ; Also compare 4875 and 4879.

1.2.1 How many numbers can you make?

Suppose, we have four digits 7, 8, 3, 5. Using these digits we want to make different 4-digit numbers in such a way that no digit is repeated in them. Thus, 7835 is allowed, but 7735 is not. Make as many 4-digit numbers as you can.

Which is the greatest number you can get? Which is the smallest number?

The greatest number is 8753 and the smallest is 3578.

Think about the arrangement of the digits in both. Can you say how the largest number is formed? Write down your procedure.

Try These

1. Use the given digits without repetition and make the greatest and smallest 4-digit numbers.

   (a) 2, 8, 7, 4 (b) 9, 7, 4, 1 (c) 4, 7, 5, 0
   (d) 1, 7, 6, 2 (e) 5, 4, 0, 3

   (**Hint :** 0754 is a 3-digit number.)

2. Now make the greatest and the smallest 4-digit numbers by using any one digit twice.

   (a) 3, 8, 7 (b) 9, 0, 5 (c) 0, 4, 9 (d) 8, 5, 1

   (**Hint :** Think in each case which digit will you use twice.)

3. Make the greatest and the smallest 4-digit numbers using any four different digits with conditions as given.

(a)	Digit 7 is always at ones place	Greatest	9	8	6	7
		Smallest	1	0	2	7

(Note, the number cannot begin with the digit 0. Why?)

(b)	Digit 4 is always at tens place	Greatest			4	
		Smallest			4	
(c)	Digit 9 is always at hundreds place	Greatest		9		
		Smallest		9		
(d)	Digit 1 is always at thousands place	Greatest	1			
		Smallest	1			

ఒకవేళ రెండు సంఖ్యలలో వందలస్థానం లోని అంకెలు కూడా ఒకే విధంగా ఉంటే, అప్పుడు మనం ఏమి చేయాలి?

4875 మరియు 4889 లను పోల్చండి ; 4875 మరియు 4879 లను కూడా పోల్చండి.

1.2.1 మీరు ఎన్ని సంఖ్యలను తయారు చేయగలరు ?

ఉదాహరణకు, మనకు 7, 8, 3, 5 అనే నాలుగు అంకెలు ఉన్నాయని అనుకుందాం. ఈ అంకెలను ఉపయోగించి, వాటిలో ఏ అంకె పునరావృతం కాని విధంగా విభిన్న 4 అంకెల సంఖ్యలను తయారు చేయాలనుకుంటున్నాము. అందువలన 7835 అనుమతించబడుతుంది, కాని 7735 కాదు. మీకు వీలైనన్ని 4 అంకెల సంఖ్యలను తయారు చేయండి. మీరు పొందే అతి పెద్ద సంఖ్య ఏది? అతిచిన్న సంఖ్య ఏది?

అతిపెద్ద సంఖ్య 8753 మరియు అతి చిన్నది 3578.

రెండింటిలోని అంకెల అమరిక గురించి ఆలోచించండి. అత్యధిక సంఖ్య ఎలా ఏర్పడుతుందో మీరు చెప్పగలరా? మీ విధానం రాయండి.

ప్రయత్నించండి

1. ఇచ్చిన అంకెలను పునరావృతం కాకుండా ఉపయోగించి అతిపెద్ద మరియు అతి చిన్న4 అంకెల సంఖ్యలనుతయారుచేయండి

(a) 2, 8, 7, 4 (b) 9, 7, 4, 1 (c) 4, 7, 5, 0

(d) 1, 7, 6, 2 (e) 5, 4, 0, 3

(సూచన : 0754 అనేది 3 అంకెల సంఖ్య.)

2. ఏదైనా ఒక అంకెను రెండుసార్లు ఉపయోగించడం ద్వారా అతిపెద్ద మరియు అతిచిన్న 4-అంకెల సంఖ్యలను తయారు చేయండి

(a) 3, 8, 7 (b) 9, 0, 5 (c) 0, 4, 9 (d) 8, 5, 1

(సూచన : ప్రతి సందర్భంలోనూ మీరు ఏ అంకెను రెండుసార్లు ఉపయోగిస్తారో ఆలోచించండి.)

3. ఇవ్వబడ్డ నియమాలతో ఏదైనా నాలుగు విభిన్న అంకెలను ఉపయోగించి అతిపెద్ద మరియు అతిచిన్న 4 అంకెల సంఖ్యలను తయారు చేయండి.

a) 7 అంకె ఎల్లప్పుడూ ఒకట్ల స్థానం లో ఉంటుంది

అతి పెద్దది	9	8	6	7
అతిచిన్నది	1	0	2	7

(గమనిక, సంఖ్య 0 అంకెతో ప్రారంభించబడదు. ఎందుకు?)

b) 4 అంకె ఎల్లప్పుడూ పదుల స్థానం లో ఉంటుంది

అతిపెద్దది			4	
అతిచిన్నది			4	

c) 9 అంకె ఎల్లప్పుడూ వందల స్థానంలో ఉంటుంది

అతిపెద్దది		9		
అతి చిన్నది		9		

d) 1 అంకె ఎల్లప్పుడూ వేల స్థానం లో ఉంటుంది

అతిపెద్దది	1			
అతి చిన్నది	1			

4. Take two digits, say 2 and 3. Make 4-digit numbers using both the digits equal number of times.

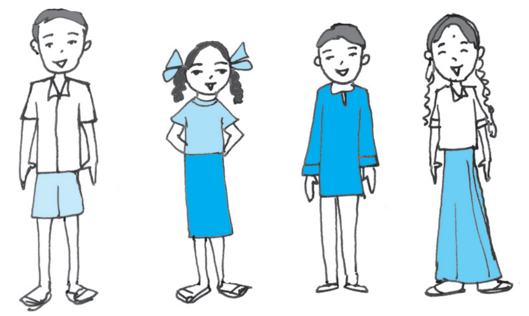
   Which is the greatest number?

   Which is the smallest number?

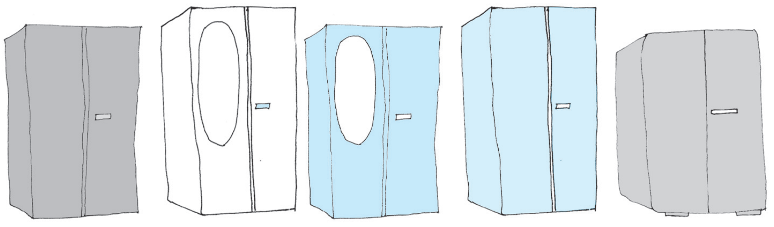
   How many different numbers can you make in all?

Stand in proper order

1. Who is the tallest?
2. Who is the shortest?
   (a) Can you arrange them in the increasing order of their heights?
   (b) Can you arrange them in the decreasing order of their heights?



Ramhari (160 cm) Dolly (154 cm) Mohan (158 cm) Shashi (159 cm)



₹ 2635 ₹ 1897 ₹ 2854 ₹ 1788 ₹ 3975

Which to buy?

Sohan and Rita went to buy an almirah. There were many almirahs available with their price tags.

Try These

Think of five more situations where you compare three or more quantities.

(a) Can you arrange their prices in increasing order?

(b) Can you arrange their prices in decreasing order?

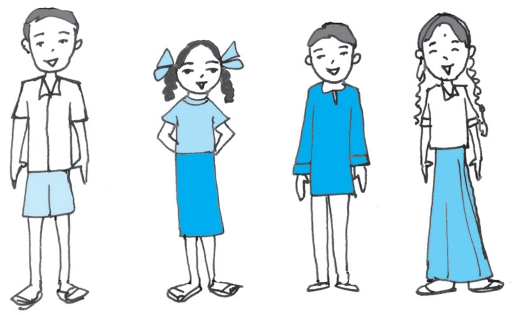
Ascending order Ascending order means arrangement from the smallest to the greatest.

Descending order Descending order means arrangement from the greatest to the smallest.

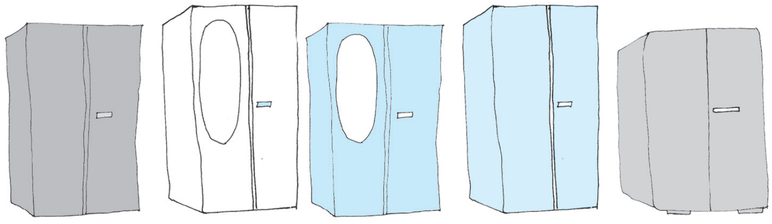
4. 2, 3 అనే రెండు అంకెలను తీసుకోండి, రెండు అంకెలను సమాన సంఖ్యలో ఉపయోగించి 4 అంకెల సంఖ్యలను తయారు చేయండి. .
ఏది అతిపెద్ద సంఖ్య?
ఏది అతిచిన్న సంఖ్య?
మొత్తం మీద మీరు ఎన్ని విభిన్న సంఖ్యలను చేయగలరు ?

సరైన క్రమంలో నిలబడండి

1. అత్యంత పొడవైనవారు ఎవరు ?
2. అత్యంత తక్కువ పొడవైన వారు ఎవరు?
   (a) మీరు వారిని వారి ఎత్తులు పెరుగుతున్న క్రమంలో అమర్చగలరా?
   (b) మీరు వారిని వారి ఎత్తులు తగ్గుతున్న క్రమంలో మీరు వాటిని అమర్చగలరా?



రామహరి (160సెం. మీ) డాలీ (154 సెం. మీ) మోహన్ (158 సెం. మీ) శశి (159 సెం. మీ)



₹2635 ₹1897 ₹2854 ₹1788 ₹3975

ఏది కొనాలి?
సోహన్ మరియు రీటా ఒక బీరువా కొనడానికి వెళ్లారు. ఇక్కడ చాలా బీరువాలు వాటి ధర సూచికలతో లభిస్తాయి.

ప్రయత్నించండి

మూడు లేదా అంతకంటే ఎక్కువ పరిమాణాలను పోల్చే మరో ఐదు సందర్భాల గురించి మీరు ఆలోచించండి.

(a) మీరు వాటి ధరలను పెరుగుతున్న క్రమంలో అమర్చగలరా?

(b) మీరు వాటి ధరలను తగ్గుతున్న క్రమంలో అమర్చగలరా?

ఆరోహణ క్రమం: ఆరోహణ క్రమం అంటే అతిచిన్నదాని నుండి అతిపెద్ద దాని వరకు అమర్చడం.
అవరోహణ క్రమం: అవరోహణ క్రమం అంటే అతి పెద్ద దాని నుండి అతి చిన్నదాని వరకు అమర్చడం.

Try These

1. Arrange the following numbers in ascending order :
   (a) 847, 9754, 8320, 571 (b) 9801, 25751, 36501, 38802
2. Arrange the following numbers in descending order :
   (a) 5000, 7500, 85400, 7861 (b) 1971, 45321, 88715, 92547

   Make ten such examples of ascending/descending order and solve them.

1.2.2 Shifting digits

Have you thought what fun it would be if the digits in a number could shift (move) from one place to the other?

Think about what would happen to 182. It could become as large as 821 and as small as 128. Try this with 391 as well.

Now think about this. Take any 3-digit number and exchange the digit at the hundreds place with the digit at the ones place.

(a) Is the new number greater than the former one?

(b) Is the new number smaller than the former number?

Write the numbers formed in both ascending and descending order.

Before **7** **9** **5**

Exchanging the 1st and the 3rd tiles.

After **5** **9** **7**

If you exchange the 1st and the 3rd tiles (i.e. digits), in which case does the number become greater? In which case does it become smaller?

Try this with a 4-digit number.

1.2.3 Introducing 10,000

We know that beyond 99 there is no 2-digit number. 99 is the greatest 2-digit number. Similarly, the greatest 3-digit number is 999 and the greatest 4-digit number is 9999. What shall we get if we add 1 to 9999?

Look at the pattern : $9 + 1 = 10 = 10 \times 1$

$99 + 1 = 100 = 10 \times 10$

$999 + 1 = 1000 = 10 \times 100$

We observe that

Greatest single digit number + 1 = smallest 2-digit number

Greatest 2-digit number + 1 = smallest 3-digit number

Greatest 3-digit number + 1 = smallest 4-digit number

ప్రయత్నించండి

1. కింది సంఖ్యలను ఆరోహణ క్రమంలో అమర్చండి :

(a) 847, 9754, 8320, 571 (b) 9801, 25751, 36501, 38802

2. కింది సంఖ్యలను అవరోహణ క్రమంలో అమర్చండి :

(a) 5000, 7500, 85400, 7861 (b) 1971, 45321, 88715, 92547

ఆరోహణ/అవరోహణ క్రమంలో ఇటువంటి పది ఉదాహరణలను రూపొందించి వాటిని సాధించండి.

1.2.2 అంకెలను తారుమారు చేయడం

ఒక సంఖ్యలోని అంకెలు ఒక స్థానం నుండి మరొక స్థానానికి మారితే (కదలడం) ఎంత సరదాగా ఉంటుందో మీరు ఆలోచించారా??

182 అనే సంఖ్య ఏ విధంగా మారుతుందో ఆలోచించండి. అది 821అనే అతిపెద్ద సంఖ్య గాను మరియు 128 అనే అతి చిన్నసంఖ్య గాను మారగలదు. ఇదేవిధంగా 391 తో కూడా ప్రయత్నించండి.

ఇప్పుడు దీని గురించి ఆలోచించండి. ఏదైనా 3-అంకెల సంఖ్య తీసుకోండి మరియు వంద స్థానము లోని అంకెను ఒకట్ల స్థానం లోకి మార్చండి.

(a) కొత్త సంఖ్య ముందు సంఖ్య కన్నా పెద్దదిగా ఉందా?

(b) కొత్త సంఖ్య ముందు సంఖ్య కన్నా చిన్నగా ఉందా?

ఆరోహణ మరియు అవరోహణ క్రమంలో ఏర్పడిన సంఖ్యలను రాయండి..

ముందు 7 9 5

1 మరియు 3 వ గడులు మార్చగా

తరువాత 5 9 7

ఒకవేళ మీరు 1వ మరియు 3వ గడులు (అనగా అంకెలు) మార్పిడి చేసినట్లయితే, ఏ సందర్భంలో సంఖ్య పెద్దదిగా మారుతుంది? ఏ సందర్భంలో అది చిన్నదిగా మారుతుంది ?

4 అంకెల సంఖ్యతో దీనిని ప్రయత్నించండి.

1.2.3 10,000 ల పరిచయం

99 తరువాత 2 అంకెల సంఖ్య లేదని మనకు తెలుసు. 99 అనేది అతి పెద్ద 2 అంకెల సంఖ్య. ఇదే విధంగా అతి పెద్ద 3-అంకెల సంఖ్య 999 మరియు అతిపెద్ద 4-అంకెల సంఖ్య 9999. మనం 9999 కు 1 కూడినట్లైతే మనం ఏమి పొందుతాం??

అమరిక చూడండి.: $9 + 1 = 10 = 10 \times 1$

$99 + 1 = 100 = 10 \times 10$

$999 + 1 = 1000 = 10 \times 100$

మనం వీటిని గమనిస్తాం

అతిపెద్ద 1 అంకె సంఖ్య + 1 = అతి చిన్న 2-అంకెల సంఖ్య

అతిపెద్ద 2-అంకెల సంఖ్య + 1 = అతి చిన్న 3-అంకెల సంఖ్య

అతిపెద్ద 3-అంకెల సంఖ్య + 1 = అతి చిన్న 4-అంకెల సంఖ్య

We should then expect that on adding 1 to the greatest 4-digit number, we would get the smallest 5-digit number, that is $9999 + 1 = 10000$.

The new number which comes next to 9999 is 10000. It is called ten thousand. Further, $10000 = 10 \times 1000$.

1.2.4 Revisiting place value

You have done this quite earlier, and you will certainly remember the expansion of a 2-digit number like 78 as

$78 = 70 + 8 = 7 \times 10 + 8$

Similarly, you will remember the expansion of a 3-digit number like 278 as

$278 = 200 + 70 + 8 = 2 \times 100 + 7 \times 10 + 8$

We say, here, 8 is at ones place, 7 is at tens place and 2 at hundreds place.

Later on we extended this idea to 4-digit numbers.

For example, the expansion of 5278 is

$$5278 = 5000 + 200 + 70 + 8$$
$$= 5 \times 1000 + 2 \times 100 + 7 \times 10 + 8$$

Here, 8 is at ones place, 7 is at tens place, 2 is at hundreds place and 5 is at thousands place.

With the number 10000 known to us, we may extend the idea further. We may write 5-digit numbers like

$45278 = 4 \times 10000 + 5 \times 1000 + 2 \times 100 + 7 \times 10 + 8$

We say that here 8 is at ones place, 7 at tens place, 2 at hundreds place, 5 at thousands place and 4 at ten thousands place. The number is read as forty five thousand, two hundred seventy eight. Can you now write the smallest and the greatest 5-digit numbers?

Try These

Read and expand the numbers wherever there are blanks.

Number	Number Name	Expansion
20000	twenty thousand	2×10000
26000	twenty six thousand	$2 \times 10000 + 6 \times 1000$
38400	thirty eight thousand four hundred	$3 \times 10000 + 8 \times 1000 + 4 \times 100$
65740	sixty five thousand seven hundred forty	$6 \times 10000 + 5 \times 1000 + 7 \times 100 + 4 \times 10$

అతిపెద్ద 4-అంకెల సంఖ్యకు 1 ను కలుపగా, మనం అతిచిన్న 5-అంకెల సంఖ్యను పొందుతాము అని ఆశించవచ్చు, అంటే $9999 + 1 = 10000$.

9999 తరువాత వచ్చే కొత్త సంఖ్య 10000. దీనిని పది వేలు అంటారు. ఇంకా, $10000 = 10 \times 1000$.

1.2.4 స్థాన విలువను పునఃసమీక్షించడం

78 వంటి 2 అంకెల సంఖ్య యొక్క విస్తరణను మీరు ముందే చేశారని ఖచ్చితంగా గుర్తుండే ఉంటుంది.

$78 = 70 + 8 = 7 \times 10 + 8$

అదేవిధంగా, 278 వంటి 3 అంకెల సంఖ్య యొక్క విస్తరణను మీరు ఈ విధంగా గుర్తుంచుకుంటారు

$278 = 200 + 70 + 8 = 2 \times 100 + 7 \times 10 + 8$

ఇక్కడ, 8 ఒకట్ల స్థానంలో, 7 పదుల స్థానంలో మరియు 2 వందల స్థానం లో ఉంది. తరువాత మనం ఈ ఆలోచనను 4 అంకెల సంఖ్యలకు విస్తరించుదాం.

ఉదాహరణకు, 5278 యొక్క విస్తరణ

$$5278 = 5000 + 200 + 70 + 8$$
$$= 5 \times 1000 + 2 \times 100 + 7 \times 10 + 8$$

ఇక్కడ, 8 ఒకట్ల స్థానంలో, 7 పదుల స్థానంలో, 2 వందల స్థానంలో మరియు 5 వేలస్థానం లో ఉంది.

మనకు తెలిసిన 10000 సంఖ్యతో ఆలోచనను మరింత విస్తరించవచ్చు. మనం ఈ క్రింది 5 అంకెల సంఖ్యలను రా యవచ్చు.

$$45278 = 4 \times 10000 + 5 \times 1000 + 2 \times 100 + 7 \times 10 + 8$$

ఇక్కడ 8 ఒకట్ల స్థానం, 7 పదుల స్థానం లో, 2 వందల స్థానం లో, 5 వేల స్థానం లో మరియు 4 పది వేల స్థానం లో ఉన్నాయని తెలుసు. ఈ సంఖ్య నలభై ఐదు వేల రెండు వందల డెబ్బై ఎనిమిది గాచదవబడింది. మీరు ఇప్పుడు అతిచిన్న మరియు అతిపెద్ద 5 అంకెల సంఖ్యలను రాయగలరా?

ప్రయత్నించండి

ఖాళీలు ఉన్న చోట సంఖ్యలను చదవండి మరియు విస్తరించండి..

అంకె	సంఖ్య పేరు	విస్తరణ
20000	ఇరవై వేలు	2×10000
26000	ఇరవై ఆరు వేలు	$2 \times 10000 + 6 \times 1000$
38400	ముప్పై ఎనిమిది వేల నాలుగు వందలు	$3 \times 10000 + 8 \times 1000 + 4 \times 100$
65740	అరవై ఐదు వేల ఏడు వందల నలభై	$6 \times 10000 + 5 \times 1000 + 7 \times 100 + 4 \times 10$

89324	eighty nine thousand three hundred twenty four	$8 \times 10000 + 9 \times 1000 + 3 \times 100 + 2 \times 10 + 4 \times 1$
50000	____________	____________
41000	____________	____________
47300	____________	____________
57630	____________	____________
29485	____________	____________
29085	____________	____________
20085	____________	____________
20005	____________	____________

Write five more 5-digit numbers, read them and expand them.

1.2.5 Introducing 1,00,000

Which is the greatest 5-digit number?

Adding 1 to the greatest 5-digit number, should give the smallest 6-digit number : 99,999 + 1 = 1,00,000

This number is named one lakh. One lakh comes next to 99,999.

$10 \times 10,000 = 1,00,000$

We may now write 6-digit numbers in the expanded form as

$$2,46,853 = 2 \times 1,00,000 + 4 \times 10,000 + 6 \times 1,000 + 8 \times 100 + 5 \times 10 + 3 \times 1$$

This number has 3 at ones place, 5 at tens place, 8 at hundreds place, 6 at thousands place, 4 at ten thousands place and 2 at lakh place. Its number name is two lakh forty six thousand eight hundred fifty three.

Try These

Read and expand the numbers wherever there are blanks.

Number	Number Name	Expansion
3,00,000	three lakh	$3 \times 1,00,000$
3,50,000	three lakh fifty thousand	$3 \times 1,00,000 + 5 \times 10,000$
3,53,500	three lakh fifty three thousand five hundred	$3 \times 1,00,000 + 5 \times 10,000 + 3 \times 1000 + 5 \times 100$
4,57,928	____________	____________
4,07,928	____________	____________
4,00,829	____________	____________
4,00,029	____________	____________

89324	ఎనభై తొమ్మిది వేల మూడు వందల ఇరవై నాలుగు	$8 \times 10000 + 9 \times 1000 + 3 \times 100 + 2 \times 10 + 4 \times 1$
50000	__________	__________
41000	__________	__________
47300	__________	__________
57630	__________	__________
29485	__________	__________
29085	__________	__________
20085	__________	__________
20005	__________	__________

మరో ఐదు 5 అంకెల సంఖ్యలను రాయండి, వాటిని చదవండి,విస్తరించండి.

1.2.3 1,00,000 పరిచయం

5–అంకెల అతిపెద్ద సంఖ్య ఏది?

5–అంకెల అతిపెద్ద సంఖ్యకు 1 ని కలిపితే , 6–అంకెల అతిచిన్న సంఖ్యవచ్చును :

$99,999 + 1 = 1,00,000$

ఈ సంఖ్యకు లక్ష అని పేరు పెట్టారు. 99,999 తరువాత ఒక లక్ష వస్తుంది.

$10 \times 10,000 = 1,00,000$

మనం ఇప్పుడు 6 అంకెల సంఖ్యలను విస్తరణ రూపంలో ఇలా రాయవచ్చు:

$$2,46,853 = 2 \times 1,00,000 + 4 \times 10,000 + 6 \times 1,000 + 8 \times 100 + 5 \times 10 + 3 \times 1$$

ఈ సంఖ్యలో 3 ఒకట్ల స్థానంలో, 5 పదుల స్థానంలో , 8 వందల స్థానంలో , 6 వేల స్థానంలో 4 పదివేల స్థానంలో మరియు 2 లక్షల స్థానంలో ఉన్నాయి. ఈ సంఖ్య పేరు రెండు లక్షల నలభై ఆరు వేల ఎనిమిది వందల ఏభై మూడు.

ప్రయత్నించండి

ఖాళీలు ఉన్న చోట సంఖ్యలను చదవండి మరియు విస్తరించండి.

అంకె	సంఖ్య పేరు	విస్తరణ
3,00,000	మూడు లక్షలు	$3 \times 1,00,000$
3,50,000	మూడు లక్షల యాభై వేలు	$3 \times 1,00,000 + 5 \times 10,000$
3,53,500	మూడు లక్షల యాభై మూడు వేల ఐదు వందలు	$3 \times 1,00,000 + 5 \times 10,000 + 3 \times 1000 + 5 \times 100$
4,57,928	__________	__________
4,07,928	__________	__________
4,00,829	__________	__________
4,00,029	__________	__________

1.2.6 Larger numbers

If we add one more to the greatest 6-digit number we get the smallest 7-digit number. It is called **ten lakh.**

Write down the greatest 6-digit number and the smallest 7-digit number. Write the greatest 7-digit number and the smallest 8-digit number. The smallest 8-digit number is called **one crore.**

Complete the pattern :

9 + 1	=	10
99 + 1	=	100
999 + 1	=	________
9,999 + 1	=	________
99,999 + 1	=	________
9,99,999 + 1	=	________
99,99,999 + 1	=	1,00,00,000

Remember

1 hundred	= 10 tens
1 thousand	= 10 hundreds
	= 100 tens
1 lakh	= 100 thousands
	= 1000 hundreds
1 crore	= 100 lakhs
	= 10,000 thousands

Try These

1. What is 10 – 1 =?
2. What is 100 – 1 =?
3. What is 10,000 – 1 =?
4. What is 1,00,000 – 1 =?
5. What is 1,00,00,000 – 1 =?

(**Hint :** Use the said pattern.)

We come across large numbers in many different situations. For example, while the number of children in your class would be a 2-digit number, the number of children in your school would be a 3 or 4-digit number.

The number of people in the nearby town would be much larger.

Is it a 5 or 6 or 7-digit number?

Do you know the number of people in your state?

How many digits would that number have?

What would be the number of grains in a sack full of wheat? A 5-digit number, a 6-digit number or more?

Try These

1. Give five examples where the number of things counted would be more than 6-digit number.
2. Starting from the greatest 6-digit number, write the previous five numbers in descending order.
3. Starting from the smallest 8-digit number, write the next five numbers in ascending order and read them.

1.2.6 పెద్ద సంఖ్యలు

మనం 6 అంకెల అతిపెద్ద సంఖ్యకు 1 కలిపితే 7-అంకెల అతిచిన్న సంఖ్య లభిస్తుంది. దీనిని **పది లక్షలు** అంటారు..

6-అంకెల అతిపెద్ద సంఖ్య మరియు 7-అంకెల అతిచిన్న సంఖ్యలను రాయండి. 7-అంకెల అతిపెద్ద సంఖ్య మరియు 8-అంకెల అతిచిన్న సంఖ్యలను రాయండి. 8 అంకెల అతిచిన్న సంఖ్యను **కోటి** అంటారు. .

క్రింది క్రమాన్ని పూర్తి చేయండి :

9 + 1 = 10

99 + 1 = 100

999 + 1 = ________

9,999 + 1 = ________

99,999 + 1 = ________

9,99,999 + 1 = ________

99,99,999 + 1 = 1,00,00,000

గుర్తుకు తెచ్చుకోండి

1 వంద = 10 పదులు

1 వెయ్యి = 10 వందలు

= 100 పదులు

1 లక్ష = 100 వేలు

= 1000 వందలు

1 కోటి = 100 లక్షలు

= 10,000 వేలు

ప్రయత్నించండి

1. 10 – 1 =?
2. 100 – 1 =?
3. 10,000 – 1 =?
4. 1,00,000 – 1 =?
5. 1,00,00,000 – 1 =?

(సూచన: చెప్పిన నమూనాను ఉపయోగించండి.)

మనం చాలా సందర్భాలలో పెద్ద సంఖ్యలను చూస్తాం. ఉదాహరణకు మీ తరగతి గదిలో విద్యార్థుల సంఖ్య 2 అంకెల సంఖ్య అయితే మొత్తం పాఠశాల విద్యార్థుల సంఖ్య 3 లేదా 4 అంకెల సంఖ్య అవుతుంది.

సమీప పట్టణంలో ప్రజల సంఖ్య చాలా ఎక్కువగా ఉంటుంది. ఇది 5 లేదా 6 లేదా 7 అంకెల సంఖ్యనా?

మీ రాష్ట్ర జనాభా మీకు తెలుసా ? ఆ సంఖ్యకు ఎన్ని అంకెలుంటాయి ?

గోధుమలతో నిండిన సంచిలో ఎన్ని గోధుమ గింజలుంటాయి?

5-అంకెల సంఖ్య, 6-అంకెల సంఖ్య లేదా అంతకంటే ఎక్కువా?

ప్రయత్నించండి

1. లెక్కించిన వస్తువుల సంఖ్య 6 అంకెల సంఖ్య కంటే ఎక్కువగా ఉన్న ఐదు ఉదాహరణలు ఇవ్వండి.
2. 6 అంకెల అతిపెద్ద సంఖ్య నుంచి ప్రారంభించి, దానికి ముందున్న ఐదు సంఖ్యలను అవరోహణ క్రమంలో రాయండి.
3. 8 అంకెల అతిచిన్న సంఖ్య నుంచి ప్రారంభించి, తదుపరి ఐదుఅంకెలను ఆరోహణ క్రమంలో రాయండి. మరియు వాటిని చదవండి.

1.2.7 An aid in reading and writing large numbers

Try reading the following numbers :

(a) 279453 (b) 5035472

(c) 152700375 (d) 40350894

Was it difficult?

Did you find it difficult to keep track?

Sometimes it helps to use indicators to read and write large numbers.

Shagufta uses indicators which help her to read and write large numbers. Her indicators are also useful in writing the expansion of numbers. For example, she identifies the digits in ones place, tens place and hundreds place in 257 by writing them under the tables O, T and H as

H	**T**	**O**	**Expansion**
2	5	7	$2 \times 100 + 5 \times 10 + 7 \times 1$

Similarly, for 2902,

Th	**H**	**T**	**O**	**Expansion**
2	9	0	2	$2 \times 1000 + 9 \times 100 + 0 \times 10 + 2 \times 1$

One can extend this idea to numbers upto lakh as seen in the following table. (Let us call them placement boxes). Fill the entries in the blanks left.

Number	TLakh	Lakh	TTh	Th	H	T	O	Number Name	Expansion
7,34,543	—	7	3	4	5	4	3	Seven lakh thirty four thousand five hundred forty three	----------------
32,75,829	3	2	7	5	8	2	9	--------------------	$3 \times 10{,}00{,}000$ $+ 2 \times 1{,}00{,}000$ $+ 7 \times 10{,}000$ $+ 5 \times 1000$ $+ 8 \times 100$ $+ 2 \times 10 + 9$

Similarly, we may include numbers upto crore as shown below :

Number	TCr	Cr	TLakh	Lakh	TTh	Th	H	T	O	Number Name
2,57,34,543	—	2	5	7	3	4	5	4	3	
....	....	......								
65,32,75,829	6	5	3	2	7	5	8	2	9	Sixty five crore thirty two lakh seventy five thousand eight hundred twenty nine

You can make other formats of tables for writing the numbers in expanded form.

1.2.7 పెద్ద సంఖ్యలను చదవడానికి మరియు రాయడానికి సహాయపడే సాధనం

కింది సంఖ్యలను చదవడానికి ప్రయత్నించండి:

(a) 279453 (b) 5035472

(c) 152700375 (d) 40350894

కష్టంగా ఉందా ?

ఈ విధంగా చదవడం మీకు కష్టంగా అనిపించిందా?

కొన్ని సార్లు పెద్ద సంఖ్యలను రాయడానికి మరియు చదవడానికి సూచికలు సహాయం చేస్తాయి .

షాగుప్త పెద్ద సంఖ్యలను చదవడానికి మరియు రాయడానికి సహాయపడే సూచీకలను ఉపయోగిస్తుంది. ఆమె సూచికలు సంఖ్యల విస్తరణను రాయడానికి కూడా ఉపయోగపడతాయి. ఉదాహరణకు, ఆమె అంకెలను O, T మరియు H అనే పట్టికల కింద రాయడం ద్వారా 257 లో ఒకట్ల స్థానం లో , పదుల స్థానంలో మరియు వందల స్థానాల్లోని అంకెలను గుర్తిస్తుంది.

H	T	O	విస్తరణ
2	5	7	$2 \times 100 + 5 \times 10 + 7 \times 1$

అదేవిధంగా, 2902,

Th	H	T	O	విస్తరణ
2	9	0	2	$2 \times 1000 + 9 \times 100 + 0 \times 10 + 2 \times 1$

ఈ క్రింది పట్టికలో చూసినట్లుగా ఈ ఆలోచనను లక్ష వరకు సంఖ్యలకు విస్తరించవచ్చు. (వాటిని మనం స్థానవిలువల పెట్టెలు అని పిలుస్తాం). మిగిలి ఉన్న ఖాళీలను నింపండి.

సంఖ్య	పది లక్ష	లక్ష	పదివేలు	వేలు	వందలు	పదులు	ఒకట్లు	సంఖ్య పేరు	విస్తరణ
7,34,543	—	7	3	4	5	4	3	ఏడు లక్షల ముప్పై నాలుగు వేల ఐదు వందల నలభై	-----------------
32,75,829	3	2	7	5	8	2	9	---------------------	$3 \times 10,00,000$ $+ 2 \times 1,00,000$ $+ 7 \times 10,000$ $+ 5 \times 1000$ $+ 8 \times 100$ $+ 2 \times 10 + 9$

ఇదేవిధంగా, క్రింద చూపించిన విధంగా కోటి వరకు సంఖ్యలను చేర్చవచ్చు.:

సంఖ్య	పదికోట్లు	కోట్లు	పదిలక్షలు	లక్షల	పదివేలు	వేలు	వందలు	పదులు	ఒకట్లు	సంఖ్య పేరు
2,57,34,543	—	2	5	7	3	4	5	4	3	....
65,32,75,829	6	5	3	2	7	5	8	2	9	అరవై ఐదు కోట్ల ముప్పై రెండు లక్షల డెబ్బై ఐదు వేల ఎనిమిది వందల ఇరవై తొమ్మిది

అంకెలను విస్తరణ రూపంలో రాయడం కొరకు మీరు ఇలాంటి పట్టికలను తయారుచేయవచ్చు.

Use of commas

You must have noticed that in writing large numbers in the sections above, we have often used commas. Commas help us in reading and writing large numbers. In our **Indian System of Numeration** we use ones, tens, hundreds, thousands and then lakhs and crores. Commas are used to mark thousands, lakhs and crores. The first comma comes after hundreds place (three digits from the right) and marks thousands. The second comma comes two digits later (five digits from the right). It comes after ten thousands place and marks lakh. The third comma comes after another two digits (seven digits from the right). It comes after ten lakh place and marks crore.

While writing number names, we do not use commas.

For example, 5, 08, 01, 592

3, 32, 40, 781

7, 27, 05, 062

Try reading the numbers given above. Write five more numbers in this form and read them.

International System of Numeration

In the International System of Numeration, as it is being used we have ones, tens, hundreds, thousands and then millions. One million is a thousand thousands. Commas are used to mark thousands and millions. It comes after every three digits from the right. The first comma marks thousands and the next comma marks millions. For example, the number 50,801,592 is read in the International System as fifty million eight hundred one thousand five hundred ninety two. In the Indian System, it is five crore eight lakh one thousand five hundred ninety two.

How many lakhs make a million?

How many millions make a crore?

Take three large numbers. Express them in both Indian and International Numeration systems.

Interesting fact :

To express numbers larger than a million, a billion is used in the International System of Numeration: 1 billion = 1000 million.

కామాల ఉపయోగం

పై విభాగాలలో పెద్దసంఖ్యలను రాయడంలో తరచుగా కామాలను వాడటం గమనించి ఉంటారు. పెద్ద సంఖ్యను చదవడానికి మరియు రాయడానికి కామాలు మనకు సహాయపడతాయి. మన **హిందూ సంఖ్యా మానంలో** మనం ఒకట్లు, పదులు, వందలు, వేలు ఆపై లక్షలు, కోట్లు ఉపయోగిస్తాం. వేలు, లక్షలు మరియు కోట్లను గుర్తించడానికి కామాలను ఉపయోగిస్తారు. మొదటి కామా వందల స్థానాల తరువాత వస్తుంది (కుడి నుండి మూడు అంకెలు) మరియు వేలను సూచిస్తుంది. రెండవ కామా రెండు అంకెల తరువాత వస్తుంది (కుడి నుండి ఐదు అంకెలు).ఇది పదివేల స్థానం తరువాత వస్తుంది. మరియు లక్షలను సూచిస్తుంది. మూడవ కామా మరో రెండు అంకెల తరువాత వస్తుంది (కుడి నుండి ఏడు అంకెలు). ఇది పది లక్షల స్థానం తరువాత వస్తుంది మరియు కోట్లను సూచిస్తుంది .

> సంఖ్యల పేర్లు రాసేటప్పుడు,మనము కామాలను ఉపయోగించము.

ఉదాహరణకు, 5, 08, 01, 592

3, 32, 40, 781

7, 27, 05, 062

పైన ఇవ్వబడిన సంఖ్యలను చదవడానికి ప్రయత్నించండి. ఈ విధంగా మరో ఐదు సంఖ్యలను రాయండి మరియు వాటిని చదవండి.

అంతర్జాతీయ సంఖ్యా వ్యవస్థ

అంతర్జాతీయ సంఖ్యా మానంలో, మనకు ఒకట్లు, పదులు, వందలు, వేలు తరువాత మిలియన్లు ఉన్నాయి. ఒక మిలియన్ అంటే వెయ్యి వేలు. కామాలను వేలు మరియు మిలియన్లను గుర్తించడానికి ఉపయోగిస్తారు. కుడివైపు నుంచి ప్రతి మూడు అంకెల తర్వాత ఇది వస్తుంది. మొదటి కామా వేలను మరియు తరువాతి కామా మిలియన్లను సూచిస్తుంది. ఉదాహరణకు, 50,801,592 అనే సంఖ్య అంతర్జాతీయ సంఖ్యామానంలో 50 మిలియన్లు ఎనిమిది వందల ఒక వెయ్యి ఐదు వందల తొంభై రెండుగా చదవబడుతుంది. హిందూ సంఖ్యా మానం లో ఇది ఐదు కోట్ల ఎనిమిది లక్షల ఒక వెయ్యి ఐదు వందల తొంభై రెండు.

ఒక మిలియన్ కు ఎన్ని లక్షలు ?

ఒక కోటికి ఎన్ని మిలియన్లు ?

మూడు పెద్ద సంఖ్యలను తీసుకోండి. హిందూ మరియు అంతర్జాతీయ సంఖ్యా మానంలలో వాటిని వ్యక్తపరచండి.

ఆసక్తికరమైన వాస్తవం:

ఒక మిలియన్ కంటే పెద్ద సంఖ్యలను వ్యక్తీకరించడానికి, అంతర్జాతీయ సంఖ్యా మానంలో ఒక బిలియన్ ఉపయోగించబడుతుంది: 1 బిలియన్ =1000 మిలియన్లు.

Do you know?
India's population increased by about
27 million during 1921-1931;
37 million during 1931-1941;
44 million during 1941-1951;
78 million during 1951-1961!

How much was the increase in population during 1991-2001? Try to find out.

Do you know what is India's population today? Try to find this too.

Try These

1. Read these numbers. Write them using placement boxes and then write their expanded forms.

   (i) 475320 (ii) 9847215 (iii) 97645310 (iv) 30458094

   (a) Which is the smallest number?

   (b) Which is the greatest number?

   (c) Arrange these numbers in ascending and descending orders.

2. Read these numbers.

   (i) 527864 (ii) 95432 (iii) 18950049 (iv) 70002509

   (a) Write these numbers using placement boxes and then using commas in Indian as well as International System of Numeration..

   (b) Arrange these in ascending and descending order.

3. Take three more groups of large numbers and do the exercise given above.

Can you help me write the numeral?

To write the numeral for a number you can follow the boxes again.

(a) Forty two lakh seventy thousand eight.

(b) Two crore ninety lakh fifty five thousand eight hundred.

(c) Seven crore sixty thousand fifty five.

Try These

1. You have the following digits 4, 5, 6, 0, 7 and 8. Using them, make five numbers each with 6 digits.

   (a) Put commas for easy reading.

   (b) Arrange them in ascending and descending order.

2. Take the digits 4, 5, 6, 7, 8 and 9. Make any three numbers each with 8 digits. Put commas for easy reading.

3. From the digits 3, 0 and 4, make five numbers each with 6 digits. Use commas.

మీకు తెలుసా?
భారతదేశ జనాభా ఈవిధంగా పెరిగింది
1921-1931 లో 27 మిలియన్లు
1931-1941 లో 37 మిలియన్ల
1941-1951లో 44 మిలియన్లు
1951-1961 లో 78 మిలియన్లు

1991-2001 మధ్య జనాభా పెరుగుదల ఎంత? కనుగొనడానికి ప్రయత్నించండి ?.

ఈ రోజు భారతదేశ జనాభా ఏమిటో మీకు తెలుసా? దీనిని కూడా కనుగొనడానికి ప్రయత్నించండి.

ప్రయత్నించండి

1. ఈ సంఖ్యలను చదవండి. స్థానవిలువల పెట్టెలను ఉపయోగించి వాటిని రాయండి మరియు తరువాత వాటి విస్తరణ రూపం రాయండి.
   (i) 475320 (ii) 9847215 (iii) 97645310 (iv) 30458094
   (a) అతిచిన్న సంఖ్య ఏది?
   (b) అతిపెద్ద సంఖ్య ఏది?
   (c) ఈ సంఖ్యలను ఆరోహణ మరియు అవరోహణ క్రమంలో అమర్చండి.
2. ఈ అంకెలను చదవండి
   (i) 527864 (ii) 95432 (iii) 18950049 (iv) 70002509
   a) ఈ సంఖ్యలను స్థానవిలువ పెట్టెలను ఉపయోగించి రాయండి మరియు కామాలను ఉపయోగించి హిందూసంఖ్యామానం అలాగే అంతర్జాతీయ సంఖ్యామానంలో రాయండి
   b) వీటిని ఆరోహణ మరియు అవరోహణ క్రమము లో రాయండి.
3. మరో మూడు పెద్ద సంఖ్యల సమూహాలను తీసుకొని పైన ఇచ్చిన అభ్యాసాన్ని చేయండి.

సంఖ్యను రాయడానికి మీరు నాకు సహాయం చేయగలరా?

ఒక సంఖ్య యొక్క సంఖ్యా రూపం రాయడానికి మీరు మళ్లీ పెట్టెలను అనుసరించవచ్చు.

(a) నలభై రెండు లక్షల డెబ్బై వేల ఎనిమిది.

(b) రెండు కోట్ల తొంభై లక్షల యాభై ఐదు వేల ఎనిమిది వందలు .

(c) ఏడు కోట్ల అరవై వేల యాభై ఐదు.

ప్రయత్నించండి

1. మీకు ఈ క్రింది అంకెలు 4, 5, 6, 0, 7 మరియు 8 ఉన్నాయి. వాటిని ఉపయోగించి, 6 అంకెల సంఖ్యలు ఐదు తయారు చేయండి. .
   (a) తేలికగా చదవడం కొరకు కామాలు పెట్టండి.
   (b) వీటిని ఆరోహణ మరియు అవరోహణ క్రమంలో అమర్చండి .
2. 4, 5, 6, 7, 8 మరియు 9 అంకెలను తీసుకోండి . 8 అంకెలతో ఏవైనా మూడు సంఖ్యలను రాయండి. సులభం గా చదవడానికి కామాలను పెట్టండి .
3. 3, 0 మరియు 4 అంకెల నుండి, 6 అంకెల సంఖ్యలు ఐదు రూపొందించండి.

EXERCISE 1.1

1. Fill in the blanks:
   (a) 1 lakh = _______ ten thousand.
   (b) 1 million = _______ hundred thousand.
   (c) 1 crore = _______ ten lakh.
   (d) 1 crore = _______ million.
   (e) 1 million = _______ lakh.

2. Place commas correctly and write the numerals:
   (a) Seventy three lakh seventy five thousand three hundred seven.
   (b) Nine crore five lakh forty one.
   (c) Seven crore fifty two lakh twenty one thousand three hundred two.
   (d) Fifty eight million four hundred twenty three thousand two hundred two.
   (e) Twenty three lakh thirty thousand ten.

3. Insert commas suitably and write the names according to Indian System of Numeration :
   (a) 87595762 (b) 8546283 (c) 99900046 (d) 98432701

4. Insert commas suitably and write the names according to International System of Numeration :
   (a) 78921092 (b) 7452283 (c) 99985102 (d) 48049831

1.3 Large Numbers in Practice

In earlier classes, we have learnt that we use centimetre (cm) as a unit of length. For measuring the length of a pencil, the width of a book or notebooks etc., we use centimetres. Our ruler has marks on each centimetre. For measuring the thickness of a pencil, however, we find centimetre too big. We use millimetre (mm) to show the thickness of a pencil.

Try These

1. How many centimetres make a kilometre?
2. Name five large cities in India. Find their population. Also, find the distance in kilometres between each pair of these cities.

(a) 10 millimetres = 1 centimetre

To measure the length of the classroom or the school building, we shall find centimetre too small. We use metre for the purpose.

(b) 1 metre = 100 centimetres
= 1000 millimetres

Even metre is too small, when we have to state distances between cities, say, Delhi and Mumbai, or Chennai and Kolkata. For this we need kilometres (km).

అభ్యాసం 1.1

1. ఖాళీలను పూరించండి:
   (a) 1 లక్ష = ________ పది వేలు.
   (b) 1 మిలియన్ = ________ వంద వేలు .
   (c) 1 కోటి = ________ పది లక్షలు.
   (d) 1 కోటి = ________ మిలియన్ .
   (e) 1 మిలియన్ = ________ లక్ష .
2. కామాలను సరిగ్గా గుర్తించి మరియు ఆ సంఖ్యలను రాయండి.:
   (a) డెబ్బై మూడు లక్షల డెబ్బై ఐదు వేల మూడు వందల ఏడు
   (b) తొమ్మిది కోట్ల ఐదు లక్షల నలభై ఒకటి.
   (c) ఏడు కోట్ల యాభై రెండు లక్షల ఇరవై ఒక్క వేల మూడు వందల రెండు.
   (d) యాభై ఎనిమిది మిలియన్ల నాలుగు వందల ఇరవై మూడు వేల రెండు వందల రెండు.
   (e) ఇరవై మూడు లక్షల ముప్పై వేల పది.
3. కామాలను తగిన విధంగా ఉపయోగించి హిందూ సంఖ్యా మానం ప్రకారం పేర్లను రాయండి.:
   (a) 87595762 (b) 8546283 (c) 99900046 (d) 98432701
4. కామాలను తగిన విధంగా ఉపయోగించి అంతర్జాతీయ సంఖ్యామానం ప్రకారం పేర్లను రాయండి.:
   (a) 78921092 (b) 7452283 (c) 99985102 (d) 48049831

1.3 వాడుకలో పెద్ద సంఖ్యలు

మునుపటి తరగతుల్లో, మనం సెంటీమీటర్ (సెంమీ) ను పొడవు యొక్క ప్రమాణంగా ఉపయోగిస్తామని తెలుసుకున్నాము. పెన్సిల్ యొక్క పొడవు, పుస్తకం లేదా నోట్ పుస్తకం యొక్క వెడల్పు మొదలైన వాటిని కొలవడం కోసం మనం సెంటీమీటర్లను ఉపయోగిస్తాం. మన రూలర్‌లో ప్రతి సెంటీమీటరుపై గుర్తులు ఉన్నాయి. పెన్సిల్ యొక్క మందాన్ని కొలవడానికి, సెంటీమీటర్ చాలా పెద్దదిగా ఉంటుంది. పెన్సిల్ మందాన్ని చూపడానికి మనం మిల్లీమీటర్ (మి.మి) ఉపయోగిస్తాము.

ప్రయత్నించండి

1. ఒక కిలోమీటరుకు ఎన్ని సెంటీమీటర్లు ?
2. భారతదేశంలోని ఐదు పెద్ద నగరాలను పేర్కొనండి. వాటి జనాభాను కనుగొనండి. అలాగే, ప్రతీ జత నగరాల మధ్య దూరాన్ని కిలోమీటర్లలో కనుగొనండి.

(a) 10 మిల్లీ మీటర్లు = 1 సెంటీమీటరు

తరగతి గది లేదా పాఠశాల భవనం యొక్క పొడవును కొలవడానికి, మనం సెంటీమీటర్ అనునది చాలా చిన్నదిగా కనుగొంటాము దీనికి మీటరును ఉపయోగిస్తాము.

(b) 1 మీటరు = 100 సెంటిమీటర్లు
= 1000 మిల్లిమీటర్లు

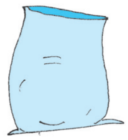
ఢిల్లీ మరియు ముంబై, లేదా చెన్నై మరియు కోల్ కతా వంటి నగరాల మధ్య దూరాన్ని పేర్కొనాల్సి వచ్చినప్పుడు మీటర్ కూడా చాలా చిన్నది. దీని కోసం మనకు కిలోమీటర్లు (కి.మీ) అవసరం.

(c) 1 kilometre = 1000 metres

How many millimetres make 1 kilometre?

Since 1 m = 1000 mm

1 km = 1000 m = 1000 × 1000 mm = 10,00,000 mm



We go to the market to buy rice or wheat; we buy it in kilograms (kg). But items like ginger or chillies which we do not need in large quantities, we buy in grams (g). We know 1 kilogram = 1000 grams.

Have you noticed the weight of the medicine tablets given to the sick? It is very small. It is in milligrams (mg).

1 gram = 1000 milligrams.

What is the capacity of a bucket for holding water? It is usually 20 litres (ℓ). Capacity is given in litres. But sometimes we need a smaller unit, the millilitres. A bottle of hair oil, a cleaning liquid or a soft drink have labels which give the quantity of liquid inside in millilitres (ml).

1 litre = 1000 millilitres.

Note that in all these units we have some words common like kilo, milli and centi. You should remember that among these **kilo** is the greatest and **milli** is the smallest; kilo shows 1000 times greater, milli shows 1000 times smaller, i.e. 1 kilogram = 1000 grams, 1 gram = 1000 milligrams.

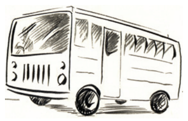
Try These

1. How many milligrams make one kilogram?
2. A box contains 2,00,000 medicine tablets each weighing 20 mg. What is the total weight of all the tablets in the box in grams and in kilograms?

Similarly, centi shows 100 times smaller, i.e. 1 metre = 100 centimetres.

Try These

1. A bus started its journey and reached different places with a speed of 60 km/hour. The journey is shown on page 14.



   (i) Find the total distance covered by the bus from A to D.

   (ii) Find the total distance covered by the bus from D to G.

   (iii) Find the total distance covered by the bus, if it starts from A and returns back to A.

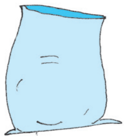
   (iv) Can you find the difference of distances from C to D and D to E?

(c) 1 కిలోమీటర్ = 1000 మీటర్లు

ఎన్ని మిల్లీమీటర్లు ఒక కిలోమీటరు అవుతుంది ?

1 మీ = 1000 మి.మీ కావున

1 కి.మీ = 1000 మీ = 1000 × 1000 మి.మీ = 10,00,000 మి.మీ



మనం బియ్యం లేదా గోధుమలు కొనడానికి మార్కెట్ కు వెళ్తాము; దీనిని కిలోగ్రాములలో (కిలోలు) కొనుగోలు చేస్తాము. కానీ పెద్ద మొత్తంలో అవసరం లేని అల్లం లేదా మిరపకాయలు వంటి వస్తువులను మనం గ్రాముల (గ్రా) లో కొనుగోలు చేస్తాము. 1 కి.గ్రా = 1000 గ్రా.

అస్వస్థత గా ఉన్న వారికి ఇచ్చే ఔషధ మాత్రల బరువును మీరు గమనించారా? ఇది చాలా చిన్నది.

ఇది మిల్లీగ్రాములలో ఉంటుంది (మి.గ్రా).

1 గ్రాము = 1000 మిల్లీ గ్రాములు

నీటిని నింపుకునే ఒక బకెట్ సామర్థ్యం ఎంత? ఇది సాధారణంగా 20 లీటర్లు (ℓ). సామర్థ్యం లీటర్లు లో ఇవ్వబడుతుంది. కానీ కొన్నిసార్లు మనకు మిల్లీ లీటర్లు అనే చిన్న యూనిట్ అవసరం అవుతుంది. హెయిర్ ఆయిల్ బాటిల్, క్లీనింగ్ లిక్విడ్ లేదా శీతలపానీయల లేబుల్స్ వీటిలో ఉండే ద్రవ పరిమాణం మిల్లీ లీటర్లలో తెలపబడి ఉంటుంది (మి.లీ).

1 లీ = 1000 మి.లీ.

ఈ అన్ని యూనిట్లలో కిలో, మిల్లీ మరియు సెంటీ వంటి కొన్ని పదాలు సాధారణంగా ఉన్నాయని గమనించండి. ఈ కిలో అతిపెద్దది మరియు మిల్లీ అతి చిన్నది అని మీరు గుర్తుంచుకోవాలి; కిలో 1000 రెట్లు ఎక్కువ, మిల్లీ 1000 రెట్లు చిన్నవి, అంటే 1 కిలోగ్రాము = 1000 గ్రాములు, 1 గ్రాము = 1000 మిల్లీగ్రాములు.

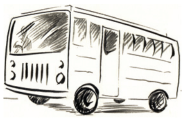
ప్రయత్నించండి

1. ఒక కిలోగ్రామును ఎన్ని మిల్లీగ్రాములు ?
2. ఒక పెట్టెలో 20 మి.గ్రా బరువున్న 2,00,000 ఔషధ మాత్రలు ఉన్నాయి. బాక్సులోని అన్ని మాత్రల యొక్క మొత్తం బరువు గ్రాములు మరియు కిలోగ్రాములలో ఎంత?

అదేవిధంగా సెంటి 100 రెట్లు తక్కువగా చూపిస్తుంది, అంటే 1 మీటరు = 100 సెంటీమీటర్లు.

ప్రయత్నించండి

1. ఒక బస్సు తన ప్రయాణాన్ని ప్రారంభించి 60 కిలోమీటర్లు / గంట వేగంతో వివిధ ప్రదేశాలకు చేరుకుంది. ప్రయాణం 14వ పేజీలో చూపబడింది..



(i) A నుంచి D వరకు బస్సు ప్రయాణించిన మొత్తం దూరాన్ని కనుగొనండి.

(ii) D నుంచి G వరకు బస్సు ప్రయాణించిన మొత్తం దూరాన్ని కనుగొనండి.

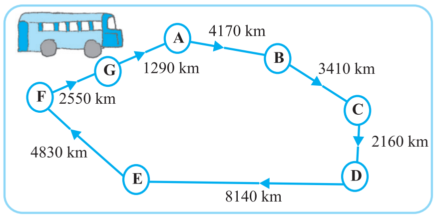
(iii) ఒకవేళ బస్సు A నుంచి మొదలై A కు తిరిగి వస్తే, ప్రయాణించిన మొత్తం దూరాన్ని కనుగొనండి

(iv) C నుంచి D మరియు D నుంచి E మధ్య దూరాల వ్యత్యాసాన్ని మీరు కనుగొనగలరా?

(v) Find out the time taken by the bus to reach

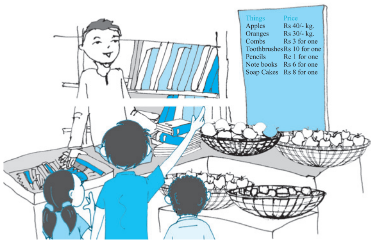
(a) A to B (b) C to D

(c) E to G (d) Total journey



2. **Raman's shop**

Things	Price
Apples	₹ 40 per kg
Oranges	₹ 30 per kg
Combs	₹ 3 for one
Tooth brushes	₹ 10 for one
Pencils	₹ 1 for one
Note books	₹ 6 for one
Soap cakes	₹ 8 for one



The sales during the last year

Apples	2457 kg
Oranges	3004 kg
Combs	22760
Tooth brushes	25367
Pencils	38530
Note books	40002
Soap cakes	20005

(a) Can you find the total weight of apples and oranges Raman sold last year?

Weight of apples = __________ kg

Weight of oranges = __________ kg

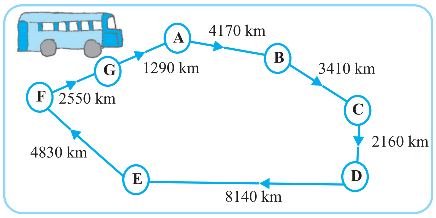
Therefore, total weight = _____ kg + _____ kg = _____ kg

Answer – The total weight of oranges and apples = __________ kg.

(b) Can you find the total money Raman got by selling apples?

(c) Can you find the total money Raman got by selling apples and oranges together?

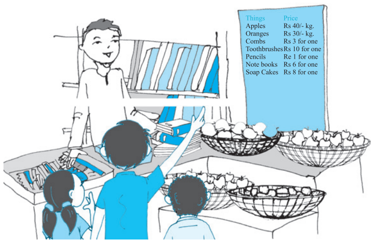
(d) Make a table showing how much money Raman received from selling each item. Arrange the entries of amount of money received in descending order. Find the item which brought him the highest amount. How much is this amount?



(v) బస్సు చేరుకోవడానికి ఎంత సమయం పడుతుందో కనుక్కోండి
(a) A నుండి B (b) C నుండి D
(c) E నుండి G (d) మొత్తం ప్రయాణం

2. **రామన్ యొక్క దుకాణం**

ధర	వస్తువులు
ఆపిల్	ఒక కి గ్రా ₹ 40
నారింజ	ఒక కి గ్రా ₹ 30
దువ్వెనలు	ఒకటి ₹ 3
టూత్ బ్రష్‌లు	ఒకటి ₹ 10
పెన్సిల్	ఒకటి ₹ 1
నోటుపుస్తకాలు	ఒకటి ₹ 6
సబ్బులు	ఒకటి ₹ 8



గత సంవత్సరంలో అమ్మకాలు

ఆపిల్	2457 కి.గ్రా.
నారింజ	3004 కి.గ్రా.
దువ్వెనలు	22760
టూత్ బ్రష్‌లు	25367
పెన్సిల్	38530
నోటుపుస్తకాలు	40002
సబ్బులు	20005

(a) రామన్ గత సంవత్సరం అమ్మిన ఆపిల్ మరియు నారింజల మొత్తం బరువును మీరు కనుగొనగలరా?

ఆపిల్ యొక్క బరువు = __________ కి.గ్రా.

నారింజ యొక్క బరువు = ___________ కి.గ్రా.

అందువలన, మొత్తం బరువు = _____ కి.గ్రా. + _____ కి.గ్రా. = _____ కి.గ్రా.

సమాధానం – నారింజ మరియు ఆపిల్ యొక్క మొత్తం బరువు = _____ కి.గ్రా.

(b) ఆపిల్స్ అమ్మడం ద్వారా రామన్ సంపాదించిన మొత్తం డబ్బును మీరు కనుగొనగలరా?

(c) ఆపిల్ మరియు నారింజ పండ్లను కలిపి అమ్మడం ద్వారా రామన్ సంపాదించిన మొత్తం డబ్బును మీరు కనుగొనగలరా?

(d) ప్రతి వస్తువును అమ్మడం ద్వారా రామన్‌కు ఎంత డబ్బు వచ్చిందో చూపించే పట్టికను తయారు చేయండి . అందుకున్న డబ్బు యొక్క నమోదులను ఆరోహణ క్రమంలో అమర్చండి. అతడికి అత్యధిక మొత్తాన్ని తెచ్చిన వస్తువును కనుగొనండి. ఈ మొత్తం ఎంత?

We have done a lot of problems that have addition, subtraction, multiplication and division. We will try solving some more here. Before starting, look at these examples and follow the methods used.

Example 1 : Population of Sundarnagar was 2,35,471 in the year 1991. In the year 2001 it was found to be increased by 72,958. What was the population of the city in 2001?

Solution : Population of the city in 2001
= Population of the city in 1991 + Increase in population
= 2,35,471 + 72,958

Now,
$$\begin{array}{r} 235471 \\ +\ 72958 \\ \hline 308429 \\ \hline \end{array}$$

Salma added them by writing 235471 as 200000 + 35000 + 471 and 72958 as 72000 + 958. She got the addition as 200000 + 107000 + 1429 = 308429. Mary added it as 200000 + 35000 + 400 + 71 + 72000 + 900 + 58 = 308429

Answer : Population of the city in 2001 was 3,08,429.

All three methods are correct.

Example 2 : In one state, the number of bicycles sold in the year 2002-2003 was 7,43,000. In the year 2003-2004, the number of bicycles sold was 8,00,100. In which year were more bicycles sold? and how many more?

Solution : Clearly, 8,00,100 is more than 7,43,000. So, in that state, more bicycles were sold in the year 2003-2004 than in 2002-2003.

Now,
$$\begin{array}{r} 800100 \\ -\ 743000 \\ \hline 057100 \\ \hline \end{array}$$

Check the answer by adding
$$\begin{array}{r} 743000 \\ +\ 57100 \\ \hline 800100 \\ \hline \end{array}$$
(the answer is right)

Can you think of alternative ways of solving this problem?
Answer : 57,100 more bicycles were sold in the year 2003-2004.

Example 3 : The town newspaper is published every day. One copy has 12 pages. Everyday 11,980 copies are printed. How many total pages are printed everyday?

సంకలనం, వ్యవకలనం, గుణకారం మరియు భాగాహారం లను కలిగిఉన్న అనేక సమస్యలను మనము చేసాము. మనం ఇక్కడ మరికొన్నింటిని పరిష్కరించడానికి ప్రయత్నిద్దాము. ప్రారంభించడానికి ముందు, ఈ ఉదాహరణలను చూడండి మరియు ఉపయోగించే పద్ధతులను అనుసరించండి..

ఉదాహరణ 1 : 1991 లో సుందర్ నగర్ జనాభా 2,35,471, 2001 సంవత్సరంలో ఇది 72,958 పెరిగినట్లుగా కనుగొనబడింది .2001లో నగర జనాభా ఎంత?

సాధన : 2001 నగరం యొక్క జనాభా

= జనాభా1991లో + జనాభా లో పెరుగుదల

= 2,35,471 + 72,958

ఇప్పుడు,

$$\begin{array}{r} 235471 \\ +\ 72958 \\ \hline 308429 \\ \hline \end{array}$$

సల్మా 235471ను 200000 + 35000 + 471 అని మరియు 72958ను 72000 + 958 అని రాసి కూడినది. ఆమె 200000 + 107000 + 1429 = 308429.గా కూడికను రాసింది.

మేరీ దీనిని 200000 + 35000 + 400 + 71 + 72000 + 900 + 58 = 308429 గా కూడినది

జవాబు : 2001లో నగర జనాభా 3,08,429.

ఈ మూడు పద్ధతులు సరైనవి.

ఉదాహరణ2 : ఒక రాష్ట్రంలో, 2002-2003 సంవత్సరంలో విక్రయించిన సైకిళ్ళ సంఖ్య 7,43,000. 2003-2004 సంవత్సరంలో, విక్రయించిన సైకిళ్ళ సంఖ్య 8,00,100. ఏ సంవత్సరంలో ఎక్కువ సైకిళ్ళ విక్రయించబడ్డాయి? మరియు ఎన్ని ఎక్కువ?

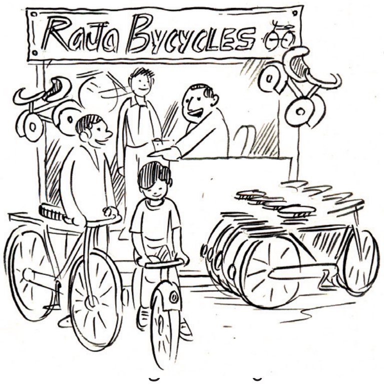
సాధన : స్పష్టంగా 8,00,100 సంఖ్య 7,43,000 కంటే ఎక్కువ. కాబట్టి, ఆ రాష్ట్రంలో 2002-2003 కంటే 2003-2004 సంవత్సరంలో ఎక్కువ సైకిళ్లు అమ్ముడయ్యాయి .

ఇప్పుడు,

$$\begin{array}{r} 800100 \\ -\ 743000 \\ \hline 057100 \\ \hline \end{array}$$

సంకలనం చేయడం ద్వారా సరిచూడడం

$$\begin{array}{r} 743000 \\ +\ 57100 \\ \hline 800100 \\ \hline \end{array}$$ (సమాధానం సరి అయినది)



మీరు ప్రత్యామ్నాయ మార్గాల గురించి ఆలోచించగలరా?

జవాబు: 2003-2004 సంవత్సరంలో మరో 57,100 సైకిళ్ళు అమ్ముడయ్యాయి.

ఉదాహరణ 3 : పట్టణ వార్తాపత్రిక ప్రతిరోజూ ప్రచురించబడుతుంది. ఒక కాపీలో 12 పేజీలు ఉంటాయి. ప్రతిరోజూ 11,980 కాపీలు ముద్రించబడుతున్నాయి. ప్రతిరోజూ మొత్తం ఎన్ని పేజీలు ప్రింట్ చేయబడుతున్నాయి ?

Solution : Each copy has 12 pages. Hence, 11,980 copies will have 12 × 11,980 pages. What would this number be? More than 1,00,000 or lesser. Try to estimate.

Now,

$$
\begin{array}{r}
11980 \\
\times \ 12 \\
\hline
23960 \\
+ \ 119800 \\
\hline
143760 \\
\hline
\end{array}
$$

Answer:Everyday 1,43,760 pages are printed.

Example 4 : The number of sheets of paper available for making notebooks is 75,000. Each sheet makes 8 pages of a notebook. Each notebook contains 200 pages. How many notebooks can be made from the paper available?

Solution : Each sheet makes 8 pages.

Hence, 75,000 sheets make 8 × 75,000 pages,

Now,

$$
\begin{array}{r}
75000 \\
\times \ 8 \\
\hline
600000 \\
\hline
\end{array}
$$

Thus, 6,00,000 pages are available for making notebooks.
Now, 200 pages make 1 notebook.
Hence, 6,00,000 pages make 6,00,000 ÷ 200 notebooks.

Now,

$$
\begin{array}{r|l}
 & 3000 \\
\hline
200 & 600000 \\
 & -\ 600 \\
\cline{2-2}
 & 0000 \\
\end{array}
$$

The answer is 3,000 notebooks.

EXERCISE 1.2

1. A book exhibition was held for four days in a school. The number of tickets sold at the counter on the first, second, third and final day was respectively 1094, 1812, 2050 and 2751. Find the total number of tickets sold on all the four days.
2. Shekhar is a famous cricket player. He has so far scored 6980 runs in test matches. He wishes to complete 10,000 runs. How many more runs does he need?
3. In an election, the successful candidate registered 5,77,500 votes and his nearest rival secured 3,48,700 votes. By what margin did the successful candidate win the election?

సాధన : ప్రతి కాపీలో 12 పేజీలు ఉన్నాయి. అందువలన, 11,980 కాపీలు 12×11,980 పేజీలను కలిగి ఉంటాయి. ఈ సంఖ్య ఎంతైె ఉండవచ్చు ? ఇది లక్ష కన్నా ఎక్కువా లేక తక్కువా ? అంచనా వేయడానికి ప్రయత్నించండి

ఇప్పుడు,

$$\begin{array}{r} 11980 \\ \times\ 12 \\ \hline 23960 \\ +\ 119800 \\ \hline 143760 \\ \hline \end{array}$$

సమాధానం: ప్రతిరోజూ 1,43,760 పేజీలు ముద్రించబడతాయి .

ఉదాహరణ 4 : నోట్ పుస్తకాలు తయారు చేయడానికి అందుబాటులో ఉన్న కాగితపు షీట్లసంఖ్య 75,000. ప్రతి ఒక షీటు నుండి నోట్ పుస్తకం యొక్క 8 పేజీలు తయారవుతాయి . ప్రతి నోట్ పుస్తకంలో 200 పేజీలను కలిగి ఉంటుంది . అందుబాటులో ఉన్న కాగితం నుండి ఎన్ని నోట్ పుస్తకాలు తయారు చేయవచ్చు ?

సాధన : ప్రతి షీటునుంచి 8 పేజీలు తయారవుతాయి

అందువల్ల, 75,000 షీట్లు 8 × 75,000 పేజీలను తయారు చేస్తాయి,

ఇప్పుడు,

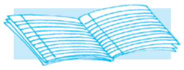
$$\begin{array}{r} 75000 \\ \times\ 8 \\ \hline 600000 \\ \hline \end{array}$$

అందువలన, నోట్ పుస్తకాలు తయారు చేయడానికి 6,00,000 పేజీలు అందుబాటులో ఉన్నాయి. ఇప్పుడు, 200 పేజీలతో ఒక నోట్ పుస్తకం తయారవుతుంది .
అందువల్ల, 6,00,000 పేజీల నుండి 6,00,000, 200 నోట్ పుస్తకాలు తయారవుతాయి .

ఇప్పుడు,

$$\begin{array}{r|l} & 3000 \\ \hline 200 & 600000 \\ & -\ 600 \\ \cline{2-2} & 0000 \end{array}$$

సమాధానం 3,000 నోట్ పుస్తకాలు .



అభ్యాసం 1.2

1. ఒక పాఠశాలలో నాలుగు రోజుల పాటు పుస్తక ప్రదర్శన జరిగింది. కౌంటర్ వద్ద విక్రయించిన టిక్కెట్ల సంఖ్య మొదటి, రెండవ, మూడవ మరియు చివరి రోజులలో వరుసగా 1094, 1812, 2050 మరియు 2751. నాలుగు రోజుల్లో విక్రయించిన మొత్తం టిక్కెట్ల సంఖ్యను కనుగొనండి.
2. శేఖర్ ఒక ప్రసిద్ధ క్రికెట్ ఆటగాడు. టెస్ట్ మ్యాచ్ లలో ఇప్పటివరకు 6980 పరుగులు చేశాడు. అతను 10,000 పరుగులు పూర్తి చేయాలని కోరుకుంటున్నాడు. అతనికి ఇంకా ఎన్ని పరుగులు కావాలి?
3. ఒక ఎన్నికలో విజయవంతమైన అభ్యర్థికి 5,77,500 ఓట్లు మరియు, అతని సమీప ప్రత్యర్థికి 3,48,700 ఓట్లు వచ్చాయి. విజయవంతమైన అభ్యర్థి ఎన్నికలలో ఎంత ఆధిక్యంతో విజయం సాధించాడు?

4. Kirti bookstore sold books worth ₹ 2,85,891 in the first week of June and books worth ₹ 4,00,768 in the second week of the month. How much was the sale for the two weeks together? In which week was the sale greater and by how much?
5. Find the difference between the greatest and the least 5-digit number that can be written using the digits 6, 2, 7, 4, 3 each only once.
6. A machine, on an average, manufactures 2,825 screws a day. How many screws did it produce in the month of January 2006?
7. A merchant had ₹ 78,592 with her. She placed an order for purchasing 40 radio sets at ₹ 1200 each. How much money will remain with her after the purchase?
8. A student multiplied 7236 by 65 instead of multiplying by 56. By how much was his answer greater than the correct answer? (**Hint:** Do you need to do both the multiplications?)
9. To stitch a shirt, 2 m 15 cm cloth is needed. Out of 40 m cloth, how many shirts can be stitched and how much cloth will remain?

   (Hint: convert data in cm.)
10. Medicine is packed in boxes, each weighing 4 kg 500g. How many such boxes can be loaded in a van which cannot carry beyond 800 kg?
11. The distance between the school and a student's house is 1 km 875 m. Everyday she walks both ways. Find the total distance covered by her in six days.
12. A vessel has 4 litres and 500 ml of curd. In how many glasses, each of 25 ml capacity, can it be filled?

What have we discussed?

1. Given two numbers, one with more digits is the greater number. If the number of digits in two given numbers is the same, that number is larger, which has a greater leftmost digit. If this digit also happens to be the same, we look at the next digit and so on.
2. In forming numbers from given digits, we should be careful to see if the conditions under which the numbers are to be formed are satisfied. Thus, to form the greatest four digit number from 7, 8, 3, 5 without repeating a single digit, we need to use all four digits, the greatest number can have only 8 as the leftmost digit.
3. The smallest four digit number is 1000 (one thousand). It follows the largest three digit number 999. Similarly, the smallest five digit number is 10,000. It is ten thousand and follows the largest four digit number 9999.

   Further, the smallest six digit number is 100,000. It is one lakh and follows the largest five digit number 99,999. This carries on for higher digit numbers in a similar manner.
4. Use of commas helps in reading and writing large numbers. In the Indian system of numeration we have commas after 3 digits starting from the right and thereafter every 2 digits. The commas after 3, 5 and 7 digits separate thousand, lakh and crore

4. కీర్తి బుక్ స్టోర్ జూన్ మొదటి వారంలో 2,85,891 విలువైన పుస్తకాలను మరియు నెల రెండవ వారంలో 4,00,768 విలువైన పుస్తకాలను విక్రయించారు. రెండు వారాలు కలిసి ఎంత అమ్మకం జరిగినది ? ఏ వారంలో అమ్మకాలు ఎక్కువగా ఉన్నాయి మరియు ఎంత ?
5. 6, 2, 7, 4, 3 అంకెలను ఒకేసారి ఉపయోగించి రాయగల 5–అంకెల అతి పెద్ద మరియు అతి చిన్న సంఖ్యల మధ్య వ్యత్యాసాన్ని కనుగొనండి.
6. ఒక యంత్రం రోజుకు సగటున 2,825 స్క్రూలను తయారు చేస్తుంది. 2006 జనవరి నెలలో ఇది ఎన్ని స్క్రూలను ఉత్పత్తి చేసింది?
7. ఒక వ్యాపారివద్ద 78,592 ఉన్నాయి. ఆమె ఒక్కొక్కటి 1200 చొప్పున 40 రేడియో సెట్ లను కొనుగోలు చేయడానికి ఆర్డర్ ఇచ్చింది. కొనుగోలు చేసిన తరువాత ఆమె వద్ద ఎంత డబ్బు మిగిలి ఉంటుంది?
8. ఒక విద్యార్థి 7236 ను 56తో గుణించడానికి బదులుగా 65తో గుణించాడు. సరైన సమాధానం కంటే అతని సమాధానం ఎంత ఎక్కువగా ఉంది? (సూచన: మీరు రెండు గుణకారాలు చేయాల్సిన అవసరం ఉందా?)
9. ఒక చొక్కా కుట్టడానికి, 2 మీ 15 సెం.మీ.గుడ్డ అవసరం అవుతుంది. 40 మీటర్ల గుడ్డ తో ఎన్ని చొక్కాలు కుట్టగలం మరియు ఎంత గుడ్డ మిగిలి ఉంటుంది? (సూచన: దత్తాశంను సెం.మీ.లో మార్చండి.)
10. ఒక్కొక్కటి 4 కిలోల 500 గ్రా బరువున్న మందులు పెట్టెలలో ప్యాక్ చేయబడతాయి. 800 కిలోలకు మించి తీసుకెళ్లలేని వ్యాన్ లో అటువంటి పెట్టె లను ఎన్ని లోడ్ చేయవచ్చు?
11. స్కూలు మరియు ఒక విద్యార్థి ఇంటికి మధ్య దూరము 1 కి.మీ. 875 మీటర్లు. ప్రతిరోజూ ఆమె రెండు సార్లు నడుస్తుంది. ఆరు రోజుల్లో ఆమె ప్రయాణించిన మొత్తం దూరాన్ని కనుగొనండి.
12. ఒక పాత్రలో 4 లీటర్ల 500 మి.లీ పెరుగు ఉంది. ఒక్కొక్కటి 25 మి.లీ.సామర్థ్యం కలిగిన ఎన్ని గ్లాసుల్లో దీనిని నింపవచ్చు?

మనం ఏమి చర్చించాము?

1. రెండు సంఖ్యలను ఇచ్చినప్పుడు, ఎక్కువ అంకెలు ఉన్న సంఖ్య పెద్ద సంఖ్య. ఇవ్వబడ్డ రెండు సంఖ్యల్లో అంకెల సంఖ్య ఒకేవిధంగా ఉన్నట్లయితే, ఎడమవైపు చివరన గల పెద్ద అంకె ఉన్న సంఖ్య పెద్దది.ఒకవేళ ఆ అంకె కూడా సమానం ఐతే దాని తరువాత అంకెను చూస్తాము. ఇదే విధంగా కొనసాగుతుంది.
2. ఇవ్వబడిన అంకెల నుండి సంఖ్యలను రూపొందించేటప్పుడు, సంఖ్యలు ఏ నియమానికి లోబడి రూపొందించబడతాయో ఆ నియమాలు తృప్తి పడునట్లుగా జాగ్రత్త వహించాలి. అందువల్ల, ఒకే అంకెను పునరావృతం చేయకుండా 7, 8, 3, 5 నుండి అతిపెద్ద నాలుగు అంకెల సంఖ్యను రూపొందించడానికి, మనం మొత్తం నాలుగు అంకెలను అన్నిటినీ ఉపయోగించాలి, అతిపెద్ద సంఖ్య ఎడమ చివరన 8 మాత్రమే కలిగి ఉంటుంది.
3. అతి చిన్న నాలుగు అంకెల సంఖ్య 1000 (ఒక వేయి). ఇది అతి పెద్ద మూడు అంకెల సంఖ్య999ను అనుసరిస్తుంది. ఆదేవిధంగా అతి చిన్న ఐదు అంకెల సంఖ్య 10,000. ఇది పది వేలు మరియు అతి పెద్ద నాలుగు అంకెల సంఖ్య 9999ను అనుసరిస్తుంది. ఇంకా, అతి చిన్న ఆరు అంకెల సంఖ్య 100,000 ఇది ఒక లక్ష మరియు అతిపెద్ద ఐదు అంకెల సంఖ్య 99999 ను అనుసరిస్తుంది. పెద్ద అంకె సంఖ్యలకు ఇదే తరహాలో కొనసాగుతుంది.
4. పెద్ద సంఖ్యలను చదవడానికి మరియు రాయడానికి కామాల ఉపయోగం సహాయం చేస్తుంది. హిందూ సంఖ్యా మానంలో మనము 3 అంకెలతో ప్రారంభమై తరవాత నుంచి ప్రతీ 2 అంకెలకు కామాలను ఉంచాలి. 3, 5 మరియు 7 అంకెల తరువాత కామాలు వరుసగా వెయ్యి, లక్ష మరియు కోట్లను వేరు చేస్తాయి.

respectively. In the International system of numeration commas are placed after every 3 digits starting from the right. The commas after 3 and 6 digits separate thousand and million respectively.

5. Large numbers are needed in many places in daily life. For example, for giving number of students in a school, number of people in a village or town, money paid or received in large transactions (paying and selling), in measuring large distances say betwen various cities in a country or in the world and so on.

6. Remember kilo shows 1000 times larger, Centi shows 100 times smaller and milli shows 1000 times smaller, thus, 1 kilometre = 1000 metres, 1 metre = 100 centimetres or 1000 millimetres etc.

అంతర్జాతీయ సంఖ్యా మానంలో కుడి నుండి ప్రారంభమయ్యే ప్రతి 3 అంకెల తరువాత కామాలు ఉంచబడతాయి. 3 మరియు 6 అంకెల తరువాత కామాలు వరుసగా వెయ్యి మరియు మిలియన్ లను వేరు చేస్తాయి.

5. రోజువారీ జీవితంలో చాలా చోట్ల పెద్ద సంఖ్యలు అవసరం ఉంది. ఉదాహరణకు, ఒక పాఠశాలలో విద్యార్థుల సంఖ్య, ఒక గ్రామం లేదా పట్టణంలో ప్రజల సంఖ్య, పెద్ద లావాదేవీలలో చెల్లించిన లేదా అందుకున్న డబ్బు (చెల్లింపు మరియు అమ్మకం), ఒక దేశం లేదా ప్రపంచంలోని వివిధ నగరాల మధ్య పెద్ద దూరాన్ని లెక్కించడం మొదలగునవి.

6. కిలో అనగా 1000 రెట్లు పెద్దది, సెం.టీ అనగా 100 రెట్లు చిన్నది మరియు మిల్లీ అనగా 1000 రెట్లు చిన్నది అని గుర్తుంచుకోండి, అందువల్ల, 1 కిలోమీటర్ = 1000 మీటర్లు, 1 మీటర్ = 100 సెంటీమీటర్లు లేదా 1000 మిల్లీమీటర్లు మొదలైనవి.

Whole Numbers

Chapter 2

0650CH02

2.1 Introduction

As we know, we use 1, 2, 3, 4,... when we begin to count. They come naturally when we start counting. Hence, mathematicians call the counting numbers as Natural numbers.

Predecessor and successor

Given any natural number, you can add 1 to that number and get the next number i.e. you get its successor.

The successor of 16 is 16 + 1 = 17, that of 19 is 19 +1 = 20 and so on.

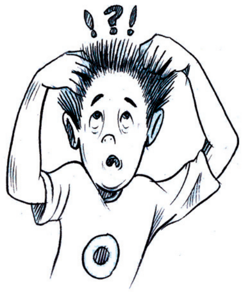
The number 16 comes before 17, we say that the predecessor of 17 is 17–1=16, the predecessor of 20 is 20 – 1 = 19, and so on.

The number 3 has a predecessor and a successor. What about 2? The successor is 3 and the predecessor is 1. Does 1 have both a successor and a predecessor?

Try These

1. Write the predecessor and successor of 19; 1997; 12000; 49; 100000.
2. Is there any natural number that has no predecessor?
3. Is there any natural number which has no successor? Is there a last natural number?

We can count the number of children in our school; we can also count the number of people in a city; we can count the number of people in India. The number of people in the whole world can also be counted. We may not be able to count the number of stars in the sky or the number of hair on our heads but if we are able, there would be a number for them also. We can then add one more to such a number and



పూర్ణాంకాలు

అధ్యాయం 2

W4M9P8

2.1 పరిచయం

మనం ఏదైనా లెక్కించడం కోసం 1, 2, 3, 4.... ఉపయోగిస్తాము, మనం లెక్కించడం ప్రారంభించినప్పుడు అవి సహజంగా వస్తాయి. అందువల్ల గణిత శాస్త్రజ్ఞులు లెక్కింపు సంఖ్యలను సహజ సంఖ్యలు అని పిలుస్తారు.

పూర్వ సంఖ్య మరియు ఉత్తర సంఖ్య:

ఇచ్చిన ఏదైనా సహజ సంఖ్యకు తర్వాతి సంఖ్య రావడానికి మనము ఒకటిని కూడుతాము అనగా ఆ సంఖ్య యొక్క ఉత్తర సంఖ్యను పొందుతాము

16 యొక్క ఉత్తర సంఖ్య 16 + 1= 17, 19 యొక్క ఉత్తర సంఖ్య 19 +1 = 20 ఇలాగే మొదలైనవి రాయవచ్చు.

16 సంఖ్య 17 కంటే ముందు వస్తుంది, కావున 17 యొక్క పూర్వ సంఖ్య 17–1= 16, 20 యొక్క పూర్వ సంఖ్య 20 – 1= 19, ఇలాగే మొదలైనవి రాయవచ్చు.

సంఖ్య 3కు పూర్వ సంఖ్య మరియు ఉత్తర సంఖ్య ఉన్నాయి. 2 గురించి ఏమిటి? 2 కు ఉత్తర సంఖ్య 3 మరియు పూర్వ సంఖ్య 1 ఉన్నాయి. అయితే మరి 1కి ఉత్తర సంఖ్య మరియు పూర్వ సంఖ్య ఉన్నాయా?

> **ప్రయత్నించండి**
>
> 1. క్రింది సంఖ్యలకు పూర్వ సంఖ్య మరియు ఉత్తర సంఖ్యలను రాయుము: 19; 1997; 12000; 49; 100000.
> 2. పూర్వ సంఖ్య లేని ఏదైనా సహజ సంఖ్య ఉందా?
> 3. ఉత్తర సంఖ్యలేని ఏదైనా సహజ సంఖ్య ఉందా?
> 4. సహజ సంఖ్యల్లో చివరి సంఖ్య ఏది?

మన పాఠశాలలో పిల్లల సంఖ్యను మనం లెక్కించవచ్చు. ఒక నగరంలో ఉన్న ప్రజల సంఖ్యను కూడా మనం లెక్కించవచ్చు. భారతదేశంలో ప్రజల సంఖ్యను మనం లెక్కించవచ్చు. మొత్తం ప్రపంచంలో ఉన్న ప్రజల సంఖ్యను కూడా లెక్కించవచ్చు. మనం ఆకాశంలో నక్షత్రాల సంఖ్యను లేదా మన తలపై వెంట్రుకల సంఖ్యను లెక్కించలేకపోవచ్చు, కానీ మనం చేయగలిగితే, వాటికి కూడా ఒక సంఖ్య ఉంటుంది. అప్పుడు మనం అటువంటి సంఖ్యకు మరోసంఖ్యను కలపవచ్చును మరియు

get a larger number. In that case we can even write the number of hair on two heads taken together.

It is now perhaps obvious that there is no largest number. Apart from these questions shared above, there are many others that can come to our mind when we work with natural numbers. You can think of a few such questions and discuss them with your friends. You may not clearly know the answers to many of them !

2.2 Whole Numbers

We have seen that the number 1 has no predecessor in natural numbers. To the collection of natural numbers we add zero as the predecessor for 1.

> The natural numbers along with zero form the collection of whole numbers.

Try These

1. Are all natural numbers also whole numbers?
2. Are all whole numbers also natural numbers?
3. Which is the greatest whole number?

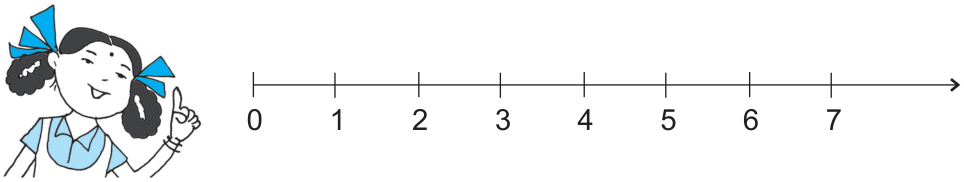
In your previous classes you have learnt to perform all the basic operations like addition, subtraction, multiplication and division on numbers. You also know how to apply them to problems. Let us try them on a number line. Before we proceed, let us find out what a number line is!

2.3 The Number Line

Draw a line. Mark a point on it. Label it 0. Mark a second point to the right of 0. Label it 1.

The distance between these points labelled as 0 and 1 is called unit distance. On this line, mark a point to the right of 1 and at unit distance from 1 and label it 2. In this way go on labelling points at unit distances as 3, 4, 5,... on the line. You can go to any whole number on the right in this manner.

This is a number line for the whole numbers.



What is the distance between the points 2 and 4? Certainly, it is 2 units. Can you tell the distance between the points 2 and 6, between 2 and 7?

On the number line you will see that the number 7 is on the right of 4. This number 7 is greater than 4, i.e. 7 > 4. The number 8 lies on the right of 6

ఇంకా పెద్ద సంఖ్యను పొందవచ్చును. అలాంటప్పుడు మనం రెండు తలలపై వెంట్రుకల సంఖ్యను కూడా రాయవచ్చు.

కావున బహుశా పెద్ద సంఖ్య లేదని దీనివలన స్పష్టమవుతుంది. పైనచెప్పుకున్న ఈ ప్రశ్నలు కాకుండా, మనం సహజ సంఖ్యలతో పనిచేసేటప్పుడు మన మదిలోకి వచ్చే అనేక ప్రశ్నలు కూడా ఉన్నాయి. మీరు అటువంటి కొన్ని ప్రశ్నల గురించి ఆలోచించి వాటిని మీ స్నేహితులతో చర్చించండి. వాటిలో చాలా వాటికి మీకు స్పష్టంగా సమాధానాలు తెలియకపోవచ్చు!

2.2 పూర్ణాంకాలు

సహజ సంఖ్యలలో సంఖ్య 1 కు పూర్వ సంఖ్య లేదని మనకు తెలుసు. సహజ సంఖ్యలకు 1 కు పూర్వ సంఖ్య గా సున్నాను కలపవచ్చు.

> సహజసంఖ్యలు సున్నాతో కలిసి పూర్ణాంకాలను ఏర్పరుస్తాయి.

ప్రయత్నించండి

1. సహజసంఖ్యలన్నీ పూర్ణాంకాలు అవుతాయా?
2. పూర్ణాంకాలన్నీ సహజసంఖ్యలు అవుతాయా?
2. అతి పెద్ద పూర్ణాంకం ఏది?

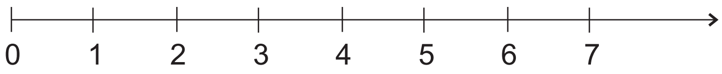
మీ మునుపటి తరగతుల్లో సంఖ్యలను కూడటం, తీసివేయడం, గుణించడం మరియు భాగించడం వంటి అన్ని ప్రాథమిక పరిక్రియలను ఎలా చేయాలో మీరు నేర్చుకున్నారు. సమస్యలకు వాటిని ఎలా వర్తింపజేయాలో కూడా మీకు తెలుసు. వాటిని ఒక సంఖ్యారేఖపై ప్రయత్నిద్దాం. మనం ముందుకు సాగడానికి ముందు, సంఖ్యారేఖ అంటే ఏమిటో తెలుసుకుందాం!

2.3 సంఖ్యా రేఖ

ఒక సరళరేఖను గీయండి. దానిపై ఒక బిందువును గుర్తించండి. దీనిని '0' చే సూచించండి. 0 కు కుడివైపున రెండో బిందువును గుర్తించండి. దానిని 1 అని సూచించండి.

0 మరియు 1 గా గుర్తించబడిన ఈ బిందువుల మధ్య దూరాన్ని ప్రమాణ దూరం అంటారు. ఈ రేఖపై, 1 కి కుడివైపున మరియు 1 నుండి ప్రమాణ దూరంలో ఒక బిందువును గుర్తించండి మరియు దానిని 2 అని సూచించండి. ఈ విధంగా ప్రమాణ దూరాల్లో 3, 4, 5,...సరళ రేఖ పై సూచించండి. మీరు ఈ విధంగా కుడి వైపున ఉన్న ఏ పూర్ణాంకాల వరకు అయినా వెళ్ళవచ్చును.

దీనిని పూర్ణాంకాల సంఖ్యా రేఖ అంటారు.



2 మరియు 4 బిందువుల మధ్య దూరం ఎంత? ఖచ్చితంగా, ఇది 2 యూనిట్లు. 2 మరియు 6 బిందువుల మధ్య దూరాన్ని, 2 మరియు 7 బిందువుల మధ్య దూరాన్ని మీరు చెప్పగలరా?

సంఖ్యా రేఖ మీద 7 అనేది 4 కి కుడివైపున ఉన్నట్లుగా మనకు తెలుస్తోంది. కావున సంఖ్య 7 , సంఖ్య4 కంటే పెద్దది, అనగా $7 > 4$. అలాగే సంఖ్య 8, 6 కి కుడివైపున ఉంటుంది.

and 8 > 6. These observations help us to say that, out of any two whole numbers, the number on the right of the other number is the greater number. We can also say that whole number on left is the smaller number.

For example, 4 < 9; 4 is on the left of 9. Similarly, 12 > 5; 12 is to the right of 5.

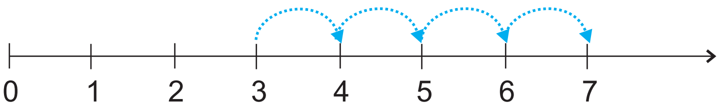
What can you say about 10 and 20?

Mark 30, 12, 18 on the number line. Which number is at the farthest left? Can you say from 1005 and 9756, which number would be on the right relative to the other number.

Place the successor of 12 and the predecessor of 7 on the number line.

Addition on the number line

Addition of whole numbers can be shown on the number line. Let us see the addition of 3 and 4.



Start from 3. Since we add 4 to this number so we make 4 jumps to the right; from 3 to 4, 4 to 5, 5 to 6 and 6 to 7 as shown above. The tip of the last arrow in the fourth jump is at 7.

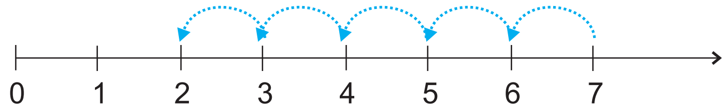
The sum of 3 and 4 is 7, i.e. 3 + 4 = 7.

> **Try These**
>
> Find 4 + 5; 2 + 6; 3 + 5 and 1+6 using the number line.

Subtraction on the number line

The subtraction of two whole numbers can also be shown on the number line.

Let us find 7 – 5.



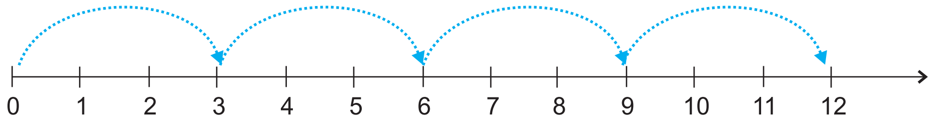
Start from 7. Since 5 is being subtracted, so move towards left with 1 jump of 1 unit. Make 5 such jumps. We reach the point 2. We get 7 – 5 = 2.

> **Try These**
>
> Find 8 – 3; 6 – 2; 9 – 6 using the number line.

Multiplication on the number line

We now see the multiplication of whole numbers on the number line.

Let us find 4 × 3.



మరియు 8 > 6. ఏవైనా రెండు పూర్ణాంకాలలో, ఒక సంఖ్యకు కుడివైపున ఉన్న సంఖ్య పెద్ద సంఖ్య అని చెప్పడానికి ఈ పరిశీలనలు మనకు సహాయపడతాయి. ఎడమవైపున ఉన్న పూర్ణాంకము చిన్న సంఖ్య అని కూడా మనం చెప్పవచ్చు.

ఉదాహరణకు, 4 < 9; అనేది 9 కు ఎడమవైపున ఉంది. అదేవిధంగా, 12 > 5; 12 అనేది 5 కు కుడివైపున వుంది.

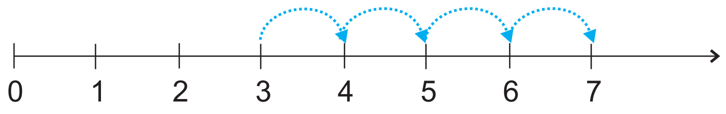
10 మరియు 20 గురించి మీరు ఏమి చెప్పగలరు?

సంఖ్యారేఖపై 30, 12, 18 గుర్తించండి. ఏ పూర్ణాంకం అత్యంత దూరంగా ఎడమవైపున ఉంది? మీరు 1005 మరియు 9756 సంఖ్యలను పోల్చి ఏ సంఖ్య కుడి వైపున ఉంటుందో చెప్పగలరా?

12 యొక్క ఉత్తర సంఖ్య మరియు 7 యొక్క పూర్వసంఖ్యలను సంఖ్యారేఖపై గుర్తించండి

సంఖ్యారేఖపై సంకలనం

పూర్ణాంకాల సంకలనం ను సంఖ్యారేఖపై చూపవచ్చు. 3 మరియు 4 యొక్క కూడికను మనం ఇప్పుడు చూద్దాం.



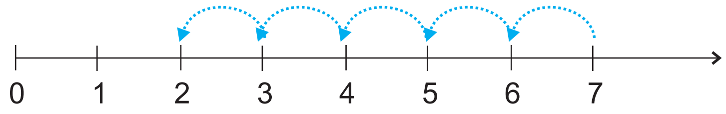
3 నుండి ప్రారంభించండి. ఈ సంఖ్యకు 4 ను కూడాలి కాబట్టి మనము కుడి వైపుకు 4 సార్లు కదలాలి. పైన చూపించిన విధంగా 3 నుండి 4, 4 నుండి 5, 5 నుండి 6 మరియు 6 నుండి 7 వరకు కదలాలి. నాల్గవ కదలికలో లో చివరి బాణం యొక్క మొన 7 వద్ద ఉంటుంది.

3 మరియు 4 యొక్క మొత్తం 7, అనగా 3 + 4 = 7.

> **ప్రయత్నించండి**
>
> సంఖ్యారేఖను ఉపయోగించి కనుగొనండి
> 4 + 5;
> 2 + 6; 3 + 5
> మరియు 1+6

సంఖ్యారేఖపై తీసివేయడం

రెండు పూర్ణాంకాల తీసివేతను కూడా సంఖ్యారేఖపై చూపవచ్చు. ఇప్పుడు మనం 7 – 5 కనుగొందాము.



.

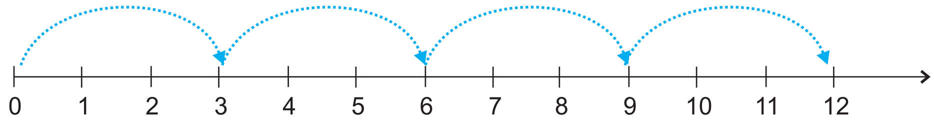
7నుండిప్రారంభించండి. 5 తీసివేయబడుతోంది .కనుక, దానికి ఎడమవైపు ఒక్కో ప్రమాణానికి 1 సారి కదలాలి. ఇలా ఐదు సార్లు కదిలితే 2 ని చేరుకుంటాము. కావున 7 – 5 = 2.

> **ప్రయత్నించండి**
>
> సంఖ్యారేఖను ఉపయోగించి కనుగొనండి
> 8 – 3;
> 6 – 2; 9 – 6

సంఖ్యారేఖపై గుణకారం

ఇప్పుడు మనం సంఖ్యారేఖపైపూర్ణాంకాల గుణకారాన్ని చూద్దాము.

ఇప్పుడు మనం 4 × 3 ని కనుగొందాం.



Start from 0, move 3 units at a time to the right, make such 4 moves. Where do you reach? You will reach 12. So, we say, $3 \times 4 = 12$.

Try These

Find 2×6; 3×3; 4×2 using the number line.

EXERCISE 2.1

1. Write the next three natural numbers after 10999.
2. Write the three whole numbers occurring just before 10001.
3. Which is the smallest whole number?
4. How many whole numbers are there between 32 and 53?
5. Write the successor of :

   (a) 2440701 (b) 100199 (c) 1099999 (d) 2345670
6. Write the predecessor of :

   (a) 94 (b) 10000 (c) 208090 (d) 7654321
7. In each of the following pairs of numbers, state which whole number is on the left of the other number on the number line. Also write them with the appropriate sign (>, <) between them.

   (a) 530, 503 (b) 370, 307 (c) 98765, 56789 (d) 9830415, 10023001
8. Which of the following statements are true (T) and which are false (F) ?

   (a) Zero is the smallest natural number. (b) 400 is the predecessor of 399.

   (c) Zero is the smallest whole number. (d) 600 is the successor of 599.

   (e) All natural numbers are whole numbers.

   (f) All whole numbers are natural numbers.

   (g) The predecessor of a two digit number is never a single digit number.

   (h) 1 is the smallest whole number.

   (i) The natural number 1 has no predecessor.

   (j) The whole number 1 has no predecessor.

   (k) The whole number 13 lies between 11 and 12.

   (l) The whole number 0 has no predecessor.

   (m) The successor of a two digit number is always a two digit number.

What have we discussed?

1. The numbers 1, 2, 3,... which we use for counting are known as natural numbers.
2. If you add 1 to a natural number, we get its successor. If you subtract 1 from a natural number, you get its predecessor.

0 నుంచి ప్రారంభించండి, ఒకేసారి 3 ప్రమాణాలను 4 సార్లు కుడివైపుకు తరలించండి, మీరు ఎక్కడికి చేరుకుంటారు? మీరు 12 కు చేరుకుంటారు.కావున $3 \times 4 = 12$ అని చెప్పగలము.

ప్రయత్నించండి

సంఖ్యారేఖను ఉపయోగించి 2×6; 3×3; 4×2 లను కనుగొనండి

అభ్యాసం 2.1

1. 10999 తరువాత వచ్చు మూడు సహజ సంఖ్యలను రాయండి..
2. 10001కి ముందు వెంటనే వచ్చు మూడు పూర్ణాంకాలను రాయండి.
3. అతిచిన్న పూర్ణాంకం ఏది?
4. 32 మరియు 53 మధ్య పూర్ణాంకాలు ఎన్ని ఉన్నాయి?
5. క్రింది సంఖ్యలకు ఉత్తర సంఖ్యను రాయండి'

   (a) 2440701 (b) 100199 (c) 1099999 (d) 2345670
6. క్రింది సంఖ్యలకు పూర్వ సంఖ్యను రాయండి.

   (a) 94 (b) 10000 (c) 208090 (d) 7654321
7. ఈ క్రింది జతల సంఖ్యలలో ఏ పూర్ణాంకం మరొక పూర్ణాంకానికి సంఖ్యారేఖపై ఎడమ వైపున ఉందో పేర్కొనండి. వాటి మధ్య తగిన గుర్తు (>, <) కూడా రాయండి.

   (a) 530, 503 (b) 370, 307 (c) 98765, 56789 (d) 9830415, 10023001
8. ఈ క్రింది వాక్యాలలో ఏవి సత్యము (T) మరియు ఏవి అసత్యము (F) ?

   (a) సున్నా అనేది అతి చిన్న సహజ సంఖ్య. (b) 400 అనేది 399 కు పూర్వసంఖ్య.

   (c) సున్నా అనేది అతిచిన్న పూర్ణాంకము. (d) 600 అనేది 599 యొక్క ఉత్తర సంఖ్య

   (e) అన్ని సహజ సంఖ్యలు పూర్ణాంకాలు

   (f) పూర్ణాంకాలన్నీ సహజ సంఖ్యలు.

   (g) రెండు అంకెల సంఖ్య యొక్క పూర్వసంఖ్య ఎన్నడూ ఒక అంకె సంఖ్య కాదు.

   (h) 1 అనేది అతిచిన్నపూర్ణాంకము

   (i) సహజ సంఖ్య 1 కు పూర్వసంఖ్య లేరు.

   (j) పూర్ణాంకం 1కు పూర్వసంఖ్య లేదు.

   (k) పూర్ణాంకం 13 అనేది 11 మరియు 12 మధ్య ఉంటుంది.

   (l) పూర్ణాంకం 0 కు పూర్వసంఖ్య లేదు

   (m) రెండు అంకెల సంఖ్య యొక్క ఉత్తర సంఖ్య ఎల్లప్పుడూ రెండు అంకెల సంఖ్య అగును.

మనము ఏమి చర్చించాము?

1. మనం లెక్కించడానికి ఉపయోగించే 1, 2, 3,... అనే సంఖ్యలను సహజ సంఖ్యలు అంటారు.
2. సహజ సంఖ్యకు 1ని కలిపితే, దాని ఉత్తరసంఖ్యను పొందుతాము. అలాగే సహజ సంఖ్య నుండి 1ని తీసివేస్తే, దాని పూర్వ సంఖ్యను పొందుతాము.

3. Every natural number has a successor. Every natural number except 1 has a predecessor.
4. If we add the number zero to the collection of natural numbers, we get the collection of whole numbers. Thus, the numbers 0, 1, 2, 3,... form the collection of whole numbers.
5. Every whole number has a successor. Every whole number except zero has a predecessor.
6. All natural numbers are whole numbers, but all whole numbers are not natural numbers.
7. We take a line, mark a point on it and label it 0. We then mark out points to the right of 0, at equal intervals. Label them as 1, 2, 3,.... Thus, we have a number line with the whole numbers represented on it. We can easily perform the number operations of addition, subtraction and multiplication on the number line.
8. Addition corresponds to moving to the right on the number line, whereas subtraction corresponds to moving to the left. Multiplication corresponds to making jumps of equal distance starting from zero.

3. ప్రతి సహజ సంఖ్యకు ఉత్తరసంఖ్య ఉంటుంది. 1 తప్ప ప్రతి సహజ సంఖ్యకు పూర్వసంఖ్య ఉంటుంది.
4. మనం సహజ సంఖ్యలకు సున్నా సంఖ్యను కలిపితే, మనకు పూర్ణాంకాల సమితి వస్తుంది. అందువలన, సంఖ్యలు 0, 1, 2, 3,... పూర్ణాంకాల సమితిని ఏర్పరుస్తాయి.
5. ప్రతి పూర్ణాంకానికి ఉత్తరసంఖ్య ఉంటుంది. సున్నా తప్ప ప్రతి పూర్ణాంకానికి పూర్వసంఖ్య ఉంటుంది.
6. అన్ని సహజ సంఖ్యలు పూర్ణాంకాలు, కానీ అన్ని పూర్ణాంకాలు సహజ సంఖ్యలు కావు.
7. ఒక సరళ రేఖని గీయండి. దానిపై ఒక బిందువును గుర్తించి దానిని 0 చే సూచించండి. ఆపై 0 యొక్క కుడి వైపున సమాన దూరంలో బిందువులను గుర్తించి. వాటిని 1, 2, 3,... లుగా సూచించండి. ఈ విధంగా, మనకు పూర్ణాంకాల సంఖ్య రేఖ ఏర్పడుతుంది. సంఖ్యా రేఖపై కూడిక, తీసివేత మరియు గుణకార ప్రక్రియలను మనం సులభంగా చేయవచ్చు.
8. సంఖ్యా రేఖపై సంకలనం చేయడానికి కుడివైపుకి కదులుతాం, అయితే వ్యవకలనం చేయడానికి ఎడమవైపుకు కదులుతాం. గుణకారం అనేది సున్నా నుండి సమాన దూరాలలో కుడివైపుకు జరుగుతాం.

Playing with Numbers

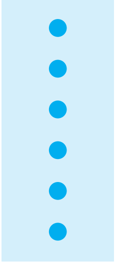
0650CH03

Chapter 3

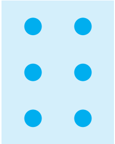
3.1 Introduction

Ramesh has 6 marbles with him. He wants to arrange them in rows in such a way that each row has the same number of marbles. He arranges them in the following ways and matches the total number of marbles.

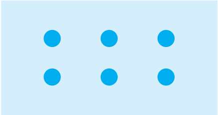
(i) 1 marble in each row
Number of rows = 6
Total number of marbles = 1 × 6 = 6



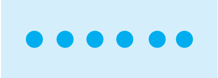
(ii) 2 marbles in each row
Number of rows = 3
Total number of marbles = 2 × 3 = 6



(iii) 3 marbles in each row
Number of rows = 2
Total number of marbles = 3 × 2 = 6



(iv) He could not think of any arrangement in which each row had 4 marbles or 5 marbles. So, the only possible arrangement left was with all the 6 marbles in a row.
Number of rows = 1
Total number of marbles = 6 × 1 = 6



From these calculations Ramesh observes that 6 can be written as a product of two numbers in different ways as

6 = 1 × 6; 6 = 2 × 3; 6 = 3 × 2; 6 = 6 × 1

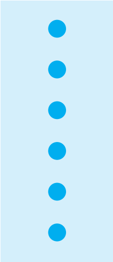
సంఖ్యలతో ఆడుకుందాం

B6E5P1

అధ్యాయం 3

3.1 పరిచయం

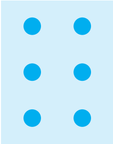
రమేష్ దగ్గర 6 గోళీలు ఉన్నాయి. ప్రతి అడ్డ వరుసలో ఒకే సంఖ్యలో గోళీలు ఉండే విధంగా వాటిని అడ్డ వరుసలలో అమర్చాలనుకుంటున్నాడు. అతను వాటిని క్రింది విధానాల్లో అమర్చాడు మరియు మొత్తం గోళీల సంఖ్యతో సరిపోల్చుతాడు.



(i) ప్రతి అడ్డ వరుసలో 1 గోళీ

అడ్డ వరుసల సంఖ్య $= 6$

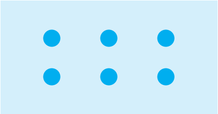
మొత్తం గోళీల సంఖ్య $= 1 \times 6 = 6$



(ii) ప్రతి అడ్డ వరుసలో 2 గోళీలు

అడ్డ వరుసల సంఖ్య $= 3$

మొత్తం గోళీల సంఖ్య $= 2 \times 3 = 6$

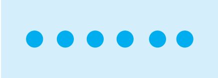


(iii) ప్రతి అడ్డ వరుసలో 3 గోళీలు

అడ్డ వరుసల సంఖ్య $= 2$

మొత్తం గోళీల సంఖ్య $= 3 \times 2 = 6$

(iv) ప్రతి అడ్డ వరుసలో 4 గోళీలు లేదా 5 గోళీలు ఉండే ఏ అమరిక గురించి అతను ఆలోచించలేకపోయాడు. కాబట్టి, ఒకే అడ్డ వరుసలో మొత్తం 6 గోళీలతో మాత్రమే సాధ్యమయ్యే అమరిక మాత్రమే మిగిలి ఉంది.



అడ్డ వరుసల సంఖ్య $= 1$

మొత్తం గోళీల సంఖ్య $= 6 \times 1 = 6$

ఈ గణనల నుండి వివిధ విధానాల్లో రెండు సంఖ్యలు లబ్ధంగా 6 ను వ్రాయవచ్చని రమేష్ గమనించాడు.

$6 = 1 \times 6;\quad 6 = 2 \times 3;\quad 6 = 3 \times 2;\quad 6 = 6 \times 1$

From 6 = 2 × 3 it can be said that 2 and 3 exactly divide 6. So, 2 and 3 are exact divisors of 6. From the other product 6 = 1 × 6, the exact divisors of 6 are found to be 1 and 6.

Thus, 1, 2, 3 and 6 are exact divisors of 6. They are called the **factors** of 6. Try arranging 18 marbles in rows and find the factors of 18.

3.2 Factors and Multiples

Mary wants to find those numbers which exactly divide 4. She divides 4 by numbers less than 4 this way.

1) 4 (4 – 4 0	2) 4 (2 – 4 0	3) 4 (1 – 3 1	4) 4 (1 – 4 0
Quotient is 4 Remainder is 0 4 = 1 × 4	Quotient is 2 Remainder is 0 4 = 2 × 2	Quotient is 1 Remainder is 1	Quotient is 1 Remainder is 0 4 = 4 × 1

She finds that the number 4 can be written as: 4 = 1 × 4; 4 = 2 × 2; 4 = 4 × 1 and knows that the numbers 1, 2 and 4 are exact divisors of 4.

These numbers are called factors of 4.

A factor of a number is an exact divisor of that number.

Observe each of the factors of 4 is less than or equal to 4.

Game-1 : This is a game to be played by two persons say A and B. It is about spotting factors.

It requires 50 pieces of cards numbered 1 to 50.

Arrange the cards on the table like this.

1	2	3	4	5	6	7	
8	9	10	11	12	13	14	
15	16	17	18	19	20	21	
22	23	24	25	26	27	28	
29	30	31	32	33	34	35	
36	37	38	39	40	41	42	
43	44	45	46	47	48	49	50

$6 = 2 \times 3$ నుండి 2 మరియు 3 లు ఖచ్చితంగా 6 ని విభజిస్తాయని చెప్పవచ్చు. కాబట్టి, 6 యొక్క ఖచ్చితమైన భాజకాలు 2 మరియు 3. మరొక లబ్ధం $6 = 1 \times 6$, నుండి, 1 మరియు 6 లు 6 యొక్క ఖచ్చితమైన భాజకాలు గా కనుగొంటాము.

కాబట్టి, 1, 2, 3 మరియు 6 లు 6 యొక్క ఖచ్చితమైన భాజకాలు. వీటిని 6 యొక్క కారణాంకాలు అంటారు.

18 గోళీలను అడ్డు వరుసలలో అమర్చడానికి ప్రయత్నించండి మరియు 18 కారణాంకాలను కనుగొనండి.

3.2 కారణాంకాలు మరియు గుణిజాలు

మేరీ ఖచ్చితంగా 4ని విభజించే సంఖ్యలను కనుగొనాలనుకుంటోంది. ఈ కింది విధంగా 4 కంటే తక్కువ సంఖ్యలతో 4 ను భాగిస్తుంది.

1) 4 (4	2) 4 (2	3) 4 (1	4) 4 (1
−4	−4	−3	−4
0	0	1	0
భాగఫలం 4	భాగఫలం 2	భాగఫలం 1	భాగఫలం 1
శేషం 0	శేషం 0	శేషం 1	శేషం 0
$4 = 1 \times 4$	$4 = 2 \times 2$		$4 = 4 \times 1$

ఆమె సంఖ్య 4ని ఇలా వ్రాయవచ్చని కనుగొనింది: $4 = 1 \times 4$; $4 = 2 \times 2$; $4 = 4 \times 1$ మరియు 1, 2 మరియు 4 సంఖ్యలు 4 యొక్క ఖచ్చితమైన భాజకాలు అని తెలుసుకున్నది. ఈ సంఖ్యలను 4 యొక్క కారణాంకాలు అని అంటారు.

ఒక సంఖ్య యొక్క కారణాంకం ఆ సంఖ్య యొక్క ఖచ్చితమైన భాజకం.

4 యొక్క ప్రతి కారణాంకం 4 కంటే తక్కువ లేదా సమానంగా ఉందని గమనించండి.

ఆట-1: ఈ ఆట ను ఇద్దరువ్యక్తులు ఆడవలెను, వారిని A మరియు B అనుకొనుము. ఇది కారణాంకాలు గుర్తించడానికి సంబందించినది.

దీనికి 1 నుండి 50 వరకు సంఖ్యలు గల 50 కార్డ్ ముక్కలు అవసరం.

టేబుల్ పైన కార్డ్ లను కింద చూపిన విధంగా అమర్చండి.

1	2	3	4	5	6	7	
8	9	10	11	12	13	14	
15	16	17	18	19	20	21	
22	23	24	25	26	27	28	
29	30	31	32	33	34	35	
36	37	38	39	40	41	42	
43	44	45	46	47	48	49	50

Steps

(a) Decide who plays first, A or B.

(b) Let A play first. He picks up a card from the table, and keeps it with him. Suppose the card has number 28 on it.

(c) Player B then picks up all those cards having numbers which are factors of the number on A's card (i.e. 28), and puts them in a pile near him.

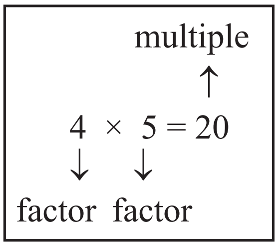
(d) Player B then picks up a card from the table and keeps it with him. From the cards that are left, A picks up all those cards whose numbers are factors of the number on B's card. A puts them on the previous card that he collected.

(e) The game continues like this until all the cards are used up.

(f) A will add up the numbers on the cards that he has collected. B too will do the same with his cards. The player with greater sum will be the winner.

The game can be made more interesting by increasing the number of cards. Play this game with your friend. Can you find some way to win the game?

When we write a number 20 as $20 = 4 \times 5$, we say 4 and 5 are factors of 20. We also say that 20 is a multiple of 4 and 5.



The representation $24 = 2 \times 12$ shows that 2 and 12 are factors of 24, whereas 24 is a multiple of 2 and 12.

We can say that a number is a multiple of each of its factors

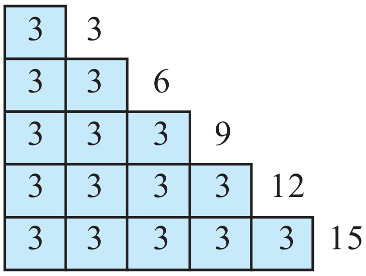
Let us now see some interesting facts about factors and multiples.

Try These

Find the possible factors of 45, 30 and 36.

(a) Collect a number of wooden/paper strips of length 3 units each.

(b) Join them end to end as shown in the following figure.



The length of the strip at the top is $3 = 1 \times 3$ units.

The length of the strip below it is $3 + 3 = 6$ units. Also, $6 = 2 \times 3$. The length of the next strip is $3 + 3 + 3 = 9$ units, and $9 = 3 \times 3$. Continuing this way we can express the other lengths as,

$12 = 4 \times 3$; $\quad 15 = 5 \times 3$

We say that the numbers 3, 6, 9, 12, 15 are multiples of 3.

The list of multiples of 3 can be continued as 18, 21, 24, ...

Each of these multiples is greater than or equal to 3.

The multiples of the number 4 are 4, 8, 12, 16, 20, 24, ...

The list is endless. Each of these numbers is greater than or equal to 4.

సోపానాలు

(a) A లేదా B లలో మొదట ఎవరు ఆడాలో నిర్ణయించండి.

(b) ముందుగా A ను ఆడనివ్వండి. అతను టేబుల్ నుండి ఒక కార్డును ఎంచుకొని, దానిని తన వద్ద ఉంచుకుంటాడు. కార్డుపై సంఖ్య 28 ఉందని అనుకుందాం.

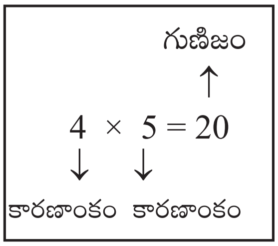
(c) అప్పుడు B ఆటగాడు, A యొక్క కార్డ్ లోని సంఖ్యకు(అంటే 28) కారణాంకాలు అయిన సంఖ్యలను కలిగి ఉన్న అన్ని కార్డులను ఎంచుకుంటాడు, మరియు వాటిని తన దగ్గర ఉన్న కుప్పలో ఉంచుతాడు.

(d) B ఆటగాడు అప్పుడు టేబుల్ నుండి ఒక కార్డ్ ని తీసుకొని తన వద్ద ఉంచుకుంటాడు. మిగిలి ఉన్న కార్డుల నుండి B యొక్క కార్డ్ లోని సంఖ్యకు కారణాంకాలు అయిన సంఖ్యలను కలిగి ఉన్న అన్ని కార్డులను A ఆటగాడు తీసుకుంటాడు. A తను సేకరించిన మునుపటి కార్డ్ లలో వాటిని ఉంచుతాడు.

(e) అన్ని కార్డ్ లు అయిపోయే వరకు ఆట ఇలాగే కొనసాగుతుంది.

(f) A, అతను సేకరించిన కార్డులపై సంఖ్యలను సంకలనం చేస్తాడు. B కూడా తన కార్డులతో అదే చేస్తాడు.ఎక్కువ మొత్తం ఉన్న ఆటగాడు విజేత అవుతాడు. కార్డుల సంఖ్యను పెంచడం ద్వారా ఆటను మరింత ఆసక్తికరంగా మార్చవచ్చు. మీ స్నేహితుడితో ఈ ఆటను ఆడండి. మీరు ఆటను గెలవడానికి ఏదైనా మార్గాన్ని కనుగొనగలరా?

మనం 20 సంఖ్యను $20 = 4 \times 5$ అని వ్రాసినప్పుడు, 4 మరియు 5 లను 20 యొక్క కారణాంకాలు అని అంటాము. 20 అనేది 4 మరియు 5 ల యొక్క గుణిజం అని కూడా అంటాము.



$24 = 2 \times 12$ గా రాయడం వలన 2 మరియు 12 లు 24 యొక్క కారణాంకాలు అని తెలుస్తుంది, అయితే 24 అనేది 2 మరియు 12 ల యొక్క గుణిజం.

ఒక సంఖ్య దాని కారణాంకాలకు గుణిజం అని మనం చెప్పవచ్చు.

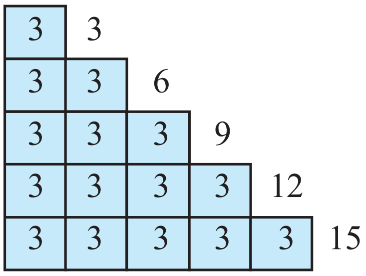
కారణాంకాలు మరియు గుణిజాల గురించి కొన్ని ఆసక్తికరమైన విషయాలను ఇప్పుడు చూద్దాం.

ప్రయత్నించండి

45, 30 మరియు 36 యొక్క సాధ్యమయ్యే అన్ని కారణాంకాలు కనుగొనండి.

(a) 3 యూనిట్ల పొడవున్న కొన్ని చెక్క / కాగితపు పట్టీలను సేకరించండి.

(b) ఇవ్వబడిన పటం లో మాదిరిగా చివర నుండి చివరకు కలపండి.



పైనున్నపట్టీ పొడవు $3 = 1 \times 3$ యూనిట్లు.

కింద ఉన్నపట్టీ పొడవు $3 + 3 = 6$ యూనిట్లు.

అలాగే, $6 = 2 \times 3$. తదుపరి పట్టీ యొక్క పొడవు $3 + 3 + 3 = 9$ యూనిట్లు, మరియు $9 = 3 \times 3$. ఈ విధంగా కొనసాగిస్తూ మిగిలిన పొడవులను వ్యక్తపరచవచ్చు,

$12 = 4 \times 3$; $15 = 5 \times 3$

3, 6, 9, 12, 15 సంఖ్యలు 3 యొక్క గుణిజాలు అని మనము చెప్పవచ్చు.

3 యొక్క గుణకాల జాబితాను 18, 21, 24...గా కొనసాగించవచ్చు.

ఈ గుణకాలు ప్రతి ఒక్కటి 3 కంటే ఎక్కువ లేదా సమానంగా ఉంటాయి.

సంఖ్య 4 యొక్క గుణిజాలు 4, 8, 12, 16, 20, 24.... ఈ జాబితా కొనసాగుతూ అంతం లేకుండా ఉంటుంది.

ఈ సంఖ్యలు ప్రతి ఒక్కటి 4 కంటే ఎక్కువ లేదా సమానంగా ఉంటాయి.

Let us see what we conclude about factors and multiples:

1. Is there any number which occurs as a factor of every number ? Yes. It is 1. For example 6 = 1 × 6, 18 = 1 × 18 and so on. Check it for a few more numbers.

   We say **1 is a factor of every number.**

2. Can 7 be a factor of itself ? Yes. You can write 7 as 7 = 7 × 1. What about 10? and 15?.

   You will find that every number can be expressed in this way.

   We say that **every number is a factor of itself.**

3. What are the factors of 16? They are 1, 2, 4, 8, 16. Out of these factors do you find any factor which does not divide 16? Try it for 20; 36.

   You will find that **every factor of a number is an exact divisor of that number.**

4. What are the factors of 34? They are 1, 2, 17 and 34 itself. Out of these which is the greatest factor? It is 34 itself.

   The other factors 1, 2 and 17 are less than 34. Try to check this for 64, 81 and 56.

   We say that **every factor is less than or equal to the given number.**

5. The number 76 has 5 factors. How many factors does 136 or 96 have? You will find that you are able to count the number of factors of each of these.

   Even if the numbers are as large as 10576, 25642 etc. or larger, you can still count the number of factors of such numbers, (though you may find it difficult to factorise such numbers).

   We say that **number of factors of a given number are finite.**

6. What are the multiples of 7? Obviously, 7, 14, 21, 28,... You will find that each of these multiples is greater than or equal to 7. Will it happen with each number? Check this for the multiples of 6, 9 and 10.

   We find that **every multiple of a number is greater than or equal to that number.**

7. Write the multiples of 5. They are 5, 10, 15, 20, ... Do you think this list will end anywhere? No! The list is endless. Try it with multiples of 6,7 etc.

   We find that **the number of multiples of a given number is infinite.**

8. Can 7 be a multiple of itself ? Yes, because 7 = 7×1. Will it be true for other numbers also? Try it with 3, 12 and 16.

   You will find that **every number is a multiple of itself.**

కారణాంకాలు మరియు గుణిజాల గురించి మనం ఏమి నిర్ధారించామో చూద్దాం:

1. ప్రతి సంఖ్యకు కారణాంకంగా ఉండే సంఖ్య ఏదైనా ఉందా? అవును. అది 1. ఉదాహరణకు $6 = 1 \times 6$, $18 = 1 \times 18$ మరియు మొదలైనవి. మరికొన్నింటిని సరిచూడండి.
   ప్రతి సంఖ్యకు 1 కారణాంకం అని మనం చెప్పవచ్చు.
2. 7 దానికదే కారణాంకం కాగలదా? అవును. మీరు 7ని $7 = 7 \times 1$గా వ్రాయవచ్చు. 10 మరియు 15 ల గురించి ఏమి చెప్పగలము?
   ప్రతి సంఖ్యను ఇదే విధంగా రాయగలమని మనం తెలుసుకుంటాం.
   ప్రతి సంఖ్య దానికదే కారణాంకం అని మనం చెప్పవచ్చు.
3. 16 యొక్క కారణాంకాలు ఏమిటి? అవి 1, 2, 4, 8, 16. ఈ కారణాంకాలలో 16ని విభజించని ఏదైనా కారణాంకాన్ని మీరు కనుగొన్నారా? ఇదే విధంగా 20; 36 కోసం ప్రయత్నించండి.
   ఒక సంఖ్య యొక్క ప్రతి కారణాంకం ఆ సంఖ్య యొక్క ఖచ్చితమైన భాజకం అని మీరు కనుగొంటారు.
4. 34 యొక్క కారణాంకాలు ఏమిటి? అవి 1, 2, 17 మరియు 34. వీటిలో ఏది పెద్ద కారణాంకం? ఇది అదే సంఖ్య 34.
   ఇతర కారణాంకాలు 1, 2 మరియు 17 లు 34 కంటే తక్కువగా ఉన్నాయి. దీని కోసం 64, 81 మరియు 56 లను సరిచూడడానికి ప్రయత్నించండి.
   ప్రతి కారణాంకం ఇచ్చిన సంఖ్య కంటే తక్కువగా లేదా సమానంగా ఉంటుంది అని మనము చెప్పవచ్చు.
5. 76 సంఖ్యకు 5 కారణాంకాలు ఉన్నాయి. 136 లేదా 96కి ఎన్ని కారణాంకాలు ఉన్నాయి? మీరు వీటిలో ప్రతి సంఖ్య యొక్క కారణాంకాల సంఖ్యను లెక్కించగలరని మీరు తెలుసుకుంటారు.
   10576, 25642 వంటి పెద్ద సంఖ్యలకు కూడా మనం కారణాంకాల సంఖ్యను లెక్కించవచ్చు. (అటువంటి సంఖ్యలకు కారణాంకాలు కనుగొనడం మీకు కష్టంగా అనిపించవచ్చు).
   ఇచ్చిన సంఖ్య యొక్క కారణాంకాల సంఖ్య పరిమితం అని మనము చెప్పవచ్చు.
6. 7 యొక్క గుణిజాలు ఏమిటి? సహజంగానే, 7, 14, 21. 28.... మీరు దానిని కనుగొంటారు ఈ గుణిజాలలో ప్రతి ఒక్కటి 7 కంటే ఎక్కువ లేదా సమానం అని మీరు తెలుసుకుంటారు. ఇలా ప్రతి సంఖ్యకు జరుగుతుందా? 6, 9 మరియు 10 యొక్క గుణకాల కోసం దీన్ని సరిచూడండి.
   ఒక సంఖ్య యొక్క ప్రతి గుణకం దాని కంటే ఎక్కువ లేదా సమానంగా ఉంటుంది అని మనము కనుగొంటాము.
7. 5 యొక్క గుణిజాలను వ్రాయండి. అవి 5, 10, 15, 20,...... ఈ జాబితా ఎక్కడైనా ముగుస్తుందని మీరు అనుకుంటున్నారా? లేదు! జాబితాకు అంతం లేదు. 6,7 మొదలైన వాటి గుణిజాలతో దీన్ని ప్రయత్నించండి.
   ఇచ్చిన సంఖ్య యొక్క గుణిజాల సంఖ్య అనంతం అని మనము కనుగొన్నాము.
8. 7 దానికదే గుణిజం కాగలదా? అవును, ఎందుకంటే $7 = 7 \times 1$. ఇతర సంఖ్యలకు కూడా ఇది నిజమవుతుందా? దీన్ని 3, 12 మరియు 16 తో ప్రయత్నించండి.
   ప్రతి సంఖ్య దానికదే గుణిజం అని మీరు కనుగొంటారు.

The factors of 6 are 1, 2, 3 and 6. Also, 1+2+3+6 = 12 = 2 × 6. We find that the sum of the factors of 6 is twice the number 6. All the factors of 28 are 1, 2, 4, 7, 14 and 28. Adding these we have, 1 + 2 + 4 + 7 + 14 + 28 = 56 = 2 × 28.

The sum of the factors of 28 is equal to twice the number 28.

A number for which sum of all its factors is equal to twice the number is called a perfect number. The numbers 6 and 28 are perfect numbers.

Is 10 a perfect number?

Example 1 : Write all the factors of 68.

Solution : We note that

68 = 1 × 68　　　68 = 2 × 34
68 = 4 × 17　　　68 = 17 × 4

Stop here, because 4 and 17 have occurred earlier.

Thus, all the factors of 68 are 1, 2, 4, 17, 34 and 68.

Example 2 : Find the factors of 36.

Solution : 36 = 1 × 36　　36 = 2 × 18　　36 = 3 × 12
36 = 4 × 9　　36 = 6 × 6

Stop here, because both the factors (6) are same. Thus, the factors are 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18 and 36.

Example 3 : Write first five multiples of 6.

Solution : The required multiples are: 6×1= 6, 6×2 = 12, 6×3 = 18, 6×4 = 24, 6×5 = 30 i.e. 6, 12, 18, 24 and 30.

EXERCISE 3.1

1. Write all the factors of the following numbers :

(a) 24　(b) 15　(c) 21
(d) 27　(e) 12　(f) 20
(g) 18　(h) 23　(i) 36

2. Write first five multiples of :

(a) 5　(b) 8　(c) 9

3. Match the items in column 1 with the items in column 2.

Column 1	Column 2
(i) 35	(a) Multiple of 8
(ii) 15	(b) Multiple of 7
(iii) 16	(c) Multiple of 70
(iv) 20	(d) Factor of 30

6 యొక్క కారణాంకాలు 1, 2, 3 మరియు 6. అలాగే, $1+2+3+6 = 12 = 2 \times 6$. 6 యొక్క కారణాంకాల మొత్తం సంఖ్య 6 కు రెండు రెట్లు అని మనము కనుగొన్నాము. 28 యొక్క అన్ని కారణాంకాలు 1. 2. 4.7, 14 మరియు 28. వీటిని కలిపితే $1 + 2 + 4 + 7 + 14 + 28 = 56 = 2 \times 28$.

28 యొక్క కారణాంకాల మొత్తం, 28 రెండు రెట్లకి సమానం.

ఒక సంఖ్య దాని అన్ని కారణాంకాల మొత్తం సంఖ్య రెండు రెట్లకు సమానమైన ఆ సంఖ్యను పరిపూర్ణ సంఖ్య అంటారు. 6 మరియు 28 సంఖ్యలు పరిపూర్ణ సంఖ్యలు.

10 పరిపూర్ణ సంఖ్య అవుతుందా ?

ఉదాహరణ 1: 68 యొక్క అన్ని కారణాంకాలను వ్రాయండి.

సాధన : మనం గమనించేగా

$68 = 1 \times 68$ $\quad$ $68 = 2 \times 34$

$68 = 4 \times 17$ $\quad$ $68 = 17 \times 4$

ఇక్కడతో ఆపాలి, ఎందుకంటే 4 మరియు 17 ఇది వరకే వచ్చాయి.

ఈ విధంగా, 68 యొక్క అన్ని కారణాంకాలు 1, 2, 4, 17, 34 మరియు 68.

ఉదాహరణ 2: 36 యొక్క కారణాంకాలను కనుగొనండి.

సాధన : $36 = 1 \times 36$ $\quad$ $36 = 2 \times 18$ $\quad$ $36 = 3 \times 12$

$36 = 4 \times 9$ $\quad$ $36 = 6 \times 6$

ఇక్కడతో ఆపాలి, ఎందుకంటే రెండు కారణాంకాలు (6) ఒకే విధంగా ఉంటాయి. అందువలన, కారణాంకాలు 1,2, 3.4.6,9.12, 18 మరియు 36.

ఉదాహరణ 3: 6 యొక్క మొదటి 5 గుణిజాలను వ్రాయండి.

సాధన : కావలసిన గుణిజాలు: $6\times1= 6$, $6\times2 = 12$, $6\times3 = 18$, $6\times4 = 24$, $6\times5 = 30$ అనగా 6,12,18,24 మరియు 30.

అభ్యాసం 3.1

1. కింద ఇవ్వబడిన సంఖ్యల యొక్క అన్ని కారణాంకాలను వ్రాయండి:

   (a) 24 $\quad$ (b)15 $\quad$ (c) 21

   (d)27 $\quad$ (e)12 $\quad$ (f) 20

   (g)18 $\quad$ (h)23 $\quad$ (i) 36

2. కింది వాటికి 5 గుణిజాలను వ్రాయండి:

   (a) 5 $\quad$ (b) 8 $\quad$ (c) 9

3. 1 వ నిలువ వరుసలోని అంశాలను 2 వ నిలువ వరుస లోని అంశాలతో జతపరచండి.

1 వ వరుస	**2 వ వరుస**
(i) 35	(a) 8 యొక్క గుణిజం
(ii) 15	(b) 7 యొక్క గుణిజం
(iii) 16	(c) 70 యొక్క గుణిజం
(iv) 20	(d) 30 యొక్క కారణాంకం

(v) 25 (e) Factor of 50

(f) Factor of 20

4. Find all the multiples of 9 upto 100.

3.3 Prime and Composite Numbers

We are now familiar with the factors of a number. Observe the number of factors of a few numbers arranged in this table.

Numbers	Factors	Number of Factors
1	1	1
2	1, 2	2
3	1, 3	2
4	1, 2, 4	3
5	1, 5	2
6	1, 2, 3, 6	4
7	1, 7	2
8	1, 2, 4, 8	4
9	1, 3, 9	3
10	1, 2, 5, 10	4
11	1, 11	2
12	1, 2, 3, 4, 6, 12	6

We find that (a) The number 1 has only one factor (i.e. itself).

(b) There are numbers, having exactly two factors 1 and the number itself. Such number are 2, 3, 5, 7, 11 etc. These numbers are prime numbers.

The numbers other than 1 whose only factors are 1 and the number itself are called Prime numbers.

Try to find some more prime numbers other than these.

(c) There are numbers having more than two factors like 4, 6, 8, 9, 10 and so on. These numbers are composite numbers.

1 is neither a prime nor a composite number.

Numbers having more than two factors are called Composite numbers.

Is 15 a composite number? Why? What about 18? 25?

Without actually checking the factors of a number, we can find prime numbers from 1 to 100 with an easier method. This method was given by a

(v) 25 (e) 50 యొక్క కారణాంకం

(f) 20 యొక్క కారణాంకం

4. 100లోపు 9 యొక్క గుణిజాలను కనుక్కోండి.

3.3 ప్రధాన మరియు సంయుక్త సంఖ్యలు

ఇప్పుడు మనకు ఒక సంఖ్య యొక్క కారణాంకాల గురించి బాగా తెలుసు. ఈ పట్టిక లో అమర్చబడిన కొన్ని సంఖ్యల కారణాంకాల సంఖ్యను గమనించండి.

సంఖ్యలు	కారణాంకాలు	కారణాంకాల సంఖ్య
1	1	1
2	1, 2	2
3	1, 3	2
4	1, 2, 4	3
5	1, 5	2
6	1, 2, 3, 6	4
7	1, 7	2
8	1, 2, 4, 8	4
9	1, 3, 9	3
10	1, 2, 5, 10	4
11	1, 11	2
12	1, 2, 3, 4, 6, 12	6

మనం కనుగొనేవి (a) సంఖ్య 1 కేవలం ఒకే ఒక కారణాంకం కలిగి ఉంది (అంటే అదే సంఖ్య).

(b) ఖచ్చితంగా రెండు కారణాంకాలు 1 మరియు అదే సంఖ్యను కలిగి ఉండే సంఖ్యలు ఉన్నాయి.

అటువంటి సంఖ్యలు 2, 3, 5, 7, 11 మొదలైనవి. ఈ సంఖ్యలు ప్రధాన సంఖ్యలు.

1 కాకుండా ఇతర సంఖ్యలలో 1 మరియు అదే సంఖ్య మాత్రమే కారణాంకాలు కలిగిన సంఖ్యలను ప్రధాన సంఖ్యలు అంటారు.

ఇవి కాకుండా మరికొన్ని ప్రధాన సంఖ్యలను కనుగొనడానికి ప్రయత్నించండి.

(c) 4, 6, 8, 9, 10 మొదలైన సంఖ్యలకు రెండు కంటే ఎక్కువ కారణాంకాలు ఉన్నాయి.

ఈ సంఖ్యలు సంయుక్త సంఖ్యలు.

> 1 ప్రధాన సంఖ్య కాదు మరియు సంయుక్త సంఖ్య కాదు.

రెండు కంటే ఎక్కువ కారణాంకాలు ఉన్న సంఖ్యలను సంయుక్త సంఖ్యలు అని అంటారు.

15 సంయుక్త సంఖ్య యేనా? ఎందుకు? మరి 18? 25?

వాస్తవానికి, సంఖ్య యొక్క కారణాంకాలను సరి చూడకుండానే, మనము 1 నుండి 100 వరకు ప్రధాన సంఖ్యలను సులభమైన పద్ధతితో కనుగొనవచ్చు.

Greek Mathematician **Eratosthenes,** in the third century B.C. Let us see the method. List all numbers from 1 to 100, as shown below.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Step 1 : Cross out 1 because it is not a prime number.

Step 2 : Encircle 2, cross out all the multiples of 2, other than 2 itself, i.e. 4, 6, 8 and so on.

Step 3 : You will find that the next uncrossed number is 3. Encircle 3 and cross out all the multiples of 3, other than 3 itself.

Step 4 : The next uncrossed number is 5. Encircle 5 and cross out all the multiples of 5 other than 5 itself.

Step 5 : Continue this process till all the numbers in the list are either encircled or crossed out.

All the encircled numbers are prime numbers. All the crossed out numbers, other than 1 are composite numbers.

This method is called the **Sieve of Eratosthenes**.

Try These

Observe that $2 \times 3 + 1 = 7$ is a prime number. Here, 1 has been added to a multiple of 2 to get a prime number. Can you find some more numbers of this type?

Example 4 : Write all the prime numbers less than 15.

Solution : By observing the Sieve Method, we can easily write the required prime numbers as 2, 3, 5, 7, 11 and 13.

even and odd numbers

Do you observe any pattern in the numbers 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, ...? You will find that each of them is a multiple of 2.

These are called *even numbers*. The rest of the numbers 1, 3, 5, 7, 9, 11,... are called *odd numbers*.

ఈ పద్ధతిని గ్రీకు గణిత శాస్త్రజ్ఞుడు ఎరటోస్తనీస్ క్రీస్తుపూర్వం మూడవ శతాబ్దంలో అందించాడు. ఈ పద్ధతి చూద్దాం. దిగువ చూపిన విధంగా 1 నుండి 100 వరకు అన్ని సంఖ్యలను జాబితా చేయండి.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

సోపానం 1: ప్రధాన సంఖ్య కానందున 1 ని కొట్టివేయండి.

సోపానం 2: 2 చుట్టూ వృత్తం చుట్టండి , 2 కాకుండా 2 యొక్క అన్ని గుణిజాలను కొట్టివేయండి, అనగా 4,6,8 మొదలైనవి.

సోపానం 3: తదుపరి కొట్టివేయని సంఖ్య 3 అని కనుగొంటారు. 3 చుట్టూ వృత్తం చుట్టండి మరియు 3 కాకుండా 3 యొక్క అన్ని గుణిజాలను కొట్టివేయండి .

సోపానం 4: తదుపరి కొట్టివేయని సంఖ్య 5 చుట్టూ వృత్తం చుట్టండి మరియు 5 కాకుండా 5 యొక్క అన్ని గుణిజాలను కొట్టివేయండి .

సోపానం 5: జాబితాలోని సంఖ్యలు అన్నీ వృత్తం చుట్టబడి లేదా కొట్టివేయబడి ఉండే వరకు ఈ ప్రక్రియను కొనసాగించండి

వృత్తం చుట్టబడి ఉన్న సంఖ్యలు అన్నీ ప్రధాన సంఖ్యలు. 1 కాకుండా కొట్టివేయబడిన సంఖ్యలన్నీ సంయుక్త సంఖ్యలు.

> **ప్రయత్నించండి**
>
> $2 \times 3 + 1 = 7$ ప్రధాన సంఖ్య అని గమనించండి. ప్రధాన సంఖ్యను పొందటానికి ఇక్కడ 2 యొక్క గుణిజానికి 1 ని కలిపాము. ఈ రకమైన మరికొన్ని సంఖ్యలను మీరు కనుక్కోగలరా?

ఈ పద్ధతిని ఎరటోస్తనీస్ జల్లెడ అని అంటారు.

ఉదాహరణ 4: 15 కంటే తక్కువగా ఉన్న అన్ని ప్రధాన సంఖ్యలను వ్రాయండి.

సాధన : జల్లెడ పద్ధతిని గమనించిన తరువాత మనం కావలసిన ప్రధాన సంఖ్యలు 2,3,5,7,11మరియు 13 ను సులభంగా వ్రాయవచ్చు.

సరి మరియు బేసి సంఖ్యలు

మీరు 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14.... సంఖ్యలలో ఏదైనా అమరికను గమనించారా? వాటిలో ప్రతి ఒక్కటి 2 యొక్క గుణిజం అని మీరు కనుగొంటారు.

వీటిని సరి సంఖ్యలు అంటారు. మిగిలిన 1, 3, 5, 7, 9, 11.... సంఖ్యలను బేసి సంఖ్యలు అంటారు.

You can verify that a two digit number or a three digit number is even or not. How will you know whether a number like 756482 is even? By dividing it by 2. Will it not be tedious?

We say that a number with 0, 2, 4, 6, 8 at the ones place is an *even number.* So, 350, 4862, 59246 are even numbers. The numbers 457, 2359, 8231 are all odd. Let us try to find some interesting facts:

(a) Which is the smallest even number? It is 2. Which is the smallest prime number? It is again 2.

Thus, **2 is the smallest prime number which is even.**

(b) The other prime numbers are 3, 5, 7, 11, 13, ... Do you find any even number in this list? Of course not, they are all odd.
Thus, we can say that **every prime number except 2 is odd.**

EXERCISE 3.2

1. What is the sum of any two (a) Odd numbers? (b) Even numbers?
2. State whether the following statements are True or False:
   (a) The sum of three odd numbers is even.
   (b) The sum of two odd numbers and one even number is even.
   (c) The product of three odd numbers is odd.
   (d) If an even number is divided by 2, the quotient is always odd.
   (e) All prime numbers are odd.
   (f) Prime numbers do not have any factors.
   (g) Sum of two prime numbers is always even.
   (h) 2 is the only even prime number.
   (i) All even numbers are composite numbers.
   (j) The product of two even numbers is always even.
3. The numbers 13 and 31 are prime numbers. Both these numbers have same digits 1 and 3. Find such pairs of prime numbers upto 100.
4. Write down separately the prime and composite numbers less than 20.
5. What is the greatest prime number between 1 and 10?
6. Express the following as the sum of two odd primes.
   (a) 44 (b) 36 (c) 24 (d) 18
7. Give three pairs of prime numbers whose difference is 2.
   [Remark : Two prime numbers whose difference is 2 are called twin primes].
8. Which of the following numbers are prime?
   (a) 23 (b) 51 (c) 37 (d) 26
9. Write seven consecutive composite numbers less than 100 so that there is no prime number between them.

మీరు రెండు అంకెల సంఖ్యను లేదా మూడు అంకెల సంఖ్య ను సరి సంఖ్యానా కాదా అని సరిచూడవచ్చు. 756482 వంటి సంఖ్య సరిసంఖ్యనా అని మీకు ఎలా తెలుస్తుంది? 2 చేత భాగించడం ద్వారా. ఇది కష్టమైనది కాదా?

ఒకట్ల స్థానంలో 0, 2, 4, 6, 8 ఉన్న సంఖ్యను సరి సంఖ్య అని అంటాము. కాబట్టి, 350, 4862, 59246 సరి సంఖ్యలు. 457, 2359, 8231 సంఖ్యలు అన్నీ బేసి సంఖ్యలు. కొన్ని ఆసక్తికరమైన వాస్తవాలను కనుగొనడానికి ప్రయత్నిద్దాం:

(a) అతి చిన్న సరి సంఖ్య ఏది? 2. అతి చిన్న ప్రధాన సంఖ్య ఏది? ఇది మళ్ళీ 2.
కాబట్టి, **2 అనేది సరి సంఖ్య అయిన అతి చిన్న ప్రధాన సంఖ్య.**

(b) ఇతర ప్రధాన సంఖ్యలు 3, 5, 7, 11, 13... ఈ జాబితాలో మీరు ఏదైనా సరి సంఖ్యను కనుగొన్నారా? వాస్తవానికి కాదు, అవన్నీ బేసిసంఖ్యలుగా ఉన్నాయి.
కాబట్టి, **2 తప్ప ప్రతి ప్రధాన సంఖ్య బేసి సంఖ్య అని మనం చెప్పగలం.**

అభ్యాసం 3.2

1. ఏవైనా (a) రెండు బేసి సంఖ్యల మొత్తం ఎంత? (b) రెండు సరి సంఖ్యల మొత్తం ఎంత?
2. కింది వాక్యాలు సత్యమా లేదా అసత్యమా అని తెలపండి:
   (a) మూడు బేసి సంఖ్యల మొత్తం సరిసంఖ్య .
   (b) రెండు బేసి సంఖ్యలు మరియు ఒక సరి సంఖ్య యొక్క మొత్తం సరిసంఖ్య.
   (c) మూడు బేసి సంఖ్యల లబ్ధం బేసి సంఖ్య.
   (d) సరి సంఖ్యను 2తో భాగిస్తే, భాగఫలం ఎల్లప్పుడూ బేసిసంఖ్యగా ఉంటుంది.
   (e) అన్ని ప్రధాన సంఖ్యలు బేసిసంఖ్యలు.
   (f) ప్రధాన సంఖ్యలకు ఎటువంటి కారణాంకాలు లేవు.
   (g) రెండు ప్రధాన సంఖ్యల మొత్తం ఎల్లప్పుడూ సరిసంఖ్యగా ఉంటుంది.
   (h) 2 మాత్రమే సరి ప్రధాన సంఖ్య.
   (i) అన్ని సరి సంఖ్యలు సంయుక్త సంఖ్యలు.
   (j) రెండు సరి సంఖ్యల లబ్ధం ఎల్లప్పుడూ సరిసంఖ్యయై ఉంటుంది.
3. 13 మరియు 31 సంఖ్యలు ప్రధాన సంఖ్యలు. ఈ రెండు సంఖ్యలు ఒకే అంకెలు 1 మరియు 3 ని కలిగి ఉంటాయి. 100 వరకు ఉన్న ఇలాంటి ప్రధాన సంఖ్యల జతలను కనుగొనండి.
4. 20 కంటే తక్కువైన ప్రధాన సంఖ్యలు మరియు సంయుక్త సంఖ్యలను విడిగా వ్రాయండి.
5. 1 మరియు 10 మధ్య ఉన్న పెద్ద ప్రధాన సంఖ్య ఏది?
6. కింది వాటిని రెండు బేసి ప్రధాన సంఖ్యల మొత్తంగా వ్యక్తపరచండి.
   (a) 44 (b) 36 (c) 24 (d)18
7. భేదం 2 ఉన్న మూడు ప్రధాన సంఖ్యల జతలను చెప్పండి.
   (గమనిక: 2 భేదం ఉన్న రెండు ప్రధాన సంఖ్యలను కవల ప్రధాన సంఖ్యలు అంటారు).
8. కింది వాటిలో ప్రధాన సంఖ్య ఏది?
   (a) 23 (b) 51 (c) 37 (d) 26
9. మధ్యలో ప్రధాన సంఖ్య లేని 100లోపు 7 వరుస సంయుక్త సంఖ్యలను రాయండి.

10. Express each of the following numbers as the sum of three odd primes:
    (a) 21 (b) 31 (c) 53 (d) 61
11. Write five pairs of prime numbers less than 20 whose sum is divisible by 5.
    (**Hint :** 3+7 = 10)
12. Fill in the blanks :
    (a) A number which has only two factors is called a ______.
    (b) A number which has more than two factors is called a ______.
    (c) 1 is neither ______ nor ______.
    (d) The smallest prime number is ______.
    (e) The smallest composite number is _____.
    (f) The smallest even number is ______.

3.4 Tests for Divisibility of Numbers

Is the number 38 divisible by 2? by 4? by 5?

By actually dividing 38 by these numbers we find that it is divisible by 2 but not by 4 and by 5.

Let us see whether we can find a pattern that can tell us whether a number is divisible by 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10 or 11. Do you think such patterns can be easily seen?

Divisibility by 10 : Charu was looking at the multiples of 10. The multiples are 10, 20, 30, 40, 50, 60, ... She found something common in these numbers. Can you tell what? Each of these numbers has 0 in the ones place.

She thought of some more numbers with 0 at ones place like 100, 1000, 3200, 7010. She also found that all such numbers are divisible by 10.

She finds that **if a number has 0 in the ones place then it is divisible by 10.**

Can you find out the divisibility rule for 100?

Divisibility by 5 : Mani found some interesting pattern in the numbers 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, ... Can you tell the pattern? Look at the units place. All these numbers have either 0 or 5 in their ones place. We know that these numbers are divisible by 5.

Mani took up some more numbers that are divisible by 5, like 105, 215, 6205, 3500. Again these numbers have either 0 or 5 in their ones places.

He tried to divide the numbers 23, 56, 97 by 5. Will he be able to do that? Check it. He observes that **a number which has either 0 or 5 in its ones place is divisible by 5,** other numbers leave a remainder.

Is 1750125 divisible 5?

Divisibility by 2 : Charu observes a few multiples of 2 to be 10, 12, 14, 16... and also numbers like 2410, 4356, 1358, 2972, 5974. She finds some pattern

10. కింది ప్రతి సంఖ్యను మూడు బేసి ప్రధాన సంఖ్యల మొత్తంగా వ్యక్తపరచండి:
    (a) 21 (b) 31 (c) 53 (d) 61
11. 20 కంటే తక్కువైన, మొత్తం 5 చే భాగించబడే ఐదు జతల ప్రధాన సంఖ్యలను రాయండి.
    (సూచన : 3+7 = 10)
12. ఖాళీలను పూరించండి:
    (a) రెండు కారణాంకాలు మాత్రమే ఉన్న సంఖ్యను _______. అంటారు.
    (b) రెండు కంటే ఎక్కువ కారణాంకాలు ఉన్న సంఖ్యను _______. అంటారు.
    (c) 1_______. కాదు మరియు_______.కాదు.
    (d) అతి చిన్న ప్రధాన సంఖ్య _______.
    (e) అతి చిన్న సంయుక్త సంఖ్య _______.
    (f) అతి చిన్న సరి సంఖ్య _______.

3.4 సంఖ్యల యొక్క భాజనీయతా సూత్రాలు

38 సంఖ్య 2చే భాగించబడుతుందా? 4 చే? 5 చే?
వాస్తవానికి 38ని ఈ సంఖ్యలతో భాగిస్తే అది 2తో భాగించబడుతుందని మనం కనుగొంటాము. 4 మరియు 5 లచే కాదు.

ఒక సంఖ్య 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10 లేదా 11 లచే భాగించ బడుతుందో లేదో తెలిపే అమరికను మనం కనుగొనగలమా లేదా అని చూద్దాం అటువంటి నమూనాలు సులభంగా ఉండవచ్చని మీరు అనుకుంటున్నారా?

10 భాజనీయతా సూత్రం : చారు 10 యొక్క గుణిజాలను చూస్తున్నది. గుణిజాలు 10, 20, 30, 40, 50, 60... ఈ సంఖ్యలలో ఏదో ఉమ్మడి అంశం ఉందని ఆమె కనుగొంది. అది మీరు ఏమి చెప్పగలరా? ఈ సంఖ్యలు అన్నింటిలో ఒకట్ల స్థానంలో 0 ఉంటుంది.
ఆమె ఒకట్ల స్థానంలో 0 ఉన్న 100, 1000, 3200, 7010 లాంటి మరికొన్ని సంఖ్యల గురించి ఆలోచించింది.
ఒకవేళ ఒక సంఖ్య ఒకట్ల స్థానంలో 0 ఉంటే అది 10 చే భాగించబడుతుంది అని ఆమె కనుగొంది.
మీరు 100కి భాజనీయతా నియమాన్నికనుగొనగలరా?

5 భాజనీయతా సూత్రం : మణి 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35.... సంఖ్యలలో కొన్ని ఆసక్తికరమైన అమరికను కనుగొన్నాడు. మీరు అమరికను చెప్పగలరా? ఒకట్ల స్థానాన్ని చూడండి. ఈ సంఖ్యలన్నీ ఒకట్ల స్థానంలో 0 లేదా 5 కలిగిఉన్నాయి. ఈ సంఖ్యలన్నీ 5చే భాగించబడతాయని మనకు తెలుసు.

మణి 5చే భాగించబడే 105, 215, 6205, 3500 వంటి మరికొన్ని సంఖ్యలను తీసుకున్నాడు. మళ్లీ ఈ సంఖ్యలు ఒకట్ల స్థానం లో 0 లేదా 5ని కలిగి ఉన్నాయి.

అతను 23, 56, 97 సంఖ్యలను 5తో భాగించటానికి ప్రయత్నించాడు. అతను దానిని చేయగలడా? దాన్ని సరిచూడండి. **ఒకట్ల స్థానంలో 0 లేదా 5 ఉన్న సంఖ్యను 5తో భాగించవచ్చని,** ఇతర సంఖ్యలు శేషాన్ని మిగిలిస్తాయని అతను గమనించాడు.
1750125 ను 5 భాగిస్తుందా?

2 భాజనీయతా సూత్రం : చారు 2 యొక్క కొన్ని గుణిజాలను 10, 12, 14, 16... అలాగే 2410, 4356, 1358, 2972, 5974 వంటి సంఖ్యలను గమనిస్తున్నది. ఆమె ఒకట్ల స్థానంలోనే అంకెలలో ఒక అమరికను కనుగొన్నది.

in the ones place of these numbers. Can you tell that? These numbers have only the digits 0, 2, 4, 6, 8 in the ones place.

She divides these numbers by 2 and gets remainder 0.

She also finds that the numbers 2467, 4829 are not divisible by 2. These numbers do not have 0, 2, 4, 6 or 8 in their ones place.

Looking at these observations she concludes that **a number is divisible by 2 if it has any of the digits 0, 2, 4, 6 or 8 in its ones place.**

Divisibility by 3 : Are the numbers 21, 27, 36, 54, 219 divisible by 3? Yes, they are.

Are the numbers 25, 37, 260 divisible by 3? No.

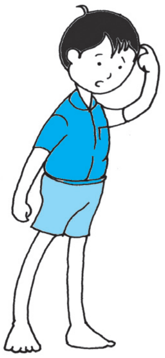
Can you see any pattern in the ones place? We cannot, because numbers with the same digit in the ones places can be divisible by 3, like 27, or may not be divisible by 3 like 17, 37. Let us now try to add the digits of 21, 36, 54 and 219. Do you observe anything special ? 2+1=3, 3+6=9, 5+4=9, 2+1+9=12. All these additions are divisible by 3.

Add the digits in 25, 37, 260. We get 2+5=7, 3+7=10, 2+6+0 = 8.

These are not divisible by 3.

We say that **if the sum of the digits is a multiple of 3, then the number is divisible by 3.**

Is 7221 divisible by 3?



Divisibility by 6 : Can you identify a number which is divisible by both 2 and 3? One such number is 18. Will 18 be divisible by 2×3=6? Yes, it is.

Find some more numbers like 18 and check if they are divisible by 6 also.

Can you quickly think of a number which is divisible by 2 but not by 3?

Now for a number divisible by 3 but not by 2, one example is 27. Is 27 divisible by 6? No. Try to find numbers like 27.

From these observations we conclude that **if a number is divisible by 2 and 3 both then it is divisible by 6 also.**

Divisibility by 4 : Can you quickly give five 3-digit numbers divisible by 4? One such number is 212. Think of such 4-digit numbers. One example is 1936.

Observe the number formed by the ones and tens places of 212. It is 12; which is divisible by 4. For 1936 it is 36, again divisible by 4.

Try the exercise with other such numbers, for example with 4612; 3516; 9532.

Is the number 286 divisible by 4? No. Is 86 divisible by 4? No.

So, we see that **a number with 3 or more digits is divisible by 4 if the**

అది చెప్పగలరా? ఈ సంఖ్యలు కేవలం 0, 2, 4, 6, 8 అంకెలను మాత్రమే ఒకట్ల స్థానంలో కలిగి ఉన్నాయి.

ఆమె ఈ సంఖ్యలను 2తో భాగించి, శేషం 0 పొందింది.

2467, 4829 సంఖ్యలు 2చే భాగించబడవని కూడా ఆమె కనుగొంది. ఈ సంఖ్యల ఒకట్ల స్థానం లో 0, 2, 4, 6, 8 అంకెలు లేవు.

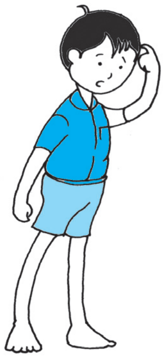
ఈ పరిశీలనలను చూడగా, **ఒక సంఖ్య దాని స్థానంలో 0, 2, 4, 6 లేదా 8 అంకెలను కలిగి ఉంటే అది 2చే భాగించబడుతుందని** ఆమె నిర్ధారించింది.

3 భాజనీయతా సూత్రం: 21. 27, 36, 54. 219 సంఖ్యలు 3 చే భాగించబడతాయా? అవును, అవి భాగించబడతాయి.

25, 37, 260 సంఖ్యలు 3 చే భాగించబడతాయా? కాదు.

మీరు ఒకట్ల స్థానంలో ఏదైనా అమరికను చూడగలరా? మనం చూడలేము, ఎందుకంటే ఒకే అంకెలతో ఉన్న సంఖ్యలను 27 వంటివి 3 చే భాగింపబడవచ్చు లేదా 17, 37 వంటివి 3చే భాగింప పడకపోవచ్చు. ఇప్పుడు మనం 21, 36, 54 మరియు 219లోని అంకెలను కలపడానికి ప్రయత్నిద్దాం. మీరు ఏదైనా ప్రత్యేకంగా గమనిస్తున్నారా? $2+1=3$, $3+6=9$, $5+4=9$, $2+1+9=12$.
ఈ మొత్తాలన్నీ 3చే భాగించబడతాయి.
25, 37, 260 లో అంకెలను కలపండి. మనకు $2+5=7$, $3+7=10$, $2+6+0=8$. లభిస్తాయి. ఇవి 3తో భాగించబడవు.
అంకెల మొత్తం 3 యొక్క గుణిజం అయితే, ఆ సంఖ్య 3 చేత భాగించబడుతుంది అని మనము చెప్పవచ్చు.

7221 సంఖ్య 3 చే భాగించబడుతుందా?



6 భాజనీయతా సూత్రం: మీరు 2 మరియు 3 రెండింటి చే భాగింపబడే సంఖ్యను గుర్తించగలరా? అటువంటి ఒక సంఖ్య 18. 18 సంఖ్య $2\times3=6$చే భాగించబడుతుందా? అవును, భాగించబడుతుంది. 18 వంటి మరికొన్ని సంఖ్యలను కనుగొని, అవి భాగించబడతాయో లేదో సరిచూడండి

మీరు 2చే భాగించబడుతూ 3 చేత భాగించ బడని సంఖ్యను త్వరగా ఆలోచించగలరా? ఇప్పుడు 3చే భాగించబడే సంఖ్య కానీ 2తో కాదు. ఒక ఉదాహరణ 27. 6చే 27 భాగింపబడుతుందా? కాదు. 27 వంటి సంఖ్యలను కనుగొనడానికి ప్రయత్నించండి. ఈ పరిశీలనల నుండి, ఒక సంఖ్య 2 మరియు 3 రెండింటితో భాగించబడితే అది 6తో కూడా భాగించబడుతుందని మనము నిర్ధారించవచ్చు.

4 భాజనీయతా సూత్రం: మీరు 4 చే భాగించబడే ఐదు 3-అంకెల సంఖ్యలను వెంటనే తెలపగలరా?
అటువంటి ఒక సంఖ్య 212. అటువంటి 4-అంకెల సంఖ్యల గురించి ఆలోచించండి. ఒక ఉదాహరణ 1936.

212 యొక్క ఒకట్ల మరియు పదుల స్థానాలతో ఏర్పడిన సంఖ్యను గమనించండి. ఇది 12; ఇది 4 చేత భాగించబడుతుంది. 1936లో ఇది 36, మళ్లీ 4 చేత భాగించబడుతుంది.

అటువంటి ఇతర సంఖ్యలతో ప్రయత్నించండి, ఉదాహరణకు 4612; 3516; 9532.

286 సంఖ్య 4చే భాగించబడుతుందా? కాదు. 86 సంఖ్య 4చే భాగించబడుతుందా? కాదు.

కావున, **3 లేదా అంతకంటే ఎక్కువ అంకెలు ఉన్న సంఖ్యలో చివరి రెండు అంకెలతో (అనగా ఒకట్ల మరియు పదులు)**

number formed by its last two digits (i.e. ones and tens) is divisible by 4. Check this rule by taking ten more examples.

Divisibility for 1 or 2 digit numbers by 4 has to be checked by actual division.

Divisibility by 8 : Are the numbers 1000, 2104, 1416 divisible by 8?

You can check that they are divisible by 8. Let us try to see the pattern.

Look at the digits at ones, tens and hundreds place of these numbers. These are 000, 104 and 416 respectively. These too are divisible by 8. Find some more numbers in which the number formed by the digits at units, tens and hundreds place (i.e. last 3 digits) is divisible by 8. For example, 9216, 8216, 7216, 10216, 9995216 etc. You will find that the numbers themselves are divisible by 8.

We find that **a number with 4 or more digits is divisible by 8, if the number formed by the last three digits is divisible by 8.**

Is 73512 divisible by 8?

The divisibility for numbers with 1, 2 or 3 digits by 8 has to be checked by actual division.

Divisibility by 9 : The multiples of 9 are 9, 18, 27, 36, 45, 54,... There are other numbers like 4608, 5283 that are also divisible by 9.

Do you find any pattern when the digits of these numbers are added?

1 + 8 = 9, 2 + 7 = 9, 3 + 6 = 9, 4 + 5 = 9

4 + 6 + 0 + 8 = 18, 5 + 2 + 8 + 3 = 18

All these sums are also divisible by 9.

Is the number 758 divisible by 9?

No. The sum of its digits 7 + 5 + 8 = 20 is also not divisible by 9.

These observations lead us to say that **if the sum of the digits of a number is divisible by 9, then the number itself is divisible by 9.**

Divisibility by 11 : The numbers 308, 1331 and 61809 are all divisible by 11. We form a table and see if the digits in these numbers lead us to some pattern.

Number	Sum of the digits (at odd places) from the right	Sum of the digits (at even places) from the right	Difference
308	8 + 3 = 11	0	11 – 0 = 11
1331	1 + 3 = 4	3 + 1 = 4	4 – 4 = 0
61809	9 + 8 + 6 = 23	0 + 1 = 1	23 – 1 = 22

We observe that in each case the difference is either 0 or divisible by 11. All these numbers are also divisible by 11.

For the number 5081, the difference of the digits is (5+8) – (1+0) = 12 which is not divisible by 11. The number 5081 is also not divisible by 11.

ఏర్పడే సంఖ్య 4 చే భాగించబడితే ఆ సంఖ్య 4 చే భాగించబడుతుంది అని మనం చూడవచ్చు. మరో పది ఉదాహరణలను తీసుకొని ఈ నియమాన్ని సరిచూడండి.

1 లేదా 2 అంకెలు ఉన్న సంఖ్యల భాజనీయతను 4 చే వాస్తవ భాగహారం ద్వారా సరి చూడాలి.

8 భాజనీయతా సూత్రం: 1000, 2104, 1416 సంఖ్యలు 8 చే భాగించబడతాయా?
మీరు వాటిని 8 చేత భాగించగలరో లేదో సరి చూడవచ్చు. అమరికను చూడటానికి ప్రయత్నిద్దాం. ఈ సంఖ్యల యొక్క ఒకట్ల, పదుల మరియు వందల స్థానాలలో ఉన్న అంకెలను చూడండి. ఇవి వరుసగా 000, 104 మరియు 416. ఇవి కూడా 8తో భాగించబడతాయి. యూనిట్లు, పదులు మరియు వందల స్థానాల్లో (అంటే చివరి 3 అంకెలు) అంకెల ద్వారా ఏర్పడే సంఖ్య 8 చే భాగించబడే మరికొన్ని సంఖ్యలను కనుగొనండి. ఉదాహరణకు, 9216, 8216, 7216, 10216,9995216 మొదలైనవి. ఈ సంఖ్యలు 8చే భాగించబడతాయని మీరు కనుగొంటారు.

4 లేదా అంతకంటే ఎక్కువ అంకెలు ఉన్న సంఖ్యలో చివరి మూడు అంకెలతో ఏర్పడే సంఖ్య 8 చే భాగించబడితే ఆ సంఖ్య 8 చే భాగించబడుతుంది అని మనము కనుగొంటాము.

8చే 73512 భాగించబడుతుందా?

1, 2 లేదా 3 అంకెలు ఉన్న సంఖ్యల భాజనీయతను 8 చే వాస్తవ భాగహారం ద్వారా సరి చూడాలి.

9 భాజనీయతా సూత్రం: 9 యొక్క గుణిజాలు 9, 18, 27, 36, 45, 54,...
9చే భాగించబడే 4608, 5283 వంటి ఇతర సంఖ్యలు కూడా ఉన్నాయి.

ఈ సంఖ్యలోని అంకెలను కూడినప్పుడు మీరు ఏదైనా నమూనాను కనుగొంటారా?

$1 + 8 = 9, 2 + 7 = 9, 3 + 6 = 9, 4 + 5 = 9$

$4 + 6 + 0 + 8 = 18, 5 + 2 + 8 + 3 = 18$

ఈ మొత్తాలన్నీ కూడా 9చే భాగించబడతాయి.

758 సంఖ్య 9తో భాగించబడుతుందా?

కాదు. దాని అంకెల మొత్తం $7 + 5 + 8 = 20$ కూడా 9తో భాగించబడదు.

ఈ పరిశీలనలు **ఒక సంఖ్య యొక్క అంకెల మొత్తం 9 చే భాగించబడితే ఆ సంఖ్య 9 చే భాగించబడుతుంది.** అని చెప్పడానికి దారి తీస్తుంది.

11 భాజనీయతా సూత్రం: 308, 1331 మరియు 61809 సంఖ్యలు అన్నీ 11చే భాగించబడతాయి. మనము ఒక పట్టికను తయారుచేస్తాము మరియు ఈ సంఖ్యలలోని అంకెలు ఏదైనా అమరికకు దారితీస్తాయో లేదో చూస్తాము.

సంఖ్య	కుడివైపు నుండి అంకెల మొత్తం (బేసి స్థానాలలో)	కుడివైపు నుండి అంకెల మొత్తం (సరి స్థానాలలో)	భేదం
308	$8 + 3 = 11$	0	$11 - 0 = 11$
1331	$1 + 3 = 4$	$3 + 1 = 4$	$4 - 4 = 0$
61809	$9 + 8 + 6 = 23$	$0 + 1 = 1$	$23 - 1 = 22$

ప్రతి సందర్భంలోనూ భేదం 0 లేదా ఆ భేదం 11తో భాగించబడుతుందని గమనిస్తాము. ఈ సంఖ్యలన్నీ కూడా 11చే భాగించబడతాయి.

5081 సంఖ్యకు, అంకెల భేదం $((5+8) - (1+0) = 12$, ఇది 11చే భాగించబడదు. 5081 సంఖ్య కూడా 11తో భాగించబడదు.

Thus, to check the divisibility of a number by 11, the rule is, **find the difference between the sum of the digits at odd places (from the right) and the sum of the digits at even places (from the right) of the number. If the difference is either 0 or divisible by 11, then the number is divisible by 11**.

EXERCISE 3.3

1. Using divisibility tests, determine which of the following numbers are divisible by 2; by 3; by 4; by 5; by 6; by 8; by 9; by 10 ; by 11 (say, yes or no):

Number	**Divisible by**								
	2	**3**	**4**	**5**	**6**	**8**	**9**	**10**	**11**
128	Yes	No	Yes	No	No	Yes	No	No	No
990	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
1586	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
275	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
6686	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
639210	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
429714	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
2856	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
3060	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
406839	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....

2. Using divisibility tests, determine which of the following numbers are divisible by 4; by 8:
   (a) 572 (b) 726352 (c) 5500 (d) 6000 (e) 12159
   (f) 14560 (g) 21084 (h) 31795072 (i) 1700 (j) 2150
3. Using divisibility tests, determine which of following numbers are divisible by 6:
   (a) 297144 (b) 1258 (c) 4335 (d) 61233 (e) 901352
   (f) 438750 (g) 1790184 (h) 12583 (i) 639210 (j) 17852
4. Using divisibility tests, determine which of the following numbers are divisible by 11:
   (a) 5445 (b) 10824 (c) 7138965 (d) 70169308 (e) 10000001
   (f) 901153
5. Write the smallest digit and the greatest digit in the blank space of each of the following numbers so that the number formed is divisible by 3 :
   (a) __ 6724 (b) 4765 __ 2

ఈ విధంగా, ఒక సంఖ్య యొక్క **11 భాజనీయతను సరి చూడడానికి. నియమం ఏమిటంటే, బేసి స్థానాలలో (కుడి నుండి) అంకెల మొత్తం మరియు సంఖ్య యొక్క సరి స్థానాల్లో (కుడి వైపు నుండి) అంకెల మొత్తానికి మధ్య భేదాన్ని కనుగొనండి. భేదం 0 లేదా భేదం 11 చే భాగించబడినట్లయితే, అప్పుడు ఆ సంఖ్య 11 చే భాగించబడుతుంది.**

అభ్యాసం 3.3

1. భాజనీయతా సూత్రాలను ఉపయోగించి, కింద ఇచ్చిన సంఖ్యలలో ఏవి 2 చే, 3 చే, 4 చే, 5 చే, 6 చే, 8 చే, 9 చే, 10 చే, 11 చే భాగించబడతాయో నిర్ణయించండి. (అవును లేదా కాదు అని చెప్పండి):

సంఖ్య	చే భాగించబడుతుంది								
	2	3	4	5	6	8	9	10	11
128	అవును	కాదు	అవును	కాదు	కాదు	అవును	కాదు	కాదు	కాదు
990	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
1586	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
275	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
6686	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
639210	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
429714	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
2856	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
3060	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
406839	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....

2. భాజనీయతా సూత్రాలను ఉపయోగించి , కింద ఇచ్చిన సంఖ్యలలో ఏవి 4 చే, 8 చే భాగించబడతాయో నిర్ణయించండి:
   (a) 572 (b)726352 (c)5500 (d)6000 (e)12159
   (f)14560 (g)21084 (h)31795072 (i)1700 (j)2150
3. భాజనీయతా సూత్రాలను ఉపయోగించి , కింద ఇచ్చిన సంఖ్యలలో ఏవి 6 చే భాగించబడతాయో నిర్ణయించండి:
   (a) 297144 (b) 1258 (c) 4335 (d) 61233 (e) 901352
   (f) 438750 (g)1790184 (h)12583 (i) 639210 (j))17852
4. భాజనీయతా సూత్రాలను ఉపయోగించి , కింద ఇచ్చిన సంఖ్యలలో ఏవి 6 చే భాగించబడతాయో నిర్ణయించండి:
   (a) 5445 (b) 10824 (c) 7138965 (d) 70169308 (e) 10000001
   (f) 901153
5. కింది ప్రతి సంఖ్య 3 చే భాగించబడేలా ఖాళీలో అతి చిన్న అంకె మరియు అతిపెద్ద అంకెను వ్రాయండి:
   (a) __6724 (b) 4765__2

6. Write a digit in the blank space of each of the following numbers so that the number formed is divisible by 11 :
   (a) 92 __ 389   (b) 8 __ 9484

3.5 Common Factors and Common Multiples

Observe the factors of some numbers taken in pairs.

(a) What are the factors of 4 and 18?

The factors of 4 are 1, 2 and 4.

The factors of 18 are 1, 2, 3, 6, 9 and 18.

The numbers 1 and 2 are the factors of both 4 and 18.

They are the common factors of 4 and 18.

> **Try These**
>
> Find the common factors of
> (a) 8, 20   (b) 9, 15

(b) What are the common factors of 4 and 15?

These two numbers have only 1 as the common factor.

What about 7 and 16?

Two numbers having only 1 as a common factor are called co-prime numbers. Thus, 4 and 15 are co-prime numbers.

Are 7 and 15, 12 and 49, 18 and 23 co-prime numbers?

(c) Can we find the common factors of 4, 12 and 16?
Factors of 4 are 1, 2 and 4.
Factors of 12 are 1, 2, 3, 4, 6 and 12.
Factors of 16 are 1, 2, 4, 8 and 16.
Clearly, 1, 2 and 4 are the common factors of 4, 12, and 16.
Find the common factors of (a) 8, 12, 20 (b) 9, 15, 21.

Let us now look at the multiples of more than one number taken at a time.

(a) What are the multiples of 4 and 6?

The multiples of 4 are 4, 8, 12, 16, 20, 24, ... (write a few more)

The multiples of 6 are 6, 12, 18, 24, 30, 36, ... (write a few more)

Out of these, are there any numbers which occur in both the lists?

We observe that 12, 24, 36, ... are multiples of both 4 and 6.
Can you write a few more?
They are called the common multiples of 4 and 6.

(b) Find the common multiples of 3, 5 and 6.
Multiples of 3 are 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36, ...
Multiples of 5 are 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, ...
Multiples of 6 are 6, 12, 18, 24, 30, ...
Common multiples of 3, 5 and 6 are 30, 60, ...

6. కింద ఏర్పడే ప్రతి సంఖ్య 11 చేత భాగించబడేలా ఖాళీలో ఒక అంకెను వ్రాయండి:
(a) 92__389 (ఎ) 8__9484

3.5 సామాన్య కారణాంకాలు మరియు సామాన్య గుణిజాలు

జతలుగా తీసుకున్న కొన్ని సంఖ్యల కారణాంకాలను గమనించండి.

(a) 4 మరియు 18 యొక్క కారణాంకాలు ఏవి?

4 యొక్క కారణాంకాలు 1, 2 మరియు 4.

18 యొక్క కారణాంకాలు 1, 2, 3, 6, 9 మరియు 18.

1 మరియు 2 సంఖ్యలు 4 మరియు 18 రెండింటికి కారణాంకాలు. అవి 4 మరియు 18 యొక్క సామాన్య ఉమ్మడి కారణాంకాలు.

> **ప్రయత్నించండి**
>
> సామాన్య కారణాంకాలను కనుగొనండి.
>
> (a) 8, 20 (b) 9, 15

(b) 4 మరియు 15 యొక్క సామాన్య కారణాంకాలు ఏవి?

ఈ రెండు సంఖ్యలకు 1 మాత్రమే సామాన్య కారణాంకంగా ఉంది.

7 మరియు 16 లకు?

సామాన్య కారణాంకంగా 1 మాత్రమే ఉన్న రెండు సంఖ్యలను సాపేక్ష ప్రధాన సంఖ్యలు అంటారు.

అందువలన, 4 మరియు 15 సాపేక్ష ప్రధాన సంఖ్యలు.

7 మరియు 15, 12 మరియు 49, 18 మరియు 23 సాపేక్ష ప్రధాన సంఖ్యలా ?

(c) మనం 4, 12 మరియు 16 యొక్క సామాన్య కారణాంకాలను కనుగొనగలమా?

4 యొక్క కారణాంకాలు 1. 2 మరియు 4.

12 యొక్క కారణాంకాలు 1, 2, 3, 4, 6 మరియు 12.

16 యొక్క కారణాంకాలు 1, 2, 4, 8 మరియు 16.

స్పష్టంగా, 1, 2 మరియు 4 సంఖ్యలు 4, 12 మరియు 16 యొక్క సామాన్య కారణాంకాలు.

(a) 8, 12, 20 (b) 9, 15, 21 యొక్క సామాన్య కారణాంకాలను కనుగొనండి.

ఇప్పుడు మనం ఒకేసారి తీసుకున్న ఒకటి కంటే ఎక్కువ సంఖ్యల గుణిజాలను చూద్దాం.

(a) 4 మరియు 6 యొక్క గుణిజాలు ఏవి?

4 యొక్క గుణిజాలు 4, 8, 12, 16, 20, 24.... (మరికొన్ని వ్రాయండి)

6 యొక్క గుణిజాలు 6, 12, 18, 24, 30, 36.... (మరికొన్ని వ్రాయండి).

వీటన్నింటిలో, రెండు జాబితాలలో ఉన్న సంఖ్యలు ఏమైనా ఉన్నాయా?

12, 24, 36... లు 4 మరియు 6 రెండింటికి గుణిజాలుగా ఉన్నాయని మనము గమనించవచ్చు.

మీరు మరికొన్ని వ్రాయగలరా?

వాటిని 4 మరియు 6 యొక్క సామాన్య గుణిజాలు అంటారు.

(b) 3, 5 మరియు 6 యొక్క సామాన్య గుణిజాలు కనుగొనండి.

3 యొక్క గుణిజాలు 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36,....

5 యొక్క గుణిజాలు 5,10,15,20,25,30,35,...

6 యొక్క గుణిజాలు 6,12,18,24,30,...

3, 5 మరియు 6 యొక్క సామాన్య గుణిజాలు 30, 60,...

Write a few more common multiples of 3, 5 and 6.

Example 5 : Find the common factors of 75, 60 and 210.

Solution : Factors of 75 are 1, 3, 5, 15, 25 and 75.
Factors of 60 are 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 30 and 60.
Factors of 210 are 1, 2, 3, 5, 6, 7, 10, 14, 15, 21, 30, 35, 42, 70, 105 and 210.
Thus, common factors of 75, 60 and 210 are 1, 3, 5 and 15.

Example 6 : Find the common multiples of 3, 4 and 9.

Solution : Multiples of 3 are 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36, 39, 42, 45, 48, ...

Multiples of 4 are 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, 44, 48,...

Multiples of 9 are 9, 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, 81, ...

Clearly, common multiples of 3, 4 and 9 are 36, 72, 108,...

EXERCISE 3.4

1. Find the common factors of :
   (a) 20 and 28 (b) 15 and 25 (c) 35 and 50 (d) 56 and 120
2. Find the common factors of :
   (a) 4, 8 and 12 (b) 5, 15 and 25
3. Find first three common multiples of :
   (a) 6 and 8 (b) 12 and 18
4. Write all the numbers less than 100 which are common multiples of 3 and 4.
5. Which of the following numbers are co-prime?
   (a) 18 and 35 (b) 15 and 37 (c) 30 and 415
   (d) 17 and 68 (e) 216 and 215 (f) 81 and 16
6. A number is divisible by both 5 and 12. By which other number will that number be always divisible?
7. A number is divisible by 12. By what other numbers will that number be divisible?

3.6 Prime Factorisation

When a number is expressed as a product of its factors we say that the number has been factorised. Thus, when we write $24 = 3 \times 8$, we say that 24 has been factorised. This is one of the factorisations of 24. The others are :

$24 = 2 \times 12$	$24 = 4 \times 6$	$24 = 3 \times 8$
$= 2 \times 2 \times 6$	$= 2 \times 2 \times 6$	$= 3 \times 2 \times 2 \times 2$
$= 2 \times 2 \times 2 \times 3$	$= 2 \times 2 \times 2 \times 3$	$= 2 \times 2 \times 2 \times 3$

3, 5 మరియు 6 యొక్క మరికొన్ని సామాన్య గుణిజాలను వ్రాయండి.

ఉదాహరణ 5: 75, 60 మరియు 210 యొక్క సామాన్య కారణాంకాలను కనుగొనండి.

సాధన : 75 యొక్క కారణాంకాలు 1, 3, 5, 15, 25 మరియు 75.
60 యొక్క కారణాంకాలు 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 30 మరియు 60.
210 యొక్క కారణాంకాలు 1, 2, 3, 5, 6, 7, 10, 14, 15, 21, 30, 35, 42, 70, 105 మరియు 210. అందువలన, 75, 60 మరియు 210 యొక్క సామాన్య కారణాంకాలు 1.3.5 మరియు 15.

ఉదాహరణ 6: 3, 4 మరియు 9 యొక్క సామాన్య గుణిజాలను కనుగొనండి.

సాధన : 3 యొక్క గుణిజాలు 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36, 39, 42, 45,48,....
4 యొక్క గుణిజాలు 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, 44, 48,...
9 యొక్క గుణిజాలు 9, 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, 81....
స్పష్టంగా, 3, 4 మరియు 9 యొక్క సామాన్య గుణిజాలు 36, 72, 108....

అభ్యాసం 3.4

1. కింది వాటి సామాన్య కారణాంకాలను కనుగొనండి:
   (a) 20 మరియు 28 (b) 15 మరియు 25 (c) 35 మరియు 50 (c) 56 మరియు 120
2. కింది వాటి సామాన్య కారణాంకాలను కనుగొనండి:
   (a) 4,8 మరియు 12 (b) 5,15 మరియు 25
3. కింది వాటి సామాన్య కారణాంకాలను కనుగొనండి:
   (a) 6 మరియు 8 (b) 12 మరియు 18
4. 100 కంటే తక్కువైన, 3 మరియు 4 యొక్క సామాన్య గుణిజాలు అయిన అన్ని సంఖ్యలను వ్రాయండి.
5. కింది వాటిలో ఏ సంఖ్యలు సాపేక్ష ప్రధానాలు?
   (a) 18 మరియు 35 (b) 15 మరియు 37 (c)30 మరియు 415
   (d) 17 మరియు 68 (e) 216 మరియు 215 (f) 81 మరియు 16
6. ఒక సంఖ్య 5 మరియు 12 రెండింటిచే భాగించబడుతుంది. ఆ సంఖ్య మరి ఏ ఇతర సంఖ్య చేత ఎల్లప్పుడూ భాగించబడుతుంది?
7. ఒక సంఖ్య 12తో భాగించబడుతుంది. ఆ సంఖ్య మరి ఏ ఇతర సంఖ్యల చేత భాగించబడుతుంది?

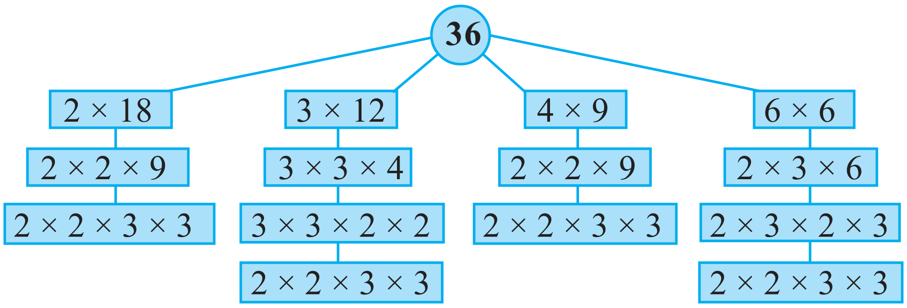
3.7 ప్రధాన కారణాంక విభజన

ఒక సంఖ్యను దాని కారణాంకాల యొక్క లబ్దంగా వ్యక్తీకరించినప్పుడు, ఆ సంఖ్య కారణాంకవిభజన చేయబడిందని చెబుతాము. ఈ విధంగా, మనం $24 = 3\times8$, అని వ్రాసినప్పుడు, 24 కారణాంక విభజన చేయబడిందని చెబుతాము. ఇది 24 యొక్క కారణాంకాలలో ఒకటి. మిగిలినవి:

$24 = 2 \times 12$	$24 = 4 \times 6$	$24 = 3 \times 8$
$= 2 \times 2 \times 6$	$= 2 \times 2 \times 6$	$= 3 \times 2 \times 2 \times 2$
$= 2 \times 2 \times 2 \times 3$	$= 2 \times 2 \times 2 \times 3$	$= 2 \times 2 \times 2 \times 3$

In all the above factorisations of 24, we ultimately arrive at only one factorisation $2 \times 2 \times 2 \times 3$. In this factorisation the only factors 2 and 3 are prime numbers. Such a factorisation of a number is called a *prime factorisation*.

Let us check this for the number 36.



The prime factorisation of 36 is $2 \times 2 \times 3 \times 3$. i.e. the only prime factorisation of 36.

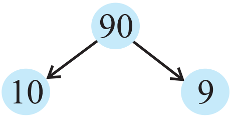
Do This

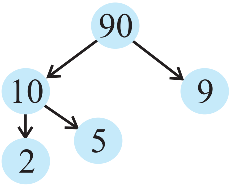
Factor tree

Choose a number and write it	Think of a factor pair say, 90=10×9	Now think of a factor pair of 10
90		10 = 2×5

Write factor pair of 9

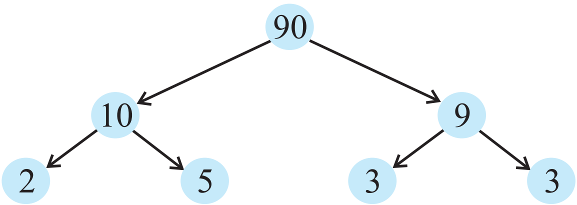
9 = 3 × 3





Try this for the numbers

(a) 8 (b) 12



Try These

Write the prime factorisations of 16, 28, 38.

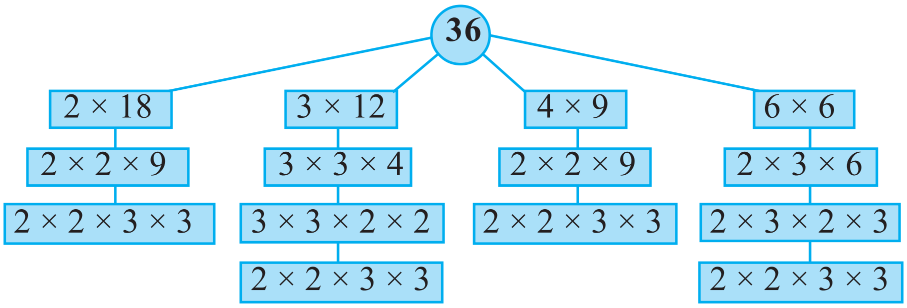
Example 7 : Find the prime factorisation of 980.

Solution : We proceed as follows:

We divide the number 980 by 2, 3, 5, 7 etc. in this order repeatedly so long as the quotient is divisible by that number. Thus, the prime factorisation of 980 is $2 \times 2 \times 5 \times 7 \times 7$.

24 యొక్క పైన పేర్కొన్న అన్ని కారణాంకవిభజనలలో, మనము చివరికి ఒక కారణాంకవిభజనకు $2 \times 2 \times 2 \times 3$. మాత్రమే చేరుకుంటాము. ఈ కారణాంకవిభజనలో 2 మరియు 3 మాత్రమే ప్రధాన సంఖ్యలు. అటువంటి సంఖ్య యొక్క కారణాంకవిభజనను ప్రధాన కారణాంకవిభజన అంటారు.

36 సంఖ్య కోసం దీన్ని సరి చూద్దాం.

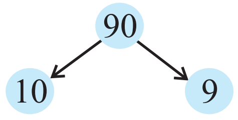


36 యొక్క ప్రధాన కారణాంక విభజన $2 \times 2 \times 3 \times 3$. అంటే ఇదే 36 యొక్క ఏకైక కారణాంక విభజన.

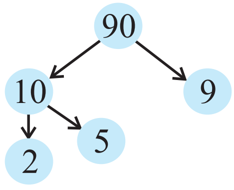
ఇది చేయండి

సంఖ్య ను ఎంచుకోండి మరియు రాయండి. 90

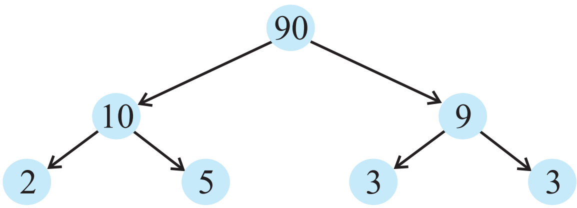
కారణాంక వృక్షం కారణాంక జత గూర్చి ఆలోచించండి. $90=10\times9$



10 యొక్క కారణాంక జత గూర్చి ఆలోచించండి. $10 = 2\times5$



9 యొక్క కారణాంక జత $9 = 3 \times 3$ ను రాయండి.



సంఖ్యలు (a)8 (b) 12 గూర్చి ప్రయత్నించండి

ప్రయత్నించండి

16, 28, 38. యొక్క ప్రధాన కారణాంక విభజనను కనుక్కోండి

ఉదాహరణ 7: 980 యొక్క ప్రధాన కారణాంక విభజనను కనుక్కోండి.

సాధన : మనము ఈ క్రింది విధంగా కొనసాగుతాము:

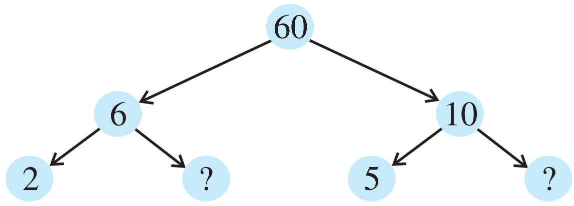
మనము 980 సంఖ్యను భాగఫలం భాగించబడేంత వరకు ఈ క్రమంలో 2, 3, 5. 7 మొదలైన వాటితో పదేపదే భాగిస్తాము, ఆ. అందువలన, 980 యొక్క ప్రధాన కారణాంక విభజన $2 \times 2 \times 5 \times 7 \times 7$.

2	980
2	490
5	245
7	49
7	7
	1

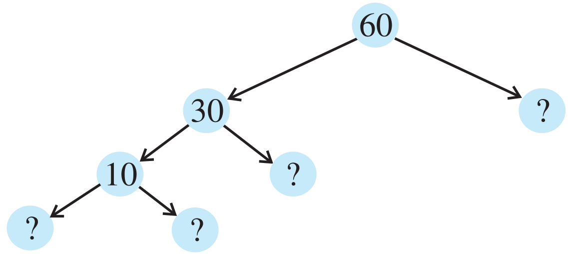
EXERCISE 3.5

1. Here are two different factor trees for 60. Write the missing numbers.

   (a)



   (b)



2. Which factors are not included in the prime factorisation of a composite number?
3. Write the greatest 4-digit number and express it in terms of its prime factors.
4. Write the smallest 5-digit number and express it in the form of its prime factors.
5. Find all the prime factors of 1729 and arrange them in ascending order. Now state the relation, if any; between two consecutive prime factors.
6. The product of three consecutive numbers is always divisible by 6. Verify this statement with the help of some examples.
7. The sum of two consecutive odd numbers is divisible by 4. Verify this statement with the help of some examples.
8. In which of the following expressions, prime factorisation has been done?

   (a) $24 = 2 \times 3 \times 4$ (b) $56 = 7 \times 2 \times 2 \times 2$

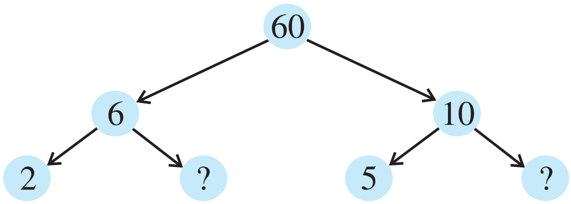
   (c) $70 = 2 \times 5 \times 7$ (d) $54 = 2 \times 3 \times 9$
9. 18 is divisible by both 2 and 3. It is also divisible by $2 \times 3 = 6$. Similarly, a number is divisible by both 4 and 6. Can we say that the number must also be divisible by $4 \times 6 = 24$? If not, give an example to justify your answer.
10. I am the smallest number, having four different prime factors. Can you find me?

2	980
2	490
5	245
7	49
7	7
	1

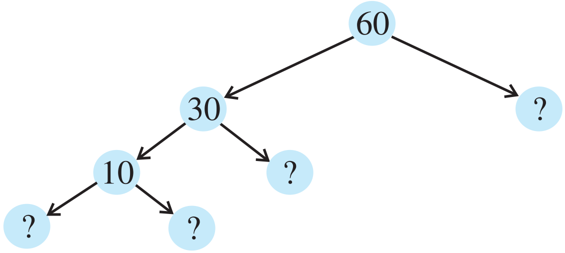
అభ్యాసం 3.5

1. ఇక్కడ 60కి రెండు వేర్వేరు కారణాంక వృక్షాలు ఉన్నాయి. లోపించిన సంఖ్యలను వ్రాయండి.

(a)



(b)



2. సంయుక్త సంఖ్య యొక్క ప్రధాన కారణాంక విభజనలో ఏ కారణాంకాలు చేర్చబడలేదు?
3. అతిపెద్ద 4-అంకెల సంఖ్యను వ్రాసి దానిని ప్రధాన కారణాంకాల పరంగా వ్యక్తీకరించండి.
4. అతిపెద్ద 5-అంకెల సంఖ్యను వ్రాసి దానిని ప్రధాన కారణాంకాల పరంగా వ్యక్తీకరించండి.
5. 1729 యొక్క అన్ని ప్రధాన కారణాంకాలను కనుగొని, వాటిని ఆరోహణ క్రమంలో అమర్చండి. రెండు వరుస ప్రధాన కారణాంకాల మధ్య సంబంధం, ఏదైనా ఉంటే ఇప్పుడు చెప్పండి.
6. మూడు వరుస సంఖ్యల లబ్దం ఎల్లప్పుడూ 6 ద్వారా భాగించబడుతుంది. కొన్ని ఉదాహరణల సహాయంతో ఈ ప్రకటనను ధృవీకరించండి.
7. రెండు వరుస బేసి సంఖ్యల మొత్తం 4 ద్వారా భాగించబడుతుంది. కొన్ని ఉదాహరణల సహాయంతో ఈ ప్రవచనాన్ని ధృవీకరించండి.
8. కింది ఏ వ్యక్తీకరణలలో, ప్రధాన కారణాంక విభజన జరిగింది?
   (a) $24 = 2 \times 3 \times 4$ (b) $56 = 7 \times 2 \times 2 \times 2$
   (c) $70 = 2 \times 5 \times 7$ (d) $54 = 2 \times 3 \times 9$
9. 18 సంఖ్య 2 మరియు 3 రెండింటితో భాగించబడుతుంది. ఇది $2 \times 3 = 6$ ద్వారా కూడా భాగించబడుతుంది. అదేవిధంగా, ఒక సంఖ్య 4 మరియు 6 రెండింటితో భాగించబడుతుంది. ఆ సంఖ్య కూడా తప్పనిసరిగా $4 \times 6 = 24$ చే భాగించబడాలని మనం చెప్పగలమా? కాకపోతే, మీ సమాధానాన్ని సమర్థించడానికి ఒక ఉదాహరణ ఇవ్వండి.
10. నేను అతి చిన్న సంఖ్యను, నాలుగు వేర్వేరు ప్రధాన కారణాంకాలు కలిగి ఉన్నాను. మీరు నన్ను కనుగొనగలరా?

3.7 Highest Common Factor

We can find the common factors of any two numbers. We now try to find the highest of these common factors.

What are the common factors of 12 and 16? They are 1, 2 and 4.

What is the highest of these common factors? It is 4.

What are the common factors of 20, 28 and 36? They are 1, 2 and 4 and again 4 is highest of these common factors.

Try These

Find the HCF of the following:

(i) 24 and 36 (ii) 15, 25 and 30

(iii) 8 and 12 (iv) 12, 16 and 28

The Highest Common Factor (HCF) of two or more given numbers is the highest (or greatest) of their common factors. It is also known as Greatest Common Divisor (GCD).

The HCF of 20, 28 and 36 can also be found by prime factorisation of these numbers as follows:

$$\begin{array}{r|l} 2 & 20 \\ \hline 2 & 10 \\ \hline 5 & 5 \\ \hline & 1 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 2 & 28 \\ \hline 2 & 14 \\ \hline 7 & 7 \\ \hline & 1 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 2 & 36 \\ \hline 2 & 18 \\ \hline 3 & 9 \\ \hline 3 & 3 \\ \hline & 1 \end{array}$$

Thus,

$$20 = \boxed{2} \times \boxed{2} \times 5$$
$$28 = \boxed{2} \times \boxed{2} \times 7$$
$$36 = \boxed{2} \times \boxed{2} \times 3 \times 3$$

The common factor of 20, 28 and 36 is 2(occuring twice). Thus, HCF of 20, 28 and 36 is 2 × 2 = 4.

EXERCISE 3.6

1. Find the HCF of the following numbers :

(a) 18, 48 (b) 30, 42 (c) 18, 60 (d) 27, 63

(e) 36, 84 (f) 34, 102 (g) 70, 105, 175

(h) 91, 112, 49 (i) 18, 54, 81 (j) 12, 45, 75

2. What is the HCF of two consecutive

(a) numbers? (b) even numbers? (c) odd numbers?

3.8 గరిష్ఠ సామాన్య కారణాంకం

ఏవైనా రెండు సంఖ్యల యొక్క సామాన్య కారణాంకాలను మనం కనుగొనవచ్చు. ఇప్పుడు మనము గరిష్ఠ సామాన్య కారణాంకం కనుగొనడానికి ప్రయత్నిద్దాము.

12 మరియు 16 యొక్క సామాన్య కారణాంకాలు ఏవి? అవి 1, 2 మరియు 4.

ఈ సామాన్య కారణాంకాలలో గరిష్ఠమైనది ఏమిటి? ఇది 4.

20, 28 మరియు 36 యొక్క సామాన్య కారణాంకాలు ఏవి? అవి 1, 2 మరియు 4 మరియు మళ్లీ 4 ఈ సామాన్య కారణాంకాలలో గరిష్ఠం.

ప్రయత్నించండి

కింది వాటికి గ.సా.కా. ని కనుగొనండి:

(i) 24 మరియు 36 (ii) 15,25 మరియు 30

(iii) 8 మరియు 12 (ii) 12,16 మరియు 28

ఇచ్చిన రెండు లేదా అంతా కంటే ఎక్కువ సంఖ్యల యొక్క సామాన్య కారణాంకాలలో అతిపెద్దది గరిష్ఠ సామాన్య కారణాంకం. దీనిని గరిష్ఠ సామాన్య భాజకం (గ.సా.భా.) అని కూడా అంటారు.

20, 28 మరియు 36 యొక్క గ.సా.కా. ను ఈ సంఖ్యల ప్రధాన కారణాంక విభజన ద్వారా కూడా కింది విధంగా కనుగొనవచ్చు:

2	20
2	10
5	5
	1

2	28
2	14
7	7
	1

2	36
2	18
3	9
3	3
	1

ఇపుడు, $20 = \boxed{2} \times \boxed{2} \times 5$

$28 = \boxed{2} \times \boxed{2} \times 7$

$36 = \boxed{2} \times \boxed{2} \times 3 \times 3$

20, 28 మరియు 36 యొక్క సామాన్య కారణాంకం 2 (రెండుసార్లు వచ్చినది). అందువలన, 20, 28 మరియు 36 యొక్క గ. సా. కా. $2 \times 2 = 4$.

అభ్యాసం 3.6

1. కింది సంఖ్యల గ.సా.కా. ని కనుగొనండి:

   (a) 18,48 (b) 30,42 (c)18,60 (d)27,63

   (e) 36,84 (f) 34, 102 (g)70,105,175

   (h) 91,112,49 (i) 18, 54, 81 (j)12,45,75

2. రెండు వరుస

   (a) సంఖ్యలు (b) సరి సంఖ్యలు (c) బేసి సంఖ్యల గ.సా.కా. ఎంత?

3. HCF of co-prime numbers 4 and 15 was found as follows by factorisation :
   $4 = 2 \times 2$ and $15 = 3 \times 5$ since there is no common prime factor, so HCF of 4 and 15 is 0. Is the answer correct? If not, what is the correct HCF?

3.8 Lowest Common Multiple

What are the common multiples of 4 and 6? They are 12, 24, 36, ... Which is the lowest of these? It is 12. We say that lowest common multiple of 4 and 6 is 12. It is the smallest number that both the numbers are factors of this number.

The Lowest Common Multiple (LCM) of two or more given numbers is the lowest (or smallest or least) of their common multiples.

What will be the LCM of 8 and 12? 4 and 9? 6 and 9?

Example 8 : Find the LCM of 12 and 18.

Solution : We know that common multiples of 12 and 18 are 36, 72, 108 etc. The lowest of these is 36. Let us see another method to find LCM of two numbers.

The prime factorisations of 12 and 18 are :

$12 = 2 \times 2 \times 3; \quad 18 = 2 \times 3 \times 3$

In these prime factorisations, the maximum number of times the prime factor 2 occurs is two; this happens for 12. Similarly, the maximum number of times the factor 3 occurs is two; this happens for 18. The LCM of the two numbers is the product of the prime factors counted the maximum number of times they occur in any of the numbers. Thus, in this case LCM $= 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 36$.

Example 9 : Find the LCM of 24 and 90.

Solution : The prime factorisations of 24 and 90 are:

$24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3; \quad 90 = 2 \times 3 \times 3 \times 5$

In these prime factorisations the maximum number of times the prime factor 2 occurs is three; this happens for 24. Similarly, the maximum number of times the prime factor 3 occurs is two; this happens for 90. The prime factor 5 occurs only once in 90.

Thus, LCM $= (2 \times 2 \times 2) \times (3 \times 3) \times 5 = 360$

Example 10 : Find the LCM of 40, 48 and 45.

Solution : The prime factorisations of 40, 48 and 45 are;

$40 = 2 \times 2 \times 2 \times 5$

$48 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$

$45 = 3 \times 3 \times 5$

The prime factor 2 appears maximum number of four times in the prime factorisation of 48, the prime factor 3 occurs maximum number of two times

3. పరస్పర ప్రధాన సంఖ్యలు 4 మరియు 15 యొక్క గ.సా.కా. కారణాంక విభజన ద్వారా ఈ క్రింది విధంగా కనుగొనబడింది: $4 = 2 \times 2$ మరియు $15 = 3 \times 5$, కాబట్టి సామాన్య ప్రధాన కారణాంకం లేనందున 4 మరియు 15 యొక్క గ.సా.కా = 0. సమాధానం సరైనదేనా? కాదు, సరైన గ.సా.కా. ఏమిటి?

3.9 కనిష్ట సామాన్య గుణిజం

4 మరియు 6 యొక్క సామాన్య గుణిజాలు ఏవి? అవి 12, 24, 36,.... వీటిలో ఏది చిన్నది? ఇది 12. మనము 4 మరియు 6 యొక్క కనిష్ట సామాన్య గుణిజం 12 అని అంటాము. ఇది చిన్న సంఖ్య మరియు రెండు సంఖ్యలు ఈ సంఖ్యకు కారణాంకాలు. రెండు లేదా అంతకంటే ఎక్కువ ఇవ్వబడిన సంఖ్యల యొక్క కనిష్ట సామాన్య గుణిజం (క.సా.గు.) వాటి సామాన్య గుణిజాలలో కనిష్టము (లేదా చిన్నది లేదా తక్కువ). 8 మరియు 12? 4 మరియు 9? 6 మరియు 9 యొక్క క.సా.గు.ఎంత ?

ఉదాహరణ 8 : 12 మరియు 18 యొక్క క.సా.గు.ని కనుగొనండి.

సాధన : 12 మరియు 18 యొక్క సామాన్య గుణిజాలు 36, 72, 108.... మొదలైనవి అని మనకు తెలుసు. వీటిలో అత్యల్పమైనది 36. రెండు సంఖ్యల క.సా.గు.ని కనుగొనడానికి మరొక పద్ధతిని చూద్దాం.

12 మరియు 18 యొక్క ప్రధాన కారణాంక విభజన:

$12 = 2 \times 2 \times 3; \qquad 18 = 2 \times 3 \times 3$

ఈ ప్రధాన కారణాంక విభజనలో, ప్రధాన కారణాంకం 2 వచ్చే గరిష్ఠ సంఖ్య రెండు ఇది 12కి వస్తుంది. అదేవిధంగా, కారణాంకం 3 వచ్చే గరిష్ఠ సంఖ్య రెండు ఇది 18కి వస్తుంది. రెండు సంఖ్యల యొక్క క.సా.గు. అనేది ఏవైనా సంఖ్యలలో ఎక్కువ సార్లు వచ్చే ప్రధాన కారణాంకాల యొక్క లబ్ధం. అందువలన, ఈ సందర్భంలో క.సా.గు.= $2 \times 2 \times 3 \times 3 = 36$.

ఉదాహరణ 9 : 24 మరియు 90 యొక్క క.సా.గు.ని కనుగొనండి

సాధన : 24 మరియు 90 యొక్క ప్రధాన కారణాంకాలు:

$24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3; \quad 90 = 2 \times 3 \times 3 \times 5$

ఈ ప్రధాన కారణాంక విభజనలో ప్రధాన కారణాంకం 2 వచ్చే గరిష్ఠ సంఖ్య మూడు ఇది 24కి వస్తుంది. అదేవిధంగా, ప్రధాన కారణాంకం 3 వచ్చే గరిష్ఠ సంఖ్య రెండు ఇది 90కి వస్తుంది. ప్రధాన కారణాంకం 5, 90 లో ఒకసారి మాత్రమే వస్తుంది.

అందువలన, క.సా.గు.= $(2 \times 2 \times 2) \times (3 \times 3) \times 5 = 360$

ఉదాహరణ 10 : 40, 48 మరియు 45 యొక్క క.సా.గు.ని కనుగొనండి.

సాధన : 40, 48 మరియు 45 యొక్క ప్రధాన కారణాంక విభజన

$40 = 2 \times 2 \times 2 \times 5$

$48 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$

$45 = 3 \times 3 \times 5$

48 యొక్క ప్రధాన కారణాంక విభజనలో ప్రధాన కారణాంకం 2 గరిష్ఠంగా నాలుగు సార్లు కనిపిస్తుంది, ప్రధాన కారణాంకం 3 గరిష్ఠ సంఖ్యలో రెండు సార్లు వస్తుంది.

in the prime factorisation of 45, The prime factor 5 appears one time in the prime factorisations of 40 and 45, we take it only once.

Therefore, required LCM = $(2 \times 2 \times 2 \times 2)\times(3 \times 3) \times 5 = 720$

LCM can also be found in the following way :

Example 11 : Find the LCM of 20, 25 and 30.

Solution : We write the numbers as follows in a row :

2	20	25	30	**(A)**
2	10	25	15	**(B)**
3	5	25	15	**(C)**
5	5	25	5	**(D)**
5	1	5	1	**(E)**
	1	1	1	

So, LCM = $2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 5$.

(A) Divide by the least prime number which divides atleast one of the given numbers. Here, it is 2. The numbers like 25 are not divisible by 2 so they are written as such in the next row.

(B) Again divide by 2. Continue this till we have no multiples of 2.

(C) Divide by next prime number which is 3.

(D) Divide by next prime number which is 5.

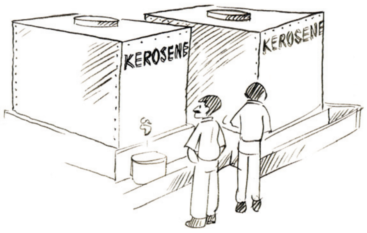
(E) Again divide by 5.

3.9 Some Problems on HCF and LCM

We come across a number of situations in which we make use of the concepts of HCF and LCM. We explain these situations through a few examples.

Example 12 : Two tankers contain 850 litres and 680 litres of kerosene oil respectively. Find the maximum capacity of a container which can measure the kerosene oil of both the tankers when used an exact number of times.

Solution : The required container has to measure both the tankers in a way that the count is an exact number of times. So its capacity must be an exact divisor of the capacities of both the tankers. Moreover, this capacity should be **maximum**. Thus, the maximum capacity of such a container will be the HCF of 850 and 680.



45 యొక్క ప్రధాన కారణాంక విభజనలో, ప్రధాన కారణాంకం 5 ఒకేసారి వస్తుంది. 40 మరియు 45 యొక్క ప్రధాన కారణాంక విభజనలో మనము ఒక్కసారి మాత్రమే తీసుకుంటాము.

కాబట్టి, క.సా.గు. $= (2 \times 2 \times 2 \times 2) \times (3 \times 3) \times 5 = 720$

క.సా.గు.ని ఈ క్రింది విధంగా కూడా కనుగొనవచ్చు:

ఉదాహరణ 11 : 20, 25 మరియు 30 యొక్క క.సా.గు.ని కనుగొనండి

సాధన : మనము ఈ క్రింది విధంగా వరుసగా సంఖ్యలను వ్రాస్తాము:

2	20	25	30	(A)
2	10	25	15	(B)
3	5	25	15	(C)
5	5	25	5	(D)
5	1	5	1	(E)
	1	1	1	

కాబట్టి, క.సా.గు. $= 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 5$.

(A) ఇవ్వబడిన సంఖ్యలలో కనీసం ఒకదానిని భాగించే అతి తక్కువ ప్రధాన సంఖ్యతో భాగించండి. ఇక్కడ, ఇది 2. 25 వంటి సంఖ్యలు 2 ద్వారా భాగించబడవు కాబట్టి అవి తదుపరి వరుసలో వ్రాయబడ్డాయి.

(B) మళ్ళీ 2 ద్వారా భాగించండి. మనకు 2 యొక్క గుణిజాలు ఉండని వరకు దీన్ని కొనసాగించండి.

(C) తదుపరి ప్రధాన సంఖ్య 3తో భాగించండి.

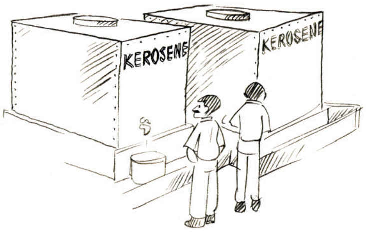
(D) తదుపరి ప్రధాన సంఖ్య 5తో భాగించండి.

(E) మళ్ళీ 5 చేత భాగించండి.

3.10 గ.సా.కా. మరియు క.సా.గు. లపై కొన్ని సమస్యలు

మనము గ.సా.కా. మరియు క.సా.గు. భావనలను ఉపయోగించుకునే అనేక పరిస్థితులను చూస్తాము. మనము ఈ పరిస్థితులను కొన్ని ఉదాహరణల ద్వారా వివరిస్తాము.

ఉదాహరణ 12 : రెండు ట్యాంకర్లలో వరుసగా 850 లీటర్లు మరియు 680 లీటర్ల కిరోసిన్ నూనె ఉంటుంది. రెండు ట్యాంకర్ల కిరోసిన్ నూనెను ఖచ్చితమైన సార్లు కొలవగల పాత్ర యొక్క గరిష్ట సామర్థ్యాన్ని కనుగొనండి



సాధన : అవసరమైన పాత్ర రెండు ట్యాంకర్‌లను గణన ఖచ్చితమైన సంఖ్యలో ఉండే విధంగా కొలవాలి. కాబట్టి దాని సామర్థ్యం తప్పనిసరిగా రెండు ట్యాంకర్ల సామర్థ్యాల యొక్క ఖచ్చితమైన భాజకంగా ఉండాలి. అంతేకాకుండా, ఈ సామర్థ్యం గరిష్ఠంగా ఉండాలి. అందువలన, అటువంటి పాత్ర యొక్క గరిష్ట సామర్థ్యం 850 మరియు 680 యొక్క గ.సా.కా. అవుతుంది.

It is found as follows :

2	850
5	425
5	85
17	17
	1

2	680
2	340
2	170
5	85
17	17
	1

Hence,

$850 = 2 \times 5 \times 5 \times 17 \quad = \boxed{2} \times \boxed{5} \times \boxed{17} \times 5$ and

$680 = 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 17 \quad = \boxed{2} \times \boxed{5} \times \boxed{17} \times 2 \times 2$

The common factors of 850 and 680 are 2, 5 and 17.

Thus, the HCF of 850 and 680 is $2 \times 5 \times 17 = 170$.

Therefore, maximum capacity of the required container is 170 litres.

It will fill the first container in 5 and the second in 4 refills.

Example 13 : In a morning walk, three persons step off together. Their steps measure 80 cm, 85 cm and 90 cm respectively. What is the minimum distance each should walk so that all can cover the same distance in complete steps?

Solution : The distance covered by each one of them is required to be the same as well as minimum. The required minimum distance each should walk would be the lowest common multiple of the measures of their steps. Can you describe why? Thus, we find the LCM of 80, 85 and 90. The LCM of 80, 85 and 90 is 12240.

The required minimum distance is 12240 cm.

Example 14 : Find the least number which when divided by 12, 16, 24 and 36 leaves a remainder 7 in each case.

Solution : We first find the LCM of 12, 16, 24 and 36 as follows :

2	12	16	24	36
2	6	8	12	18
2	3	4	6	9
2	3	2	3	9
3	3	1	3	9
3	1	1	1	3
	1	1	1	1

Thus, LCM $= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 144$

ఇది క్రింది విధంగా కనుగొనబడింది:

2	850
5	425
5	85
17	17
	1

2	680
2	340
2	170
5	85
17	17
	1

కావున,

$$850 = 2 \times 5 \times 5 \times 17 \quad = \boxed{2} \times \boxed{5} \times \boxed{17} \times 5$$ మరియు

$$680 = 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 17 \quad = \boxed{2} \times \boxed{5} \times \boxed{17} \times 2 \times 2$$

850 మరియు 680 యొక్క సామాన్య కారణాంకాలు 2, 5 మరియు 17.
ఈవిధంగా, 850 మరియు 680 యొక్క గ.సా.కా. $2 \times 5 \times 17 = 170$.
అందువల్ల, అవసరమైన పాత్ర యొక్క గరిష్ట సామర్థ్యం 170 లీటర్లు.
ఇది మొదటి కంటైనర్‌ను 5 సార్లలో మరియు రెండవది 4 సార్లలో నింపుతుంది.

ఉదాహరణ 13 : మార్నింగ్ వాక్‌లో ముగ్గురు వ్యక్తులు కలిసి నడుస్తున్నారు. వారి అడుగుల కొలతలు వరుసగా 80 సెం.మీ. 85 సెం.మీ మరియు 90 సెం.మీ. అందరూ ఒకే దూరాన్ని అడుగుల్లో పూర్తి చేసేలా నడవాల్సిన కనీస దూరం ఎంత?

సాధన : ప్రతి ఒక్కరూ నడవాల్సిన కనీస దూరం సమానంగా మరియు కనిష్ఠంగా ఉండాలి. మనకు కావలసిన ప్రతి ఒక్కరూ నడవాల్సిన కనీస దూరం వారి అడుగుల కొలతలలో అతి తక్కువ సామాన్య గుణిజం అవుతుంది. ఎందుకో వివరించగలరా? ఈ విధంగా, మనము80, 85 మరియు 90 ల క.సా.గు.ని కనుగొంటాము. 80, 85 మరియు 90ల క.సా.గు. 12240.

అవసరమైన కనీస దూరం 12240 సెం.మీ.

ఉదాహరణ 14 :12,16,24 మరియు 36 లచే భాగించినపుడు ప్రతిసారి శేషం 7 ను వచ్చే కనీస సంఖ్యను కనుక్కోండి.

సాధన : మనము మొదట 12, 16, 24 మరియు 36 యొక్క క.సా.గు.ని ఈ క్రింది విధంగా కనుగొంటాము:

2	12	16	24	36
2	6	8	12	18
2	3	4	6	9
2	3	2	3	9
3	3	1	3	9
3	1	1	1	3
	1	1	1	1

ఈ విధంగా క.సా.గు.$= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 144$

144 is the least number which when divided by the given numbers will leave remainder 0 in each case. But we need the least number that leaves remainder 7 in each case.

Therefore, the required number is 7 more than 144. The required least number = 144 + 7 = 151.

EXERCISE 3.7

1. Renu purchases two bags of fertiliser of weights 75 kg and 69 kg. Find the maximum value of weight which can measure the weight of the fertiliser exact number of times.
2. Three boys step off together from the same spot. Their steps measure 63 cm, 70 cm and 77 cm respectively. What is the minimum distance each should cover so that all can cover the distance in complete steps?
3. The length, breadth and height of a room are 825 cm, 675 cm and 450 cm respectively. Find the longest tape which can measure the three dimensions of the room exactly.
4. Determine the smallest 3-digit number which is exactly divisible by 6, 8 and 12.
5. Determine the greatest 3-digit number exactly divisible by 8, 10 and 12.
6. The traffic lights at three different road crossings change after every 48 seconds, 72 seconds and 108 seconds respectively. If they change simultaneously at 7 a.m., at what time will they change simultaneously again?
7. Three tankers contain 403 litres, 434 litres and 465 litres of diesel respectively. Find the maximum capacity of a container that can measure the diesel of the three containers exact number of times.
8. Find the least number which when divided by 6, 15 and 18 leave remainder 5 in each case.
9. Find the smallest 4-digit number which is divisible by 18, 24 and 32.
10. Find the LCM of the following numbers :

    (a) 9 and 4 (b) 12 and 5 (c) 6 and 5 (d) 15 and 4

    Observe a common property in the obtained LCMs. Is LCM the product of two numbers in each case?
11. Find the LCM of the following numbers in which one number is the factor of the other.

    (a) 5, 20 (b) 6, 18 (c) 12, 48 (d) 9, 45

    What do you observe in the results obtained?

ఇచ్చిన సంఖ్యలతో భాగించినప్పుడు ప్రతి సందర్భంలో '0' శేషం వచ్చే అతి చిన్న సంఖ్య 144 . కానీ మనకు ప్రతీ సందర్భంలో శేషం 7 వచ్చే అతి చిన్న సంఖ్య అవసరం.

కాబట్టి, అవసరమైన సంఖ్య 144 కంటే 7 ఎక్కువ. అవసరమైన కనీస సంఖ్య $= 144 + 7 = 151$.

అభ్యాసం 3.7

1. రేణు 75 కిలోలు మరియు 69 కిలోల బరువున్న రెండు బస్తాల ఎరువులను కొనుగోలు చేసింది. ఎరువుల బరువును ఖచ్చితమైన సార్లు కొలవగల గరిష్ట బరువు విలువను కనుగొనండి.
2. ముగ్గురు అబ్బాయిలు ఒకే స్థలం నుండి కలిసి నడక మొదలుపెట్టారు. వారి అడుగులు వరుసగా 63 సెం.మీ., 70 సెం.మీ మరియు 77 సెం.మీ. అందరూ దూరాన్ని అడుగుల్లో పూర్తి చేయడానికి ప్రతి ఒక్కరూ పూర్తి చేయవలసిన కనీస దూరం ఎంత?
3. ఒక గది పొడవు, వెడల్పు మరియు ఎత్తు వరుసగా 825 సెం.మీ., 675 సెం.మీ. మరియు 450 సెం.మీ. గది యొక్క మూడు కొలతలు సరిగ్గా కొలవగల పొడవైన టేప్‌ను కనుగొనండి.
4. 6, 8 మరియు 12 చే ఖచ్చితంగా భాగించబడే అతి చిన్న 3-అంకెల సంఖ్యను నిర్ణయించండి.
5. 8, 10 మరియు 12 చే ఖచ్చితంగా భాగించబడే అతి పెద్ద 3-అంకెల సంఖ్యను నిర్ణయించండి.
6. మూడు వేర్వేరు రోడ్ క్రాసింగ్‌ల వద్ద ట్రాఫిక్ లైట్లు వరుసగా ప్రతి 48 సెకన్ల, 72 సెకన్లు మరియు 108 సెకన్ల తర్వాత మారుతాయి. ఉదయం 7 గంటలకు అవి ఏకకాలంలో మారితే, మళ్లీ ఏ సమయంలో మారుతాయి?
7. మూడు ట్యాంకర్లలో వరుసగా 403 లీటర్లు, 434 లీటర్లు మరియు 465 లీటర్ల డీజిల్ ఉన్నాయి. మూడు ట్యాంకర్ల డీజిల్‌ను ఖచ్చితమైన సార్లు కొలవగల కంటైనర్ పాత్ర యొక్క గరిష్ట సామర్థ్యాన్ని కనుగొనండి.
8. 6, 15 మరియు 18తో భాగించినప్పుడు ప్రతిసందర్భంలో శేషం 5 వచ్చే అతి చిన్న సంఖ్యను కనుగొనండి.
9. 18, 24 మరియు 32 లచేత భాగించబడే అతి చిన్న 4-అంకెల సంఖ్యను కనుగొనండి.
10. కింది సంఖ్యల క.సా.గు.ని కనుగొనండి:
    (a) 9 మరియు 4 (b) 12 మరియు 5 (c) 6 మరియు 5 (d) 15 మరియు 4
    పొందిన క.సా.గు.లలో సామాన్య ధర్మాన్ని గమనించండి. ప్రతి సందర్భంలో క.సా.గు.అనేది రెండు సంఖ్యల యొక్క లబ్ధమేనా?
11. ఒక సంఖ్య మరొక సంఖ్యకు కారణాంకం గా ఉన్న కింది సంఖ్యల క.సా.గు.ని కనుగొనండి.
    (a) 5,20 (b) 6,18 (c) 12,48 (d) 9,45
    పొందిన ఫలితాలలో మీరు ఏమి గమనిస్తారు?

What have we discussed?

1. We have discussed multiples, divisors, factors and have seen how to identify factors and multiples.
2. We have discussed and discovered the following :
   (a) A factor of a number is an exact divisor of that number.
   (b) Every number is a factor of itself. 1 is a factor of every number.
   (c) Every factor of a number is less than or equal to the given number.
   (d) Every number is a multiple of each of its factors.
   (e) Every multiple of a given number is greater than or equal to that number.
   (f) Every number is a multiple of itself.
3. We have learnt that –
   (a) The number other than 1, with only factors namely 1 and the number itself, is a prime number. Numbers that have more than two factors are called composite numbers. Number 1 is neither prime nor composite.
   (b) The number 2 is the smallest prime number and is even. Every prime number other than 2 is odd.
   (c) Two numbers with only 1 as a common factor are called co-prime numbers.
   (d) A number divisible by two co-prime numbers is divisible by their product also.
4. We have discussed how we can find just by looking at a number, whether it is divisible by small numbers 2,3,4,5,8,9 and 11. We have explored the relationship between digits of the numbers and their divisibility by different numbers.
   (a) Divisibility by 2,5 and 10 can be seen by just the last digit.
   (b) Divisibility by 3 and 9 is checked by finding the sum of all digits.
   (c) Divisibility by 4 and 8 is checked by the last 2 and 3 digits respectively.
   (d) Divisibility of 11 is checked by comparing the sum of digits at odd and even places.
5. We have learnt that –
   (a) The Highest Common Factor (HCF) of two or more given numbers is the highest of their common factors.
   (b) The Lowest Common Multiple (LCM) of two or more given numbers is the lowest of their common multiples.

మనము ఏమి చర్చించాము ?

1. మనము గుణిజాలు, భాజకాలు, కారణాంకాలను చర్చించాము మరియు కారణాంకాలు మరియు గుణిజాలను ఎలా గుర్తించాలో చూశాము.
2. మనము ఈ క్రింది వాటిని చర్చించాము మరియు కనుగొన్నాము:
   (a) సంఖ్య యొక్క కారణాంకం ఆ సంఖ్య యొక్క ఖచ్చితమైన భాజకం.
   (b) ప్రతి సంఖ్య దానికదే కారణాంకం. 1 అనేది ప్రతి సంఖ్య యొక్క కారణాంకం.
   (c) ఒక సంఖ్య యొక్క ప్రతి కారణాంకం ఇచ్చిన సంఖ్య కంటే తక్కువగా లేదా సమానంగా ఉంటుంది.
   (d) ప్రతి సంఖ్య దాని ప్రతి కారణాంకం యొక్క గుణకం.
   (e) ఇచ్చిన సంఖ్య యొక్క ప్రతి గుణిజం ఆ సంఖ్య కంటే ఎక్కువ లేదా సమానంగా ఉంటుంది.
   (f) ప్రతి సంఖ్య దానికదే గుణిజం.
3. మనము వీటిని నేర్చుకున్నాము–
   (a) 1 కాకుండా ఇతర సంఖ్యలలో, కేవలం 1 మరియు అదే సంఖ్య అనే కారణాంకాలు మాత్రమే ఉన్న సంఖ్య ప్రధాన సంఖ్య. రెండు కంటే ఎక్కువ కారణాంకాలు ఉన్న సంఖ్యలను సంయుక్త సంఖ్యలు అంటారు. 1 ప్రధాన సంఖ్య కాదు సంయుక్త సంఖ్య కాదు.
   (b) 2 అతి చిన్న ప్రధాన సంఖ్య మరియు ఇది సరి సంఖ్య. 2 మినహా మిగిలిన ప్రధాన సంఖ్యలన్నీ బేసి సంఖ్యలు.
   (c) 1 మాత్రమే సామాన్య కారణాంకంగా ఉన్న రెండు సంఖ్యలను పరస్పర ప్రధాన సంఖ్యలు అంటారు.
   (d) ఒక సంఖ్యను మరొక సంఖ్యతో భాగిస్తే, అది ఆ సంఖ్య యొక్క ఒక్కో కారణాంకం ద్వారా భాగించబడుతుంది.
   (e) రెండు పరస్పర ప్రధాన సంఖ్యలతో భాగించబడే సంఖ్య వాటి లబ్దం చేత కూడా భాగించబడుతుంది.
4. ఒక సంఖ్యను చూడటం ద్వారా అది చిన్న సంఖ్యల చేత 2,3,4,5,8,9 మరియు 11 భాగించబడుతుందా లేదా అనేది ఎలా కనుగొనవచ్చో మనము చర్చించాము. సంఖ్యలలోని అంకెలు మరియు వివిధ సంఖ్యల చేత వాటి భాజనీయత మధ్య సంబంధాన్ని మనము అన్వేషించాము.
   (a) 2,5 మరియు 10 ద్వారా భాజనీయత కేవలం చివరి అంకె ద్వారా చూడవచ్చు.
   (b) అన్ని అంకెల మొత్తాన్ని కనుగొనడం ద్వారా 3 మరియు 9 చేత భాజనీయత సరి చూడబడుతుంది.
   (c) 4 మరియు 8 ద్వారా భాజనీయత వరుసగా చివరి 2 మరియు 3 అంకెల ద్వారా సరి చూడబడుతుంది
   (d) బేసి మరియు సరి సంఖ్యల మొత్తాన్ని సరిపోల్చడం ద్వారా 11 యొక్క భాజనీయతను సరి చూస్తారు.
5. మనం నేర్చుకున్నవి –
   (a) రెండు లేదా అంతకంటే ఎక్కువ ఇవ్వబడిన సంఖ్యల యొక్క సామాన్య కారణాంకాలలో అతి పెద్దది గరిష్ట సామాన్య కారణాంకం(గ.సా.కా.)
   (a) రెండు లేదా అంతకంటే ఎక్కువ ఇవ్వబడిన సంఖ్యల యొక్క సామాన్య గుణిజాలలో అతి చిన్నది కనిష్ట సామాన్య గుణిజం (క.సా.గు.).

Basic Geometrical Ideas

0650CH04

Chapter 4

4.1 Introduction

Geometry has a long and rich history. The term 'Geometry' is the English equivalent of the Greek word '*Geometron*'. '*Geo*' means Earth and '*metron*' means Measurement. According to historians, the geometrical ideas shaped up in ancient times, probably due to the need in art, architecture and measurement. These include occasions when the boundaries of cultivated lands had to be marked without giving room for complaints. Construction of magnificent palaces, temples, lakes, dams and cities, art and architecture propped up these ideas. Even today geometrical ideas are reflected in all forms of art, measurements, architecture, engineering, cloth designing etc. You observe and use different objects like boxes, tables, books, the tiffin box you carry to your school for lunch, the ball with which you play and so on. All such objects have different shapes. The ruler which you use, the pencil with which you write are straight. The pictures of a bangle, the one rupee coin or a ball appear round.

Here, you will learn some interesting facts that will help you know more about the shapes around you.

4.2 Points

By a sharp tip of the pencil, mark a dot on the paper. Sharper the tip, thinner will be the dot. This almost invisible tiny dot will give you an idea of a point.

ప్రాథమిక జ్యామితీయ భావనలు

L9I3L7

అధ్యాయం 4

4.1 పరిచయం

రేఖాగణితం (Geometry) పురతనమైన మరియు ఘనమైన చరిత్రను కలిగివుంది. 'జామెట్రి' అనే అంగ్లపదం 'జియోమెట్రాన్' గ్రీకు పదానికి సమానమైనది. 'జియో' అంటే భూమి 'మెట్రాన్' అంటే కొలత అని అర్థం. చరిత్రకారుల అభిప్రాయం ప్రకారం జ్యామితీయ ఆలోచనలు ప్రాచీన కాలం నుండి కళ, వాస్తు మరియు కొలతలతో ప్రారంభం అయి ఉండవచ్చు. వీటిలో పంట భూములకు సరిహద్దులను గుర్తించే సందర్భాలు ఉన్నాయి. అద్భుతమైన రాజభవనాలు,దేవాలయాలు, సరస్సులు, డ్యాములు మరియు నగరాలు, కళలు మరియు వాస్తు నిర్మాణాలు ఈ ఆలోచనలకు ప్రోత్సాహాన్ని ఇస్తాయి. నేటికి కూడా జ్యామితీయ ఆలోచనలు కళ, కొలతలు, వాస్తునిర్మాణం, ఇంజనీరింగ్, వస్త్ర రూపకల్పన మొదలైన వాటిలో ప్రతిబింబిస్తాయి. వివిధ వస్తువులు, బాక్సులు, బల్లలు, పుస్తకాలు మీ పాఠశాలకు తీసుకెళ్ళు టిఫిన్ బాక్సు, ఆటలు ఆడడానికి ఉపయోగించు బంతి మొదలగు వాటిని మీరు గమనించే ఉంటారు. ఈ వస్తువులన్ని వివిధ ఆకారాలు కల్గి వున్నాయి. మీరు ఉపయోగించే కొలబద్ధ, పెన్సిల్ ఇవి తిన్నగా ఉంటాయి. చేతి గాజు యొక్క ఆకారాలు, ఒక రూపాయి నాణెం లేదా ఒక బంతి గుండ్రంగా కనబడతాయి.

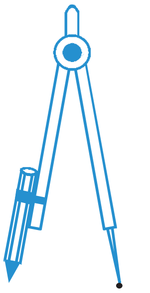
ఇక్కడ మీరు మీ చుట్టూ ఉన్న ఆకృతుల గురించి మరింత తెలుసుకోడానికి మీకు ఉపయోగపడే కొన్ని ఆసక్తికరమైన విషయాలను నేర్చుకుంటారు.

4.2 బిందువులు :

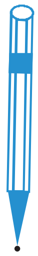
పదునుగా చెక్కిన పెన్సిల్ తో కాగితం పై ఒక చుక్కను పెట్టండి. పెన్సిల్ ముక్క కొన ఎంత పదునుగా వుంటే అంతటి చిన్న చుక్క వస్తుంది. దాదాపు కంటికి కనబడనంత ఈ చిన్న చుక్క బిందువును సూచిస్తుంది.

A point determines a location.

These are some models for a point :



The tip of a compass



The sharpened end of a pencil

The pointed end of a needle

If you mark three points on a paper, you would be required to distinguish them. For this they are denoted by a single capital letter like A,B,C.

•B

•A

•C

These points will be read as point A, point B and point C.

Of course, the dots have to be invisibly thin.

Try These

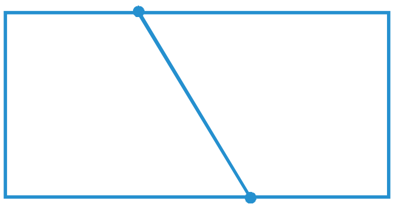
1. With a sharp tip of the pencil, mark four points on a paper and name them by the letters A,C,P,H. Try to name these points in different ways. One such way could be this

   A•   •C

   P•   •H

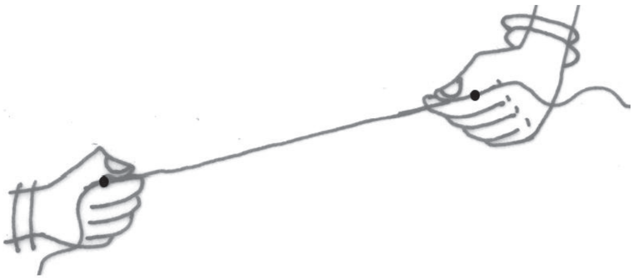
2. A star in the sky also gives us an idea of a point. Identify at least five such situations in your daily life.

4.3 A Line Segment



Fold a piece of paper and unfold it. Do you see a fold? This gives the idea of a line segment. It has two end points A and B.

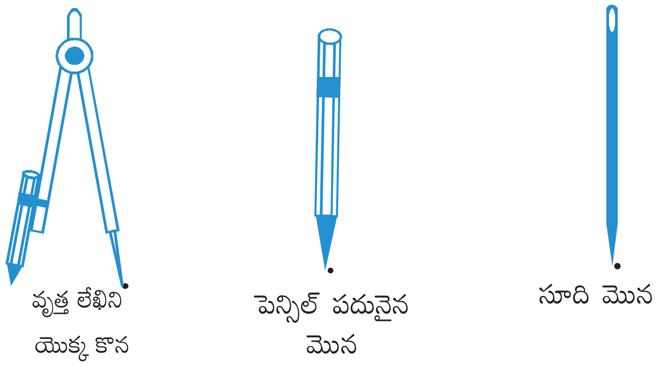
Take a thin thread. Hold its two ends and stretch it without a slack. It represents a line segment. The ends held by hands are the end points of the line segment.

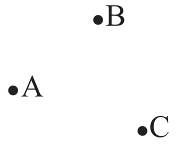


బిందువు అనునది ఒక స్థానాన్ని సూచిస్తుంది.

ఇవి బిందువు కోసం ఇవి కొన్ని నమూనాలు :

మీరు ఒక కాగితంపై గుర్తించిన 3 బిందువుల మధ్య వ్యత్యాసం గుర్తించ వలసిన అవసరం ఉంది! దాని కోసం వాటిని A, B, C, వంటి ఒక్కో ఆంగ్ల పెద్ద అక్షరాలచేత సూచిస్తాము.



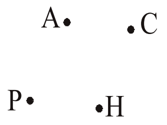


ఈ బిందువులను బిందువు A, బిందువు B మరియు బిందువు C అని చదువుతాము.

వాస్తవానికి చుక్కలు కనిపించనంత చిన్నవిగా ఉంటాయి.

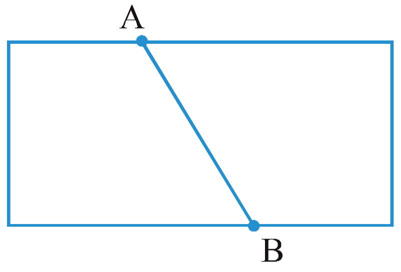
ప్రయత్నించండి

1. పదునైన పెన్సిల్ మొనద్వారా కాగితంపై నాలుగు బిందువులను గుర్తించండి. వాటికి A,C,P,H. అని పేరు పెట్టండి. ఈ బిందువులకు వేరు వేరు పేర్లు పెట్టడానికి ప్రయత్నించండి. వాటిలో ఒక రకం క్రింద ఇవ్వబడింది.



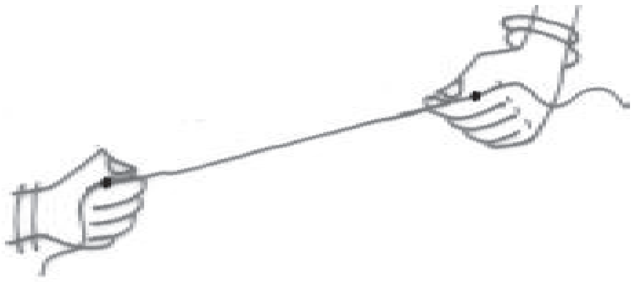
2. ఆకాశంలోని నక్షత్రము కూడా బిందువు భావనను ఇస్తుంది. ఈ విధంగా నిత్యజీవితంలో కనీసం 5 సందర్భాలను గుర్తించండి.

4.2 రేఖా ఖండం :

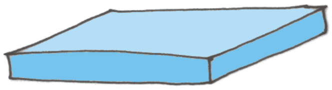


ఒక కాగితపు ముక్కను తీసుకొని మొదట మడచి తర్వాత తెరవండి. మీరు మడతను గమనించారా? ఇది మనకు రేఖా ఖండము అనే భావనను ఇస్తుంది. దీనికి A మరియు B అను రెండు అంత్య బిందువులుంటాయి.

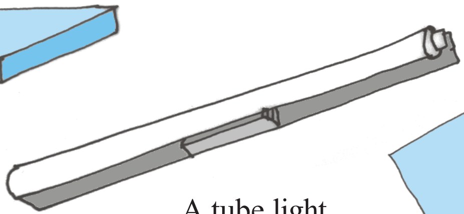
పలుచని దారాన్ని తీసుకోండి. రెండు కొనలను పట్టుకొని తిన్నగా లాగండి ఇది రేఖా ఖండాన్ని సూచిస్తుంది. దీని చివరలు రేఖాఖండపు అంత్యబిందువులు.



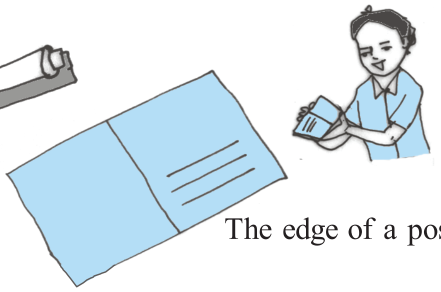
The following are some models for a line segment :



An edge of a box



A tube light



The edge of a post card

Try to find more examples for line segments from your surroundings.

Mark any two points A and B on a sheet of paper. Try to connect A to B by all possible routes. (Fig 4.1)

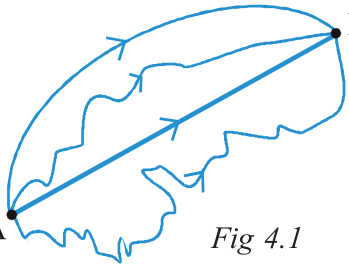


Fig 4.1

What is the shortest route from A to B?

This shortest join of point A to B (including A and B) shown here is a line segment. It is denoted by $\overline{AB}$ or $\overline{BA}$. The points A and B are called the end points of the segment.

Try These

1. Name the line segments in the figure 4.2. Is A, the end point of each line segment?

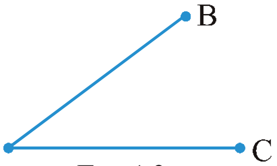
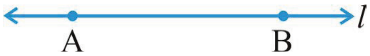


Fig 4.2

4.4 A Line

Imagine that the line segment from A to B (i.e. $\overline{AB}$) is extended beyond A in one direction and beyond B in the other direction without any end (see figure). You now get a **model for a line**.



Do you think you can draw a complete picture of a line? No. (Why?)

A line through two points A and B is written as $\overleftrightarrow{AB}$. It extends indefinitely in both directions. So it contains a countless number of points. (Think about this).

Two points are enough to fix a line. We say 'two points determine a line'.

The adjacent diagram (Fig 4.3) is that of a line PQ written as $\overleftrightarrow{PQ}$. Sometimes a line is denoted by a letter like *l*, *m*.

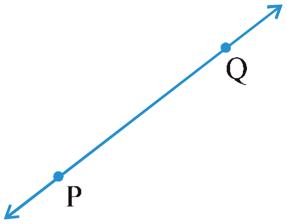
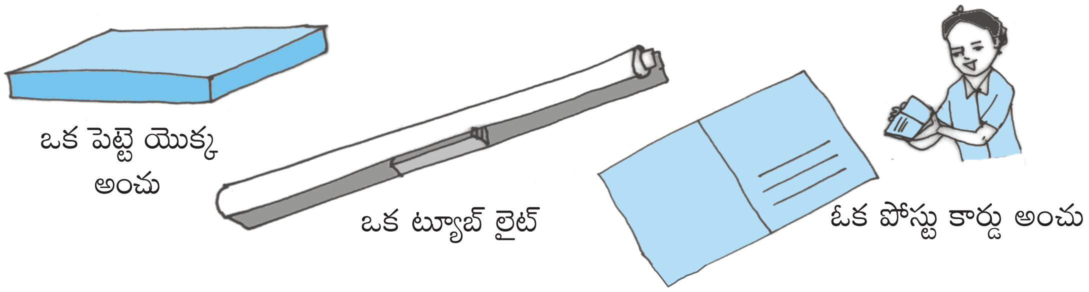


Fig 4.3

రేఖా ఖండానికి కొన్ని నమూనాలు క్రింద ఇవ్వబడ్డాయి.



మీ పరిసరాలలో రేఖాఖండాలకు కొన్ని ఉదాహరణలు కనుగొనుటకు ప్రయత్నించండి.

ఒక కాగితం పై ఏవైనా రెండు బిందువులు A మరియు Bలను గుర్తించండి. మీకు వీలైనన్ని విధాలుగా A, B లను కలపండి. (పటం 4.1)

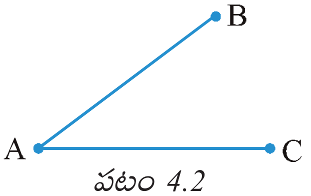
పటం 4.1

వీటిలో A నుంచి B కి దగ్గర మార్గం ఏది?

A నుంచి B కి గల ఈ దగ్గర మార్గన్నే (A మరియు B లను కలుపుకొని) రేఖాఖండం AB అని అంటారు. దీనిని $\overline{AB}$ లేదా $\overline{BA}$ తో సూచిస్తారు. A మరియు B లను రేఖా ఖండము యొక్క అంత్య బిందువులు అంటారు.

ప్రయత్నించండి

1. పటం 4.2లో రేఖాఖండాలను పేర్కొనండి.
   రెండు రేఖా ఖండాల చివరి బిందువు A అవుతుందా?



పటం 4.2

4.4 సరళరేఖ :

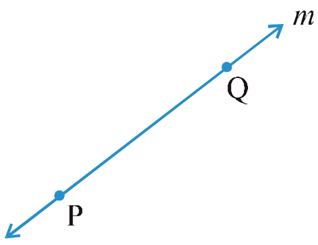
A నుండి B వరకు రేఖాఖండం (అనగా $\overline{AB}$) Aను దాటి ఒక దిశలో మరియు B ను దాటి మరొక దిశలో అంత్యం లేకుండా విస్తరించబడిందని ఊహించండి (పటం చూడండి). ఇప్పుడు మనకు ఒక రేఖకు **నమూనా** లభించింది.

ఒక **సరళ రేఖ పూర్తి చిత్రాన్ని** రాయగలమా? లేదు. (ఎందుకు?)

A మరియు B బిందువుల ద్వారా గీచిన సరళ రేఖను ($\overleftrightarrow{AB}$)? గా రాస్తాము. ఇది రెండు వైపుల అనంతంగా విస్తరించి ఉంటుంది. కావున ఇందులో అసంఖ్యాకమైన బిందువులు ఉంటాయి. (దీని గురించి ఆలోచించండి).

ఒక సరళ రేఖను సూచించడానికి రెండు బిందువులు సరిపోతాయి. "రెండు బిందువులు ఒక రేఖను నిర్ధారిస్తాయి" అని చెప్పవచ్చు.

ప్రక్క రేఖా చిత్రం (పటం 4.3) PQ సరళ రేఖను సూచిస్తుంది. దానినే ($\overleftrightarrow{PQ}$) గా వ్రాస్తాం. కొన్నిసార్లు ఒక రేఖను అక్షరాలు l, m లాంటి వాటితో సూచిస్తాము.



పటం 4.3

4.5 Intersecting Lines

Look at the diagram (Fig 4.4). Two lines l_1 and l_2 are shown. Both the lines pass through point P. We say l_1 and l_2 intersect at P. If two lines have one common point, they are called *intersecting lines*.

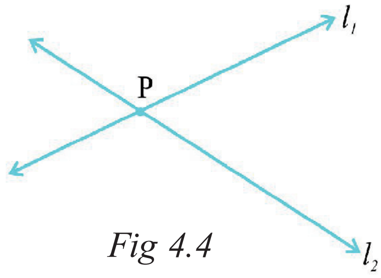
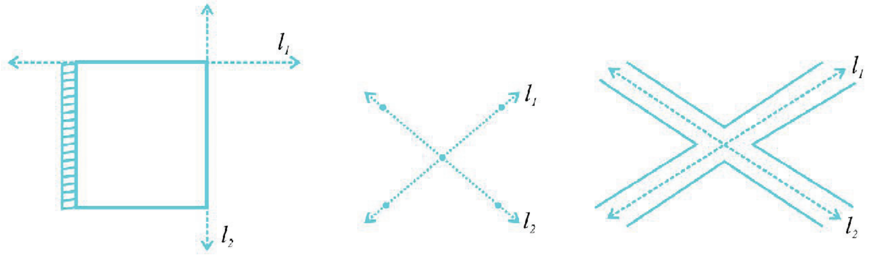


Fig 4.4

The following are some models of a pair of intersecting lines (Fig 4.5) :

Try to find out some more models for a pair of intersecting lines.



Two adjacement edges of your notebook | The letter X of the English alphabet | Crossing-roads

Fig 4.5

Do This

Take a sheet of paper. Make two folds (and crease them) to represent a pair of intersecting lines and discuss :

(a) Can two lines intersect in more than one point?

(b) Can more than two lines intersect in one point?

4.6 Parallel Lines

Let us look at this table (Fig 4.6). The top ABCD is flat. Are you able to see some points and line segments?

Are there intersecting line segments?

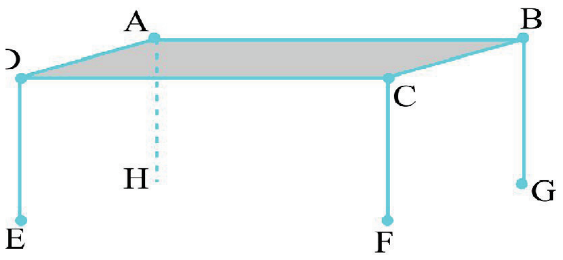


Fig 4.6

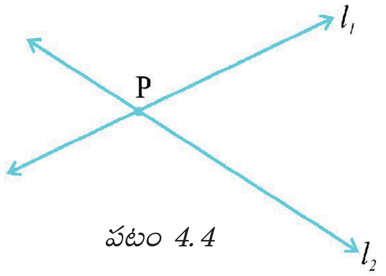
Yes, $\overleftrightarrow{AB}$ and $\overleftrightarrow{BC}$ intersect at the point B.

Which line segments intersect at A? at C? at D?

Do the lines $\overleftrightarrow{AD}$ and $\overleftrightarrow{CD}$ intersect?

4.5 ఖండన రేఖలు :

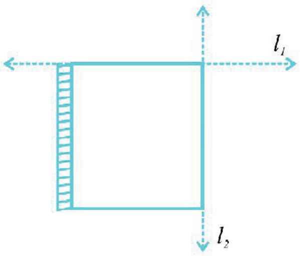
పటం గమనించండి (పటం 4.4). రెండు వేరువేరు రేఖలు l_1 మరియు l_2 లు చూపబడ్డాయి. ఈ రెండు రేఖలు బిందువు P గుండా పోతున్నాయి. మనం l_1 మరియు l_2 రేఖలు P వద్ద ఖండించు కొంటాయి అంటాము. రెండు రేఖలకు ఒకే ఉమ్మడి బిందువు ఉంటే ఆ రేఖలను *ఖండన రేఖలు* అంటారు.



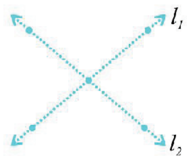
పటం 4.4

కొన్ని ఖండన రేఖల జతల నమూనాలు క్రింద ఇవ్వబడినవి. (పటం 4.5)

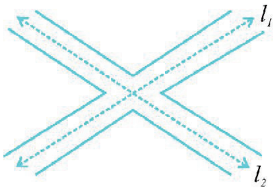
ఇటువంటి మరికొన్ని ఖండన రేఖల జతల నమూనాలు కనుక్కోడానికి ప్రయత్నం చేయండి.



మీ నోటు పుస్తకపు రెండు ప్రక్క అంచులు.



ఆంగ్ల అక్షరము X



రహదారి కూడలి

పటం 4.5

ఇది చేయండి

ఒక కాగితాన్ని తీసుకోండి. ఖండన రేఖలను చూపడానికి రెండు సార్లు మడచి (మడత వెంబడి గట్టిగా అదమాలి) మరియు చర్చించండి.

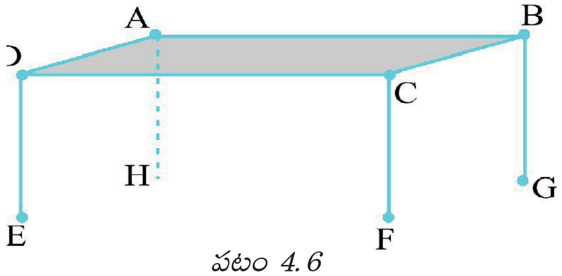
(a) రెండు రేఖలు ఒకటి కంటే ఎక్కువ బిందువుల వద్ద ఖండించుకొంటాయా ?

(b) రెండు కంటే ఎక్కువ రేఖలు ఒకే బిందువు వద్ద ఖండించకోగలవా?

4.6 సమాంతర రేఖలు

క్రింది బల్లను గమనించండి (పటం 4.6) దాని ఉపరితలం ABCD సమతలంగా ఉంది. మీరు కొన్ని బిందువులను మరియు రేఖాఖండాలను గమనించడం సాధ్యమా?

అక్కడ ఖండన రేఖా ఖండాలు ఉన్నాయా ?



పటం 4.6

అవును, $\overleftrightarrow{AB}$ మరియు $\overleftrightarrow{BC}$ లు బిందువు B వద్ద ఖండించుకొంటున్నాయి.

A వద్ద, C వద్ద, D వద్ద ఏఏ రేఖాఖండాలు ఖండించుకొంటున్నాయి ?

$\overleftrightarrow{AD}$ మరియు $\overleftrightarrow{CD}$ రేఖలు ఖండించుకొంటాయా?

Do the lines $\overleftrightarrow{AD}$ and $\overleftrightarrow{BC}$ intersect?

You find that on the table's surface there are line segment which will not meet, however far they are extended. $\overleftrightarrow{AD}$ and $\overleftrightarrow{BC}$ form one such pair. Can you identify one more such pair of lines (which do not meet) on the top of the table?

Lines like these which do not meet are said to be parallel; and are called **parallel lines**.

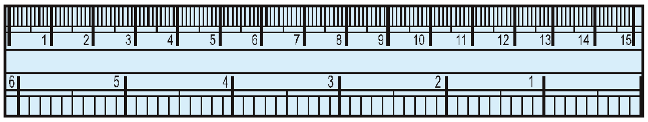
Think, discuss and write

Where else do you see parallel lines? Try to find ten examples.

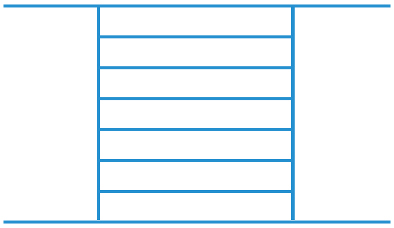
If two lines $\overleftrightarrow{AB}$ and $\overleftrightarrow{CD}$ are parallel, we write $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$.

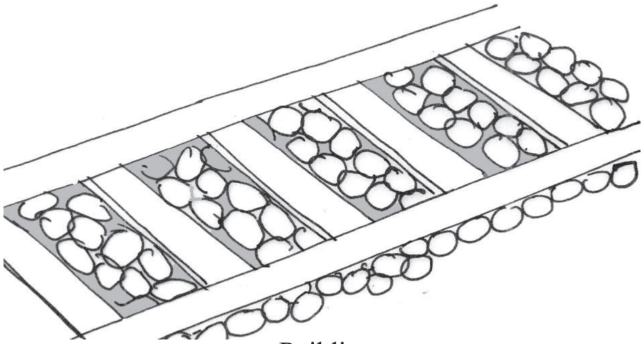
If two lines l_1 and l_2 are parallel, we write $l_1 \parallel l_2$.

Can you identify parrallel lines in the following figures?

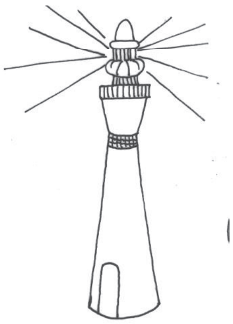


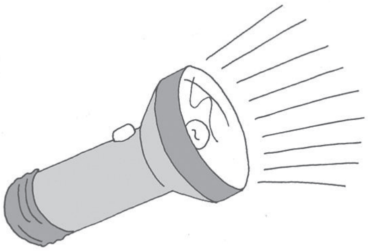
The opposite edges of ruler (scale)

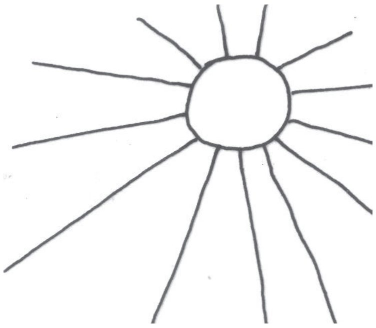

The cross-bars of this window


Rail lines

4.7 Ray


Beam of light from a light house


Ray of light from a torch


Sun rays

$\overleftrightarrow{AD}$ మరియు $\overleftrightarrow{BC}$ రేఖలు ఖండించుకొంటాయా ?

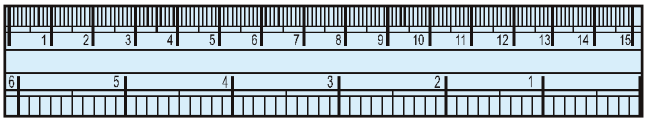
బల్ల ఉపరితలంపై ఎంత పొడిగించనను ఖండించు కొనని రేఖా ఖండాలను మీరు కనుగొనగలరు. $\overleftrightarrow{AD}$ మరియు $\overleftrightarrow{BC}$ లు అటువంటి ఒక జతను ఏర్పరచుచున్నాయి. బల్ల ఉపరితలంపై ఇలాంటి (పరస్పరం ఖండించు కొనని) మరొక జత రేఖలను గుర్తించగలరా?

ఇలాంటి పరస్పరం ఖండించు కొనని రేఖలను సమాంతరాలు అంటాం మరియు వాటిని **సమాంతర రేఖలు** అని పిలుస్తాము.

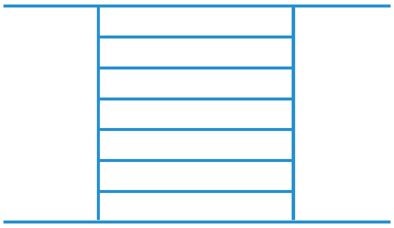
ఆలోచించి, చర్చించి రాయండి

ఇంకా మీరు ఎక్కడైన సమాంతర రేఖలను చూశారా? ఈ విధమైన 10 ఉదాహరణలు కనుగొనడానికి ప్రయత్నించండి. రెండు రేఖలు $\overleftrightarrow{AB}$ మరియు $\overleftrightarrow{CD}$ లు సమాంతరంగా ఉంటే, వాటిని $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$ అని రాస్తాం. రెండు రేఖలు l_1 మరియు l_2 లు సమాంతరంగా ఉంటే $l_1 \parallel l_2$ అని రాస్తాం.

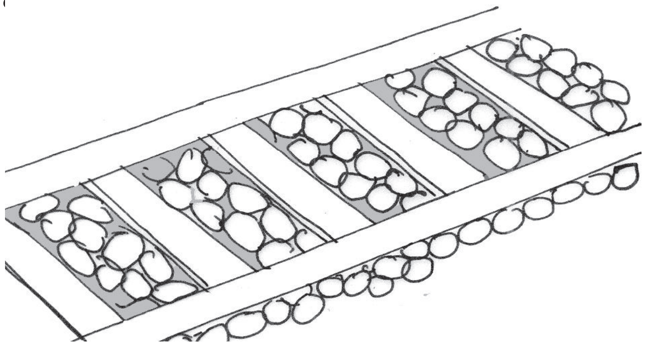
కింద ఇవ్వబడిన పటాలలో సమాంతర రేఖలను గుర్తించగలరా?



స్కేల్ యొక్క ఎదురురెదురు అంచులు

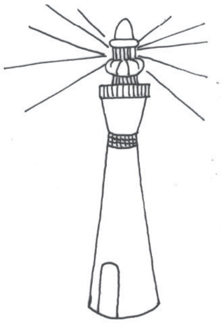


కిటికీ అడ్డ కమ్మీలు

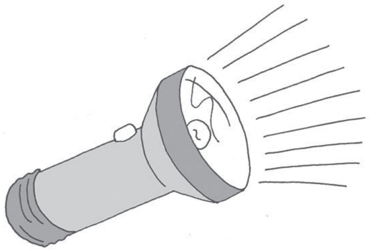


రైలు పట్టాలు

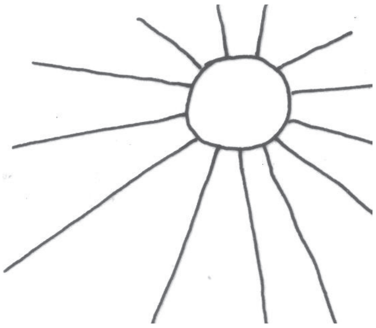
4.7 కిరణం



లైట్ హౌస్ నుండి వెలువడిన కాంతి పుంజం



టార్చ్ నుండి వెలువడిన కాంతి కిరణాలు



సూర్య కిరణాలు

The following are some models for a ray :

A *ray* is a portion of a line. It starts at one point (called starting point or initial point) and goes endlessly in a direction.

Look at the diagram (Fig 4.7) of ray shown here. Two points are shown on the ray. They are (a) A, the starting point (b) P, a point on the path of the ray.

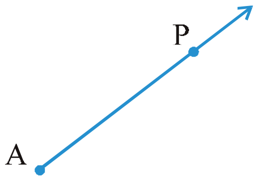


Fig 4.7

We denote it by $\overrightarrow{AP}$.

Think, discuss and write

If $\overrightarrow{PQ}$ is a ray,

(a) What is its starting point?

(b) Where does the point Q lie on the ray?

(c) Can we say that Q is the starting point of this ray?

Try These

1. Name the rays given in this picture (Fig 4.8).
2. Is T a starting point of each of these rays?

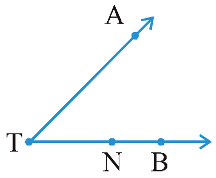


Fig 4.8

Here is a ray $\overrightarrow{OA}$ (Fig 4.9). It starts at O and passes through the point A. It also passes through the point B.

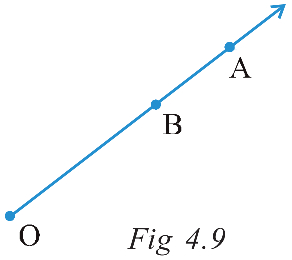


Fig 4.9

Can you also name it as $\overrightarrow{OB}$? Why?

$\overrightarrow{OA}$ and $\overrightarrow{OB}$ are same here.

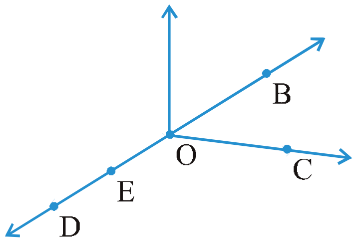
Can we write $\overrightarrow{OA}$ as $\overrightarrow{AO}$? Why or why not?

Draw five rays and write appropriate names for them.

What do the arrows on each of these rays show?

EXERCISE 4.1

1. Use the figure to name :
   (a) Five points
   (b) A line
   (c) Four rays
   (d) Five line segments



2. Name the line given in all possible (twelve) ways, choosing only two letters at a time from the four given.

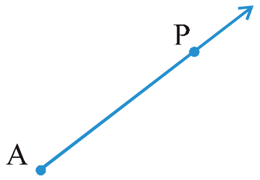
కిరణము అనునది రేఖలోని కొంత భాగం. కిరణము ఒక బిందువు(తొలి బిందువు లేదా ఆది బిందువు అని పిలుస్తారు) నుండి బయలు దేరి నిర్దేశిత దిశలో ఆగకుండా సాగుతూ పోతుంది.

ఇక్కడ కిరణపు రేఖాచిత్రం (పటం 4.7) ను చూపబడింది.

కిరణంపై రెండు బిందువులు చూపబడినాయి.

అవి (a) తొలి బిందువు A, (b) కిరణం పై P ఒక బిందువు.

దీనిని మనం $\overrightarrow{AP}$ తో సూచిస్తాం.



పటం 4.7

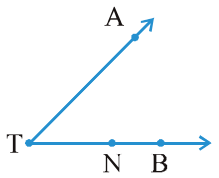
ఆలోచించి, చర్చించి మరియు రాయండి.

$\overrightarrow{PQ}$ ఒక కిరణమైతే

(a) దీని తొలి బిందువు ఏది?

(b) బిందువు Q కిరణం పై ఎక్కడ ఉంటుంది?

(c) Q ను ఈ కిరణము తొలిబిందువు అని చెప్పవచ్చా?

> **ప్రయత్నించండి**
>
> 1. ఇచ్చిన పటంలో (*పటం 4.8)* కిరణాలు గుర్తించండి.
> 2. ఈ కిరణాల తొలి బిందువు T అవుతుందా?
>
> 
>
> *పటం 4.8*

ఇక్కడ ఒక కిరణం $\overrightarrow{OA}$ ఉంది (పటం 4.9). ఇది బిందువు O వద్ద ప్రారంభమయి బిందువు A గుండా పోతుంది. ఇది బిందువు B నుండి కూడా పోతుంది.

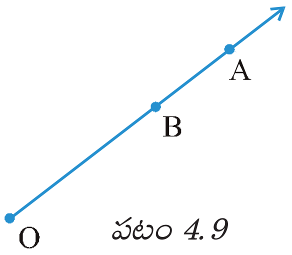
మీరు దీనిని $\overrightarrow{OB}$ అని పేర్కొనవచ్చా? ఎందుకు?

ఇక్కడ $\overrightarrow{OA}$ మరియు $\overrightarrow{OB}$ లు ఒకటేనా?

మనము $\overrightarrow{OA}$ ని $\overrightarrow{AO}$ అని రాయవచ్చా? ఎందుకు? లేదా ఎందుకు కాదు?

ఐదు కిరణాలను గీచి, వాటికి సరైన పేర్లను ఇవ్వండి.

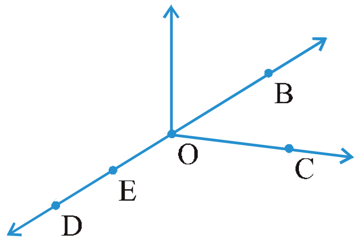
ఈ కిరణాలలో బాణం గుర్తు దేనిని సూచిస్తుంది.



పటం 4.9

అభ్యాసం 1.1

1. పటం చూసి, పేర్లను రాయండి.
   (a) ఐదు బిందువులు
   (b) ఒక సరళ రేఖ
   (c) నాలుగు కిరణాలు
   (d) ఐదు రేఖా ఖండాలు



2. ఇవ్వబడిన పటంలో 4 బిందువులలో ప్రతిసారి రెండు అక్షరాలను తీసుకొని సాధ్యమైనన్ని (పన్నెండు) విధాలుగా సరళరేఖలకు పేర్లు రాయండి

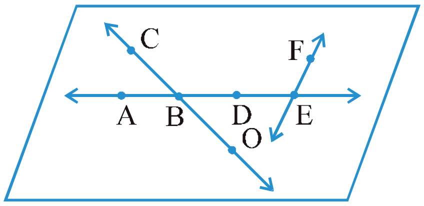
3. Use the figure to name :

   (a) Line containing point E.

   (b) Line passing through A.

   (c) Line on which O lies

   (d) Two pairs of intersecting lines.



4. How many lines can pass through (a) one given point? (b) two given points?

5. Draw a rough figure and label suitably in each of the following cases:

   (a) Point P lies on $\overline{AB}$.

   (b) $\overleftrightarrow{XY}$ and $\overleftrightarrow{PQ}$ intersect at M.

   (c) Line l contains E and F but not D.

   (d) $\overleftrightarrow{OP}$ and $\overleftrightarrow{OQ}$ meet at O.

6. Consider the following figure of line $\overleftrightarrow{MN}$. Say whether following statements are true or false in context of the given figure.

   (a) Q, M, O, N, P are points on the line $\overleftrightarrow{MN}$.

   (b) M, O, N are points on a line segment $\overline{MN}$.

   (c) M and N are end points of line segment $\overline{MN}$.

   (d) O and N are end points of line segment $\overline{OP}$.

   (e) M is one of the end points of line segment $\overline{QO}$.

   (f) M is point on ray $\overrightarrow{OP}$.

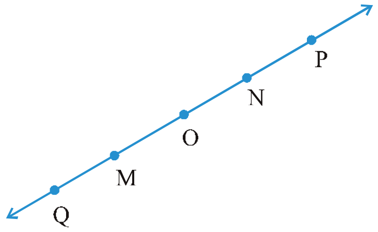
   (g) Ray $\overrightarrow{OP}$ is different from ray $\overrightarrow{QP}$.

   (h) Ray $\overrightarrow{OP}$ is same as ray $\overrightarrow{OM}$.

   (i) Ray $\overrightarrow{OM}$ is not opposite to ray $\overrightarrow{OP}$.

   (j) O is not an initial point of $\overrightarrow{OP}$.

   (k) N is the initial point of $\overrightarrow{NP}$ and $\overrightarrow{NM}$.



4.8 Curves

Have you ever taken a piece of paper and just doodled? The pictures that are results of your doodling are called *curves*.

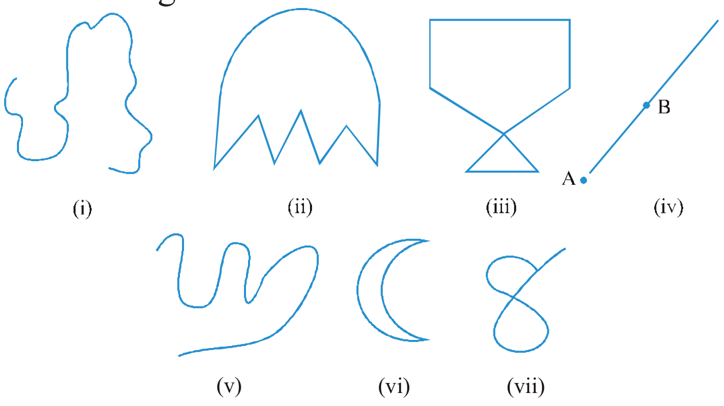
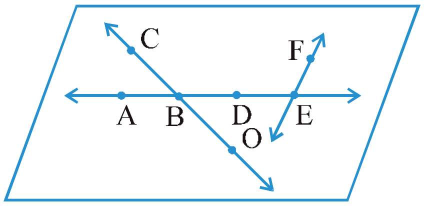
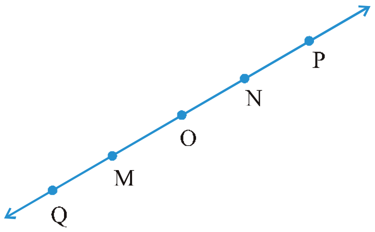


Fig 4.10

3. ప్రక్క పటాన్ని ఉపయోగించి కింది వాటిని పేర్కొనండి.
   (a) E బిందువును కలిగిన రేఖ
   (b) A బిందువు నుండి పోయే రేఖ
   (c) O బిందువు కలిగిన రేఖ
   (d) రెండు ఖండన రేఖల జతలు

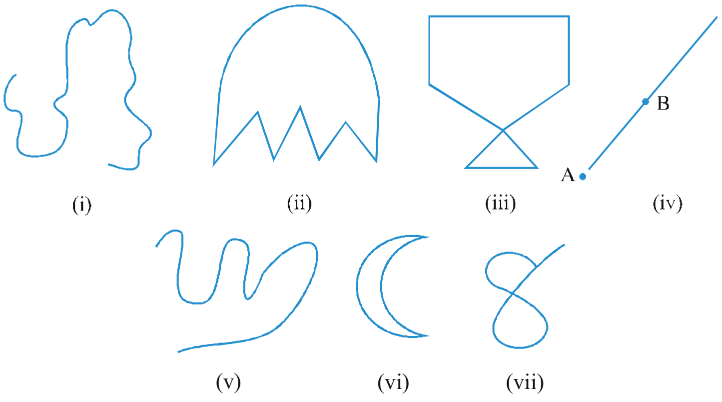


4. (a) ఒక బిందువు గుండా (b) రెండు బిందువుల గుండా ఎన్ని రేఖలు పోతాయి.
5. క్రింద ఇవ్వబడిన ప్రతి సందర్భానికి, సరైన గుర్తులతో చిత్తు పటాన్ని గీయండి.
   (a) $\overline{AB}$ పై P బిందువు ఉంది.
   (b) $\overleftrightarrow{XY}$ మరియు $\overleftrightarrow{PQ}$ లు 'M' వద్ద ఖండించుకొంటాయి.
   (c) E మరియు F లు కలిగి D లేని రేఖ l.
   (d) $\overrightarrow{OP}$ మరియు $\overrightarrow{OQ}$ లు O వద్ద కలుస్తాయి.
6. ఇచ్చిన పటంలో సరళ రేఖ $\overleftrightarrow{MN}$ ను గమనించి, చిత్రానికి సంబంధించిన, క్రింద ఇచ్చిన వ్యాఖ్యలు సత్యమా లేదా అసత్యమా చెప్పండి.
   (a) Q, M, O, N, P బిందువులు సరళ రేఖ $\overleftrightarrow{MN}$ పై బిందువులు.
   (b) M, O, N బిందువులు $\overleftrightarrow{MN}$ రేఖాఖండం పై బిందువులు.
   (c) M మరియు N లు రేఖాఖండం $\overline{MN}$ యొక్క అంత్య బిందువులు.
   (d) O మరియు Nలు రేఖాఖండము OP యొక్క అంత్య బిందువులు.
   (e) $\overline{QO}$ రేఖాఖండంకు M ఒక అంత్య బిందువు.
   (f) కిరణం $\overrightarrow{OP}$ పై M ఒక బిందువు.
   (g) కిరణం $\overrightarrow{OP}$ కిరణం $\overrightarrow{QP}$ కి విభిన్నంగా ఉంది.
   (h) కిరణం $\overrightarrow{OP}$ మరియు కిరణం $\overrightarrow{OM}$? లు ఒకటే.
   (i) కిరణం $\overrightarrow{OM}$ కిరణం $\overrightarrow{OP}$ కి వ్యతిరేఖ దిశలో లేదు.
   (j) $\overrightarrow{OP}$ కి O తొలి బిందువు కాదు.
   (k) $\overrightarrow{NP}$ మరియు $\overrightarrow{NM}$ లకు N తొలి బిందువు.



4.8 వక్ర రేఖలు

మీరు ఎప్పుడైనా ఒక ఒక కాగితం ముక్కని తీసుకొని బాగా నలిపారా? అలా నలపగా ఏర్పడిన చిత్రాలే వక్ర రేఖలు.



పటం 4.10

You can draw some of these drawings without lifting the pencil from the paper and without the use of a ruler. These are all curves (Fig 4.10).

'Curve' in everyday usage means "not straight". In Mathematics, a curve can be straight like the one shown in fig 4.10 (iv).

Observe that the curves (iii) and (vii) in Fig 4.10 cross themselves, whereas the curves (i), (ii), (v) and (vi) in Fig 4.10 do not. If a curve does not cross itself, then it is called a **simple curve**.

Draw five more simple curves and five curves that are not simple.

Consider these now (Fig 4.11).

What is the difference between these two? The first i.e. Fig 4.11 (i) is an **open curve** and the second i.e. Fig 4.11(ii) is a **closed curve**. Can you identify some closed and open curves from the figures Fig 4.10 (i), (ii), (v), (vi)? Draw five curves each that are open and closed.

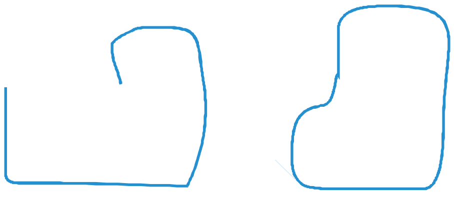


Fig 4.11

Position in a figure

A court line in a tennis court divides it into three parts : inside the line, on the line and outside the line. You cannot enter inside without crossing the line.

A compound wall separates your house from the road. You talk about 'inside' the compound, 'on' the boundary of the compound and 'outside' the compound.

In a closed curve, thus, there are three parts.

(i) interior ('inside') of the curve

(ii) boundary ('on') of the curve and

(iii) exterior ('outside') of the curve.

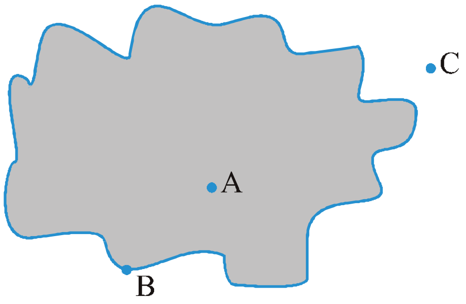


Fig 4.12

In the figure 4.12, A is in the interior, C is in the exterior and B is on the curve.

The interior of a curve together with its boundary is called its "**region**".

4.9 Polygons

Look at these figures 4.13 (i), (ii), (iii), (iv), (v) and (vi).

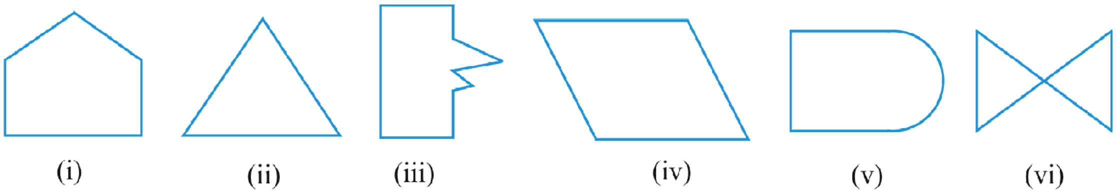


Fig 4.13

మీరు పై చిత్రాలలో కొన్నింటిని గీసేటప్పుడు కాగితంపై నుంచి పెన్సిల్ని ఒక సారైనా పైకెత్తకుండా, కొలతబద్దను ఉపయోగించకుండా గీయవచ్చు. ఇవన్నియూ, వక్రరేఖలు (పటం 4.10).

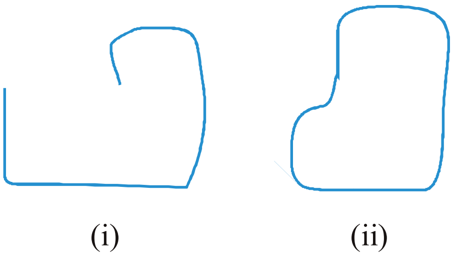
ప్రతి రోజు ఉపయోగించే పద వినియోగం ప్రకారం 'వక్రరేఖ' అనగా 'తిన్నగా లేనిది' అని అర్థం. గణితంలో వక్ర అనగా పటం 4.10 (iv) లాగా తిన్నగా కూడా ఉండవచ్చు.

పటం 4.10లో వక్ర అకృతులైన (iii) మరియు (vii) లలో వక్ర రేఖలు పరస్పరం ఖండించుకొంటాయి. అదే విధంగా పటం 4.10 లో (i), (ii), (v) మరియు (vi) లలో వక్రరేఖలు ఖండించుకొనవు. తనని తాను ఖండించుకొనని వక్రరేఖను **సరళ వక్రరేఖ** అంటారు.

ఐదు సరళ వక్రరేఖలను మరియు ఐదు సరళ వక్రరేఖలు కాని వాటిని గీయండి.

పటం 4.11 ను పరిగణించి, ఈ రెండు చిత్రాల మధ్య వ్యత్యాసమేమి ?

మొదటి పటం 4.11 **వివృత వక్రం** (open curve) అవుతుంది. మరియు రెండవ పటం 4.11 (ii) **సంవృత వక్రం** (closed curve) అవుతుంది. ఇదే విధంగా పటం 4.10 (i), (ii), (v), (vi) లలో సంవృత మరియు వివృత వక్రాలను గుర్తించగలరా? ఇదే విధంగా ఐదు సంవృత మరియు వివృత వక్రాలను గీయండి.



పటం 4.11

పటంలో బిందువు స్థానం :

టెన్నిస్ కోర్టు అంచు, టెన్నిస్ ప్రాంగణాన్ని మూడు భాగాలుగా విభజించింది. అవి ఏవనగా అంచుకు లోపలి భాగం, అంచు మీద, అంచుకు వెలుపల భాగం. మనం ఈ అంచును దాటకుండా ప్రాంగణంలోనికి ప్రవేశించలేము.

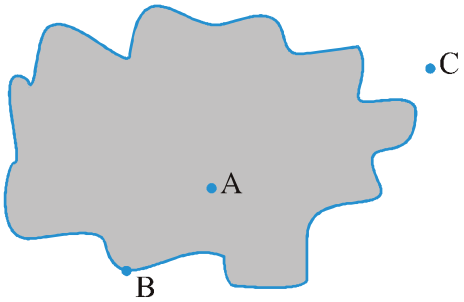
ఇంటి ముందు ప్రహరి గోడ మీ ఇంటిని, రహదారి నుండి వేరు చేస్తుంది. మనం ప్రహరి గోడ లోపల. ప్రహరి గోడ మీద మరియు ప్రహరి గోడ వెలుపల అను అంశాల గురించి మాట్లాడవచ్చును.

ఒక సంవృత వక్రంలో మూడు భాగాలుంటాయి.

(i) వక్రరేఖ అంతరం (వక్ర రేఖ లోపల)

(ii) వక్ర రేఖ సరిహద్దు (వక్ర రేఖ మీద)

(iii) వక్ర రేఖ బాహ్యం (వక్ర రేఖ వెలుపల)

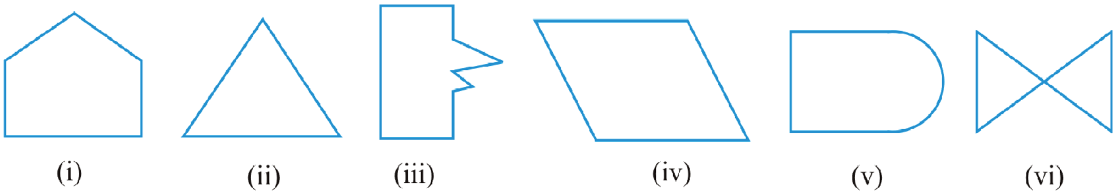


పటం 4.12
పటం 4.12

పటం 4.12లో A వక్ర రేఖ లోపల, C వక్ర రేఖ వెలుపల మరియు B వక్ర రేఖ మీద ఉంది. వక్ర రేఖ సరిహద్దు మరియు లోపలి భాగాన్ని కలిపి 'ప్రాంతం ' అని పిలుస్తారు.

4.9 బహుభుజులు

పటం 4.13లో(i), (ii), (iii), (iv), (v) మరియు (vi) లను చూడండి.



పటం 4.13

What can you say? Are they closed? How does each one of them differ from the other? (i), (ii), (iii), (iv) and (vi) are special because they are made up entirely of line segments. Out of these (i), (ii), (iii) and (iv) are also simple closed curves. They are called **polygons.**

So, a figure is a polygon if it is a simple closed figure made up entirely of line segments. Draw ten differently shaped polygons.

Do This

Try to form a polygon with

1. Five matchsticks.
2. Four matchsticks.
3. Three matchsticks.
4. Two matchsticks.

In which case was it not possible? Why?

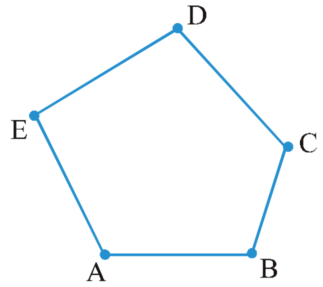


Fig 4.14

Sides, vertices and diagonals

Examine the figure given here (Fig 4.14).

Give justification to call it a polygon.

The line segments forming a polygon are called its *sides*.

What are the sides of polygon ABCDE? (Note how the corners are named in order.)

Sides are $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DE}$ and $\overline{EA}$.

The meeting point of a pair of sides is called its *vertex*.

Sides $\overline{AE}$ and $\overline{ED}$ meet at E, so E is a vertex of the polygon ABCDE. Points B and C are its other vertices. Can you name the sides that meet at these points?

Can you name the other vertices of the above polygon ABCDE?

Any two sides with a common end point are called the *adjacent sides* of the polygon.

Are the sides $\overline{AB}$ and $\overline{BC}$ adjacent? How about $\overline{AE}$ and $\overline{DC}$?

The end points of the same side of a polygon are called the *adjacent vertices*. Vertices E and D are adjacent, whereas vertices A and D are not adjacent vertices. Do you see why?

Consider the pairs of vertices which are not adjacent. The joins of these vertices are called the diagonals of the polygon.

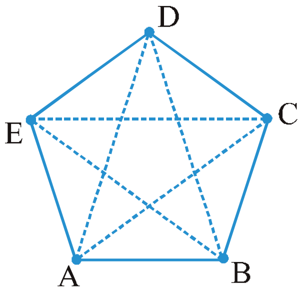


Fig 4.15

In the figure 4.15, $\overline{AC}$, $\overline{AD}$, $\overline{BD}$, $\overline{BE}$ and $\overline{CE}$ are diagonals.

Is $\overline{BC}$ a diagonal, Why or why not?

మీరు ఏమి చెప్పగలరు? అవి సంవృతాలా? వాటిలో ప్రతియొక్కటి ఒక దాని కొకటి ఎలా భిన్నంగా ఉన్నాయి? (i), (ii), (iii), (iv) మరియు (vi) లు ప్రత్యేకమైనవి. ఎందుకనగా అవి పూర్తిగా రేఖా ఖండాలతో ఏర్పడ్డాయి. వాటిలో (i), (ii), (iii) మరియు (iv)లు సరళ సంవృత వక్రాలు కూడా అగును. వాటిని **బహుభుజులు** అని పిలుస్తారు.

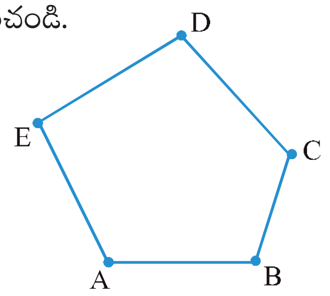
అందువలన, రేఖా ఖండాలతో మాత్రమే ఏర్పడే సరళ సంవృత పటాన్ని బహుభుజి అంటాం. ఈ విధమైన పది వేర్వేరు బహుభుజుల పటాలను గీయండి.

ఇది చేయండి

ఈ క్రింది వాటితో బహు బహుభుజులను తయారుచేయడానికి ప్రయత్నించండి.

1. ఐదు అగ్గిపుల్లలు
2. నాలుగు అగ్గిపుల్లలు
3. మూడు అగ్గిపుల్లలు
4. రెండు అగ్గిపుల్లలు

ఏ సందర్భంలో సాధ్యం కాదు? ఎందుకు?



పటం 4.14

భుజములు, శీర్షాలు మరియు కర్ణములు

ఇక్కడ ఇచ్చిన పటాన్ని ను గమనించండి (పటం 4.14).

దీనిని బహుభుజి అని ఎలా పిలుస్తారో సమర్థించండి?

బహుభుజిని ఏర్పరచు రేఖా ఖండాలను దాని భుజాలు అని అంటారు.

బహుభుజి ABCDE భుజాలు ఏవి? (శీర్షాలను వరుస క్రమములో ఏవిధముగా పేర్కొంటారో గమనించండి.)

భుజాలు $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DE}$ and $\overline{EA}$.

ఒక జత భుజాలు ఖండించుకొనే మరియు బిందువును దాని శీర్షం అని అంటారు.

$\overline{AE}$ మరియు $\overline{ED}$ భుజాలు E వద్ద కలుస్తాయి, కనుక E అనేది బహుభుజి ABCDEకు ఒక శీర్షం అగును. B మరియు C లు దాని ఇతర శీర్షాలు అగును. ఈ బిందువులలో కలిసే భుజాలను మీరు పేర్కొనగలరా?

పై బహుభుజి ABCDE యొక్క ఇతర శీర్షాలను మీరు పేర్కొనగలరా?

ఉమ్మడి శీర్షం కల్గిన ఏవైనా రెండు భుజాలను ఆ బహుభుజి యొక్క ఆసన్న భుజాలు అంటాం.

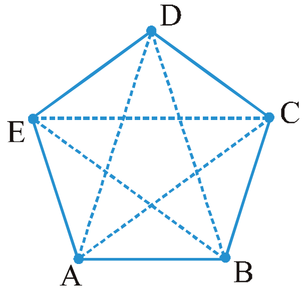
$\overline{AB}$ మరియు $\overline{BC}$ భుజాలు ఆసన్నంగా ఉన్నాయా? $\overline{AE}$ మరియు $\overline{DC}$ లు ఎలా వున్నాయి?

బహుభుజి లో ఒక భుజం యొక్క చివరి బిందువులను ఆసన్న శీర్షాలు అంటారు. శీర్షాలు E మరియు Dలు పక్కపక్కనే ఉంటాయి, అయితే శీర్షాలు A మరియు D లు పక్కపక్కనే లేవు. ఎందుకో చూశారా?

ఆసన్నముగా లేని శీర్షాల జతలను పరిగణించండి. ఈ శీర్షాలను కలిపితే ఏర్పడే వాటిని ఆ బహుభుజి యొక్క కర్ణాలు అంటారు.

పటం4.15లో, $\overline{AC}$, $\overline{AD}$, $\overline{BD}$, $\overline{BE}$ మరియు $\overline{CE}$ లు కర్ణాలు.

$\overline{BC}$ ఒక కర్ణమా? ఎందుకు లేదా ఎందుకు కాదు?



పటం 4.15

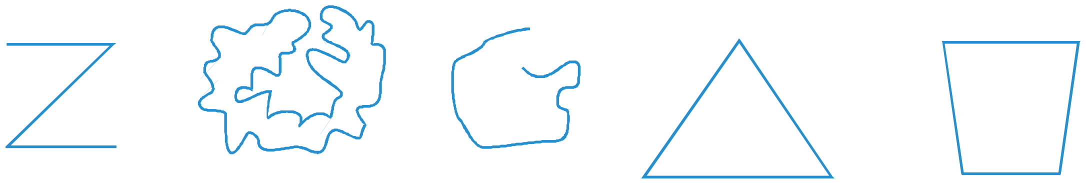
If you try to join adjacent vertices, will the result be a diagonal?

Name all the sides, adjacent sides, adjacent vertices of the figure ABCDE (Fig 4.15).

Draw a polygon ABCDEFGH and name all the sides, adjacent sides and vertices as well as the diagonals of the polygon.

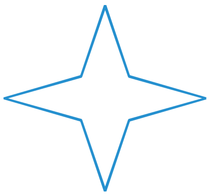
EXERCISE 4.2

1. Classify the following curves as (i) Open or (ii) Closed.



(a) (b) (c) (d) (e)

2. Draw rough diagrams to illustrate the following :
   (a) Open curve (b) Closed curve.
3. Draw any polygon and shade its interior.
4. Consider the given figure and answer the questions :
   (a) Is it a curve? (b) Is it closed?



5. Illustrate, if possible, each one of the following with a rough diagram:
   (a) A closed curve that is not a polygon.
   (b) An open curve made up entirely of line segments.
   (c) A polygon with two sides.

4.10 Angles

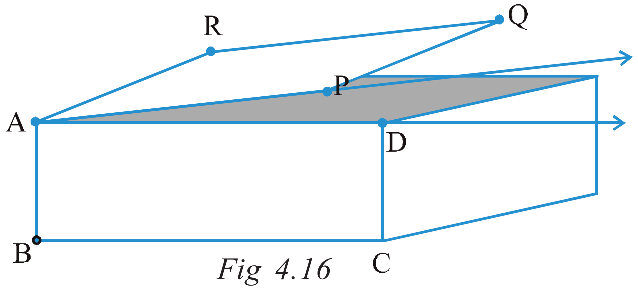


Fig 4.16

Angles are made when corners are formed.

Here is a picture (Fig 4.16) where the top of a box is like a hinged lid. The edges AD of the box and AP of the door can be imagined as two rays $\overrightarrow{AD}$ and $\overrightarrow{AP}$. These two rays have a common initial point A. The two rays here together are said to form an angle.

An angle is made up of two rays starting from a common initial point.

The two rays forming the angle are called the *arms* or *sides* of the angle.

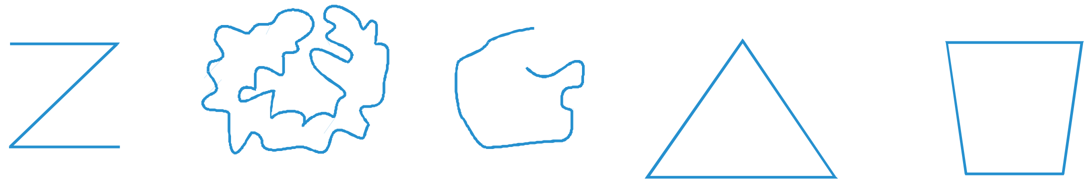
The common initial point is the *vertex* of the angle.

ఆసన్న శీర్షాలను కలపడానికి మీరు ప్రయత్నిస్తే, ఫలితం కర్ణం వస్తుందా?
పటం ABCDE (పటం 4.15)యొక్క అన్ని భుజాలు, ఆసన్న భుజాలు, ఆసన్న శీర్షాల పేర్లను రాయండి.

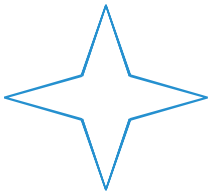
ఒక బహుభుజి ABCDEFGH గీయండి మరియు అన్ని భుజాలు, ఆసన్న భుజాలు మరియు శీర్షాలు, అదేవిధంగా బహుభుజి యొక్క కర్ణాల పేర్లను వ్రాయండి.

అభ్యాసం 4.2

1. దిగువ వక్రాలను (i) వివృత లేదా (ii) సంవృత వక్రాలుగా వర్గీకరించండి.

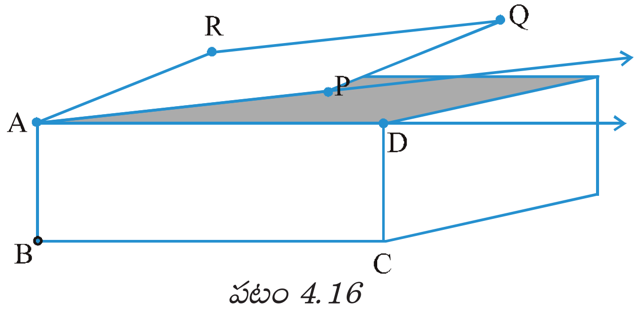


2. ఈ క్రింది వాటిని వివరించడానికి చిత్తు పటాలను గీయండి :
   (a) వివృత వక్రం (b) సంవృత వక్రం
3. ఏదైనా బహుభుజిని గీయండి మరియు దాని లోపలి భాగాన్నిషేడ్ చేయండి.
4. ఇవ్వబడ్డ పటాన్ని పరిగణించండి మరియు ప్రశ్నలకు సమాధానం ఇవ్వండి:
   (a) ఇది వక్రమా? (b) ఇది సంవృతమా?



5. సాధ్యమైతే, ఈ క్రింది వాటిలో ప్రతిదాన్ని ఒక చిత్తు పటం తో వివరించండి:
   (a) బహుభుజి కాని సంవృత వక్రం.
   (b) పూర్తిగా రేఖా ఖండాలతో ఏర్పడే ఒక వివృత వక్రం.
   (c) రెండు భుజాలు కలిగిన బహుభుజి.

4.10 కోణాలు



పటం 4.16

మూలలు ఏర్పడినప్పుడు కోణాలు ఏర్పడతాయి.

ఇక్కడ ఒక చిత్రం (పటం 4.16) లో ఒక పెట్టె పైభాగం ఒక తెరిచిన మూత లాగా ఉంటుంది. పెట్టె అంచు AD మరియు మూత అంచు AP లను రెండు కిరణాలు $\overrightarrow{AD}$ మరియు $\overrightarrow{AP}$. అని భావించుకోవచ్చు. ఈ రెండు కిరణాలు ఉమ్మడి బిందువు A ను కల్గివున్నాయి. ఇక్కడ ఈ రెండు కిరణాలు కలసి కోణాన్ని ఏర్పరచాయి అని అంటాం.

ఒక కోణం ఉమ్మడి తొలి బిందువుతో ప్రారంభమయ్యే రెండు కిరణాలలో ఏర్పడుతుంది.
కోణాన్ని ఏర్పరచే రెండు కిరణాలను కోణం యొక్క భుజాలు అంటారు.
ఉమ్మడి తొలి బిందువును కోణం యొక్క శీర్షం అంటాం.

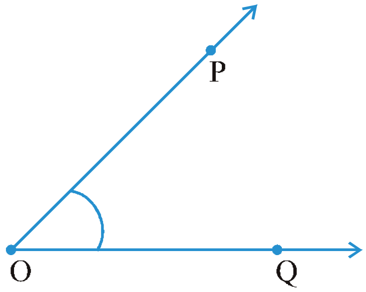


Fig 4.17

This is an angle formed by rays $\overrightarrow{OP}$ and $\overrightarrow{OQ}$ (Fig 4.17). To show this we use a small curve at the vertex. (see Fig 4.17). O is the vertex. What are the sides? Are they not $\overrightarrow{OP}$ and $\overrightarrow{OQ}$? How can we name this angle? We can simply say that it is an angle at O. To be more specific we identify some two points, one on each side and the vertex to name the angle. Angle POQ is thus a better way of naming the angle. We denote this by $\angle POQ$.

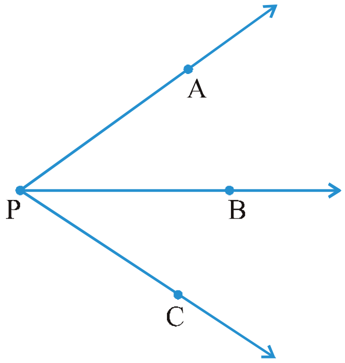


Fig 4.18

Think, discuss and write

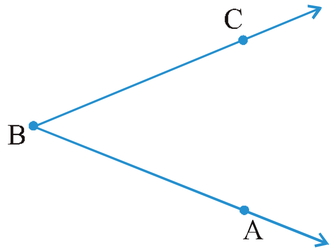
Look at the diagram (Fig 4.18). What is the name of the angle? Shall we say $\angle P$? But then which one do we mean? By $\angle P$ what do we mean?
Is naming an angle by vertex helpful here?
Why not?

By $\angle P$ we may mean $\angle APB$ or $\angle CPB$ or even $\angle APC$! We need more information.

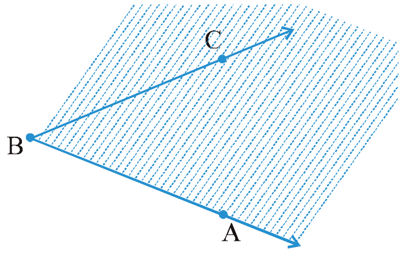
Note that in specifying the angle, the vertex is always written as the middle letter.

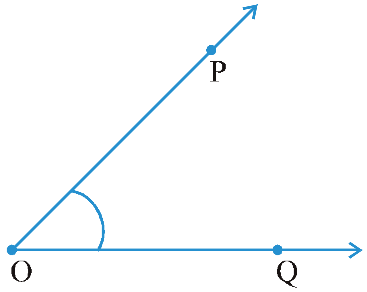
Do This

Take any angle, say $\angle ABC$.



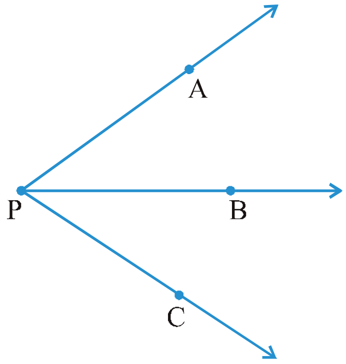
Shade that portion of the paper bordering $\overrightarrow{BA}$ and where $\overrightarrow{BC}$ lies.





పటం 4.17

ఇది కిరణాలు $\overrightarrow{OP}$ మరియు $\overrightarrow{OQ}$ (పటం 4.17) లతో ఏర్పడిన కోణం. దీనిని చూపించడానికి మనం శీర్షం వద్ద ఒక చిన్న వక్రరేఖను ఉపయోగించాము. (పటం 4.17 చూడండి). O అనేది శీర్షం. భుజాలు ఏవి? అవి $\overrightarrow{OP}$ మరియు $\overrightarrow{OQ}$? కాదా? ఈ కోణానికి మనం ఎలా పేరు పెట్టగలం? O వద్ద ఒక కోణం అని మనం సరళంగా చెప్పవచ్చు. మరింత నిర్దిష్టంగా చెప్పాలంటే, మనం కోణంకు పేరు పెట్టడానికి శీర్షంకు చెరో వైపు ఒకబిందువు వుండేలా రెండు బిందువులను గుర్తిస్తాము. కోణం POQ అనేది కోణానికి పేరు పెట్టడానికి మెరుగైన మార్గం. మనం దీనిని $\angle POQ$ ద్వారా సూచిస్తాము.



పటం 4.18

ఆలోచించండి, చర్చించి రాయండి

పటం చూడండి (పటం 4.18). కోణం యొక్క పేరు ఏమిటి? మనం $\angle P$ అని చెప్పాలా? అయితే మనం దేనిని అర్థం చేసుకోవాలి? $\angle P$ ద్వారా మనకు ఏమి అర్థం అయింది?

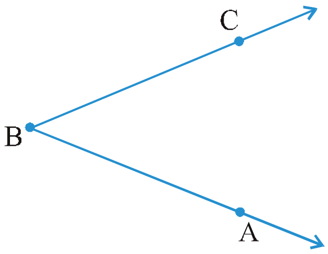
శీర్షం ద్వారా కోణాన్ని పేరు పెట్టడం ఇక్కడ సహాయపడుతుందా? ఎందుకు కాదు?

$\angle P$ అనగా మనం $\angle APB$ లేదా $\angle CPB$ లేదా ఇంకా $\angle APC$! అని కూడా అర్థం చేసుకోవచ్చు! మనకు మరింత సమాచారం అవసరం.

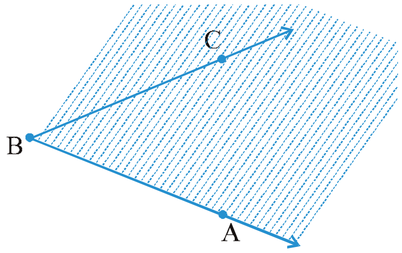
కోణాన్ని పేర్కొనేటప్పుడు, శీర్షం ఎల్లప్పుడూ మధ్య అక్షరంగా రాయబడుతుందని గమనించండి.

ఇది చేయండి

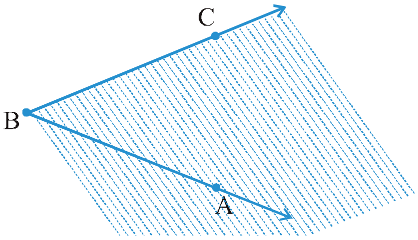
ఏదైనా కోణాన్ని తీసుకోండి, $\angle ABC$ అనుకోండి.



$\overrightarrow{BA}$ కాగితం ఒక అంచుగా మరియు కిరణము $\overrightarrow{BC}$ ని కలిగిన భాగం వైపు షేడ్ చేయండి.



Now shade in a different colour the portion of the paper bordering $\overrightarrow{BC}$ and where $\overrightarrow{BA}$ lies.



The portion common to both shadings is called the interior of $\angle ABC$ (Fig 4.19). (Note that **the interior** is not a restricted area; it extends indefinitely since the two sides extend indefinitely).

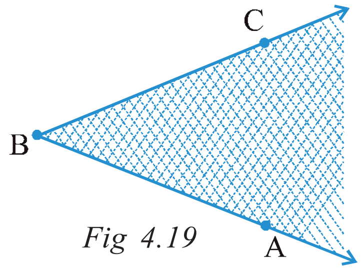


Fig 4.19

In this diagram (Fig 4.20), X is in the interior of the angle, Z is not in the interior but in the exterior of the angle; and S is on the $\angle PQR$. Thus, the angle also has three parts associated with it.

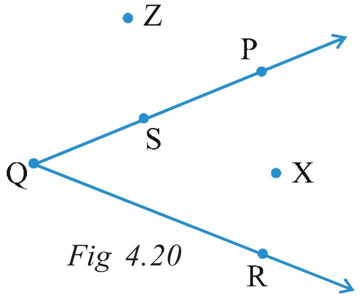
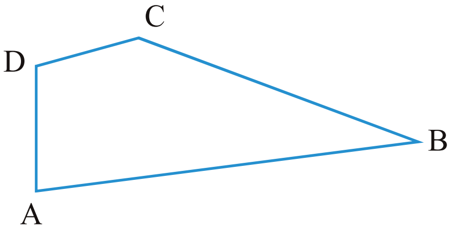


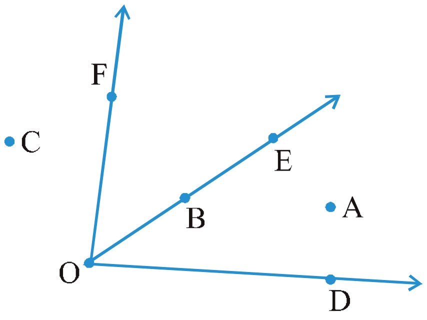
Fig 4.20

EXERCISE 4.3

1. Name the angles in the given figure.

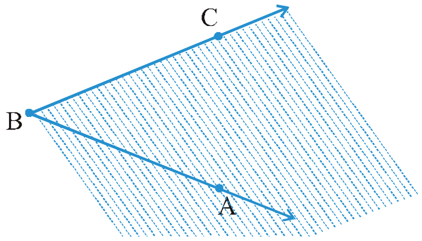


2. In the given diagram, name the point(s)
   (a) In the interior of $\angle DOE$
   (b) In the exterior of $\angle EOF$
   (c) On $\angle EOF$

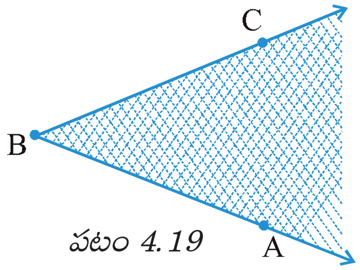


3. Draw rough diagrams of two angles such that they have
   (a) One point in common.
   (b) Two points in common.
   (c) Three points in common.
   (d) Four points in common.
   (e) One ray in common.

$\overrightarrow{BC}$ కాగితం ఒక అంచుగా మరియు $\overrightarrow{BA}$ ని కలిగిన భాగం వైపు వేరొక రంగుతో షేడ్ చేయండి.

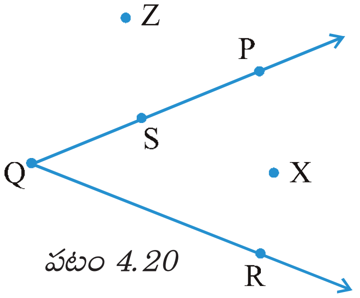


రెండు షేడింగ్ లకు ఉమ్మడిగా ఉండే భాగంను $\angle ABC$ అంతరం అని పిలుస్తారు (పటం 4.19). (గమనిక **ఆ అంతరం** ఒక పరిమిత ప్రాంతం కాదు రెండు వైపుల భుజాలు అనంతంగా పొడిగించవచ్చు కనుక ఇది కూడా అనంతంగా పొడిగించబడుతుంది).



పటం 4.19

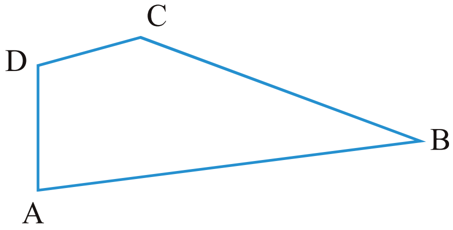
ఈ పటంలో (పటం 4.20), X అనేది కోణం యొక్క అంతరంలో ఉంది, Z అనేది అంతరంలో లేదు, కాని కోణం యొక్క బాహ్యంలో ఉందిబీ మరియు S అనేది $\angle PQR$ పై వుంది. అందువలన, కోణం కూడా దానితో సంబంధం కలిగి ఉన్న మూడు భాగాలను కలిగి ఉంటుంది.



పటం 4.20

అభ్యాసం 4.3

1. ఇచ్చిన పటంలోని కోణాల పేర్లు ఏమిటి?

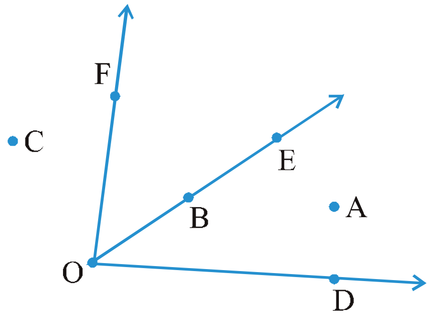


2. ఇచ్చిన పటంలో, క్రింద అడిగిన విధంగా బిందువు(లు)ను గుర్తించండి.

(a) $\angle DOE$ కు అంతరం లోని బిందువు(లు)

(b) $\angle EOF$ కు బాహ్యం లోని బిందువు(లు)

(c) $\angle EOF$ మీద గల బిందువు(లు)



3. రెండు కోణాలకు చిత్తు పటాలు గీయండి.
   - (a) ఒక ఉమ్మడి బిందువు
   - (b) రెండు ఉమ్మడి బిందువులు
   - (c) మూడు ఉమ్మడి బిందువులు
   - (d) నాలుగు ఉమ్మడి బిందువులు.
   - (e) ఒక కిరణం ఉమ్మడిగా కలిగి ఉండేటట్లు

What have we discussed?

1. A point determines a location. It is usually denoted by a capital letter.
2. A line segment corresponds to the shortest distance between two points. The line segment joining points A and B is denoted by $\overline{AB}$.
3. A line is obtained when a line segment like $\overline{AB}$ is extended on both sides indefinitely; it is denoted by $\overleftrightarrow{AB}$ or sometimes by a single small letter like *l*.
4. Two distinct lines meeting at a point are called *intersecting lines*.
5. Two lines in a plane are said to be parallel if they do not meet.
6. A ray is a portion of line starting at a point and going in one direction endlessly.
7. Any drawing (straight or non-straight) done without lifting the pencil may be called a curve. In this sense, a line is also a curve.
8. A simple curve is one that does not cross itself.
9. A curve is said to be closed if its ends are joined; otherwise it is said to be open.
10. A polygon is a simple closed curve made up of line segments. Here,
    (i) The line segments are the sides of the polygon.
    (ii) Any two sides with a common end point are adjacent sides.
    (iii) The meeting point of a pair of sides is called a *vertex*.
    (iv) The end points of the same side are adjacent vertices.
    (v) The join of any two non-adjacent vertices is a diagonal.
11. An angle is made up of two rays starting from a common starting/initial point.

    Two rays $\overrightarrow{OA}$ and $\overrightarrow{OB}$ make $\angle AOB$ (or also called $\angle BOA$).
    An angle leads to three divisions of a region:
    On the angle, the interior of the angle and the exterior of the angle.

మనం ఏమి చర్చించాం?

1. ఒక బిందువు స్థానాన్ని నిర్ణయిస్తుంది. దీనిని సామాన్యంగా ఆంగ్ల పెద్ద అక్షరాలలో సూచిస్తాం.
2. రేఖా ఖండం రెండు బిందువుల మధ్యగల కనిష్ట దూరాన్ని సూచిస్తుంది. A మరియు B లను కలిపే రేఖా ఖండాన్ని $\overline{AB}$ అని సూచిస్తాం.
3. రేఖా ఖండం $\overline{AB}$ ను రెండు వైపులకు అనంతంగా పొడిగించినప్పుడు ఒక రేఖ ఏర్పడుతుంది. దీనిని $\overleftrightarrow{AB}$ అని సూచిస్తాం లేదా కొన్నిసార్లు l లాంటి చిన్న ఆంగ్ల అక్షరాలలో సూచిస్తాం.
4. రెండు వేర్వేరు రేఖలు ఒకే ఒక బిందువు వద్ద ఖండించినచో వాటిని ఖండన రేఖలు అంటారు.
5. ఒక సమతలంలో రెండు రేఖలు పరస్పరం ఖండించకొననిచో వాటిని సమాంతర రేఖలు అంటారు.
6. ఒక నిర్దిష్ట బిందువు నుండి బయలుదేరి ఒక దిశలో అనంతంగా పొడిగించబడిన రేఖలో భాగాన్ని కిరణం అంటారు.
7. పెన్సిల్ మొన ఎత్తకుండా గీయ గల ఏదైన రేఖా చిత్రాన్ని వక్రరేఖ అంటారు. ఈ అర్థంలో సరళ రేఖ కూడా ఒక వక్ర రేఖ.
8. తనను తాను ఖండించుకొనని వక్రమును సరళవక్రము అంటారు.
9. ఒక వక్రము సంవృత వక్రము కావాలంటే, దాని చివరలు కలవాలి. లేనట్లయితే దానిని వివృత పటము అంటారు.
10. రేఖా ఖండాలతో ఏర్పడే సరళ సంవృత పటమే బహుభుజి. ఇక్కడ
    (i) రేఖ ఖండాలు బహుభుజి యొక్క భుజాలవుతాయి.
    (ii) రెండు భుజాలు ఒకే ఉమ్మడి అంత్య బిందువును కల్గియున్నచో, అవి ఆసన్న భుజాలు అగును.
    (iii) ఒక జత భుజాలు కలిసే బిందువును శీర్షం అంటారు.
    (iv) ఒకే భుజం యొక్క అంత్య బిందువులు వాటి ఆసన్న శీర్షాలు అగును.
    (v) ఏవైనా రెండు ఆసన్నం కాని శీర్షాలను కలిపే రేఖా ఖండం కర్ణం అవుతుంది.
11. కోణం ఉమ్మడి అంత్య(తొలి) బిందువును కల్గియున్న రెండు కిరణాలతో ఏర్పడుతుంది. రెండు కిరణాలు $\overrightarrow{OA}$ మరియు $\overrightarrow{OB}$ లు $\angle AOB$ (లేదా $\angle BOA$) ను ఏర్పరుస్తుంది.
    కోణం ఒక ప్రాంతాన్ని మూడు భాగాలుగా విభజించును.
    ఒకటి కోణం పైన, మరొకటి కోణం అంతరం మరియు కోణం బాహ్యం.

Understanding Elementary Shapes

Chapter 5

0650CH05

5.1 Introduction

All the shapes we see around us are formed using curves or lines. We can see corners, edges, planes, open curves and closed curves in our surroundings. We organise them into line segments, angles, triangles, polygons and circles. We find that they have different sizes and measures. Let us now try to develop tools to compare their sizes.

5.2 Measuring Line Segments

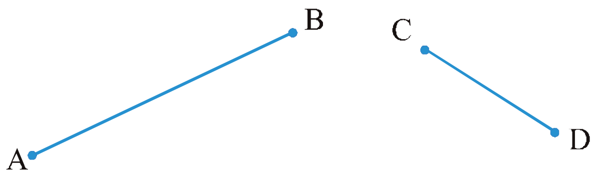
We have drawn and seen so many line segments. A triangle is made of three, a quadrilateral of four line segments.

A line segment is a fixed portion of a line. This makes it possible to measure a line segment. This measure of each line segment is a unique number called its "length". We use this idea to compare line segments.

To compare any two line segments, we find a relation between their lengths. This can be done in several ways.

(i) Comparison by observation:

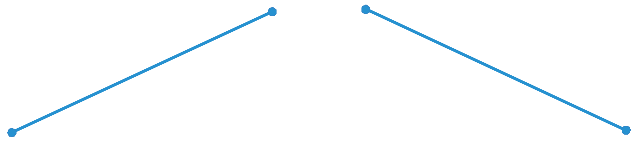
By just looking at them can you tell which one is longer?



You can see that $\overline{AB}$ is longer.

But you cannot always be sure about your usual judgment.

For example, look at the adjoining segments :



ప్రాథమిక జ్యామితీయ పటాల అవగాహన

అధ్యాయం 5

5.1 పరిచయం

మన చుట్టూ కనిపించే అన్నీ ఆకారాలు వక్రతలాలు లేదా రేఖలను ఉపయోగించి ఏర్పడతాయి. మన పరిసరాలలో మూలలు, అంచులు, తలాలు, వివృత వక్రాలు మరియు సంవృత వక్రాలు చూడవచ్చు. వాటిని మనం రేఖాఖండాలు, కోణాలు, త్రిభుజాలు, బహుభుజాలు మరియు వృత్తాలుగా విభజిస్తాము.అవి వేర్వేరు పరిమాణాలు మరియు కొలతలు కలిగి ఉన్నాయని మనం కనుక్కున్నాం. ఇప్పుడు వాటి పరిమాణాలను పోల్చడానికి సాధనాలను అభివృద్ధి చేయడానికి ప్రయత్నిద్దాం.

5.2 రేఖా ఖండాలను కొలవడం

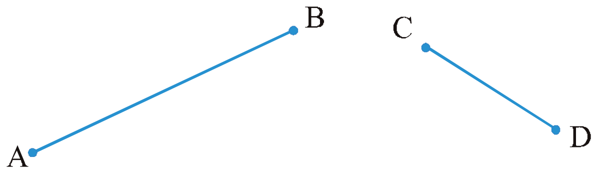
మనం చాలా రేఖాఖండాలను గీసాము మరియు చూశాము. ఒక త్రిభుజం మూడు రేఖాఖండాలతో, చతుర్భుజం నాలుగు రేఖాఖండాలతో తయారు చేయబడింది.
రేఖాఖండం అనేది రేఖలో ఒక కచ్చితమైన భాగం. దీని వల్ల రేఖాఖండాన్ని కొలవడం సాధ్యం అవుతుంది. ప్రతి రేఖాఖండం యొక్క కొలత ఒక ఏకైక సంఖ్య దానిని "పొడవు" అని పిలుస్తారు. మనం రేఖాఖండాలను పోల్చడానికి ఈ ఆలోచనను ఉపయోగిస్తాము.
ఏదైనా రెండు రేఖాఖండాలను పోల్చడానికి, వాటి పొడవుల మధ్య సంబంధాన్ని కనుగొంటాం. ఇది అనేక విధాలుగా చేయవచ్చు.

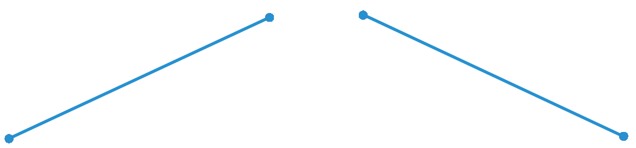
(i) పరిశీలన ద్వారా పోల్చడం :

వాటిని చూడటం ద్వారా మీరు ఏది పొడవుగా ఉందో చెప్పగలరా?

$\overline{AB}$ పొడవుగా ఉందని మీరు చూడవచ్చు.
కానీ మీ ఈ సాధారణ నిర్ణయం పై మీరు ఎల్లప్పుడూ ఖచ్చితంగా ఉండలేరు..

ఉదాహరణకు, ప్రక్కనే ఉన్న రేఖాఖండాలను చూడండి:

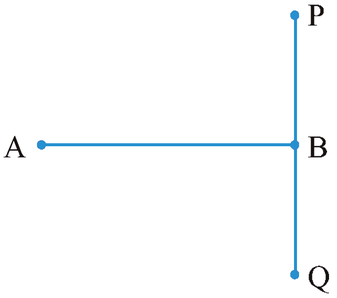




The difference in lengths between these two may not be obvious. This makes other ways of comparing necessary.

In this adjacent figure, $\overline{AB}$ and $\overline{PQ}$ have the same lengths. This is not quite obvious.

So, we need better methods of comparing line segments.



(ii) Comparison by Tracing

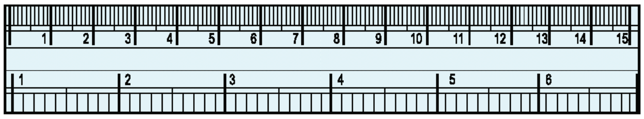
To compare $\overline{AB}$ and $\overline{CD}$, we use a tracing paper, trace $\overline{CD}$ and place the traced segment on $\overline{AB}$.

Can you decide now which one among $\overline{AB}$ and $\overline{CD}$ is longer?

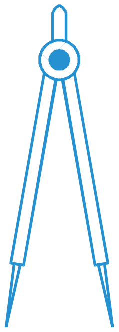
The method depends upon the accuracy in tracing the line segment. Moreover, if you want to compare with another length, you have to trace another line segment. This is difficult and you cannot trace the lengths everytime you want to compare them.

(iii) Comparison using Ruler and a Divider

Have you seen or can you recognise all the instruments in your instrument box? Among other things, you have a ruler and a divider.



Ruler

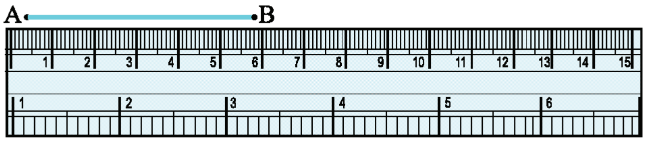


Divider

Note how the ruler is marked along one of its edges. It is divided into 15 parts. Each of these 15 parts is of length 1cm.

Each centimetre is divided into 10subparts. Each subpart of the division of a cm is 1mm.

> 1 mm is 0.1 cm.
> 2 mm is 0.2 cm and so on .
> 2.3 cm will mean 2 cm and 3 mm.



How many millimetres make one centimetre? Since 1cm = 10 mm, how will we write 2 cm? 3mm? What do we mean by 7.7 cm?

Place the zero mark of the ruler at A. Read the mark against B. This gives the length of $\overline{AB}$. Suppose the length is 5.8 cm, we may write,

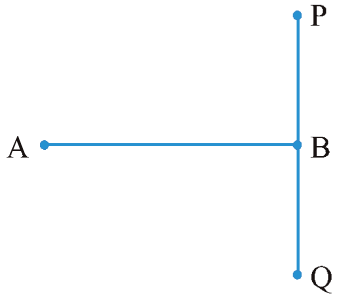
Length AB = 5.8 cm or more simply as AB = 5.8 cm.

There is room for errors even in this procedure. The thickness of the ruler may cause difficulties in reading off the marks on it.

ఈ రెండు పొడవులలో తేడా స్పష్టంగా తెలియకపోవచ్చు. కావున పోల్చడానికి ఇతర మార్గాలు వెతకాలి.

ఈ ప్రక్కనే ఉన్న చిత్రంలో, $\overline{AB}$ మరియు $\overline{PQ}$ లు ఒకే పొడవును కలిగి ఉంటాయి. ఇది అంత స్పష్టంగా తెలియట్లేదు.

కాబట్టి, రేఖా ఖండములను పోల్చడానికి మెరుగైన పద్ధతులు అవసరం



(ii) ట్రేసింగ్ ద్వారా పోల్చడం

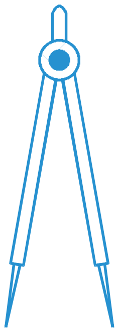
$\overline{AB}$ మరియు $\overline{CD}$ లను పోల్చడం కొరకు, మనం ట్రేసింగ్ పేపర్ ని ఉపయోగిస్తాం., $\overline{CD}$ ని ట్రేస్ చేసి $\overline{AB}$ పై ఆ ట్రేస్ చేసిన పొడవుని ఉంచాలి .

$\overline{AB}$ మరియు $\overline{CD}$లలో ఏది పొడవుగా ఉందో మీరు ఇప్పుడు నిర్ణయించగలరా?

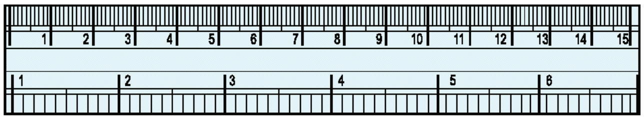
ఈ రేఖా ఖండాలను గుర్తించడం ఖచ్చితత్వంపై ఆధారపడి ఉంటుంది. అంతేకాకుండా, మీరు మరొక పొడవుతో పోల్చాలనుకుంటే, మరొక రేఖా ఖండాన్ని గుర్తించాలి. ఇది కష్టం మరియు మీరు వాటిని సరిపోల్చాలనుకున్న ప్రతిసారీ పొడవులను గుర్తించలేరు.

(iii) స్కేలు మరియు విభాగిని ఉపయోగించి పోల్చడం

మీరు మీ జ్యామితీయ పెట్టెలోని అన్ని పరికరాలను చూసారా లేదా గుర్తించగలరా? ఇతర వస్తువులతోపాటు, రూలర్, విభాగిని కూడా ఉన్నాయి.



విభాగిని

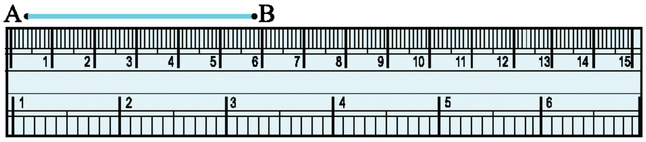


స్కేలు

స్కేలు దాని అంచులలో ఒకదాని వెంట ఎలా విభజించబడిందో గమనించండి. ఇది 15 భాగాలుగా విభజించబడింది. ఈ 15 భాగాలలో ఒక్కొక్కదాని పొడవు 1 సెం.మీ

ప్రతి సెంటీమీటరు 10 ఉపభాగాలుగా విభజించబడింది. ఒక సెం.మీ విభజన యొక్క ప్రతి ఉపభాగం 1మి.మీ.

1 మి.మీ అనేది 0.1 సెం.మీ .
2 మి.మీ అనేది 0.2 సెం.మీ.
2.3 సెం.మీ అంటే 2 సెం.మీ మరియు 3 మి.మీ అని అర్థం.



ఎన్ని మిల్లీ మీటర్లు ఒక సెంటీమీటర్ ? 1 సెం.మీ=10 మి.మీ అయితే 2 సెం.మీ, 3 సెం.మీ లను ఎలారాస్తావు? 7.7 సెం.మీ అంటే అర్థం ఏమిటి?

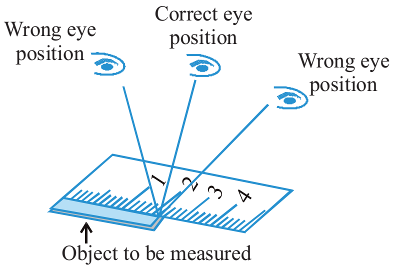
స్కేలు యొక్క సున్నాను A వద్ద ఉంచండి. B వద్ద విలువను చదవండి .ఇది $\overline{AB}$ యొక్క పొడవును తెలియజేస్తుంది. పొడవు 5.8 సెం.మీ అని అనుకుందాం,దీన్ని ఇలా రాయవచ్చు

పొడవు AB = 5.8 సెం.మీ లేదా సూక్ష్మంగా AB = 5.8 సెం.మీ

ఈ ప్రక్రియలో కూడా దోషాలకు చోటు ఉంటుంది .స్కేలు మందం దానిపై ఉన్న గుర్తులను చదవడంలో ఇబ్బందులు కలిగించవచ్చు.

Think, discuss and write

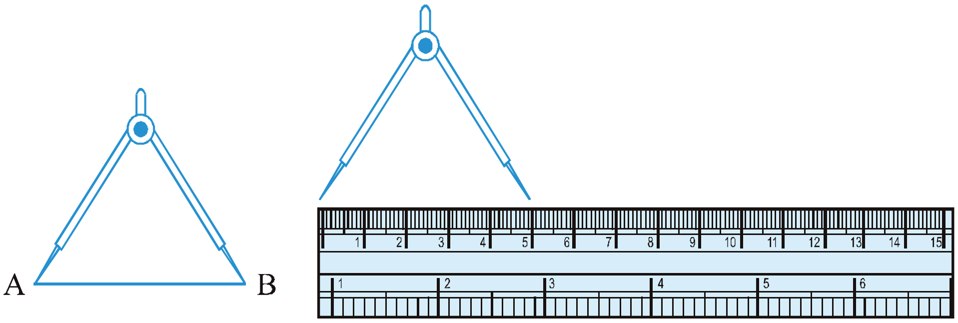
1. What other errors and difficulties might we face?
2. What kind of errors can occur if viewing the mark on the ruler is not proper? How can one avoid it?



Positioning error

To get correct measure, the eye should be correctly positioned, just vertically above the mark. Otherwise errors can happen due to angular viewing.

Can we avoid this problem? Is there a better way?
Let us use the divider to measure length.



Open the divider. Place the end point of one of its arms at A and the end point of the second arm at B. Taking care that opening of the divider is not disturbed, lift the divider and place it on the ruler. Ensure that one end point is at the zero mark of the ruler. Now read the mark against the other end point.

Try These

1. Take any post card. Use the above technique to measure its two adjacent sides.
2. Select any three objects having a flat top. Measure all sides of the top using a divider and a ruler.

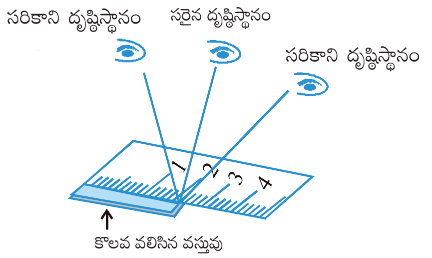
EXERCISE 5.1

1. What is the disadvantage in comparing line segments by mere observation?
2. Why is it better to use a divider than a ruler, while measuring the length of a line segment?
3. Draw any line segment, say $\overline{AB}$. Take any point C lying in between A and B. Measure the lengths of AB, BC and AC. Is AB = AC + CB?

   [Note : If A,B,C are any three points on a line such that AC + CB = AB, then we can be sure that C lies between A and B.]

ఆలోచించి, చర్చించి రాయండి

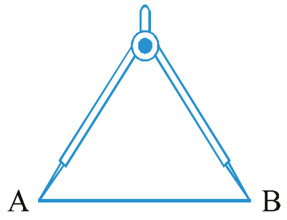
1. ఇంకా ఎలాంటి పొరపాట్లు, దోషాలు మనం ఎదుర్కొంటాం ?
2. స్కేలుపై గల గుర్తును సరైనా విధానంలో చూడకపోతే ఎలాంటి దోషాలు చోటు చేసుకుంటాయి ? దీనిని ఎలా నివారించవచ్చు?

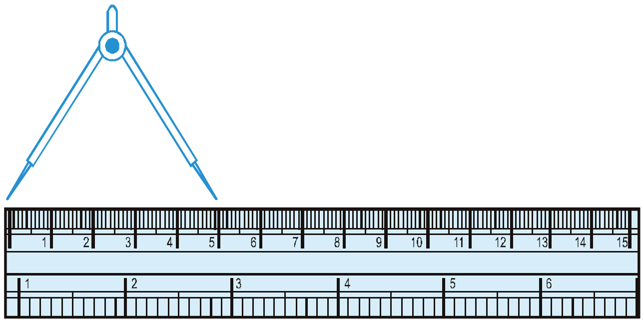


స్థాన దోషం

సరైన కొలత పొందడానికి, కన్ను సరిగ్గా గుర్తు పైన నిలువుగా ఉంచాలి. లేకపోతే కోణీయ వీక్షణం కారణంగా లోపాలు జరగవచ్చు.

మనం ఈ సమస్యను నివారించగలమా? ఇంతకంటే మంచి మార్గం ఉందా?
పొడవును కొలవడానికి విభాగినిని ఉపయోగిద్దాం.





విభాగినిని తెరవండి. దాని ఒక భుజం యొక్క చివరి మొనను A వద్ద, రెండో భుజం యొక్క చివరి మొనను బిందువు B వద్ద ఉంచండి. తెరిచిన విభాగినిని కదల్చకుండా తీసుకొని, జాగ్రత్తగా దానిని స్కేలుపై ఉంచాలి. ఒక చివరి మొన స్కేలు యొక్క సున్నా గుర్తు వద్ద ఉండేలా చూసుకోండి. ఇప్పుడు మరో చివరి మొన వద్ద గుర్తుని చదవండి.

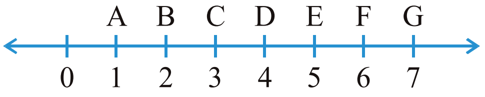
ప్రయత్నించండి

1. ఏదైనా పోస్ట్ కార్డు తీసుకోండి. దాని రెండు ఆసన్న భుజాలను కొలవడం కోసం పై టెక్నిక్ ని ఉపయోగించండి.
2. చదునైన తలం కలిగిన మూడు వస్తువులను తీసుకుని విభాగిని మరియు స్కేలు ఉపయోగించి తలం యొక్క అన్ని భుజాలను కొలవండి.

అభ్యాసం 5.1

1. కేవలం పరిశీలన ద్వారా రేఖాఖండాలను పోల్చడంలో ఉండే ప్రతికూలత (ఇబ్బంది) ఏమిటి?
2. రేఖాఖండం యొక్క పొడవును కొలిచేటప్పుడు స్కేలు కంటే విభాగినిని ఉపయోగించడం ఎందుకు మంచిది?
3. ఏదైనారేఖాఖండం $\overline{AB}$ గీయండి. A, Bల మధ్య ఉన్న ఏదైనా బిందువు C ని తీసుకోండి. AB, BC మరియు AC ల పొడవులను కొలవండి. AB = AC +CB ?
(గమనిక : AC + CB = AB అయ్యేలా A, B, C లు అనేవి ఒక రేఖపై ఏవైనా మూడు బిందువులు అయితే అప్పుడు మనం A, B ల మధ్య C ఉందని ఖచ్చితంగా చెప్పవచ్చు.)

4. If A,B,C are three points on a line such that AB = 5 cm, BC = 3 cm and AC = 8 cm, which one of them lies between the other two?
5. Verify, whether D is the mid point of $\overline{AG}$.



6. If B is the mid point of $\overline{AC}$ and C is the mid point of $\overline{BD}$, where A,B,C,D lie on a straight line, say why AB = CD?
7. Draw five triangles and measure their sides. Check in each case, if the sum of the lengths of any two sides is always less than the third side.

5.3 Angles – 'Right' and 'Straight'

You have heard of directions in Geography. We know that China is to the north of India, Sri Lanka is to the south. We also know that Sun rises in the east and sets in the west. There are four main directions. They are North (N), South (S), East (E) and West (W).

Do you know which direction is opposite to north?

Which direction is opposite to west?

Just recollect what you know already. We now use this knowledge to learn a few properties about angles.

Stand facing north.

Do This

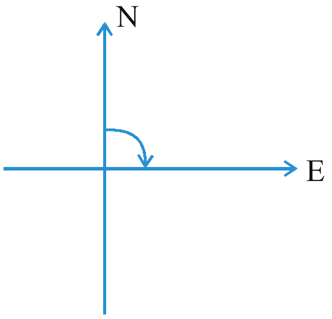
Turn clockwise to east.

We say, you have turned through a **right angle.**

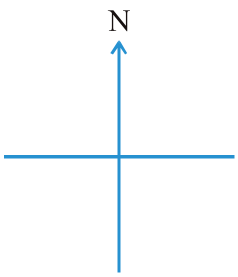
Follow this by a 'right-angle-turn', clockwise.

You now face south.

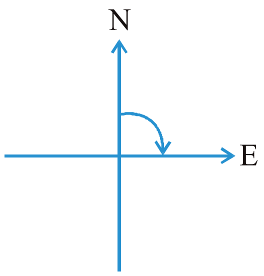
If you turn by a right angle in the anti-clockwise direction, which direction will you face? It is east again! (Why?)



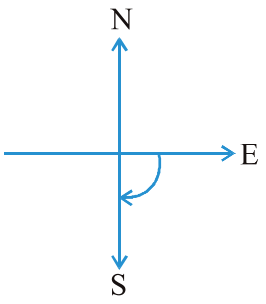
Study the following positions :



You stand facing north



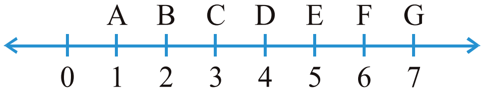
By a 'right-angle-turn' clockwise, you now face east



By another 'right-angle-turn' you finally face south.

4. A,B,C అనునవి AB = 5 సెం. మీ., BC = 3 సెం.మీ. మరియు AC = 8 సెం.మీ. అయ్యేవిధంగా ఒకే రేఖపై గల మూడు బిందువులు అయితే వాటిలో ఏది మిగిలిన రెండింటి మధ్య ఉంటుంది.

5. $\overline{AG}$ యొక్క మధ్య బిందువు D అవుతుందా? పరిశీలించండి.



6. B అనేది $\overline{AC}$ యొక్క మధ్య బిందువు మరియు C అనేది $\overline{BD}$ యొక్క మధ్య బిందువులు. ఇక్కడ A,B,C,D లు ఒకే సరళ రేఖపై ఉన్నాయి అయితే, AB = CD ఎందుకు అవుతుందో చెప్పండి?

7. ఐదు త్రిభుజాలను గీయండి. మరియు వాటి భుజాలను కొలవండి. ప్రతి సందర్భంలో "ఏ రెండు భుజాల కొలతల మొత్తం అయినా మూడో భుజం కంటే తక్కువ" అని పరీక్షించండి.

5.3 కోణాలు – 'లంబ కోణాలు' మరియు 'సరళ కోణాలు'

భూగోళశాస్త్రం లో దిక్కుల గురించి మీరు వినే ఉంటారు. చైనా భారతదేశానికి ఉత్తర దిక్కున ఉన్నది అని మనకు తెలుసు.శ్రీలంక దక్షిణంగా ఉన్నది. సూర్యుడు తూర్పున ఉదయించి పడమర అస్తమిస్తాడు అని కూడా మనకు తెలుసు. ముఖ్యమైన దిక్కులు నాలుగు ఉన్నాయి.అవి ఉత్తరం, దక్షిణం, తూర్పు మరియు పడమర.

ఉత్తరానికి వ్యతిరేక దిశలో ఉన్న దిక్కు మీకు తెలుసా?

ఏ దిక్కు పడమరకు వ్యతిరేక దిశలో ఉంటుంది?

మీకు తెలిసిన విషయాలను ఒకసారి గుర్తు చేసుకోండి. ఈ జ్ఞానమును మనం ఇప్పుడు కోణాల యొక్క వివిధ ధర్మాలను తెలుసుకొనుటకు ఉపయోగిద్దాం.

ఉత్తర దిక్కుకు తిరిగి నిలబడుము.

ఇది చేయండి

సవ్య దిశలో తూర్పుదిక్కుకు తిరుగుము.

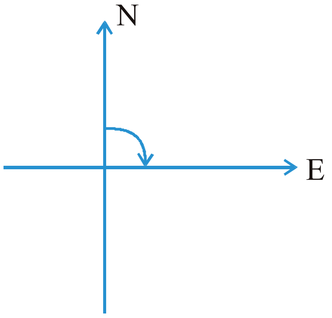
నీవు ఒక లంబకోణం వెంబడి తిరిగావని మనము చెప్పవచ్చు.

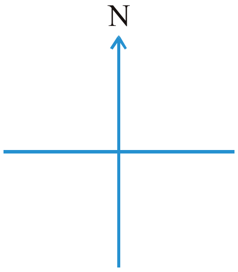
దీన్ని సవ్యదిశలో 'లంబ కోణంలో తిరుగుట ద్వారా అనుసరించండి.

ఇప్పుడు నువ్వు దక్షిణ ముఖంగా ఉన్నావు.

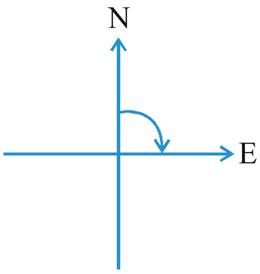
నీవు అపసవ్య దిశలో లంబ కోణంలో తిరిగితే, నీవు ఏ దిశను ఎదుర్కొంటారు? ఇది మళ్ళీ తూర్పు! (ఎందుకు?)

క్రింది స్థానాలను అధ్యయనం చేయండి:

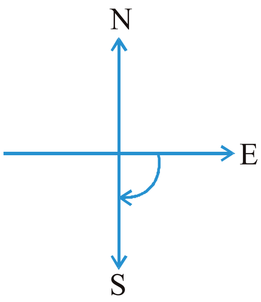




నీవు ఉత్తరాభిముఖంగా నిలబడుము.

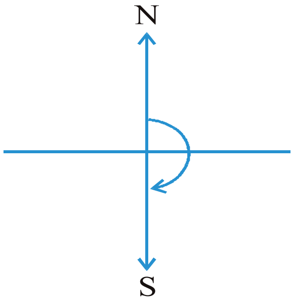


సవ్యదిశలో 'లంబ కోణంలో తిరుగుట' ద్వారా, నీవు ఇప్పుడు తూర్పు వైపుకు చూస్తున్నావు



మరొక 'లంబ కోణంలో తిరుగుట' ద్వారా మీరు చివరకు దక్షిణ ముఖంగా ఉంటావు.

From facing north to facing south, you have turned by two right angles. Is not this the same as a single turn by two right angles?



The turn from north to east is by a right angle.

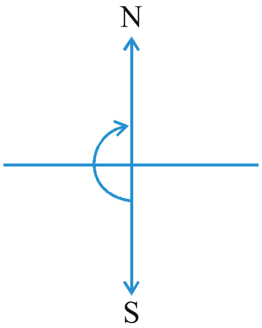
The turn from north to south is by two right angles; it is called a **straight angle**. (NS is a straight line!)

Stand facing south.

Turn by a straight angle.

Which direction do you face now?

You face north!

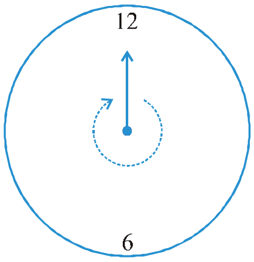


To turn from north to south, you took a straight angle turn, again to turn from south to north, you took another straight angle turn in the same direction. Thus, turning by two straight angles you reach your original position.

Think, discuss and write

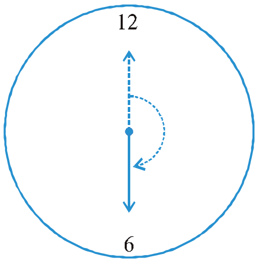
By how many right angles should you turn in the same direction to reach your original position?

Turning by two straight angles (or four right angles) in the same direction makes a full turn. This one complete turn is called one revolution. The angle for one revolution is a **complete angle**.



We can see such revolutions on clock-faces. When the hand of a clock moves from one position to another, it turns through an **angle.**

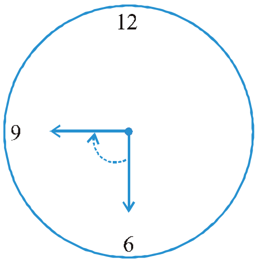
Suppose the hand of a clock starts at 12 and goes round until it reaches at 12 again. Has it not made one revolution? So, how many right angles has it moved? Consider these examples :



From 12 to 6

$\frac{1}{2}$ of a revolution.

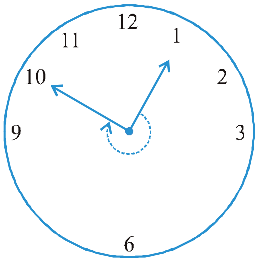
or 2 right angles.



From 6 to 9

$\frac{1}{4}$ of a revolution

or 1 right angle.



From 1 to 10

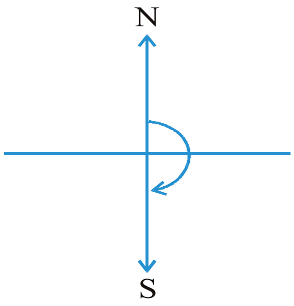
$\frac{3}{4}$ of a revolution

or 3 right angles.

ఉత్తరం వైపు నుండి దక్షిణం వైపుకు తిరిగినప్పుడు మీరు రెండు లంబకోణాలు తిరిగారు. ఇది రెండు లంబకోణాల్లో ఒకే సారి తిరుగుటకు సమానం కాదా?

ఉత్తరం నుండి తూర్పుకు తిరుగుట లంబకోణమై ఉంటుంది.

ఉత్తరం నుండి దక్షిణానికి తిరుగుట రెండు లంబకోణాలై ఉంటుంది. దీనిని **సరళ కోణం** అంటారు. (NS అనేది ఒక సరళరేఖ!)



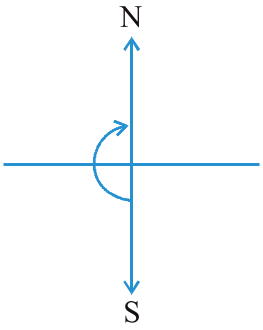
దక్షిణానికి అభిముఖంగా నిలబడండి.

ఒక సరళ కోణం చేస్తూ తిరగండి.

ఇప్పుడు మీరు ఏ దిక్కున చూస్తూ ఉన్నారు?

మీరు ఉత్తర ముఖంగా ఉన్నారు!

ఉత్తరం నుండి దక్షిణానికి తిరుగుట తిరగడానికి మీరు ఒక సరళ కోణం తిరుగారు. మరలా దక్షిణం నుండి ఉత్తరానికి తిరగడానికి మీరు అదే దిశలో మరొక సరళ కోణం తిరుగారు. అందువలన మీరు రెండు సరళ కోణాల మలుపు తిరగడం ద్వారా మీరు మీ అసలు స్థానానికి చేరుకుంటారు

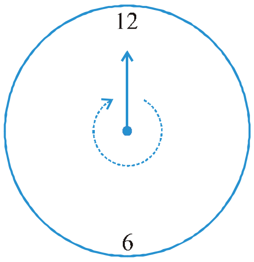


ఆలోచించి, చర్చించి రాయండి.

మీరు మీ అసలైన స్థానానికి చేరుకోవడానికి ఒకే దిశలో ఎన్ని లంబకోణాలు తిరగాలి?

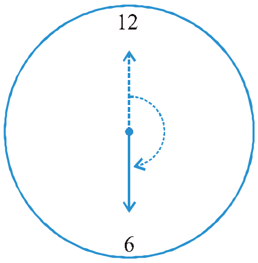
ఒకే దిశలో 2 సరళ కోణాలు (4 లంబకోణాలు) తిరగడం ద్వారా ఒక సంపూర్ణ భ్రమణం తిరుగుతారు ఈ సంపూర్ణ భ్రమణమునే ఒక పూర్తి భ్రమణం అంటారు ఒక పూర్తి భ్రమణం చేసినపుడు ఏర్పడు కోణం ఒక **సంపూర్ణ కోణం.**

గడియారాలలో ఇటువంటి పరిభ్రమణాలను మనము చూడవచ్చు. గడియారం లో ముల్లు ఒక స్థానం నుండి మరొక స్థానంకు కదులునపుడు ఒక **కోణం** ద్వారా జరుగుతుంది.

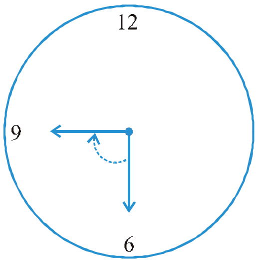


ఒక గడియారపు ముల్లు 12 గంటల నుండి మొదలు కొని మరలా 12 గంటలకు అదే స్థానానికి చేరే వరకు తిరిగింది అనుకుందాము. ఇది పూర్తి భ్రమణం కాదా? ఇది ఎన్ని లంబకోణాలు చేస్తూ తిరిగింది.

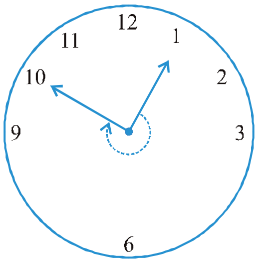
కింది ఉదాహరణను తీసుకోండి :



12 నుండి 6 వరకు
ఒక పూర్తి భ్రమణంలో 1/2 వ వంతు
లేదా రెండు లంబకోణాలు



12 నుండి 6 వరకు
ఒక పూర్తి భ్రమణంలో 1/4
లేదా ఒక లంబకోణం



12 నుండి 6 వరకు
ఒక పూర్తి భ్రమణంలో 3/4 వ వంతు
లేదా మూడు లంబకోణాలు

Try These

1. What is the angle name for half a revolution?
2. What is the angle name for one-fourth revolution?
3. Draw five other situations of one-fourth, half and three-fourth revolution on a clock.

Note that there is no special name for three-fourth of a revolution.

EXERCISE 5.2

1. What fraction of a clockwise revolution does the hour hand of a clock turn through, when it goes from

   (a) 3 to 9 (b) 4 to 7 (c) 7 to 10

   (d) 12 to 9 (e) 1 to 10 (f) 6 to 3

2. Where will the hand of a clock stop if it

   (a) starts at 12 and makes $\frac{1}{2}$ of a revolution, clockwise?

   (b) starts at 2 and makes $\frac{1}{2}$ of a revolution, clockwise?

   (c) starts at 5 and makes $\frac{1}{4}$ of a revolution, clockwise?

   (d) starts at 5 and makes $\frac{3}{4}$ of a revolution, clockwise?

3. Which direction will you face if you start facing

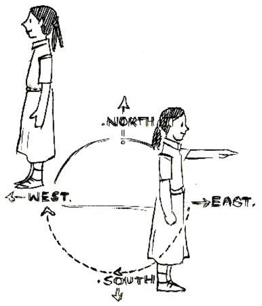
   (a) east and make $\frac{1}{2}$ of a revolution clockwise?

   (b) east and make $1\frac{1}{2}$ of a revolution clockwise?

   (c) west and make $\frac{3}{4}$ of a revolution anti-clockwise?

   (d) south and make one full revolution?

   (Should we specify clockwise or anti-clockwise for this last question? Why not?)



4. What part of a revolution have you turned through if you stand facing

   (a) east and turn clockwise to face north?

   (b) south and turn clockwise to face east?

   (c) west and turn clockwise to face east?

5. Find the number of right angles turned through by the hour hand of a clock when it goes from

   (a) 3 to 6 (b) 2 to 8 (c) 5 to 11

   (d) 10 to 1 (e) 12 to 9 (f) 12 to 6

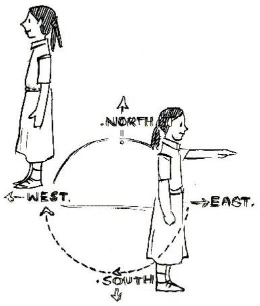
ప్రయత్నించండి

1. అర్థ భ్రమణం యొక్క కోణం పేరు ఏమిటి?
2. నాలుగవ వంతు భ్రమణం యొక్క కోణం పేరు ఏమిటి?
3. ఒక గడియారంలో 1/4 వ వంతు, సగం మరియు 3/4 వ వంతు పరిభ్రమణాలకు సంబందించిన ఐదు సందర్భాలను గీయండి.

$\frac{3}{4}$ వంతు పరిభ్రమణానికి ప్రత్యేకమైన పేరు లేదని గమనించండి.

అభ్యాసం 5.2

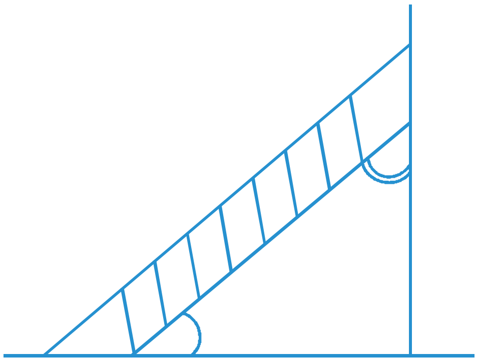
1. క్రింది సందర్భాలలో గడియారంలోని గంటల ముల్లు సవ్య దిశలో పరిభ్రమణం చేస్తున్నప్పుడు అది గడియారంలో ఎన్నోవ వంతు తిరుగుతుంది.?
   (a) 3 నుండి 9 (b) 4 నుండి 7 (c) 7 నుండి 10
   (d) 12 నుండి 9 (e) 1 నుండి 10 (f) 6 నుండి 3
2. క్రింది సందర్భాలలో గడియారంలో గంటల ముల్లు ఎక్కడ ఆగుతుంది.
   (a) 12 వద్ద ప్రారంభమై సవ్యదిశలో $\frac{1}{2}$ పరిభ్రమణం చేసినపుడు
   (b) 2 వద్ద ప్రారంభమై సవ్యదిశలో $\frac{1}{2}$ పరిభ్రమణం చేసినపుడు
   (c) 5 వద్ద ప్రారంభమై సవ్యదిశలో $\frac{1}{4}$ పరిభ్రమణం చేసినపుడు
   (d) 4 వద్ద ప్రారంభమై సవ్యదిశలో $\frac{3}{4}$ పరిభ్రమణం చేసినపుడు
3. క్రింది సందర్భాలలో మీరు ఏ దిక్కు వైపు తిరిగి ఉంటారు?
   (a) తూర్పు దిశగా సవ్యదిశలో $\frac{1}{2}$ పరిభ్రమణం చేసినపుడు
   (b) తూర్పు దిశగా సవ్యదిశలో $1\frac{1}{2}$ పరిభ్రమణం చేసినపుడు
   (c) పశ్చిమ దిశగా అపసవ్య దిశలో $\frac{3}{4}$ పరిభ్రమణం చేసినపుడు
   (d) దక్షిణ దిశ గా ఒక పూర్తి భ్రమణం చేసినపుడు?
   (చివరి ప్రశ్నకు మనం సవ్య మరియు అపసవ్య దిశ అని తప్పక చెప్పవలేనా? ఎందుకు కాదు?)



4. క్రింది ఇచ్చిన దిశ వైపు మీ ముఖం ఉన్న మీరు భ్రమణంలో ఎంత భాగం తిరిగినట్లు.
   (a) తూర్పు నుండి సవ్య దిశలో ఉత్తర ముఖంగా తిరిగినపుడు?
   (b) దక్షిణం నుండి సవ్య దిశలో తూర్పు ముఖంగా తిరిగినపుడు?
   (c)పడమర నుండి సవ్య దిశలో తూర్పుముఖంగా తిరిగినపుడు?
5. క్రింది ఇచ్చిన సమయాలలో గడియారంలో గంటల ముల్లు ఎన్ని లంబకోణాలు తిరుగుతుంది
   (a) 3 నుండి 6 (b) 2 నుండి 8 (c) 5 నుండి 11
   (d) 10 నుండి 1 (e) 12 నుండి 9 (f) 12 నుండి 6

6. How many right angles do you make if you start facing
   (a) south and turn clockwise to west?
   (b) north and turn anti-clockwise to east?
   (c) west and turn to west?
   (d) south and turn to north?
7. Where will the hour hand of a clock stop if it starts
   (a) from 6 and turns through 1 right angle?
   (b) from 8 and turns through 2 right angles?
   (c) from 10 and turns through 3 right angles?
   (d) from 7 and turns through 2 straight angles?

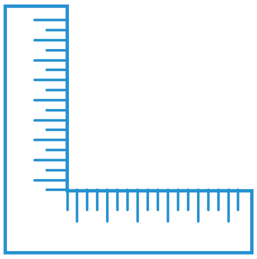
5.4 Angles – 'Acute', 'Obtuse' and 'Reflex'



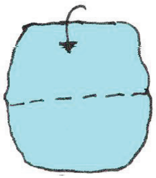
We saw what we mean by a right angle and a straight angle. However, not all the angles we come across are one of these two kinds. The angle made by a ladder with the wall (or with the floor) is neither a right angle nor a straight angle.

Think, discuss and write

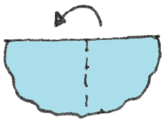
Are there angles smaller than a right angle?
Are there angles greater than a right angle?
Have you seen a carpenter's square? It looks like the letter "L" of English alphabet. He uses it to check right angles. Let us also make a similar 'tester' for a right angle.



Do This



Step 1
Take a piece of paper



Step 2
Fold it somewhere in the middle

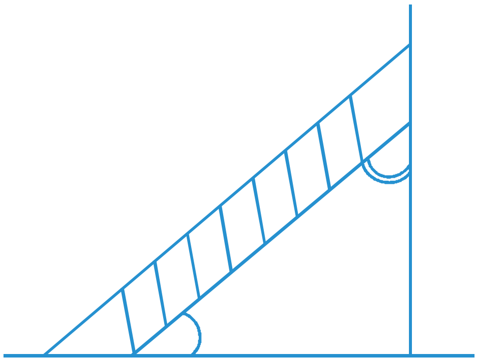
Step 3
Fold again the straight edge. Your tester is ready

Observe your improvised 'right-angle-tester'. [Shall we call it RA tester?] Does one edge end up straight on the other?

6. క్రింది ఇచ్చిన దిశ వైపు తిరిగిన మీరు ఎన్ని లంబకోణాలు చేస్తారు?
   (a) దక్షిణం నుండి సవ్య దిశలో తూర్పుకు తిరిగిన
   (b) ఉత్తరం నుండి అపసవ్య దిశలో తూర్పు వైపు తిరిగిన
   (c) పడమర నుండి పడమరకు తిరిగిన
   (d) దక్షిణం నుండి ఉత్తరం కు తిరిగిన
7. క్రింది సందర్భాలలో గడియారపు గంటల ముల్లు ఎక్కడ ఆగుతుంది?
   (a) 6 నుండి ఒక లంబ కోణం తిరిగిన
   (b) 6 నుండి ఒక 2 లంబ కోణాలు తిరిగిన
   (c) 10 నుండి మూడు లంబకోణాలు తిరిగిన
   (d) 7 నుండి రెండు సరళ కోణాలు తిరిగిన

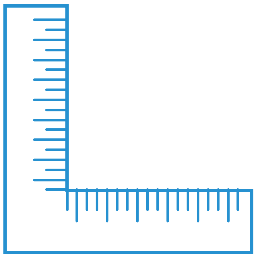
5.4 కోణాలు "అల్ప", "అధిక" మరియు పరావర్తన కోణాలు

మనం లంబకోణము మరియు సరళ కోణము అంటే ఏమిటో చూసాం. మనం చూసిన ప్రతి కోణము ఈ రెండు కోణాలలో ఏదో ఒకటి కాకపోవచ్చు. నిచ్చెన గోడతో (లేదా నేలతో) చేసే కోణం లంబకోణమూ కాదు సరళ కోణమూ కాదు.

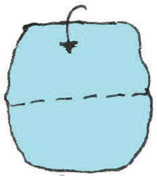


ఆలోచించి, చర్చించి రాయండి

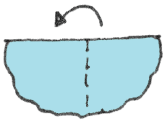
లంబకోణము కన్నా చిన్న కోణాలు ఉన్నాయా?
లంబకోణం కన్నా పెద్ద కోణాలు ఉన్నాయా?
మీరు వడ్రంగి చతురస్రం చూశారా? ఇది ఇంగ్లీష్ అక్షరమాలలోని L అక్షరాన్ని పోలి ఉంటుంది. అతడు ఈ పరికరాన్ని లంబకోణాన్ని పరీక్షించటానికి ఉపయోగిస్తాడు. మనం కూడా ఇటువంటి లంబకోణాన్ని పరీక్షించే పరికరాన్నిచేదాం.



ఇది చేయండి



సోపానం 1
ఒక కాగితాన్ని తీసుకోండి



సోపానం 2
దానిని మధ్యలో ఎక్కడో ఒక చోట మడవండి.

సోపానం 3
నిలువు అంచు వెంబడి మరలా మడవండి మీరు పరీక్షించే పరికరం సిద్ధమైనది

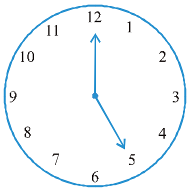
మీరు మెరుగుపరిచిన లంబకోణాన్ని పరీక్షించే పరికరం ను గమనించండి. [మనం దీనిని RA (లంబకోణ) పరీక్షా పరికరం అని పిలవవచ్చా?] ఒక అంచు మరొకదాని చివర నిలువుగా ఉంటుందా?

Suppose any shape with corners is given. You can use your RA tester to test the angle at the corners.

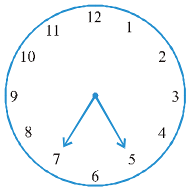
Do the edges match with the angles of a paper? If yes, it indicates a right angle.

Try These

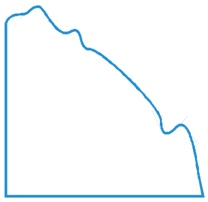
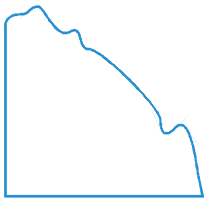
1. The hour hand of a clock moves from 12 to 5. Is the revolution of the hour hand more than 1 right angle?



2. What does the angle made by the hour hand of the clock look like when it moves from 5 to 7. Is the angle moved more than 1 right angle?

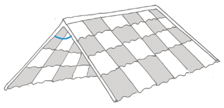


3. Draw the following and check the angle with your RA tester.
   (a) going from 12 to 2 (b) from 6 to 7
   (c) from 4 to 8 (d) from 2 to 5
4. Take five different shapes with corners. Name the corners. Examine them with your tester and tabulate your results for each case :

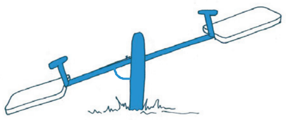
Corner	**Smaller than** 	**Larger than** 
A	....	....
B	....	....
C	....	....
⋮		

Other names

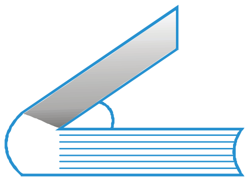
- An angle smaller than a right angle is called an **acute angle**. These are acute angles.



Roof top



Sea-saw

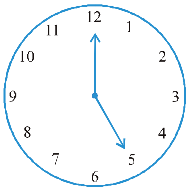


Opening book

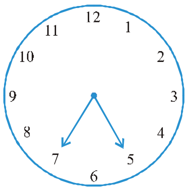
ఏదైనా ఒక ఆకారం మూలలతో ఇవ్వబడినది అనుకోండి. దానిని పరీక్షించటానికి మీరు ఈ RA (లంబకోణ) పరీక్షా పరికరాన్ని మూలల వద్ద ఉన్న కోణాలను పరీక్షించటానికి ఉపయోగించవచ్చు

ఈ అంచులు, కాగితం కోణాలతో సరిపోతాయా? అవును అయితే, అది లంబ కోణాన్ని సూచిస్తుంది.

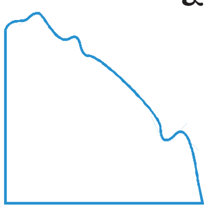
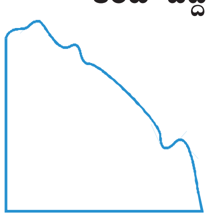
ప్రయత్నించండి



1. ఒక గడియారం యొక్క గంటల ముళ్ళు 12 నుండి 5 వరకు తిరిగిన ముళ్ళు యొక్క భ్రమణం లంబకోణం కంటే ఎక్కువ?
2. గడియారంలోని గంటల ముళ్ళు 5 నుండి 7 కు తిరిగిన అది చేసిన కోణం ఎంత? భ్రమన కోణం లంబకోణం కన్నా ఎక్కువా?

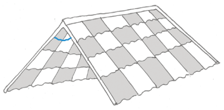


3. కింద ఇచ్చిన వాటి ఆధారంగా కోణాలను గీచి, RA పరీక్షా పరికరం తో పరీక్షించండి.
   (a) 12 నుండి 2 కు వెళుతున్నప్పుడు (b) 6 నుండి 7 కు
   (c) 4 నుండి 8 కు (d) 2 నుండి 5 కు
4. మూలలు కలిగి ఉన్న ఐదు రకాల ఆకారాలను తీసుకోండి. ఆ మూలలకు పేర్లు పెట్టండి. ఆ మూలలను మీ RA పరీక్షా పరికరం తో పరీక్షించి ప్రతిసందర్భం లో మీ ఫలితాలను పట్టికలో నమోదు చేయండి :

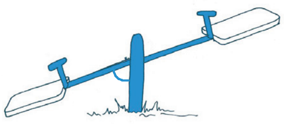
మూల	కంటే చిన్నది 	కంటే పెద్దది 
A	....	....
B	....	....
C	....	....
⋮		

మారు పేర్లు

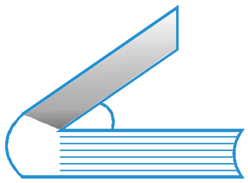
- లంబ కోణం కంటే చిన్న కోణాన్ని అల్పకోణం అంటారు. ఇవి అల్పకోణాలు.



పై కప్పు



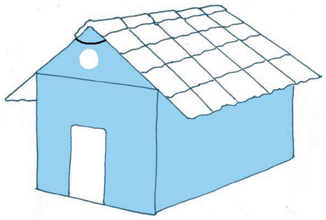
తూగుడుబల్ల



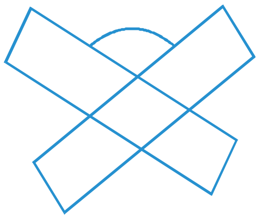
పుస్తకము తెరుస్తున్నప్పుడు

Do you see that each one of them is less than one-fourth of a revolution? Examine them with your RA tester.

- If an angle is larger than a right angle, but less than a straight angle, it is called an **obtuse angle**. These are obtuse angles.



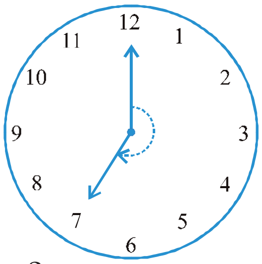
House



Book reading desk

Do you see that each one of them is greater than one-fourth of a revolution but less than half a revolution? Your RA tester may help to examine.

Identify the obtuse angles in the previous examples too.



- A reflex angle is larger than a straight angle.
  It looks like this. (See the angle mark)
  Were there any reflex angles in the shapes you made earlier?
  How would you check for them?

Try These

1. Look around you and identify edges meeting at corners to produce angles. List ten such situations.
2. List ten situations where the angles made are acute.
3. List ten situations where the angles made are right angles.
4. Find five situations where obtuse angles are made.
5. List five other situations where reflex angles may be seen.

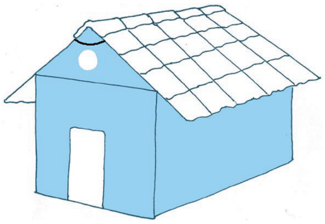
EXERCISE 5.3

1. Match the following :

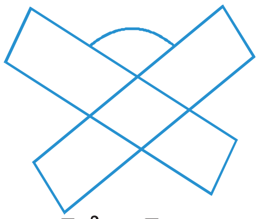
(i) Straight angle	(a) Less than one-fourth of a revolution
(ii) Right angle	(b) More than half a revolution
(iii) Acute angle	(c) Half of a revolution
(iv) Obtuse angle	(d) One-fourth of a revolution
(v) Reflex angle	(e) Between $\frac{1}{4}$ and $\frac{1}{2}$ of a revolution
	(f) One complete revolution

ఇచ్చిన ప్రతి ఒక్కటి నాలుగో వంతు పరిభ్రమణం కన్నా తక్కువగా ఉన్నట్లు మీరు గమనించారా? వాటిని RA పరీక్షా పరికరాన్ని ఉపయోగించి పరీక్షించండి.

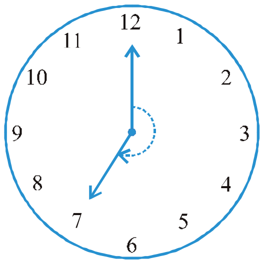
- ఒక కోణం లంబకోణము కన్నా పెద్దది మరియు సరళ కోణం కన్నా చిన్నది అయిన దానిని **అధిక కోణము** అంటారు. ఇవి అధిక కోణాలు.



ఇల్లు



బుక్ రీడింగ్ డెస్క్



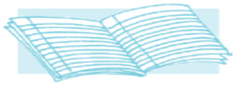
మీరు చూసారా వీటిలో ప్రతి ఒక్కటి నాలుగో వంతు పరిభ్రమణం కన్నా ఎక్కువ మరియు సగం పరిభ్రమణం కన్నా తక్కువ? మీ RA పరీక్షాపరికరం వీటిని పరీక్షించేందుకు మీకు సహాయపడవచ్చు.

ముందు ఇచ్చిన ఉదాహరణలో కూడా అధిక కోణాలను గుర్తించండి.

- ఒక పరావర్తన కోణం సరళ కోణం కంటే పెద్దది.
  అది ఈ విధంగా కనిపిస్తుంది. కోణం గుర్తును చూడండి.
  ఇంతకు ముందు మీరు చేసిన కోణాలలో ఏవైనా పరావర్తన కోణాలు ఉన్నాయా?
  వాటిని మీరు ఎలా పరీక్షిస్తారు?

ప్రయత్నించండి

1. మీ చుట్టూ ఉన్న పరిసరాలను గమనించండి. అంచుల మూలల వద్ద కలిసి కోణాన్ని ఏర్పరిచే సందర్భాలను గుర్తించండి. అటువంటి పది సందర్భాలను ఒక జాబితా రూపంలో రాయండి.
2. అల్ప కోణం ఏర్పడే పది సందర్భాలను జాబితా రూపంలో రాయండి.
3. లంబ కోణం ఏర్పడే పది సందర్భాలను జాబితా రూపంలో రాయండి.
4. అధిక కోణం ఏర్పడే ఐదు సందర్భాలను జాబితా రూపంలో రాయండి.
5. పరావర్తన కోణాలు ఏర్పడే ఐదు సందర్భాలను జాబితా రూపంలో రాయండి

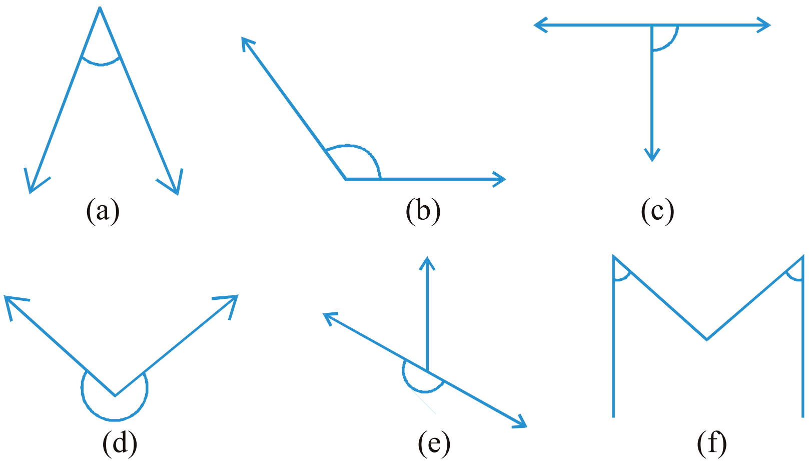


అభ్యాసం 5.3

1. జతపరచండి:

(i) సరళ కోణం	(a) నాలుగో వంతు పరిభ్రమణం కన్నా తక్కువ
(ii) లంబ కోణం	(b) సగం పరిభ్రమణం కన్నా ఎక్కువ
(iii) అల్ప కోణం	(c) పరిభ్రమణంలో సగం
(iv) అధిక కోణం	(d) పరిభ్రమణంలో నాలుగో వంతు
(v) పరావర్తం కోణం	(e) $\frac{1}{4}$ మరియు $\frac{1}{2}$ వ వంతు పరిభ్రమణాల మధ్య ఉండును
	(f) పూర్తి పరిభ్రమణం

2. Classify each one of the following angles as right, straight, acute, obtuse or reflex :



5.5 Measuring Angles

The improvised ‘Right-angle tester’ we made is helpful to compare angles with a right angle. We were able to classify the angles as acute, obtuse or reflex.

But this does not give a precise comparison. It cannot find which one among the two obtuse angles is greater. So in order to be more precise in comparison, we need to ‘measure’ the angles. We can do it with a ‘protractor’.

The measure of angle

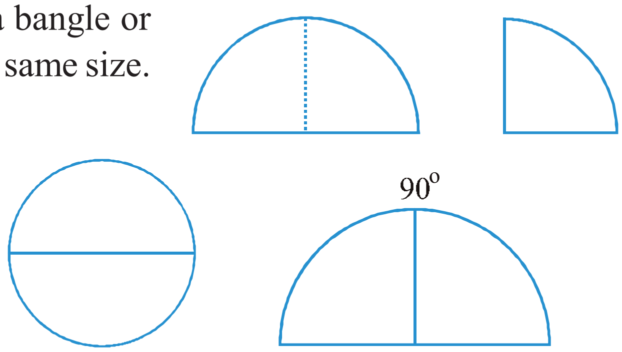
We call our measure, ‘degree measure’. One complete revolution is divided into 360 equal parts. Each part is a **degree**. We write 360° to say ‘three hundred sixty degrees’.

Think, discuss and write

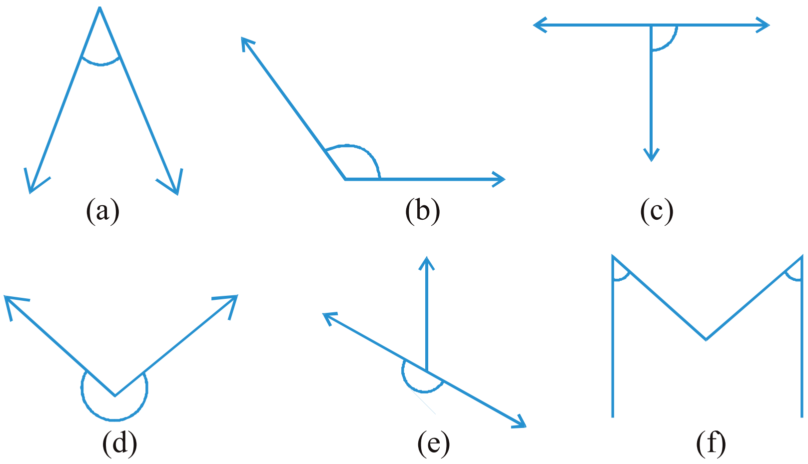
How many degrees are there in half a revolution? In one right angle? In one straight angle?
How many right angles make 180°? 360°?

Do This

1. Cut out a circular shape using a bangle or take a circular sheet of about the same size.
2. Fold it twice to get a shape as shown. This is called a quadrant.
3. Open it out. You will find a semi-circle with a fold in the middle. Mark 90° on the fold.



2. దిగువ పేర్కొన్న ప్రతి కోణాన్ని లంబ, సరళ , అల్ప , అధిక లేదా పరావర్తన కోణాలుగా వర్గీకరించండి:



5.5 కోణాలను కొలవడం

మనము తయారుచేసి అభివృద్ధి పరిచిన RA పరీక్షా పరికరం కోణాలను లంబకోణంతో పోల్చడానికి ఉపయోగపడుతుంది. మనం ఇచ్చిన కోణాలను అల్ప, అధిక, మరియు పరావర్తన కోణాలుగా వర్గీకరించగలము. కానీ ఇది ఖచ్చితమైన పోలికను ఇవ్వదు. రెండు అధిక కోణాలలో ఏది పెద్దదో అది కనుగొనలేదు. కాబట్టి పోల్చడం మరింత ఖచ్చితంగా ఉండాలంటే, మనం కోణాలను 'కొలవడం' అవసరం. మనం దీన్ని 'కోణమానిని'తో చేయవచ్చు.

కోణం యొక్క కొలత

మన కొలతను మనం 'డిగ్రీ కొలత' అని పిలుస్తాం. పూర్తి భ్రమణంను 360 భాగాలుగా విభజించారు. ప్రతి భాగం ఒక **డిగ్రీ**. "మూడు వందల అరవై డిగ్రీలు" అని చెప్పడానికి 360^0 అని వ్రాస్తాం.

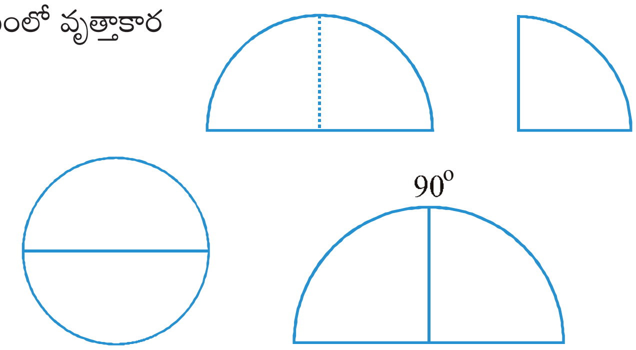
ఆలోచించి, చర్చించి రాయండి

సగం పరిభ్రమణంలో ఎన్ని డిగ్రీలు ఉన్నాయి? ఒక లంబకోణంలో? సరళ కోణంలో?

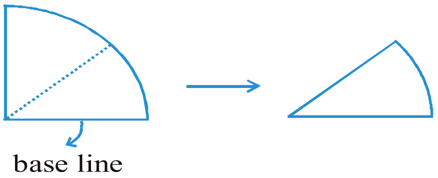
ఎన్ని లంబకోణాలు 180^0 , 360^0 లను ఏర్పరుస్తాయి?

ఇది చేయండి

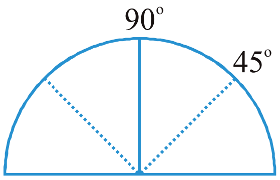
1. ఒక కంకణాన్ని/ చేతి గాజుని ఉపయోగించి వృత్తాకార ఆకారాన్ని కత్తిరించండి లేదా అదే పరిమాణంలో వృత్తాకార షీట్ తీసుకోండి.
2. చూపిన విధంగా ఆకారాన్ని పొందడానికి దీన్ని రెండుసార్లు మడవండి. దీనిని పావు వృత్తం అంటారు.
3. దాన్ని తెరవండి. మీరు మధ్యలో మడతతో అర్ధవృత్తంను కనుక్కుంటారు. మడతపై 90° గుర్తు పెట్టండి.



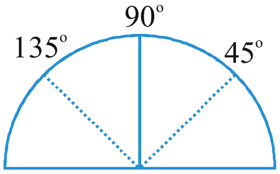
4. Fold the semicircle to reach the quadrant. Now fold the quadrant once more as shown. The angle is half of 90° i.e. 45°.



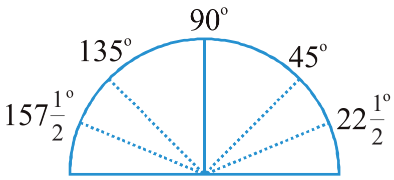
5. Open it out now. Two folds appear on each side. What is the angle upto the first new line? Write 45° on the first fold to the left of the base line.



6. The fold on the other side would be 90° + 45° = 135°



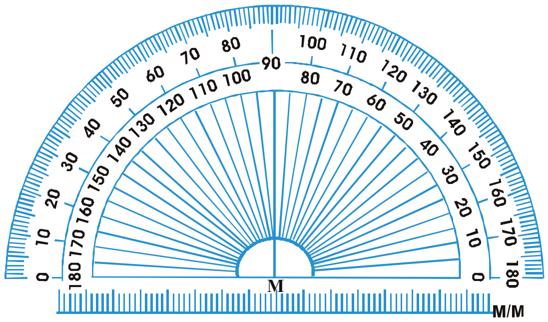
7. Fold the paper again upto 45° (half of the quadrant). Now make half of this. The first fold to the left of the base line now is half of 45° i.e. $22\frac{1}{2}^{\circ}$. The angle on the left of 135° would be $157\frac{1}{2}^{\circ}$.



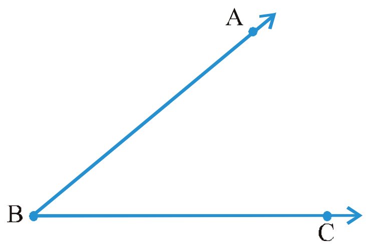
You have got a ready device to measure angles. This is an approximate protractor.

The Protractor

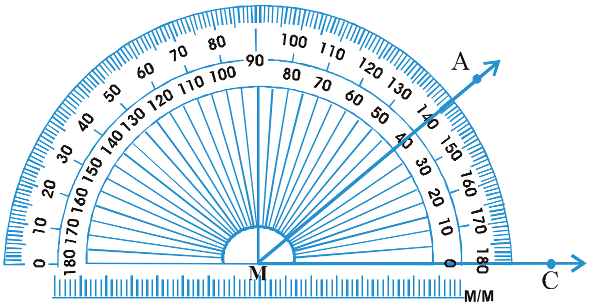
You can find a readymade protractor in your 'instrument box'. The curved edge is divided into 180 equal parts. Each part is equal to a 'degree'. The markings start from 0° on the right side and ends with 180° on the left side, and vice-versa.



Suppose you want to measure an angle ABC.

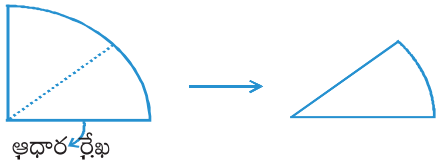


Given ∠ABC

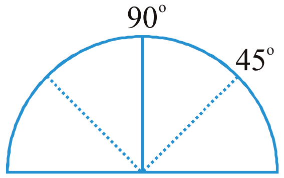


Measuring ∠ABC

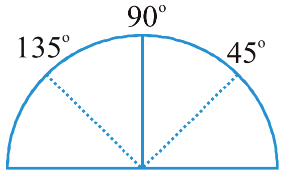
4. పావు వృత్తం చేరుకోవడానికి అర్ధవృత్తంను మడవండి. ఇప్పుడు చూపిన విధంగా పావు వృత్తంను మరోసారి మడవండి. కోణం 90^oలో సగం అంటే 45° ఏర్పడుతుంది



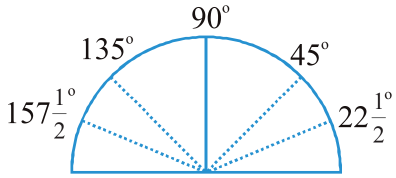
5. ఇప్పుడు దానిని తెరవండి ప్రతి భాగంలో రెండు వైపులా రెండు మడతలు కనిపిస్తాయి. కొత్తగా ఏర్పడిన మొదటి గీత వరకు గల కోణం ఎంత? ఆధారరేఖ నుండి ఎడమవైపు గల మొదటి మడతపై 45° అని రాయండి



6. మరొకవైపు మడత $90^o + 45^o = 135^o$ ఉంటుంది



7. కాగితాన్ని మరలా 45° (పావువృత్తం యొక్క సగం) వరకు మడత పెట్టండి. ఇప్పుడు ఇందులో సగం చేయండి. ఆధార రేఖ నుండి ఎడమ వైపు ఉన్న మొదటి మడత 45° లలో సగం అనగా $22\frac{1}{2}^o$. 135 డిగ్రీలకు ఎడమవైపున ఉన్న కోణం $157\frac{1}{2}^o$ కోణం అవుతుంది.

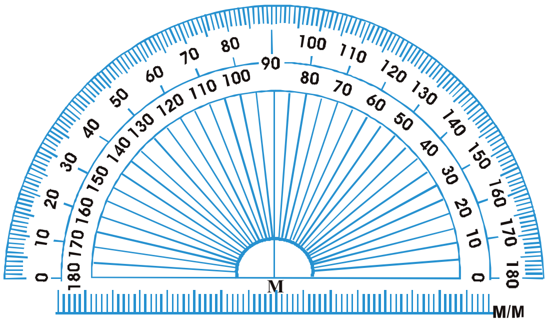


మీరు కోణాలను కొలవడానికి మీ వద్ద ఇప్పుడు ఒక పరికరం సిద్ధంగా ఉంది. ఇది ఇంచుమించు ఒక "కోణమాణిని".

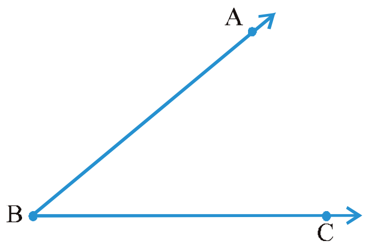
కోణమాణిని

మీరు మీ జ్యామితీయ పరికరముల పెట్టెలో ఒక "కోణమాణిని" కనుగొనవచ్చు.

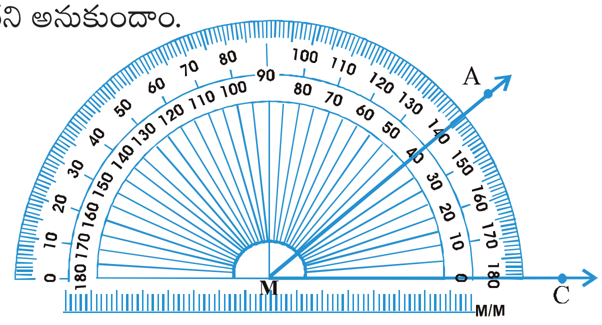
దీని యొక్క వక్రంగా ఉన్న అంచు 180 సమాన భాగాలుగా విభజించి ఉంటుంది. ప్రతి సమాన భాగము ఒక డిగ్రీకి సమానము.కుడి వైపు నుండి సున్నా డిగ్రీలను గుర్తించటం నుంచి మొదలై 180° డిగ్రీలతో ముగుస్తుంది. అదే విధంగా ఎడమ వైపు నుండి కూడా.



మీరు ABC కోణాన్ని కొలవాలనుకుంటున్నారని అనుకుందాం.



$\angle ABC$ ఇచ్చినపుడు



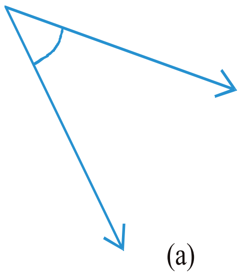
$\angle ABC$ ని కొలవడం

1. Place the protractor so that the mid point (M in the figure) of its straight edge lies on the vertex B of the angle.
2. Adjust the protractor so that $\overline{BC}$ is along the straight-edge of the protractor.
3. There are two 'scales' on the protractor : read that scale which has the 0° mark coinciding with the straight-edge (i.e. with ray $\overrightarrow{BC}$).
4. The mark shown by $\overline{BA}$ on the curved edge gives the degree measure of the angle.

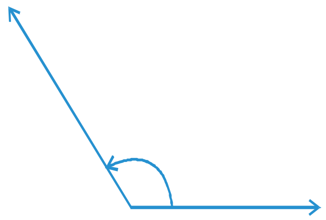
   We write m $\angle ABC = 40°$, or simply $\angle ABC = 40°$.

EXERCISE 5.4

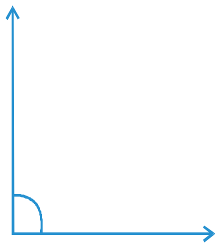
1. What is the measure of (i) a right angle? (ii) a straight angle?
2. Say True or False :
   (a) The measure of an acute angle < 90°.
   (b) The measure of an obtuse angle < 90°.
   (c) The measure of a reflex angle > 180°.
   (d) The measure of one complete revolution = 360°.
   (e) If $m\angle A = 53°$ and $m\angle B = 35°$, then $m\angle A > m\angle B$.
3. Write down the measures of
   (a) some acute angles. (b) some obtuse angles.
   (give at least two examples of each).
4. Measure the angles given below using the Protractor and write down the measure.



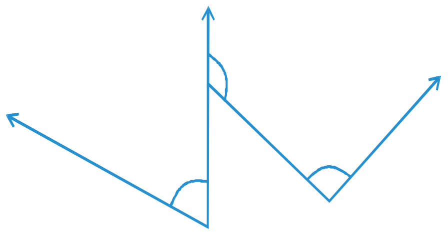
(a)



(b)



(c)

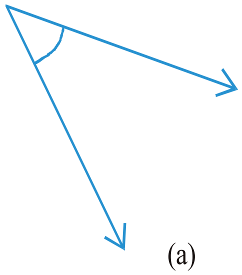


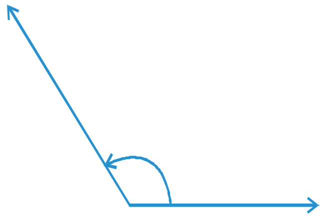
(d)

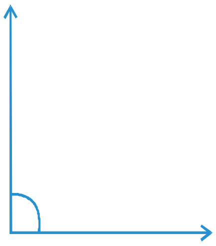
1. సరళ రేఖ పై ఉన్న కోణమాణిని యొక్క మధ్య బిందువు (పటం లో ఉన్న M) కోణం యొక్క శీర్షము B మీద ఉండేలా కోణమాణిని ఉంచండి.
2. $\overline{BC}$ ని కోణమాణిని యొక్క సరళ అంచుపై ఉండేలా కోణమానిని సరి చేయండి.
3. కోణమానినిపై రెండు 'స్కేళ్ళు ఉన్నాయి: $0°$ గుర్తును నేరుగా అంచుతో (అనగా కిరణం $\overrightarrow{BC}$ తో) సమానంగా ఉండే స్కేలుని చదవండి.
4. ఇప్పుడు వక్ర రేఖ పై $\overline{BA}$ ద్వారా చూపించబడ్డ గుర్తు కోణం యొక్క డిగ్రీల కొలతను ఇస్తుంది. మనం $m\angle ABC = 40°$, అని రాస్తాము లేదా $\angle ABC = 40°$ అని రాస్తాము.

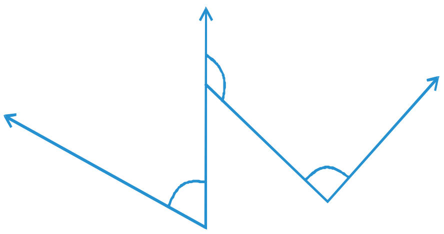
అభ్యాసం 5.4

1. (i) లంబకోణం (ii) సరళ కోణం కొలత ఎంత
2. సత్యమో అసత్యమో చెప్పండి:
   (a) అల్ప కోణం కొలత $< 90°$.
   (b) అధిక కోణం కొలత $< 90°$.
   (c) పరావర్తన కోణం కొలత $> 180°$.
   (e) ఒక సంపూర్ణ భ్రమణం యొక్క కొలత $= 360°$.
   (e) $m\angle A = 53°$ మరియు $m\angle B = 35°$, అయితే $m\angle A > m\angle B$.
3. కింద ఇచ్చిన కోణాల కొలతలు రాయండి
   (a) కొన్ని అల్ప కోణాలు. (b) కొన్ని అధిక కోణాలు.
   (ప్రతి దానికి కనీసం రెండు ఉదాహరణలు ఇవ్వండి)
4. కోణమాణిని సహాయంతో క్రింది ఇచ్చిన కోణాల కొలతను కొలవండి. మరియు కొలతలను రాయండి.


(a)


(b)

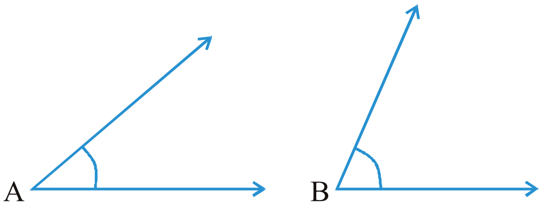

(c)


(d)

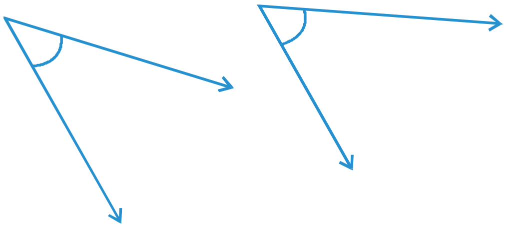
5. Which angle has a large measure?
   First estimate and then measure.

   Measure of Angle A =

   Measure of Angle B =

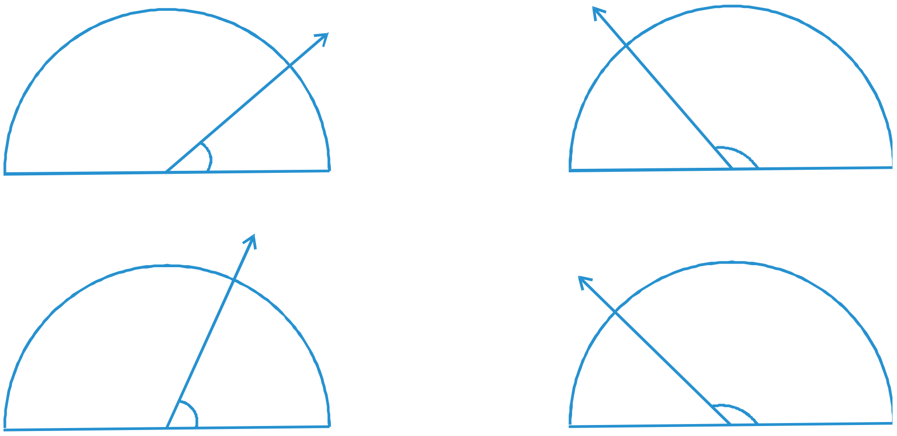


6. From these two angles which has larger measure? Estimate and then confirm by measuring them.

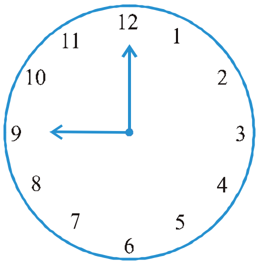


7. Fill in the blanks with acute, obtuse, right or straight :
   (a) An angle whose measure is less than that of a right angle is______.
   (b) An angle whose measure is greater than that of a right angle is ______.
   (c) An angle whose measure is the sum of the measures of two right angles is ______.
   (d) When the sum of the measures of two angles is that of a right angle, then each one of them is ______.
   (e) When the sum of the measures of two angles is that of a straight angle and if one of them is acute then the other should be ________.

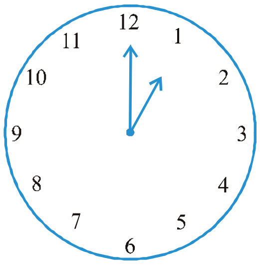
8. Find the measure of the angle shown in each figure. (First estimate with your eyes and then find the actual measure with a protractor).



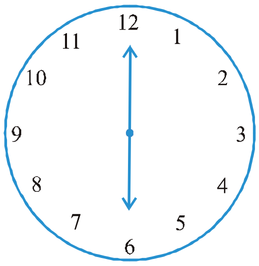
9. Find the angle measure between the hands of the clock in each figure :



9.00 a.m.



1.00 p.m.

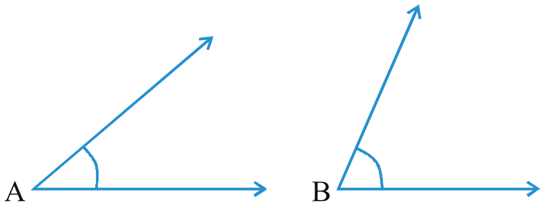


6.00 p.m.

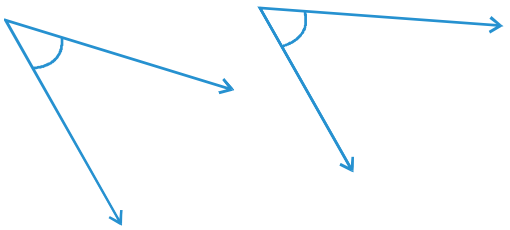
5. ఏ కోణానికి పెద్ద కొలత ఉంటుంది మొదట అంచనా వేయండి మరియు తర్వాత లెక్కించండి.

కోణం A యొక్క కొలత =

కోణం B యొక్క కొలత =



6. ఈ రెండు కోణాల కొలతలలో ఏది పెద్దది? అంచనా వేసి తరువాత వాటిని కొలిచి ధ్రువీకరించండి.



7. క్రింది ఖాళీలను అల్ప ,అధిక మరియు సరళ కోణాలతో పూరించండి :

(a) లంబకోణం కొలత కంటే తక్కువ కొలత ఉన్న కోణం ________.

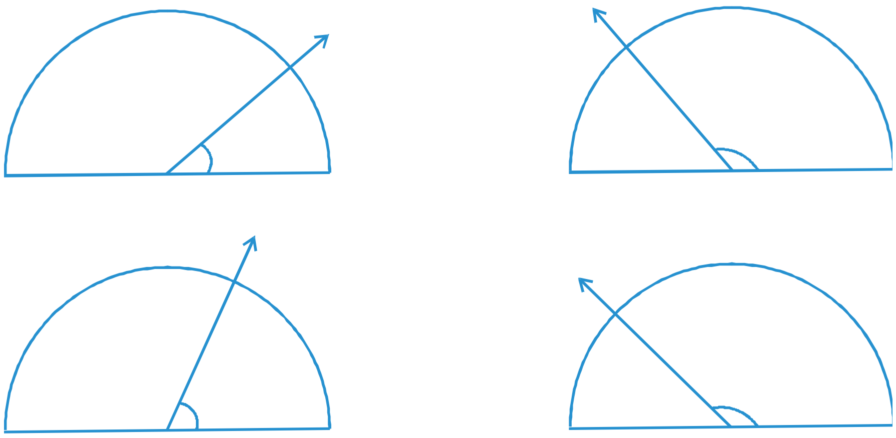
(b) లంబకోణం కొలత కంటే ఎక్కువ కొలత ఉన్న కోణం ________.

(c) రెండు లంబ కోణాలు మొత్తం కొలతకు సమానమైన కోణం ________.

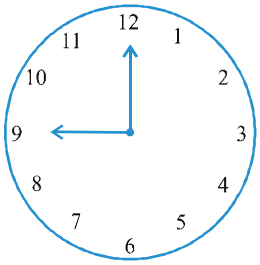
(d) రెండు కోణాల కొలతల మొత్తం ఒక లంబకోణానికి సమానమైన దానిలో ప్రతి కోణం కొలత ________.

(e) రెండు కోణాల కొలతలు మొత్తం ఒక సరళ కోణమైన దానిలో ప్రతి కోణం కొలత ________.

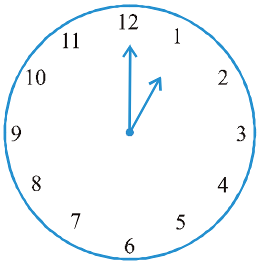
8. ప్రతి పటంలో చూపబడిన కోణం యొక్క కొలతను కనుగొనండి. మొదట ఇచ్చిన కోణాన్ని గమనించి కొలతను అంచనా వేయండి మరియు తరువాత కోణమానిని సహాయంతో వాస్తవ కొలతను కనుక్కోండి.



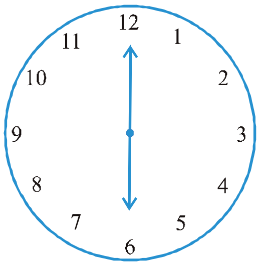
9. ప్రతి పటంలోని గడియారం యొక్క ముళ్ళ మధ్య కోణాల కొలతను కనుక్కోండి:



9.00 a.m.



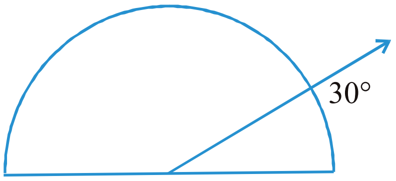
1.00 p.m.



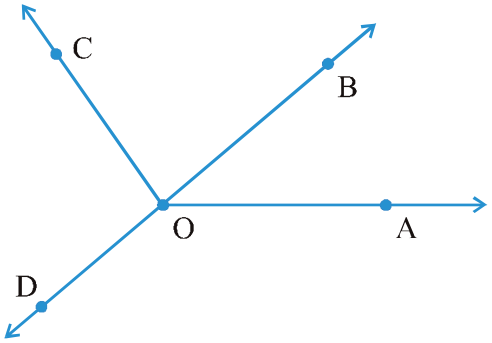
6.00 p.m.

10. **Investigate**

In the given figure, the angle measures 30°. Look at the same figure through a magnifying glass. Does the angle becomes larger? Does the size of the angle change?



11. Measure and classify each angle :



Angle	Measure	Type
∠AOB		
∠AOC		
∠BOC		
∠DOC		
∠DOA		
∠DOB		

5.6 Perpendicular Lines

When two lines intersect and the angle between them is a right angle, then the lines are said to be **perpendicular**. If a line AB is perpendicular to CD, we write $AB \perp CD$.

Think, discuss and write

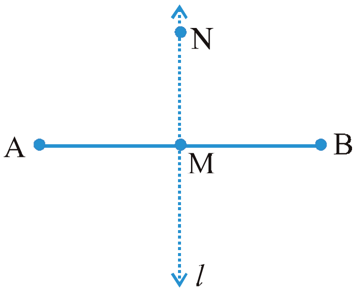
If $AB \perp CD$, then should we say that $CD \perp AB$ also?

Perpendiculars around us!

You can give plenty of examples from things around you for perpendicular lines (or line segments). The English alphabet T is one. Is there any other alphabet which illustrates perpendicularity?

Consider the edges of a post card. Are the edges perpendicular?

Let $\overline{AB}$ be a line segment. Mark its mid point as M. Let MN be a line perpendicular to $\overline{AB}$ through M.



Does MN divide $\overline{AB}$ into two equal parts?

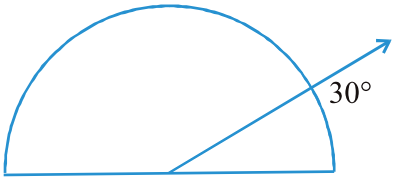
MN bisects $\overline{AB}$ (that is, divides $\overline{AB}$ into two equal parts) and is also perpendicular to $\overline{AB}$.

So we say MN is the **perpendicular bisector** of $\overline{AB}$.

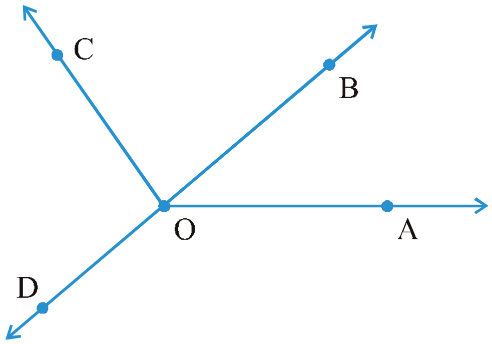
You will learn to construct it later.

10. **శోధించండి**

ఇవ్వబడిన పటంలో కోణం కొలత 30^0 అదే పటాన్ని భూతద్దం ద్వారా చూడండి. కోణం పెద్దగా మారిందా? కోణం యొక్క పరిమాణం మారిందా?



11. ప్రతి కోణాన్ని కొలవండి మరియు వర్గీకరించండి:



కోణం	కొలత	రకం
$\angle AOB$		
$\angle AOC$		
$\angle BOC$		
$\angle DOC$		
$\angle DOA$		
$\angle DOB$		

5.6 లంబరేఖలు

రెండు రేఖలు పరస్పరం ఖండించుకున్నప్పుడు మరియు వాని మధ్య కోణం లంబకోణమైన ఆ రేఖలను **లంబ రేఖలు** అంటారు. AB రేఖ CD రేఖకు లంబంగా ఉన్న దానిని, $AB \perp CD$ అని రాస్తాము.

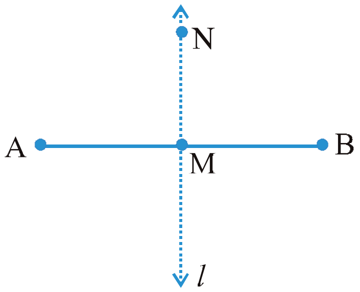
ఆలోచించి, చర్చించి, రాయండి

$AB \perp CD$, అయితే మనం $CD \perp AB$ అని కూడా చెప్పాలా ?

మన చుట్టూ ఉన్న లంబాలు!

మీ చుట్టూ ఉన్న వస్తువుల నుండి లంబ రేఖలకు (లేదా రేఖా ఖండాలకు) అనేక ఉదాహరణలు ఇవ్వవచ్చు. ఆంగ్ల అక్షరమాలలోని T అనే అక్షరం ఒక ఉదాహరణ. లంబ రేఖలను వివరించే ఇతర అక్షరాలు ఏమైనా ఉన్నాయా?

పోస్ట్ కార్డు యొక్క అంచులను పరిగణనలోకి తీసుకోండి. అంచులు లంబంగా ఉన్నాయా?



$\overline{AB}$ ని ఒక రేఖాఖండం గా భావించండి. దాని మధ్య బిందువును M గా గుర్తించండి. $\overline{AB}$ అనేది M గుండా పోతూ $\overline{AB}$ కి లంబంగా ఉండే రేఖ.

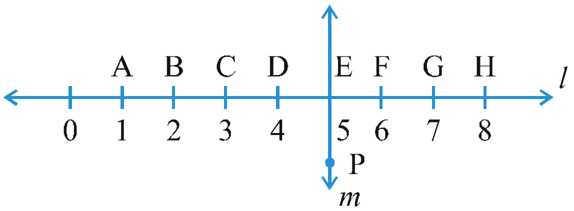
$\overline{AB}$ ని MN రెండు సమాన భాగాలుగా విభజిస్తుందా?

$\overline{AB}$ ని MN సమద్విఖండన చేస్తుంది (అంటే $\overline{AB}$ ని రెండు సమాన భాగాలుగా విభజిస్తుంది) మరియు ఇది $\overline{AB}$ కి లంబంగా కూడా ఉంటుంది.

కాబట్టి మనం MN ని $\overline{AB}$ యొక్క లంబ **సమద్వి ఖండన రేఖ** అంటాము. తరువాత మీరు దానిని నిర్మించడం నేర్చుకుంటారు

EXERCISE 5.5

1. Which of the following are models for perpendicular lines :
   (a) The adjacent edges of a table top.
   (b) The lines of a railway track.
   (c) The line segments forming the letter 'L'.
   (d) The letter V.
2. Let $\overline{PQ}$ be the perpendicular to the line segment $\overline{XY}$. Let $\overline{PQ}$ and $\overline{XY}$ intersect in the point A. What is the measure of $\angle PAY$?
3. There are two set-squares in your box. What are the measures of the angles that are formed at their corners? Do they have any angle measure that is common?
4. Study the diagram. The line *l* is perpendicular to line *m*
   (a) Is CE = EG?



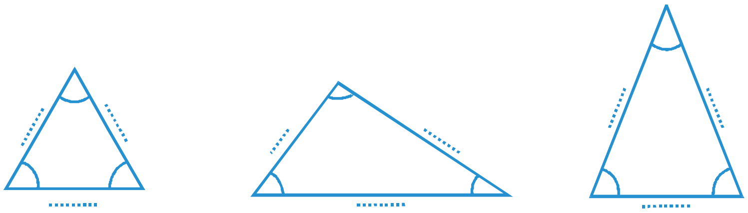
   (b) Does PE bisect CG?
   (c) Identify any two line segments for which PE is the perpendicular bisector.
   (d) Are these true?
      (i) AC > FG
      (ii) CD = GH
      (iii) BC < EH.

5.7 Classification of Triangles

Do you remember a polygon with the least number of sides? That is a triangle. Let us see the different types of triangle we can get.

Do This

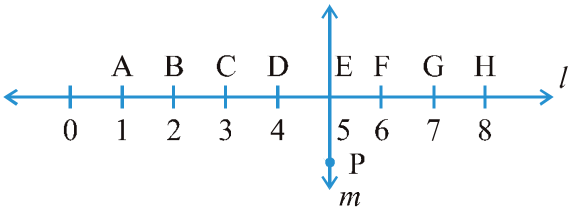
Using a protractor and a ruler find the measures of the sides and angles of the given triangles. Fill the measures in the given table.



(a) (b) (c)

అభ్యాసం 5.5

1. ఈ క్రింది వాటిలో ఏవి లంబ రేఖలకు నమూనాలు:
   (a) టేబుల్ ఉపరితలం యొక్క పక్క అంచులు.
   (b) రైలు పట్టాలు.
   (c) 'L' అక్షరం లోని రేఖాఖండాలు.
   (d) V అక్షరం.
2. $\overline{PQ}$ అనునది $\overline{XY}$ కు లంబముగా ఉండునట్లు తీసుకోండి. $\overline{PQ}$ మరియు $\overline{XY}$ లు A వద్ద ఖండించు కొనును అయితే $\angle PAY$ కొలత ఎంత?
3. మీ జ్యామితీయ పెట్టెలో రెండు మూలమట్టాలు ఉన్నాయి. వాటి మూలల మధ్య ఏర్పడిన కోణాల కొలతలు ఎంత? వాటిలో ఉమ్మడిగా ఉన్న కోణం కొలత ఏదైనా ఉందా?
4. క్రింది పటాన్ని గమనించండి. l రేఖ m రేఖ కు లంబంగా ఉంది. అయితే
   (a) CE = EG అవుతుందా?



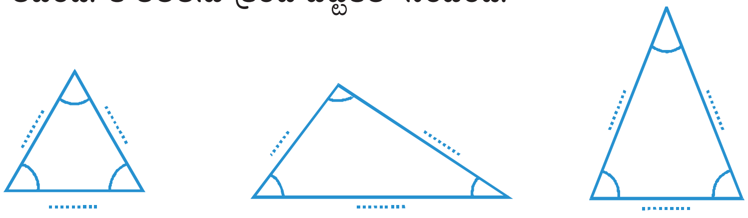
   (b) PE , CG ని సమద్విఖండన చేస్తుందా?
   (c) PE లంబ సమద్విఖండన రేఖ అయ్యేవిధంగా ఏవైనా రెండు రేఖాఖండాలను గుర్తించండి.
   (d) ఇవి నిజమేనా?
      (i) AC > FG
      (ii) CD = GH
      (iii) BC < EH.

5.7 త్రిభుజాల వర్గీకరణ

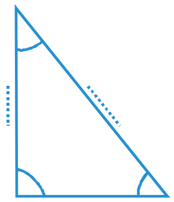
అతి తక్కువ భుజాలు కలిగిన బహుభుజి మీకు గుర్తుందా? అది ఒక త్రిభుజము. మనకు లభించగల విభిన్న రకాల త్రిభుజాలను మనం ఇప్పుడు చూద్దాం.

ఇది చేయండి

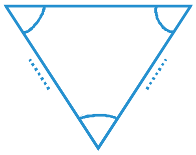
క్రింది ఇచ్చిన త్రిభుజాల యొక్క భుజాలు మరియు కోణాల కొలతలను స్కేలు మరియు కోణమానిని సహాయంతో కొలవండి. కొలతలను క్రింది పట్టికలో నింపండి.



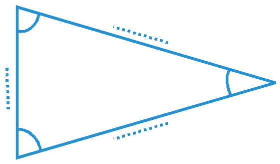
(a) (b) (c)



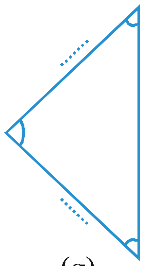
(d)



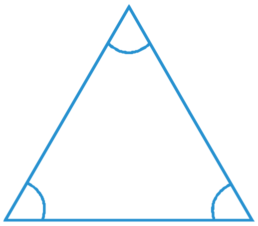
(e)



(f)



(g)



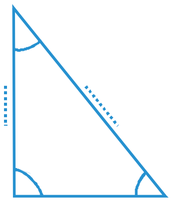
(h)

The measure of the angles of the triangle	What can you say about the angles?	Measures of the sides
(a) ...60^0..., ...60^0.., ...60^0.....,	All angles are equal	
(b) ...., ..., ...,	.... angles ....,	
(c) ...., ..., ...,	.... angles ....,	
(d) ...., ..., ...,	.... angles ....,	
(e) ...., ..., ...,	.... angles ....,	
(f) ...., ..., ...,	.... angles ....,	
(g) ...., ..., ...,	.... angles ....,	
(h) ...., ..., ...,	.... angles ....,	

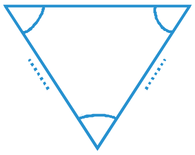
Observe the angles and the triangles as well as the measures of the sides carefully. Is there anything special about them?

What do you find?

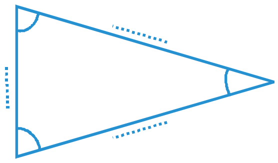
- Triangles in which all the angles are equal.
  If all the angles in a triangle are equal, then its sides are also ....
- Triangles in which all the three sides are equal.
  If all the sides in a triangle are equal, then its angles are............. .
- Triangle which have two equal angles and two equal sides.
  If two sides of a triangle are equal, it has .... equal angles.
  and if two angles of a triangle are equal, it has .... equal sides.
- Triangles in which no two sides are equal.
  If none of the angles of a triangle are equal then none of the sides are equal.
  If the three sides of a triangle are unequal then, the three angles are also............. .



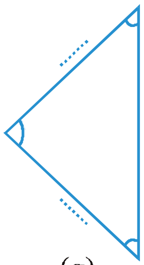
(d)



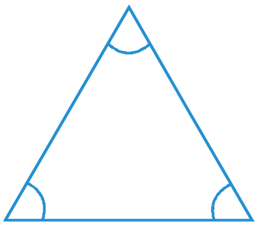
(e)



(f)



(g)



(h)

త్రిభుజం యొక్క కోణాల కొలతలు	కోణాల గురించి నువ్వు ఏమి చెప్పగలవు?	భుజాల కొలతలు
(a) ...60^0..., ...60^0.., ...60^0.....,	అన్ని కోణాలు సమానం	
(b) ...., ..., ...,	.... కోణాలు ....,	
(c) ...., ..., ...,	.... కోణాలు ....,	
(d) ...., ..., ...,	.... కోణాలు ....,	
(e) ...., ..., ...,	.... కోణాలు ....,	
(f) ...., ..., ...,	.... కోణాలు ....,	
(g) ...., ..., ...,	.... కోణాలు.......,	
(h) ...., ..., ...,	.... కోణాలు ....,	

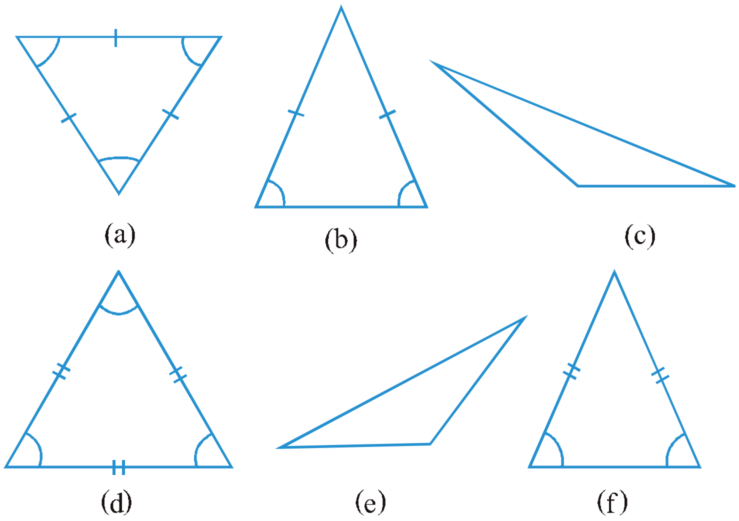
కోణాలు మరియు త్రిభుజాలను అలాగే భుజాల కొలతలను జాగ్రత్తగా గమనించండి. ఏదైనా ప్రత్యేకత ఉందా?

నీవు ఏమి కనుగొన్నావు?

- అన్ని కోణాలు సమానంగా గల త్రిభుజాలు.
  ఒక త్రిభుజంలో అన్ని కోణాలు సమానమైన వాటి భుజాలు కూడా.............
- మూడు భుజాలు సమానంగా గల త్రిభుజాలు.
  ఒక త్రిభుజంలోని అన్ని భుజాలు సమానం అయితే అప్పుడు దాని కోణాలు............ .
- రెండు సమాన కోణాలు మరియు రెండు సమాన భుజాలు కలిగిన త్రిభుజం.
  త్రిభుజంలో రెండు భుజాలు సమానమైన దానిలో....................... కోణాలు సమానంగా ఉంటాయి. మరియు త్రిభుజంలో రెండు కోణాలు సమానమైన దానికి .... సమాన భుజాలు ఉంటాయి.
- ఏ రెండు భుజాలు సమానంగా లేని త్రిభుజాలు.
  ఒక త్రిభుజంలో కోణాలు సమానం కాకపోయినా అప్పుడు ఏ రెండు భుజాలు కూడా సమానం కాదు. అయితే ఒక త్రిభుజం యొక్క మూడు భుజాలు అసమానమైన ఆ త్రిభుజం యొక్క మూడు కోణాలు ....

Take some more triangles and verify these. For this we will again have to measure all the sides and angles of the triangles.

The triangles have been divided into categories and given special names. Let us see what they are.



Naming triangles based on sides

A triangle having all three unequal sides is called a **Scalene Triangle** [(c), (e)].

A triangle having two equal sides is called an **Isosceles Triangle** [(b), (f)].

A triangle having three equal sides is called an **Equilateral Triangle** [(a), (d)].

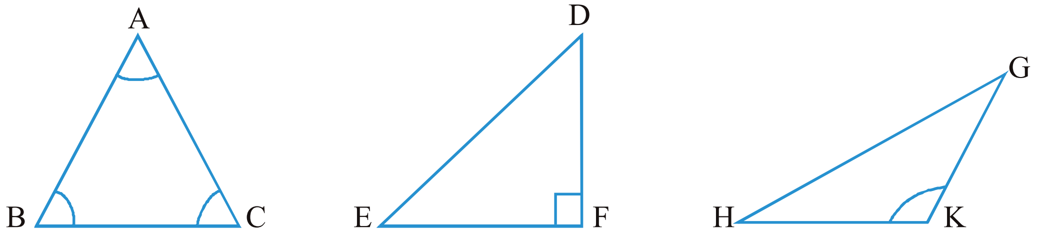
Classify all the triangles whose sides you measured earlier, using these definitions.

Naming triangles based on angles

If each angle is less than 90°, then the triangle is called an **acute angled triangle**.

If any one angle is a right angle then the triangle is called a **right angled triangle**.

If any one angle is greater than 90°, then the triangle is called an **obtuse angled triangle**.



Acute Angled Triangle | Right Angled Triangle | Obtuse Angled Triangle

Name the triangles whose angles were measured earlier according to these three categories. How many were right angled triangles?

Do This

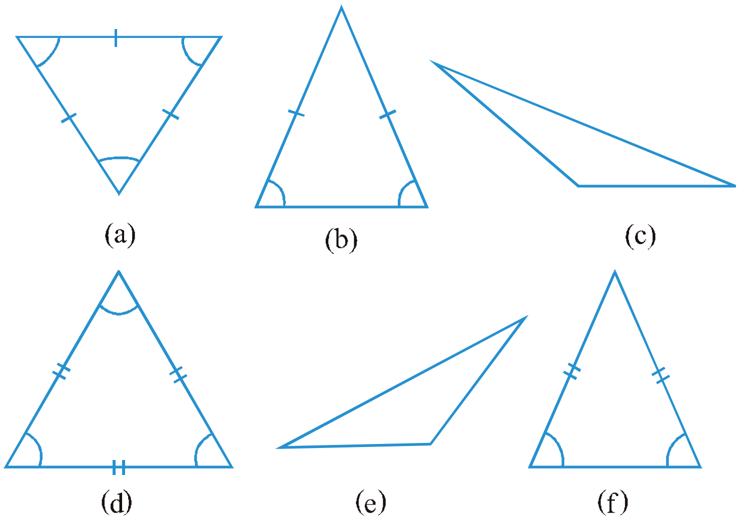
Try to draw rough sketches of

(a) a scalene acute angled triangle.

(b) an obtuse angled isosceles triangle.

మరికొన్ని త్రిభుజాలను తీసుకొని వీటిని పరిశీలించండి. దీని కోసం మనం మళ్లీ అన్ని భుజాలు మరియు అన్ని కోణాల కొలతలు కొలవాల్సి ఉంటుంది.

త్రిభుజాలను వివిధ రకాలుగా వర్గీకరించి వాటికి ప్రత్యేకమైన పేర్లు పెట్టారు. అవి ఏమిటో ఇప్పుడు మనం చూద్దాం.

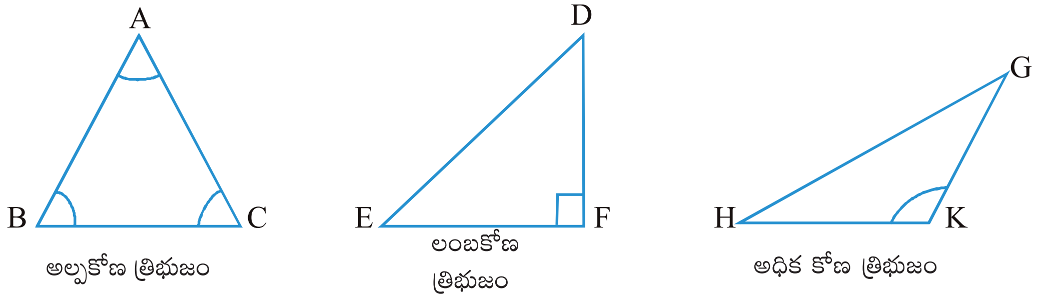


భుజాల కొలతల ఆధారంగా త్రిభుజాలకు పేర్లు పెట్టడం

మూడు అసమాన భుజాలు కలిగిన త్రిభుజాన్ని విషమ **బాహు త్రిభుజం** అని అంటారు [(c), (e)].
రెండు సమాన భుజాలు గల త్రిభుజాన్ని **సమద్విబాహు త్రిభుజం** అంటారు [(b), (f)].
మూడు సమాన భుజాలు గల త్రిభుజాన్ని **సమబాహు త్రిభుజం** అని అంటారు [(a), (d)].
ఈ నిర్వచనాలను ఉపయోగించి మీరు ఇంతకుముందు కొలిచిన భుజాల కొలతల ఆధారంగా త్రిభుజాలను వర్గీకరించండి.

కోణాల ఆధారంగా త్రిభుజాలకు పేర్లు పెట్టడం

ప్రతి కోణం విలువ 90° కంటే తక్కువగా ఉంటే, ఆ త్రిభుజాన్ని **అల్పకోణ త్రిభుజం** అంటారు.
ఏదో ఒక కోణం లంబకోణమైన ఆ త్రిభుజాన్ని **లంబకోణ త్రిభుజం** అంటారు.
ఏదో ఒక కోణం విలువ 90° కన్నా ఎక్కువ ఉంటే, ఆ త్రిభుజాన్ని **అధిక కోణ త్రిభుజం** అంటారు.



ఈ మూడు రకాల త్రిభుజాలకు అనుగుణంగా మీరు ఇంతకుముందు కొలిచిన కోణాలు కొలతల ఆధారంగా త్రిభుజాలకు పేర్లు పెట్టండి. వీటిలో ఎన్ని లంబ కోణ త్రిభుజాలు ఉన్నాయి.

ఇది చేయండి

కింది వాటి యొక్క చిత్తు పటాలు గీయడానికి ప్రయత్నించండి

(a) విషమబాహు అల్పకోణ త్రిభుజం.

(b) అధికకోణ సమద్విబాహు త్రిభుజం.

(c) a right angled isosceles triangle.
(d) a scalene right angled triangle.

Do you think it is possible to sketch
(a) an obtuse angled equilateral triangle ?
(b) a right angled equilateral triangle ?
(c) a triangle with two right angles?

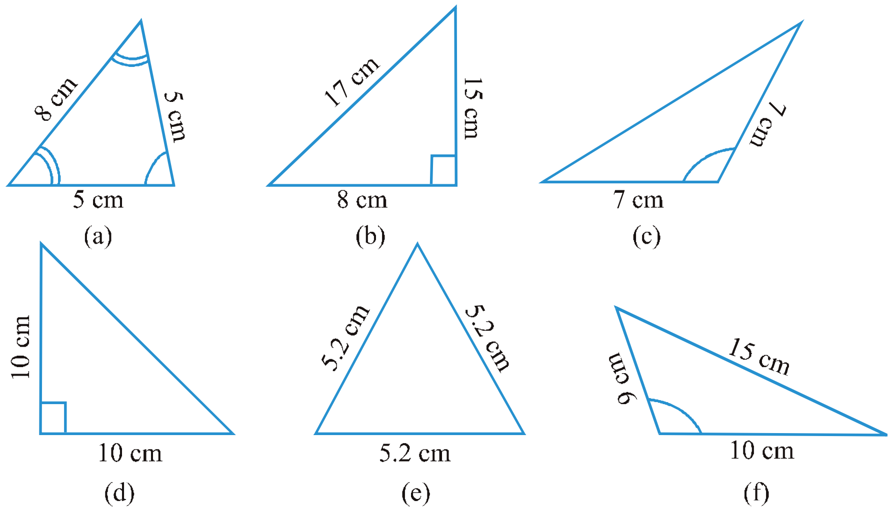
Think, discuss and write your conclusions.

EXERCISE 5.6

1. Name the types of following triangles :
   (a) Triangle with lengths of sides 7 cm, 8 cm and 9 cm.
   (b) ΔABC with AB = 8.7 cm, AC = 7 cm and BC = 6 cm.
   (c) ΔPQR such that PQ = QR = PR = 5 cm.
   (d) ΔDEF with $m\angle D = 90°$
   (e) ΔXYZ with $m\angle Y = 90°$ and XY = YZ.
   (f) ΔLMN with $m\angle L = 30°$, $m\angle M = 70°$ and $m\angle N = 80°$.
2. Match the following :

Measures of Triangle	**Type of Triangle**
(i) 3 sides of equal length	(a) Scalene
(ii) 2 sides of equal length	(b) Isosceles right angled
(iii) All sides are of different length	(c) Obtuse angled
(iv) 3 acute angles	(d) Right angled
(v) 1 right angle	(e) Equilateral
(vi) 1 obtuse angle	(f) Acute angled
(vii) 1 right angle with two sides of equal length	(g) Isosceles

3. Name each of the following triangles in two different ways: (you may judge the nature of the angle by observation)



(c) లంబకోణ సమద్విబాహు త్రిభుజం.
(d) విషమబాహు లంబకోణ త్రిభుజం.

క్రింది పటాలు గీయడం సాధ్యమేనని మీరు భావిస్తున్నారా?

(a) అధికకోణ సమబాహు త్రిభుజం?
(b) లంబ కోణ సమబాహు త్రిభుజం ?
(c) రెండు లంబకోణాలు కలిగిన త్రిభుజం?

మీ ఫలితాలను ఆలోచించి, చర్చించి, రాయండి.

అభ్యాసం 5.6

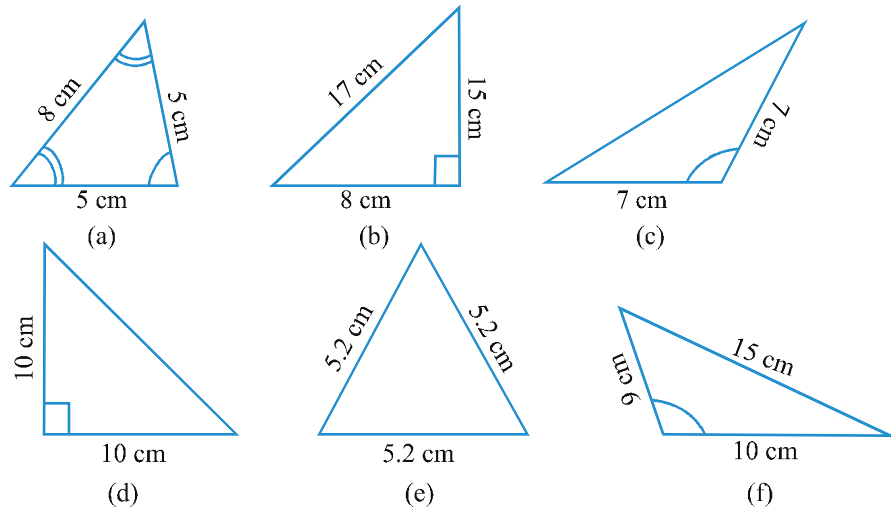
1. దిగువ ఇచ్చిన త్రిభుజ రకాలకు పేర్లు పెట్టండి:

(a) 7 సెం.మీ, 8 సెం.మీ మరియు 9 సెం.మీ భుజాల కొలతలు గల త్రిభుజం.
(b) $AB = 8.7$ సెం.మీ, $AC = 7$ సెం.మీ, $BC = 6$ సెం.మీ.గల ΔABC ?
(c) $PQ = QR = PR =$ 5 సెం.మీ అయ్యేవిధంగా ΔPQR ?
(d) $m\angle D = 90°$ తో ΔDEF ?
(e) $m\angle Y = 90°$, $XY = YZ$.లతో ΔXYZ ?
(f) $m\angle L = 30°$, $m\angle M = 70°$, $m\angle N = 80°$లతో ΔLMN ?

2. జతపరచండి:

త్రిభుజం యొక్క కొలతలు	**త్రిభుజ రకాలు**
(i) సమాన పొడవుగల3 భుజాలు	(a) విషమ బాహు త్రిభుజం
(ii) సమాన పొడవుగల2 భుజాలు	(b) లంబకోణ సమద్విబాహు త్రిభుజం
(iii) అన్ని అసమాన భుజాలు	(c) అధిక కోణ త్రిభుజం
(iv) 3 అల్ప కోణాలు	(d) లంబకోణ త్రిభుజం
(v) 1 లంబకోణం	(e) సమబాహు త్రిభుజం
(vi) 1 అధికకోణం	(f) అల్పకోణ త్రిభుజం
(vii) రెండు భుజాల పొడవులు సమానంగా గల ఒక లంబకోణం త్రిభుజం	(g) సమద్విబాహు

3. క్రింద ఇచ్చిన ప్రతి త్రిభుజానికి రెండు విభిన్న మార్గాలలో పేర్లు పెట్టండి: (పరిశీలన ద్వారా మీరు కోణం యొక్క స్వభావాన్ని నిర్ధారించవచ్చు.)



4. Try to construct triangles using match sticks. Some are shown here.

   Can you make a triangle with

   (a) 3 matchsticks?

   (b) 4 matchsticks?

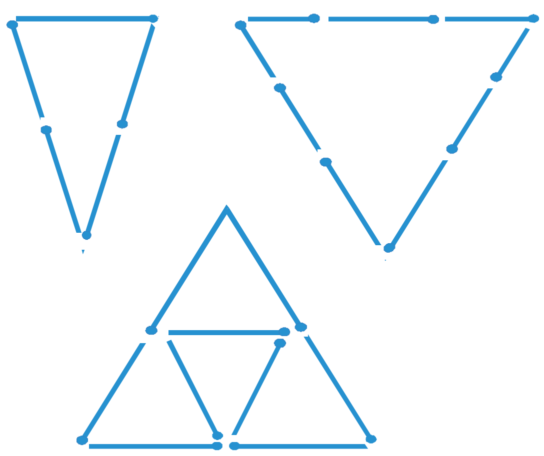
   (c) 5 matchsticks?

   (d) 6 matchsticks?

   (Remember you have to use all the available matchsticks in each case)

   Name the type of triangle in each case.

   If you cannot make a triangle, think of reasons for it.



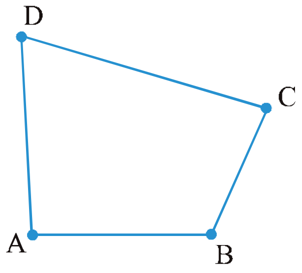
5.8 Quadrilaterals

A quadrilateral, if you remember, is a polygon which has four sides.

Do This

1. Place a pair of unequal sticks such that they have their end points joined at one end. Now place another such pair meeting the free ends of the first pair.
   What is the figure enclosed?
   It is a quadrilateral, like the one you see here.

   The sides of the quadrilateral are $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, ____, ____.
   There are 4 angles for this quadrilateral.
   They are given by $\angle BAD$, $\angle ADC$, $\angle DCB$ and _____.
   BD is one diagonal. What is the other?
   Measure the length of the sides and the diagonals.
   Measure all the angles also.



2. Using four unequal sticks, as you did in the above activity, see if you can form a quadrilateral such that

   (a) all the four angles are acute.

   (b) one of the angles is obtuse.

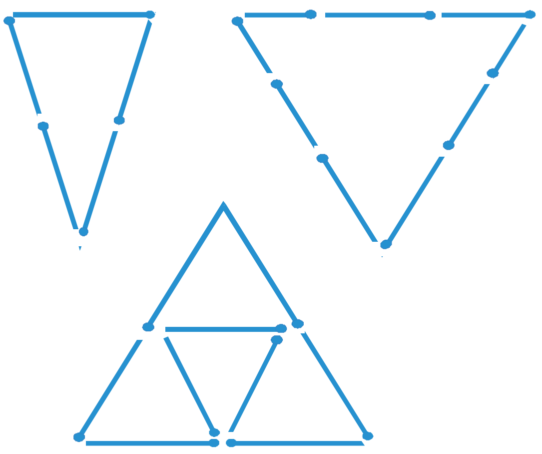
   (c) one of the angles is right angled.

   (d) two of the angles are obtuse.

   (e) two of the angles are right angled.

   (f) the diagonals are perpendicular to one another.

4. అగ్గిపుల్లలను ఉపయోగించి త్రిభుజాలను నిర్మించడానికి ప్రయత్నించండి. కొన్ని ఇక్కడ చూపబడ్డాయి.
త్రిభుజాన్ని మీరు తయారుచేయగలరా?
(a) 3 అగ్గిపుల్లలతో ?
(b) 4 అగ్గిపుల్లలతో ?
(c) 5 అగ్గిపుల్లలతో ?
(d) 6 అగ్గిపుల్లలతో ?
క్రింద ఇచ్చిన విధంగా, చతుర్భుజాన్ని ఏర్పరచగలరో లేదో చూడండి.)
(ప్రతి సందర్భంలో మీరు అందుబాటులో ఉన్న అన్ని అగ్గిపుల్లలను ఉపయోగించాలని గుర్తుంచుకోండి.)
ప్రతి సందర్భంలో త్రిభుజం యొక్క పేరు చెప్పండి.
మీరు త్రిభుజం చేయలేకపోతే, దానికి గల కారణాల గురించి ఆలోచించండి.

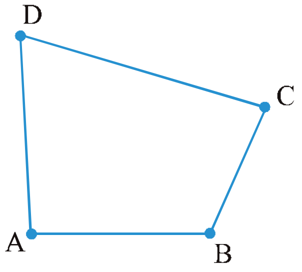


5.8 చతుర్భుజాలు

మీకు గుర్తుందా, నాలుగు భుజాలు ఉండే బహుభుజిని చతుర్భుజం అంటాం.

ఇది చేయండి

1. ఒక జత అసమాన కర్రముక్కలను వాటి చివర బిందువులను ఒక చివర కలుపుతాయి. ఇప్పుడు మొదటి జత యొక్క మరో చివరలను కలిసే మరొక జతని ఉంచండి. జతచేయబడిన పటం ఏమిటి?
మీరు ఇక్కడ చూస్తున్నట్లుగా ఇది చతుర్భుజం.
చతుర్భుజం యొక్క భుజాలు $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, ___, ___ ఈ చతుర్భుజానికి 4 కోణాలు ఉన్నాయి.
అవి $\angle BAD$, $\angle ADC$, $\angle DCB$ మరియు _____ BD ఒక కర్ణం. మరొక కర్ణం ఏది?
భుజాలు మరియు కర్ణాల పొడవులను కొలవండి. అన్ని కోణాలను కూడా కొలవండి.



2. మీరు పైన సూచించిన కృత్యమువలె నాలుగు అసమాన కర్రలను ఉపయోగించి, క్రింద ఇచ్చిన విధంగా, చతుర్భుజాన్ని ఏర్పరచగలరో లేదో చూడండి.
   (a) నాలుగు కోణాలు అన్నీ అల్పకోణాలు.
   (b) కోణాలలో ఒకటి అధిక కోణం.
   (c) కోణాలలో ఒకటి లంబ కోణం.
   (d) రెండు కోణాలు అధిక కోణాలు .
   (e) రెండు కోణాలు లంబ కోణాలు.
   (f) కర్ణాలు ఒకదానికొకటి లంబంగా.

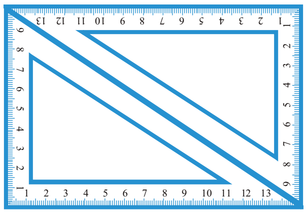
Do This

You have two set-squares in your instrument box. One is 30° – 60° – 90° set-square, the other is 45°– 45°– 90° set square.

You and your friend can jointly do this.

(a) Both of you will have a pair of 30°– 60°– 90° set-squares. Place them as shown in the figure.

Can you name the quadrilateral described?



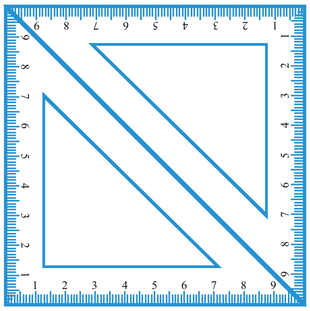
What is the measure of each of its angles?

This quadrilateral is a **rectangle.**

One more obvious property of the rectangle you can see is that opposite sides are of equal length. What other properties can you find?

(b) If you use a pair of 45°– 45°–90° set-squares, you get another quadrilateral this time.

It is a **square**.

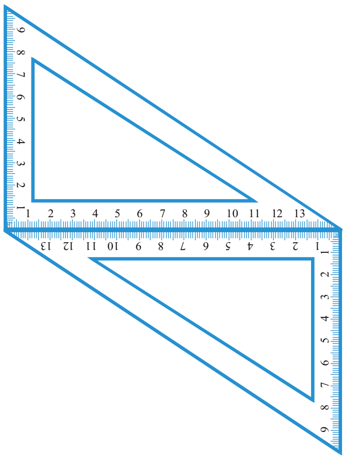


Are you able to see that all the sides are of equal length? What can you say about the angles and the diagonals? Try to find a few more properties of the square.

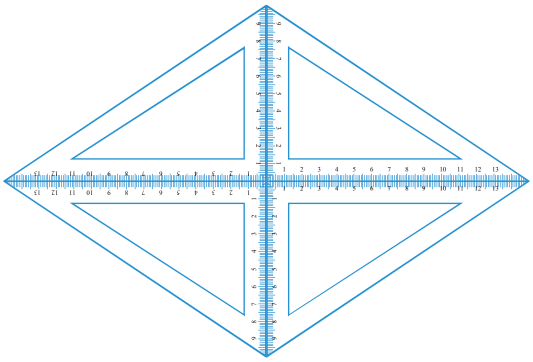
(c) If you place the pair of 30° – 60° – 90° set-squares in a different position, you get a **parallelogram**. Do you notice that the opposite sides are parallel?

Are the opposite sides equal?

Are the diagonals equal?



(d) If you use four 30° – 60° – 90° set-squares you get a **rhombus**.

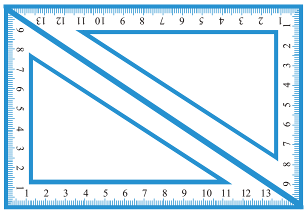


ఇది చేయండి

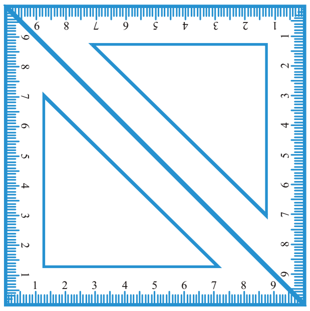
మీ పరికరాల పెట్టెలో రెండు మూలమట్టాలు ఉన్నాయి. ఒకటి 30°–60° – 90° మూలమట్టం, మరొకటి 45°–45°– 90° మూలమట్టం.

మీరు , మీ స్నేహితుడు కలిసి దీన్ని చేయవచ్చు.

(a) మీ ఇద్దరు 30°– 60°– 90° రెండు మూలమట్టాల జతను కలిగి ఉన్నారు. చిత్రంలో చూపిన విధంగా వాటిని ఉంచండి..

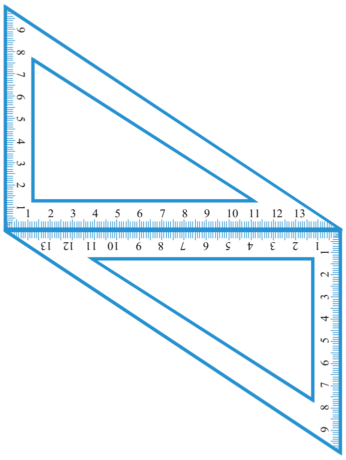


మీరు వివరించిన చతుర్భుజానికి పేరు పెట్టగలరా?
దాని ప్రతి కోణం యొక్క కొలత ఏమిటి/ఎంత?
ఈ చతుర్భుజం ఒక **దీర్ఘ చతురస్రం** అవుతుంది.
మీరు చూడగలిగే దీర్ఘచతురస్రం యొక్క మరొక స్పష్టమైన ధర్మం ఏమిటంటే, ఎదురు భుజాలు సమాన పొడవు కలిగి ఉంటాయి.
మీరు ఏ ఇతర ధర్మాలను కనుక్కోగలరు ?

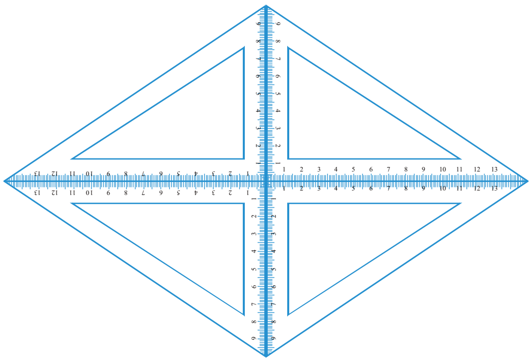


(b) మీరు 45°– 45°–90° మూలమట్టాల జతని ఉపయోగిస్తే, ఈసారి మరో చతుర్భుజాన్ని పొందుతారు.
ఇది ఒక **చతురస్రం.**
అన్ని వైపులా సమాన పొడవుగల భుజాలు ఉన్నట్లు మీరు చూడగలరా? కోణాలు మరియు కర్ణాల గురించి మీరు ఏమి చెప్పగలరు? చతురస్రం యొక్క మరికొన్ని ధర్మాలను కనుక్కోవడానికి ప్రయత్నించండి.

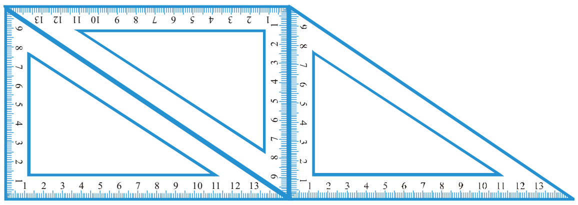
(c) మీరు 30°– 60°– 90° మూల మట్టాలను వేరే స్థానంలో ఉంచినట్లయితే, మీరు **సమాంతర చతుర్భుజాన్ని** పొందుతారు.
ఎదుటి భుజాలు సమాంతరంగా ఉన్నాయని మీరు గమనించారా?
ఎదుటి భుజాలు సమానంగా ఉన్నాయా?
కర్ణాలు సమానంగా ఉన్నాయా?



(d) మీరు నాలుగు 30°– 60°– 90° మూల మట్టాలను ఉపయోగిస్తే మీకు **రాంబస్** వస్తుంది.



(e) If you use several set-squares you can build a shape like the one given here.



Here is a quadrilateral in which a pair of two opposite sides is parallel.

It is a **trapezium.**

Here is an outline-summary of your possible findings. Complete it.

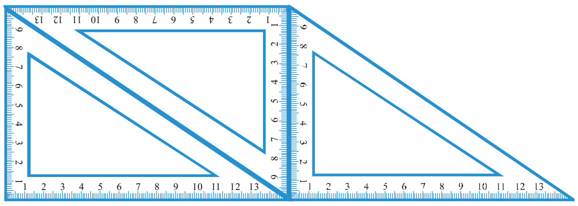
Quadrilateral	Opposite sides		All sides	Opposite Angles	Diagonals	
	Parallel	Equal	Equal	Equal	Equal	Perpen-dicular
Parallelogram	Yes	Yes	No	Yes	No	No
Rectangle			No			
Square						Yes
Rhombus				Yes		
Trapezium		No				

EXERCISE 5.7

1. Say True or False :
   (a) Each angle of a rectangle is a right angle.
   (b) The opposite sides of a rectangle are equal in length.
   (c) The diagonals of a square are perpendicular to one another.
   (d) All the sides of a rhombus are of equal length.
   (e) All the sides of a parallelogram are of equal length.
   (f) The opposite sides of a trapezium are parallel.
2. Give reasons for the following :
   (a) A square can be thought of as a special rectangle.
   (b) A rectangle can be thought of as a special parallelogram.
   (c) A square can be thought of as a special rhombus.
   (d) Squares, rectangles, parallelograms are all quadrilaterals.
   (e) Square is also a parallelogram.
3. A figure is said to be regular if its sides are equal in length and angles are equal in measure. Can you identify the regular quadrilateral?

5.9 Polygons

So far you studied polygons of 3 or 4 sides (known as triangles and quardrilaterals respectively). We now try to extend the idea of polygon to figures with more number of sides. We may classify polygons according to the number of their sides.



(e) మీరు అనేక మూలమట్టాలను ఉపయోగిస్తే, మీరు ఇక్కడ ఇచ్చిన ఆకారాన్ని రూపొందించవచ్చు. ఇక్కడ ఒక చతుర్భుజం ఉంది, దీనిలో రెండు ఎదురు భుజాల జత సమాంతరంగా ఉంటుంది. ఇది ఒక **ట్రెపీజియం**.

మీరు కనుగొన్న ఫలితాల సారాంశం ఇక్కడ ఉంది. దీనిని పూర్తి చేయండి.

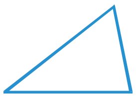
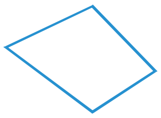
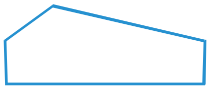
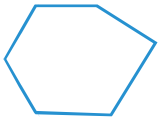
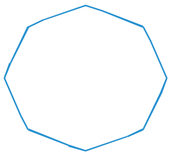
చతుర్భుజం	ఎదురు భుజాలు		అన్ని భుజాలు సమానం	ఎదురు కోణాలు సమానం	కర్ణాలు	
	సమాంతరం	సమానం			సమానం	లంబము
సమాంతర చతుర్భుజం	అవును	అవును	కాదు	అవును	కాదు	కాదు
దీర్ఘచతురస్రం			కాదు			
చతురస్రం						అవును
రాంబస్				అవును		
ట్రెపీజియం		కాదు				

అభ్యాసం 5.7

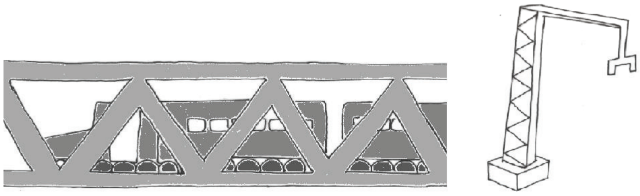
1. సత్యమో అసత్యమో చెప్పండి:
   (a) ఒక దీర్ఘ చతురస్రం యొక్క ప్రతి కోణం ఒక లంబ కోణం.
   (b) దీర్ఘచతురస్రం యొక్క ఎదురు భుజాల పొడవులు సమానంగా ఉంటాయి.
   (c) చతురస్రం యొక్క కర్ణాలు ఒకదానికొకటి లంబంగా ఉంటాయి.
   (d) రాంబస్ యొక్క అన్ని భుజాల పొడవులు సమానంగా ఉంటాయి.
   (e) సమాంతర చతుర్భుజం యొక్క అన్ని భుజాల పొడవులు సమానంగా ఉంటాయి.
   (f) ట్రెపీజియం యొక్క ఎదురు భుజాలు సమాంతరంగా ఉంటాయి.
2. కింది వాటికి కారణాలను తెలియజేయండి:
   (a) ఒక చతురస్రాన్ని ప్రత్యేక దీర్ఘచతురస్రంగా భావించవచ్చు.
   (b) ఒక దీర్ఘచతురస్రాన్ని ప్రత్యేక సమాంతర చతుర్భుజంగా భావించవచ్చు.
   (c) ఒక చతురస్రాన్ని ప్రత్యేక రాంబస్‌గా భావించవచ్చు.
   (d) చతురస్రాలు, దీర్ఘ చతురస్రాలు, సమాంతర చతుర్భుజాలు అన్నీ చతుర్భుజాలు అవుతాయి.
   (e) చతురస్రం కూడా ఒక సమాంతర చతుర్భుజం అవుతుంది.
3. ఒక పటము యొక్క భుజాలు సమాన పొడవు మరియు కోణాల కొలతలు సమానం అయితే దానిని క్రమ పటం అంటారు. మీరు క్రమ చతుర్భుజాన్ని గుర్తించగలరా?

5.9 బహుభుజిలు

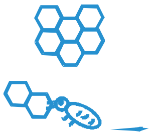
ఇప్పటి వరకు మీరు 3 లేదా 4 భుజాల బహుభుజిలను (వరుసగా త్రిభుజాలు మరియు చతుర్భుజాలు అంటారు) అధ్యయనం చేసారు. మనం ఇప్పుడు బహుభుజి ఆలోచనను ఎక్కువ భుజాలుగల పటాలకు విస్తరించడానికి ప్రయత్నిస్తాము. మనం బహుభుజిలను వాటి భుజాల సంఖ్యను బట్టి వర్గీకరించవచ్చు.

Number of sides	Name	Illustration
3	Triangle	
4	Quadrilateral	
5	Pentagon	
6	Hexagon	
8	Octagon	

You can find many of these shapes in everyday life. Windows, doors, walls, almirahs, blackboards, notebooks are all usually rectanglular in shape. Floor tiles are rectangles. The sturdy nature of a triangle makes it the most useful shape in engineering constructions.

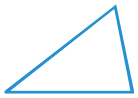
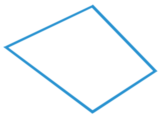
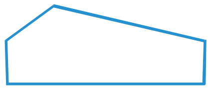
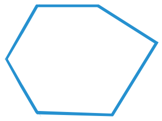
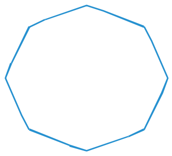


The triangle finds application in constructions.

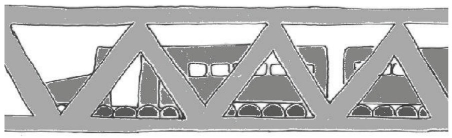


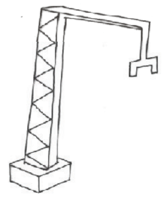
A bee knows the usefulness of a hexagonal shape in building its house .

Look around and see where you can find all these shapes.

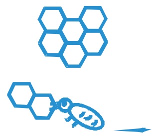
భుజాల సంఖ్య	పేరు	వివరణ
3	త్రిభుజం	
4	చతుర్భుజం	
5	పంచభుజి	
6	షడ్భుజి	
8	అష్టభుజి	

మీరు రోజువారీ జీవితంలో ఈ ఆకారాలను చాలా కనుగొనవచ్చు. కిటికీలు, తలుపులు, గోడలు, అల్మారా, నల్లబల్లలు, నోటు పుస్తకాలు అన్నీ సాధారణంగా దీర్ఘచతురస్రాకారంలో ఉంటాయి. ఫ్లోర్ టైల్స్ దీర్ఘచతురస్రాలు. త్రిభుజం యొక్క దృఢమైన స్వభావం దాన్ని ఇంజనీరింగ్ నిర్మాణాలలో అత్యంత ఉపయోగకరమైన ఆకారంగా చేస్తుంది.





నిర్మాణాలలో త్రిభుజం యొక్క అనువర్తనాలు కనుగొనవచ్చు.

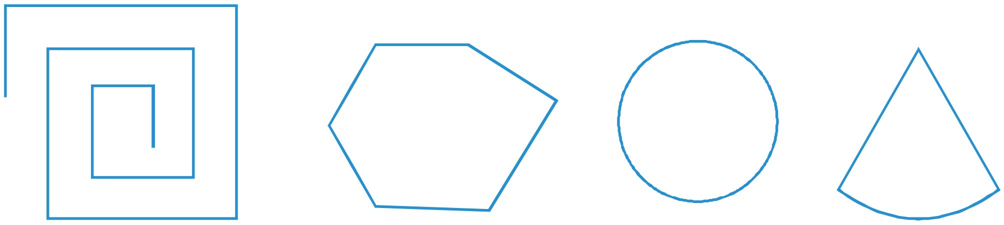


తన ఇంటిని నిర్మించడంలో షడ్భుజి ఆకారం యొక్క ప్రయోజనం తేనెటీగకు తెలుసు

మీరు చుట్టూ ఈ ఆకారాలను ఎక్కడ కనుగొనవచ్చో చూడండి.

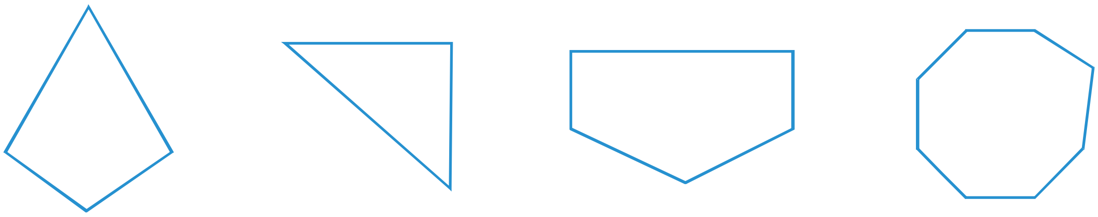
EXERCISE 5.8

1. Examine whether the following are polygons. If any one among them is not, say why?



(a) (b) (c) (d)

2. Name each polygon.



(a) (b) (c) (d)

Make two more examples of each of these.

3. Draw a rough sketch of a regular hexagon. Connecting any three of its vertices, draw a triangle. Identify the type of the triangle you have drawn.
4. Draw a rough sketch of a regular octagon. (Use squared paper if you wish). Draw a rectangle by joining exactly four of the vertices of the octagon.
5. A diagonal is a line segment that joins any two vertices of the polygon and is not a side of the polygon. Draw a rough sketch of a pentagon and draw its diagonals.

What have we discussed?

1. The distance between the end points of a line segment is its *length*.
2. A graduated *ruler* and the *divider* are useful to compare lengths of line segments.
3. When a hand of a clock moves from one position to another position we have an example for an *angle*.

   One full turn of the hand is 1 *revolution*.

   A *right angle* is ¼ revolution and a *straight angle* is ½ a revolution .

   We use a *protractor* to measure the size of an angle in degrees.

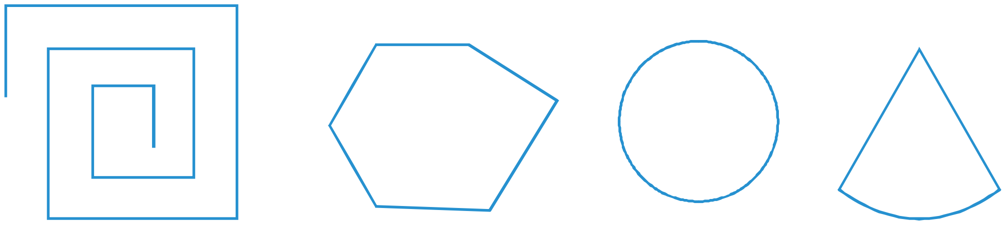
   The measure of a right angle is 90° and hence that of a straight angle is 180°.

   An angle is *acute* if its measure is smaller than that of a right angle and is *obtuse* if its measure is greater than that of a right angle and less than a straight angle.

   A *reflex angle* is larger than a straight angle.

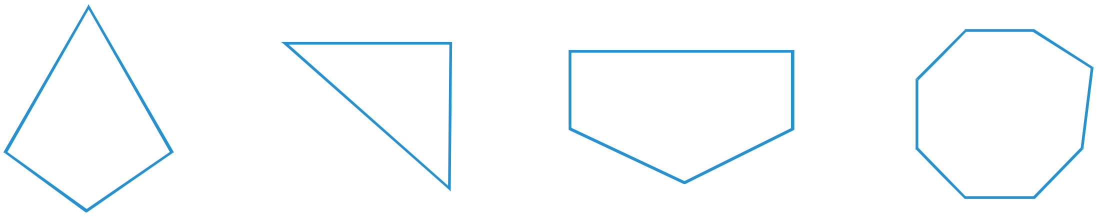
అభ్యాసం 5.8

1. క్రిందివి బహుభుజిలు అవుతాయో లేదో పరీక్షించండి ? వాటిలో ఏదైనా కాకుంటే, ఎందుకో తెలపండి?



(a) (b) (c) (d)

2. ప్రతి బహుభుజి యొక్క పేరు తెలపండి.



(a) (b) (c) (d)

వీటిలో ప్రతిదానికి మరో రెండు ఉదాహరణలు తయారు చేయండి.

3. క్రమ షడ్భుజి యొక్క చిత్తు పటము గీయండి. దాని ఏవైనా మూడు శీర్షాలను కలుపుతూ, ఒక త్రిభుజాన్ని గీయండి. మీరు గీసిన త్రిభుజం యొక్క రకాన్ని గుర్తించండి.
4. క్రమ అష్టభుజి యొక్క చిత్తు పటము గీయండి. (మీకు కావాలంటే చదరపు గళ్ళ కాగితాన్ని ఉపయోగించండి). అష్టభుజి యొక్క నాలుగు శీర్షాలను సరిగ్గా కలపడం ద్వారా దీర్ఘచతురస్రాన్ని గీయండి.
5. కర్ణం అనేది బహుభుజి యొక్క ఏదైనా రెండు శీర్షాలను కలిపే రేఖా ఖండం మరియు బహుభుజి యొక్క భుజం కాదు. పంచభుజి యొక్క చిత్తు పటము గీయండి మరియు దాని కర్ణాలను గీయండి.

మనం ఏమి చర్చించాం ?

1. రేఖాఖండం యొక్క చివరి బిందువుల మధ్య దూరం దాని పొడవు అవుతుంది.
2. క్రమ పద్ధతిలో విభజించిన స్కేలు మరియు *విభాగిని* రేఖాఖండాల పొడవులను పోల్చడానికి ఉపయోగపడతాయి.
3. గడియారం యొక్క ముల్లు ఒక స్థానం నుండి మరొక స్థానానికి కదులుతున్నప్పుడు మనకు అది ఒక కోణానికి ఉదాహరణగా ఉంటుంది.

   ముల్లు యొక్క ఒక పూర్తి మలుపు 1 *భ్రమణం* అవుతుంది.

   లంబ కోణము పూర్తి భ్రమణంలో 1/4 మరియు సరళకోణము పూర్తి భ్రమణంలో 1/2 అవుతుంది.

   కోణం యొక్క పరిమాణాన్ని డిగ్రీలలో కొలవడానికి మనం కోణమానిని ఉపయోగిస్తాము.

   లంబ కోణం యొక్క కొలత 90° మరియు సరళ కోణం 180°.

   ఒక కోణం లంబ కోణం కంటే చిన్నదిగా ఉంటే అది అల్పకోణం, మరియు కోణం కొలత లంబ కోణం కంటే ఎక్కువ మరియు సరళ కోణం కంటే తక్కువగా ఉంటే అది అధిక కోణం. పరావర్తన *కోణం* సరళ కోణం కంటే పెద్దది.

4. Two intersecting lines are *perpendicular* if the angle between them is 90°.
5. The *perpendicular bisector* of a line segment is a perpendicular to the line segment that divides it into two equal parts.
6. Triangles can be classified as follows based on their angles:

Nature of angles in the triangle	*Name*
Each angle is acute	Acute angled triangle
One angle is a right angle	Right angled triangle
One angle is obtuse	Obtuse angled triangle

7. Triangles can be classified as follows based on the lengths of their sides:

Nature of sides in the triangle	*Name*
All the three sides are of unequal length	Scalene triangle
Any two of the sides are of equal length	Isosceles triangle
All the three sides are of equal length	Equilateral triangle

8. Polygons are named based on their sides.

Number of sides	*Name of the Polygon*
3	Triangle
4	Quadrilateral
5	Pentagon
6	Hexagon
8	Octagon

9. Quadrilaterals are further classified with reference to their properties.

Properties	*Name of the Quadrilateral*
One pair of parallel sides	Trapezium
Two pairs of parallel sides	Parallelogram
Parallelogram with 4 right angles	Rectangle
Parallelogram with 4 sides of equal length	Rhombus
A rhombus with 4 right angles	Square

4. రెండు *ఖండన రేఖలు* మధ్య కోణం 90° అయితే అవి లంబంగా ఉంటాయి.
5. రేఖాఖండం యొక్క *లంబ సమద్విఖండన* రేఖ రేఖా ఖండాన్ని రెండు సమ భాగాలుగా విభజించే లంబరేఖ అవుతుంది.
6. త్రిభుజాలను వాటి కోణాల ఆధారంగా ఈ క్రింది విధంగా వర్గీకరించవచ్చు:

త్రిభుజంలో కోణాల స్వభావం	పేరు
ప్రతి కోణం అల్పకోణం	అల్పకోణ త్రిభుజం
ఒక కోణం లంబ కోణం	లంబ కోణ త్రిభుజం
ఒక కోణం అధిక కోణం	అధిక కోణ త్రిభుజం

7. త్రిభుజాలను వాటి భుజాల పొడవు ఆధారంగా ఈ క్రింది విధంగా వర్గీకరించవచ్చు:

త్రిభుజంలో భుజాల స్వభావం	పేరు
మూడు భుజాల పొడవులు అసమానాలు	విషమబాహు త్రిభుజం
ఏదైనా రెండు భుజాల పొడవులు సమానం	సమద్విబాహు త్రిభుజం
మూడు భుజాల పొడవులు సమానం	సమబాహు త్రిభుజం

8. బహుభుజాలు వాటి భుజాల ఆధారంగా పేరు పెట్టబడ్డాయి.

భుజాల సంఖ్య	*బహుభుజి యొక్క పేరు*
3	త్రిభుజం
4	చతుర్భుజం
5	పంచభుజి
6	షడ్భుజి
8	అష్టభుజి

9. చతుర్భుజాలు వాటి ధర్మాల ఆధారంగా మరింతగా వర్గీకరించబడ్డాయి.

ధర్మాలు	*చతుర్భుజం యొక్క పేరు*
ఒక జత సమాంతర భుజాలు	ట్రెపీజియం
రెండు జతల సమాంతర భుజాలు	సమాంతర చతుర్భుజం
4 లంబ కోణాలతో సమాంతర చతుర్భుజం	దీర్ఘ చతురస్రం
4 వైపులా సమాన పొడవుగల సమాంతర చతుర్భుజం	రాంబస్
4 లంబ కోణాలతో ఒక రాంబస్	చతురస్రం

Integers

Chapter 6

6.1 Introduction

Sunita's mother has 8 bananas. Sunita has to go for a picnic with her friends. She wants to carry 10 bananas with her. Can her mother give 10 bananas to her? She does not have enough, so she borrows 2 bananas from her neighbour to be returned later. After giving 10 bananas to Sunita, how many bananas are left with her mother? Can we say that she has zero bananas? She has no bananas with her, but has to return two to her neighbour. So when she gets some more bananas, say 6, she will return 2 and be left with 4 only.

Ronald goes to the market to purchase a pen. He has only ₹ 12 with him but the pen costs ₹ 15. The shopkeeper writes ₹ 3 as due amount from him. He writes ₹ 3 in his diary to remember Ronald's debit. But how would he remember whether ₹ 3 has to be given or has to be taken from Ronald? Can he express this debit by some colour or sign?

Ruchika and Salma are playing a game using a number strip which is marked from 0 to 25 at equal intervals.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14

To begin with, both of them placed a coloured token at the zero mark. Two coloured dice are placed in a bag and are taken out by them one by one. If the die is red in colour, the token is moved forward as per the number shown on throwing this die. If it is blue, the token is moved backward as per the number

పూర్ణ సంఖ్యలు

అధ్యాయం 6

N2R4C9

6.1 పరిచయం

సునీత తల్లి వద్ద 8 అరటిపండ్లు ఉన్నాయి. సునీత స్నేహితులతో కలసి విహార యాత్ర కు వెళ్ళాలి. ఆమె తనతో పాటు 10 అరటిపండ్లను తీసుకువెళ్లాలనుకుంటోంది. ఆమె తల్లి ఆమెకు 10 అరటిపండ్లు ఇవ్వగలదా? ఆమె వద్ద తగినన్ని లేవు, కాబట్టి ఆమె తన పొరుగువారి నుండి 2 అరటిపండ్లను తిరిగి ఇచ్చేవిధముగా అప్పుగా తీసుకుంటుంది. సునీతకు 10 అరటిపళ్లు ఇచ్చిన తర్వాత అమ్మ దగ్గర ఎన్ని అరటిపళ్లు మిగిలాయి? ఆమె వద్ద సున్నా అరటిపండ్లు ఉన్నాయని మనం చెప్పగలమా? ఆమె వద్ద అరటిపండ్లు లేవు, కానీ ఆమె పొరుగువారికి రెండు తిరిగి ఇవ్వాలి. కాబట్టి ఆమెకు మరికొన్ని అరటిపండ్లు వచ్చినప్పుడు(6 అని అనుకుందాం), ఆమె 2 తిరిగి ఇస్తుంది. అనగా ఆమె వద్ద 4 మాత్రమే మిగిలి ఉంటాయి.

రోనాల్డ్ పెన్ కొనడానికి మార్కెట్‌కి వెళ్తాడు. అతని వద్ద ₹ 12 మాత్రమే ఉన్నాయి. కానీ పెన్ ధర ₹ 15. దుకాణదారుడు అతని నుండి ఇంకా చెల్లించాల్సిన మొత్తం ₹ 3 అని రాసాడు. రోనాల్డ్ అప్పును గుర్తుంచుకోవడానికి అతను తన డైరీలో ₹ 3 అని రాశాడు. కానీ ₹ 3 రోనాల్డ్ కు ఇవ్వవలసినదా లేక అతని నుండి తీసుకోవలసినదా అని ఎలా గుర్తుంచుకుంటాడు? అతను ఈ అప్పును ను ఏదైనా రంగు లేదా గుర్తు ద్వారా వ్యక్తపరచగలడా?

రుచిక మరియు సల్మా సమాన వ్యవధిలో 0 నుండి 25 వరకు గుర్తులు ఉన్న సంఖ్యా పట్టీని ఉపయోగించి ఆట ఆడుతున్నారు.

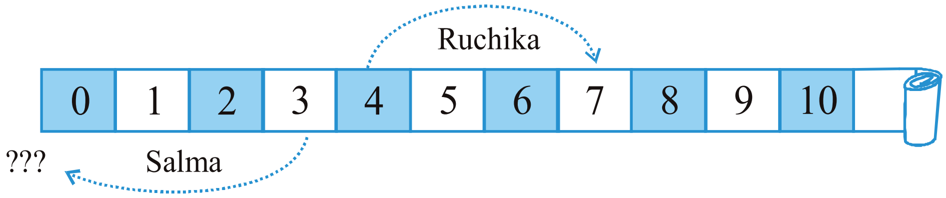
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14

ఆట ప్రారంభించడానికి, వారిద్దరూ సున్నా గుర్తు వద్ద రంగు టోకెన్‌ను ఉంచారు. ఒక సంచిలో రెండు రంగుల పాచికలు వేసి ఒక్కొక్కటిగా బయటకు తీస్తారు. పాచిక ఎరుపు రంగులో ఉంటే, ఈ పాచిక విసిరినపుడు దానిపై చూపిన సంఖ్య ప్రకారం టోకెన్ ముందుకు కదిలించాలి. పాచిక నీలం రంగులో ఉంటే, పాచికపై సంఖ్య ప్రకారం టోకెన్ ను వెనుకకు కదిలించాలి.

shown when this die is thrown. The dice are put back into the bag after each move so that both of them have equal chance of getting either die. The one who reaches the 25th mark first is the winner. They play the game. Ruchika gets the red die and gets four on the die after throwing it. She, thus, moves the token to mark four on the strip. Salma also happens to take out the red die and wins 3 points and, thus, moves her token to number 3.

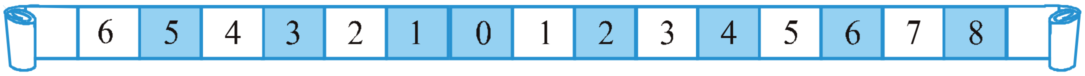
In the second attempt, Ruchika secures three points with the red die and Salma gets 4 points but with the blue die. Where do you think both of them should place their token after the second attempt?

Ruchika moves forward and reaches 4 + 3 i.e. the 7th mark.



Whereas Salma placed her token at zero position. But Ruchika objected saying she should be behind zero. Salma agreed. But there is nothing behind zero. What can they do?

Salma and Ruchika then extended the strip on the other side. They used a blue strip on the other side.



Now, Salma suggested that she is one mark behind zero, so it can be marked as blue one. If the token is at blue one, then the position behind blue one is blue two. Similarly, blue three is behind blue two. In this way they decided to move backward. Another day while playing they could not find blue paper, so Ruchika said, let us use a sign on the other side as we are moving in opposite direction. So you see we need to use a sign going for numbers less than zero. The sign that is used is the placement of a minus sign attached to the number. This indicates that numbers with a negative sign are less than zero. These are called ***negative numbers***.

Do This

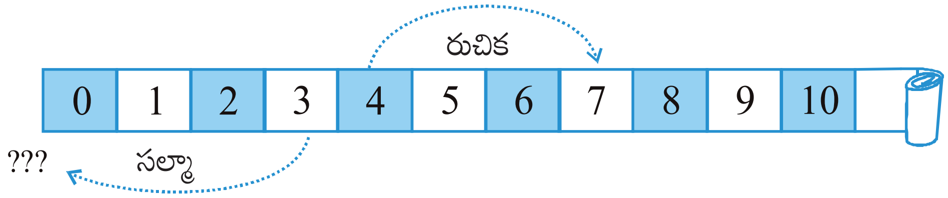
(Who is where?)

Suppose David and Mohan have started walking from zero position in opposite directions. Let the steps to the right of zero be represented by '+' sign and to the left of zero represented by '–' sign. If Mohan moves 5 steps to the right of zero it can be represented as +5 and if David moves 5 steps to

ప్రతి కదలిక తర్వాత పాచికలు తిరిగి సంచిలో ఉంచబడతాయి, తద్వారా ఇద్దరికీ పాచికలు పొందడానికి సమాన అవకాశం ఉంటుంది. ముందుగా 25వ మార్కును చేరిన వారే విజేత. వారు ఆట ప్రారంభించారు. రుచిక ఎరుపు పాచికను తీసుకుంది మరియు దానిని విసిరిన తర్వాత పాచికపై నాలుగు వచ్చింది. ఆమె ఆ విధంగా, పట్టీలో నాలుగు పైకి టోకెన్‌ను కదిలిస్తుంది. సల్మా కూడా ఎరుపు పాచికను తీసి 3 పాయింట్లను గెలుచుకుంది మరియు ఆమె టోకెన్‌ను నంబర్ 3కి తరలించింది.

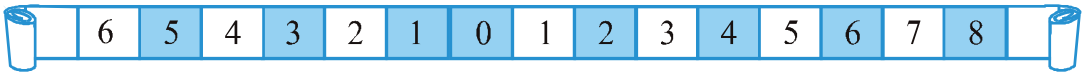
రెండవ ప్రయత్నంలో, రుచిక ఎరుపు పాచికతో మూడు పాయింట్లు సాధించినది మరియు సల్మాకు నీలం రంగు పాచికతో 4 పాయింట్లు వచ్చాయి. రెండవ ప్రయత్నం తర్వాత ఇద్దరూ తమ టోకెన్‌ను ఎక్కడ ఉంచాలని మీరు అనుకుంటున్నారు?

రుచిక ముందుకు సాగి $4 + 3$ అంటే 7వ మార్కుకు చేరుకుంది.



అయితే సల్మా తన టోకెన్‌ను సున్నా స్థానంలో ఉంచింది. అయితే రుచిక మాత్రం సున్నా కంటే వెనుకబడి ఉండాలని అభ్యంతరం వ్యక్తం చేసింది. సల్మా అంగీకరించింది. కానీ సున్నా వెనుక ఏమీ లేదు. వాళ్ళు ఏం చేయగలరు?

సల్మా మరియు రుచిక తర్వాత పట్టీను మరో వైపు పొడిగించారు. వారు మరొక వైపు నీలం పట్టీను ఉపయోగించారు.



ఇప్పుడు, సల్మా సున్నా కంటే ఒక మార్కు వెనుక ఉందని, దానిని నీలం రంగుగా గుర్తించవచ్చని సూచించింది. టోకెన్ నీలం రంగులో ఉంటే, నీలం ఒకటి వెనుక ఉన్న స్థానం నీలం రెండు. అదేవిధంగా, నీలం రెండు వెనుక నీలం మూడు. ఈ విధంగా వారు వెనుకకు వెళ్లాలని నిర్ణయించుకున్నారు. మరో రోజు ఆడుకుంటుండగా నీలం రంగు పేపర్ కనిపించలేదు, మనం వ్యతిరేక దిశలో వెళ్తున్నందున అవతలి వైపు గుర్తు పెట్టుకుందాం అని రుచిక చెప్పింది. కాబట్టి వారు సున్నా కంటే తక్కువ సంఖ్యలకు ఒక గుర్తును ఉపయోగించాలని అనుకున్నారు. అదెలాగంటే సంఖ్యకు ముందు మైనస్ గుర్తును ఉంచడం. ఈ ఋణాత్మక గుర్తు సున్నా కంటే తక్కువగా ఉన్నసంఖ్యలను సూచిస్తుంది. వీటిని ఋణ సంఖ్యలు అంటారు.

ఇది చేయండి

(ఎవరు ఎక్కడ ఉన్నారు?)

డేవిడ్ మరియు మోహన్ సున్నా స్థానం నుండి వ్యతిరేక దిశలలో నడవడం ప్రారంభించారని అనుకుందాం. సున్నాకి కుడివైపున ఉన్న స్థానాలను '+' గుర్తుతో మరియు సున్నాకి ఎడమవైపున స్థానాలను '–' గుర్తుతో సూచిద్దాం. మోహన్ సున్నాకి కుడివైపుకి 5 అడుగులు కదిలితే, అది +5గా సూచించబడుతుంది మరియు

the left of zero it can be represented as – 5. Now represent the following positions with + or – sign :

(a) 8 steps to the left of zero.

(b) 7 steps to the right of zero.

(c) 11 steps to the right of zero.

(d) 6 steps to the left of zero.

Do This

(Who follows me?)

We have seen from the previous examples that a movement to the right is made if the number by which we have to move is positive. If a movement of only 1 is made we get the successor of the number.

Write the succeeding number of the following :

Number	Successor
10	
8	
– 5	
– 3	
0	

A movement to the left is made if the number by which the token has to move is negative.

If a movement of only 1 is made to the left, we get the predecessor of a number.

–8	–7	–6	–5	–4	–3	–2	–1	0	1	2	3	4	5	6	7	8

Now write the preceding number of the following :

Number	Predecessor
10	
8	
5	
3	
0	

6.1.1 Tag me with a sign

We have seen that some numbers carry a minus sign. For example, if we want to show Ronald's due amount to the shopkeeper we would write it as – 3.

డేవిడ్ సున్నాకి ఎడమవైపుకి 5 అడుగులు కదిలితే, అది – 5 గా సూచించబడును.
ఇప్పుడు క్రింది స్థానాలను + లేదా – గుర్తుతో సూచించండి:
(a) సున్నాకి ఎడమవైపు 8 అడుగులు. (b)సున్నాకి కుడివైపున 7 అడుగులు
(c) సున్నాకి కుడివైపున 11 అడుగులు. (d) సున్నాకి ఎడమవైపు 6 అడుగులు.

ఇది చేయండి

(నన్ను ఎవరు అనుసరిస్తారు?)
పై ఉదాహరణల నుండి కుడి వైపున కదలికను మనము ధన సంఖ్యతో సూచిస్తాము. కేవలం 1 కదలిక చేస్తే, మనం సంఖ్య యొక్క ఉత్తర సంఖ్యను పొందుతాము.
కింది వాటి యొక్క ఉత్తర సంఖ్యను వ్రాయండి:

సంఖ్య	ఉత్తర సంఖ్యను
10	
8	
– 5	
– 3	
0	

టోకెన్‌ను తరలించాల్సిన సంఖ్య ఋణ సంఖ్య అయితే ఎడమవైపుకు కదిలించబడును.
కేవలం 1 కదలికను ఎడమవైపుకు చేస్తే, మనం ఒక సంఖ్య యొక్క పూర్వ సంఖ్యను పొందుతాము.

	–8	–7	–6	–5	–4	–3	–2	–1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	

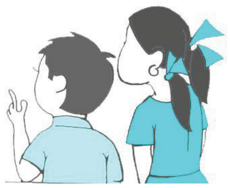
ఇప్పుడు ఈ క్రింది వాటి యొక్క పూర్వ సంఖ్యను వ్రాయండి.

సంఖ్య	పూర్వ సంఖ్య
10	
8	
5	
3	
0	

6.1.1 నన్ను గుర్తుతో సూచించండి.

కొన్ని సంఖ్యలు మైనస్ గుర్తును కలిగి ఉన్నాయని మనం చూశాము. ఉదాహరణకు, మనం రోనాల్డ్ చెల్లించాల్సిన మొత్తాన్ని దుకాణదారునికి చూపించాలనుకుంటే – 3 అని వ్రాస్తాము.

Following is an account of a shopkeeper which shows profit and loss from the sale of certain items. Since profit and loss are opposite situations and if profit is represented by '+' sign, loss can be represented by '–' sign.



Name of items	Profit	Loss	Representation with proper sign
Mustard oil	₹ 150		....
Rice		₹ 250	....
Black pepper	₹ 225		....
Wheat	₹ 200		....
Groundnut oil		₹ 330	....

Some of the situations where we may use these signs are :

The height of a place above sea level is denoted by a positive number. Height becomes lesser and lesser as we go lower and lower. Thus, below the surface of the sea level we can denote the height by a negative number.

If earnings are represented by '+' sign, then the spendings may be shown by a '–' sign. Similarly, temperature above 0°C is denoted a '+' sign and temperature below 0°C is denoted by '–' sign.

For example, the temperature of a place 10° below 0°C is written as –10°C.

Try These

Write the following numbers with appropriate signs :

(a) 100 m below sea level.

(b) 25°C above 0°C temperature.

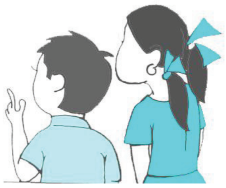
(c) 15°C below 0°C temperature.

(d) any five numbers less than 0.

6.2 Integers

The first numbers to be discovered were natural numbers i.e. 1, 2, 3, 4,... If we include zero to the collection of natural numbers, we get a new collection of numbers known as whole numbers i.e. 0, 1, 2, 3, 4,... You have studied these numbers in the earlier chapter. Now we find that there are negative numbers too. If we put the whole numbers and the negative numbers together, the new collection of numbers will look like 0, 1, 2, 3, 4, 5,..., –1, – 2, – 3, –4, –5, ... and this collection of numbers is known as Integers. In this collection, 1, 2, 3, ... are said to be positive integers and – 1, – 2, – 3,.... are said to be negative integers.

కొన్ని వస్తువులు అమ్మడం ద్వారా లాభం మరియు నష్టాన్ని చూపించే దుకాణదారుని యొక్క ఖాతా క్రింది ఇవ్వబడినది. లాభం మరియు నష్టాలు వ్యతిరేక పరిస్థితులు కాబట్టి మరియు లాభాన్ని '+' గుర్తుతో సూచిస్తే, నష్టాన్ని '–' గుర్తుతో సూచించవచ్చు.



వస్తువు పేరు	లాభము	నష్టము	సరియైన గుర్తుతో సూచించుట
ఆవనూనె	₹ 150		....
బియ్యం		₹ 250	....
మిరియాలు	₹ 225		....
గోధుమలు	₹ 200		....
వేరు శనగ నూనె		₹ 330	....

మనం ఈ గుర్తులను ఉపయోగించే కొన్ని పరిస్థితులు:

సముద్ర మట్టానికి పైన ఉన్న ప్రదేశం యొక్క ఎత్తు ధన సంఖ్యతో సూచించబడుతుంది. ఎత్తు తగ్గుతూ తగ్గుతూ ఉన్నచో మనము క్రింది, క్రిందికి వెళుతూ ఉంటాము. అందువలన, సముద్ర మట్టం యొక్క ఉపరితలం క్రింద లోతును ఋణ సంఖ్యతో సూచించవచ్చు.

ఆదాయాలు '+' గుర్తుతో సూచించబడితే, ఖర్చులు '–' గుర్తుతో చూపబడవచ్చు. అదేవిధంగా, $0^\circ C$ కంటే ఎక్కువ ఉష్ణోగ్రతను '+' గుర్తుగా మరియు $0^\circ C$ కంటే తక్కువ ఉష్ణోగ్రతను '–' గుర్తుతో సూచిస్తారు.

ఉదాహరణకు, $0^\circ C$ కంటే 10° శీతక్కువ ఉన్న ప్రదేశం యొక్క ఉష్ణోగ్రత $-10^\circ C$ అని రాస్తాము.

ప్రయత్నించండి

తగిన గుర్తులతో క్రింది సంఖ్యలను వ్రాయండి:

(ఎ) సముద్ర మట్టానికి 100 మీ.దిగువ.

(బి) $0^\circ C$ కంటే $25^\circ C$ అధిక ఉష్ణోగ్రత.

(సి) $0^\circ C$ కంటే $15^\circ C$ తక్కువ ఉష్ణోగ్రత.

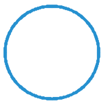
(డి) 0 కంటే తక్కువ ఏదైనా ఐదు సంఖ్యలు.

6.2 పూర్ణ సంఖ్యలు

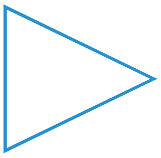
మొదట కనుగొనబడిన సంఖ్యలు సహజ సంఖ్యలు అంటే 1, 2, 3, 4,... మనం సహజ సంఖ్యల సమూహానికి సున్నాని చేర్చినట్లయితే, మనకు పూర్ణాంకాలు అంటే 0, 1, 2, 3, 4,... అనే కొత్త సంఖ్యా సమూహము వస్తుంది. మీరు మునుపటి అధ్యాయంలో ఈ సంఖ్యలను అధ్యయనం చేసారు. ఇప్పుడు ఋణ సంఖ్యలు కూడా ఉన్నాయని మనము కనుగొన్నాము. పూర్ణాంకాలు మరియు ఋణ సంఖ్యలను కలిపి కొత్త సంఖ్యా సమూహము 0, 1, 2, 3, 4, 5,..., –1, – 2, – 3, –4, –5, ... మరియు ఈ సంఖ్యల సమూహాన్ని పూర్ణ సంఖ్యలు అంటారు. ఈ సమూహములో, 1, 2, 3, ... లను ధన పూర్ణ సంఖ్యలు మరియు – 1, – 2, – 3, ... లను ఋణ పూర్ణ సంఖ్యలు అని అంటాము.

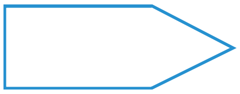
Let us understand this by the following figures. Let us suppose that the figures represent the collection of numbers written against them.

Natural numbers

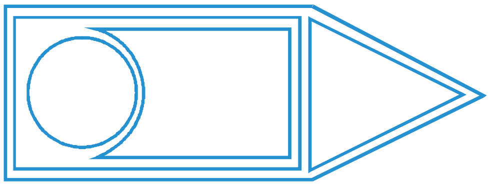

Zero

Whole numbers

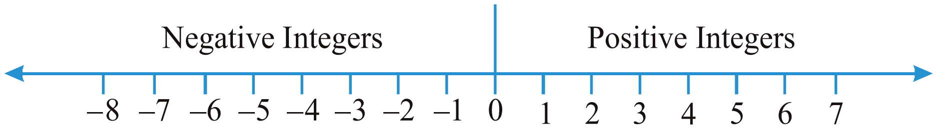

Negative numbers


Integers

Then the collection of integers can be understood by the following diagram in which all the earlier collections are included :

Integers


6.2.1 Representation of integers on a number line



Draw a line and mark some points at equal distance on it as shown in the figure. Mark a point as zero on it. Points to the right of zero are positive integers and are marked + 1, + 2, + 3, etc. or simply 1, 2, 3 etc. Points to the left of zero are negative integers and are marked – 1, – 2, – 3 etc.

In order to mark – 6 on this line, we move 6 points to the left of zero. (Fig 6.1)

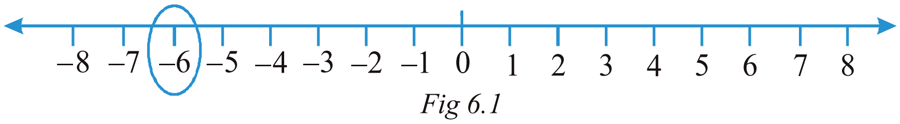


Fig 6.1

In order to mark + 2 on the number line, we move 2 points to the right of zero. (Fig 6.2)

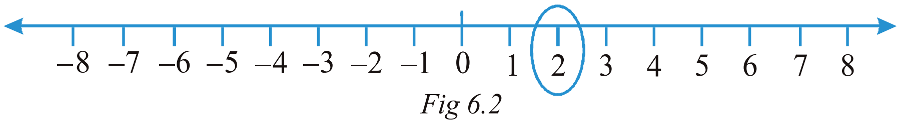
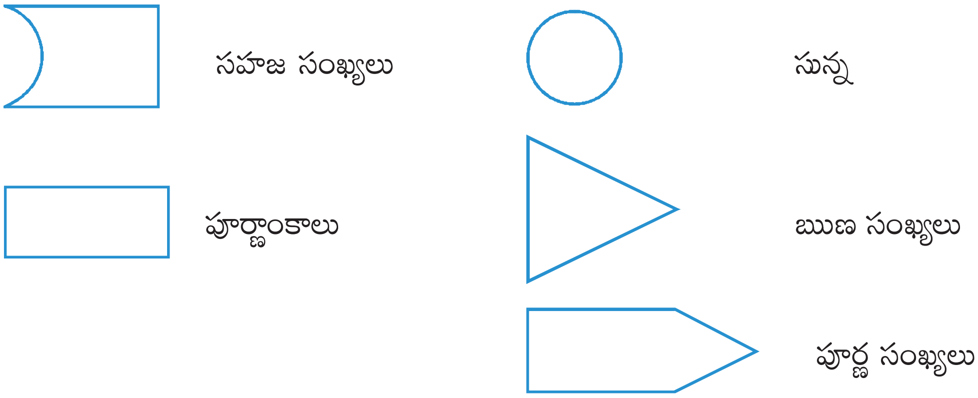


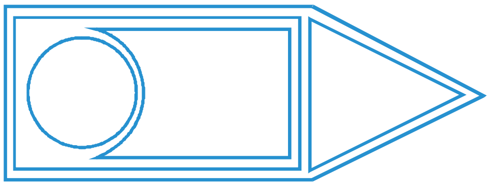
Fig 6.2

ఈ క్రింది బొమ్మల ద్వారా దీనిని అర్థం చేసుకుందాం. బొమ్మలు వాటికి ఎదురుగా రాసిన సంఖ్యల సమూహాన్ని సూచిస్తాయని అనుకుందాం.

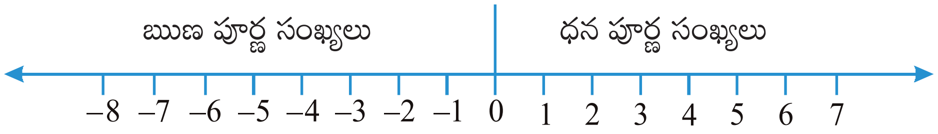


అప్పుడు పూర్ణ సంఖ్యలు సమూహాన్ని ఈ క్రింది పటం ద్వారా అర్థం చేసుకోవచ్చు, దీనిలో మునుపటి సమూహాలన్నీ చేర్చబడ్డాయి :

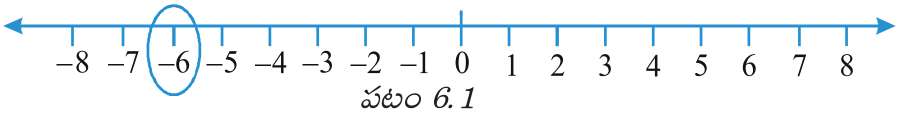
పూర్ణ సంఖ్యలు



6.2.1 సంఖ్యా రేఖపై పూర్ణ సంఖ్యలను సూచించుట:

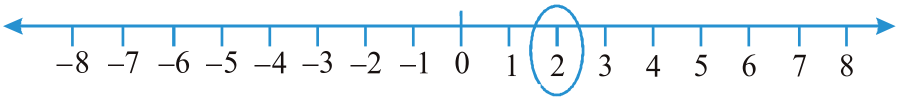


చిత్రంలో చూపిన విధంగా ఒక గీతను గీయండి మరియు దానిపై సమాన దూరంలో కొన్ని బిందువులను గుర్తించండి. దానిపై ఒక బిందువును సున్నాగా గుర్తించండి. సున్నాకి కుడి వైపున ఉన్న బిందువులు ధన పూర్ణ సంఖ్యలు మరియు +1, +2, +3, గా లేదా 1,2,3,....గా గుర్తించడం జరిగినది., . సున్నాకి ఎడమ వైపున ఉన్న బిందువులు ఋణ పూర్ణ సంఖ్యలు మరియు –1, – 2, – 3 గా గుర్తించడం జరిగినది. ఈ రేఖలో – 6 ని గుర్తించడానికి, మనము సున్నాకి ఎడమవైపుకి 6 పాయింట్లను జరగాలి. (పటం 6.1)



పటం 6.1

సంఖ్యా రేఖపై + 2ని గుర్తించడానికి, మనము 2 పాయింట్లను సున్నాకి కుడి వైపుకు జరగాలి. (పటం 6.2)



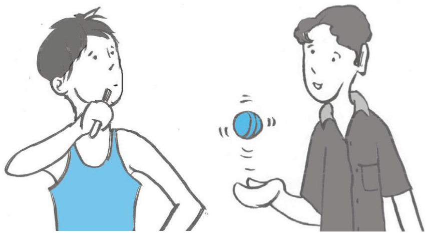
పటం 6.2

6.2.2 Ordering of integers

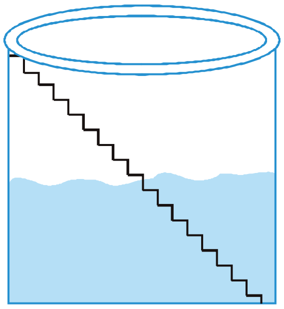
Raman and Imran live in a village where there is a step well. There are in all 25 steps down to the bottom of the well.

> **Try These**
>
> Mark –3, 7, –4, –8, –1 and – 3 on the number line.

One day Raman and Imran went to the well and counted 8 steps down to water level. They decided to see how much water would come in the well during rains. They marked zero at the existing level of water and marked 1,2,3,4,... above that level for each step. After the rains they noted that the water level rose up to the sixth step. After a few months, they noticed that the water level had fallen three steps below the zero mark. Now, they started thinking about marking the steps to note the fall of water level. Can you help them?

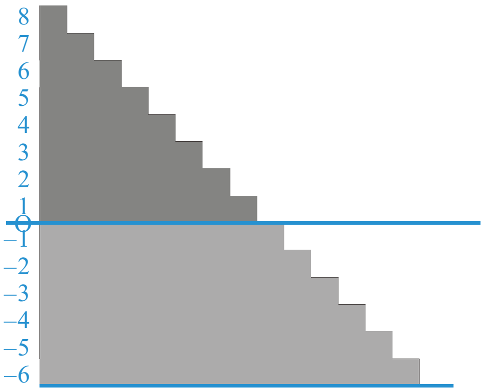


Suddenly, Raman remembered that at one big dam he saw numbers marked even below zero. Imran pointed out that there should be some way to distinguish between numbers which are above zero and below zero. Then Raman recalled that the numbers which were below zero had minus sign in front of them. So they marked one step below zero as – 1 and two steps below zero as – 2 and so on.



So the water level is now at – 3 (3 steps below zero). After that due to further use, the water level went down by 1 step and it was at – 4. You can see that – 4 < – 3.

Keeping in mind the above example, fill in the boxes using > and < signs.

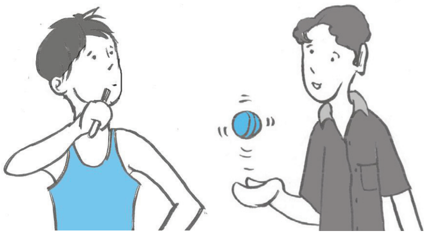


0	☐	– 1	– 100	☐	–101
– 50	☐	– 70	50	☐	–51
– 53	☐	– 5	– 7	☐	1

6.2.2 పూర్ణ సంఖ్యల క్రమము

రామన్ మరియు ఇమ్రాన్ ఒక మెట్ల బావి ఉన్న గ్రామంలో నివసిస్తున్నారు. బావి అడుగువరకు మొత్తం 25 మెట్లు ఉన్నాయి.

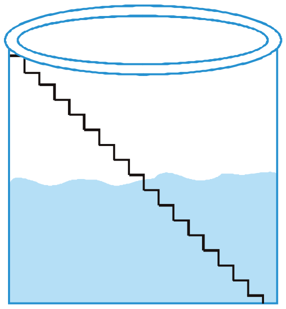
ఒక రోజు రామన్ మరియు ఇమ్రాన్ బావి వద్దకు వెళ్లి నీటి మట్టానికి 8 అడుగులు కిందికి లెక్కించారు. వాళ్ళు వర్షాకాలంలో బావిలో ఎంత నీరు వస్తుందో చూడాలని నిర్ణయించారు. ప్రస్తుతం ఉన్న నీటి స్థాయి వద్ద ఉన్న మెట్టును వారు సున్నా గా గుర్తించారు మరియు నీటి మట్టానికి పైన ప్రతి మెట్టుకు 1,2,3,4,... గా గుర్తించారు. వర్షాల తరువాత నీటి మట్టం ఆరవ మెట్టు వరకు పెరిగిందని వారు గుర్తించారు. కొన్ని నెలల తరువాత, వాళ్ళు నీటి మట్టం సున్నా గుర్తు కంటే మూడు అడుగులు దిగువకు పడిపోయిందని గమనించారు. ఇప్పుడు, వారు తగ్గిన నీటి మట్టం గమనించడానికి మెట్లపై తగిన గుర్తునుంచడానికి ఆలోచించడం ప్రారంభించారు. మీరు వారికి సహాయం చేయగలరా?



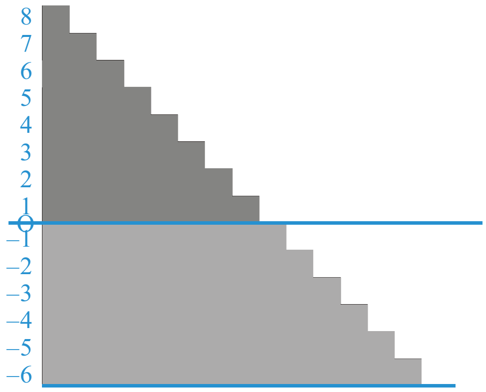
ప్రయత్నించండి

−3, 7, −4, −8, −1 మరియు −3 లను సంఖ్యా రేఖ పై సూచించుము.

వెంటనే, రామన్ ఒక పెద్ద ఆనకట్ట వద్ద సున్నా కంటే తక్కువ సంఖ్యలను చూశానని గుర్తు చేసుకున్నాడు. సున్నా కంటే ఎక్కువ మరియు సున్నా కంటే తక్కువ సంఖ్యల మధ్య తేడాను గుర్తించడానికి ఏదో ఒక మార్గం ఉండాలని ఇమ్రాన్ అభిప్రాయపడ్డారు. సున్నా కంటే తక్కువ ఉన్న సంఖ్యల ముందు మైనస్ గుర్తులు ఉన్నాయని అప్పుడు రామన్ గుర్తు చేసుకున్నాడు. కాబట్టి వారు సున్నా కంటే ఒక అడుగు దిగువన − 1 గా మరియు సున్నా కంటే రెండు అడుగులు క్రింద − 2 గా గుర్తించారు.



కాబట్టి నీటి మట్టం ఇప్పుడు − 3 (సున్నా కంటే 3 అడుగులు దిగువన) వద్ద ఉంది. ఆ తరువాత మరింత ఉపయోగించిన కారణంగా, నీటి మట్టం 1 అడుగు తగ్గింది మరియు అది − 4 వద్ద ఉంది. మనం $-4 < -3$ అని గమనించచవచ్చు. పై ఉదాహరణను దృష్టిలో ఉంచుకుని, $>$ మరియు $<$ గుర్తులను ఉపయోగించి బాక్సులను నింపండి.



0	☐	− 1	− 100	☐	−101
− 50	☐	− 70	50	☐	−51
− 53	☐	− 5	− 7	☐	1

Let us once again observe the integers which are represented on the number line.

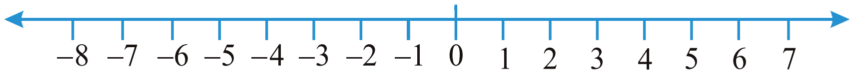


Fig 6.3

We know that 7 > 4 and from the number line shown above, we observe that 7 is to the right of 4 (Fig 6.3).

Similarly, 4 > 0 and 4 is to the right of 0. Now, since 0 is to the right of –3 so, 0 > – 3. Again, – 3 is to the right of – 8 so, – 3 > – 8.

Thus, we see that on a number line the number increases as we move to the right and decreases as we move to the left.

Therefore, – 3 < – 2, – 2 < – 1, – 1 < 0, 0 < 1, 1 < 2, 2 < 3 so on.

Hence, the collection of integers can be written as..., –5, –4, – 3, – 2, – 1, 0, 1, 2, 3, 4, 5...

Try These

Compare the following pairs of numbers using > or <.

0	☐	– 8;	– 1	☐	– 15
5	☐	– 5;	11	☐	15
0	☐	6;	– 20	☐	2

From the above exercise, Rohini arrived at the following conclusions :

(a) Every positive integer is larger than every negative integer.

(b) Zero is less than every positive integer.

(c) Zero is larger than every negative integer.

(d) Zero is neither a negative integer nor a positive integer.

(e) Farther a number from zero on the right, larger is its value.

(f) Farther a number from zero on the left, smaller is its value.

Do you agree with her? Give examples.

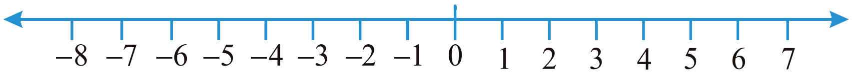
Example 1 : By looking at the number line, answer the following questions : Which integers lie between – 8 and – 2? Which is the largest integer and the smallest integer among them?

Solution : Integers between – 8 and – 2 are – 7, – 6, – 5, – 4, – 3. The integer – 3 is the largest and – 7 is the smallest.

If, I am not at zero what happens when I move?

Let us consider the earlier game being played by Salma and Ruchika.

సంఖ్యారేఖపై గుర్తించబడిన పూర్ణ సంఖ్యలను మనం మరోసారి పరిశీలిద్దాం



పటం 6.3

7 > 4 అని మనకు తెలుసు మరియు పైన చూపించిన సంఖ్యారేఖ నుండి, 7అనునది 4 కు కుడివైపున ఉందని మనం గమనించాము (పటం 6.3).

అదేవిధంగా, 4 > 0 మరియు 4 అనునది 0 కు కుడివైపున ఉన్నది. ఇప్పుడు, -3 కి కుడివైపున 0 వుంది కాబట్టి, 0 > - 3. అలాగే , -8 కి కుడివైపున - 3 ఉంది , కావున -3 > -8 అవుతుంది. అందువల్ల, ఒక సంఖ్యారేఖపై మనం కుడి వైపుకు కదులుతున్నప్పుడు సంఖ్య పెరుగుతుంది మరియు మనం ఎడమ వైపుకు కదులుతున్నప్పుడు తగ్గుతుంది.

అందువల్ల, - 3 < - 2, - 2 < - 1, - 1 < 0, 0 < 1, 1 < 2, 2 < 3 మొదలైనవి .

అందువల్ల, పూర్ణ సంఖ్యల సమూహాన్ని ..., -5, -4, - 3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5 ... గా రాస్తాము.

ప్రయత్నించండి

> లేదా < ఉపయోగించి దిగువ జతల సంఖ్యలను పోల్చండి.

0	☐	– 8;	– 1	☐	– 15
5	☐	– 5;	11	☐	15
0	☐	6;	– 20	☐	2

పై అభ్యాసం నుండి, రోహిణి ఈ క్రింది నిర్ధారణలకు వచ్చింది:

(a) ప్రతి ధన పూర్ణ సంఖ్య ప్రతి ఋణ పూర్ణ సంఖ్య కంటే పెద్దది.

(b) సున్నా అనేది ప్రతి ధన పూర్ణ సంఖ్య కంటే తక్కువ.

(c) సున్నా అనేది ప్రతి ఋణ పూర్ణ సంఖ్య కంటే పెద్దది.

(d) సున్నా అనేది ఋణ పూర్ణ సంఖ్య లేదా ధన పూర్ణ సంఖ్య కాదు.

(e) ఒక సంఖ్య సున్నా నుండి కుడివైపుకి దూరంగా వెళ్ళే కొలది దాని విలువ పెరుగును.

(f) ఒక సంఖ్య సున్నా నుండి ఎడమ వైపుకి దూరంగా వెళ్ళే కొలది దాని విలువ తగ్గును.

ఉదాహరణ 1: సంఖ్యారేఖను చూడటం ద్వారా , దిగువ ప్రశ్నలకు సమాధానం ఇవ్వండి: ఏ పూర్ణ సంఖ్యలు - 8 మరియు - 2 ల మధ్య ఉంటాయి? వాటిలో అతి పెద్ద పూర్ణ సంఖ్య మరియు అతి చిన్న పూర్ణ సంఖ్య ఏది?

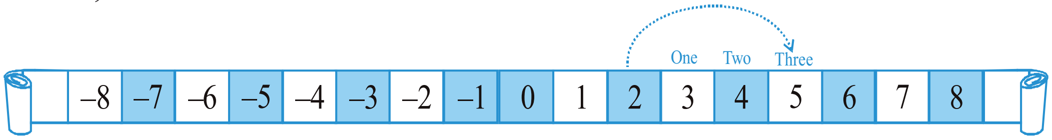
సాధన: - 8 మరియు - 2 ల మధ్య పూర్ణ సంఖ్యలు - 7, - 6, - 5, - 4, - 3. పూర్ణ సంఖ్య - 3 పెద్దది మరియు - 7 అతిచిన్నది .

ఒకవేళ నేను సున్నా వద్ద లేనట్లయితే, నేను కదిలినప్పుడు ఏమి జరుగుతుంది?

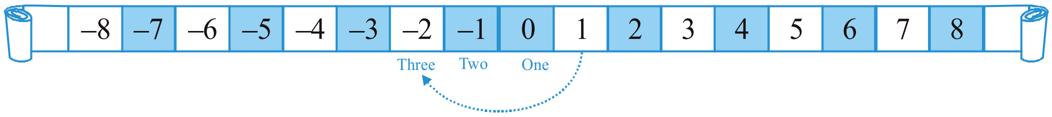
సల్మా మరియు రుచిక ఆడిన మునుపటి ఆటను పరిశీలిద్దాం.

Suppose Ruchika's token is at 2. At the next turn she gets a red die which after throwing gives a number 3. It means she will move 3 places to the right of 2.

Thus, she comes to 5.



If on the other hand, Salma was at 1, and drawn a blue die which gave her number 3, then it means she will move to the left by 3 places and stand at – 2.



By looking at the number line, answer the following question :

Example 2 : (a) One button is kept at – 3. In which direction and how many steps should we move to reach at – 9?

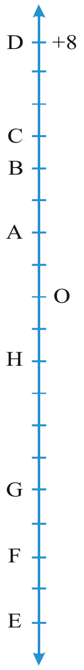
(b) Which number will we reach if we move 4 steps to the right of – 6.

Solution : (a) We have to move six steps to the left of – 3.

(b) We reach – 2 when we move 4 steps to the right of – 6.

EXERCISE 6.1

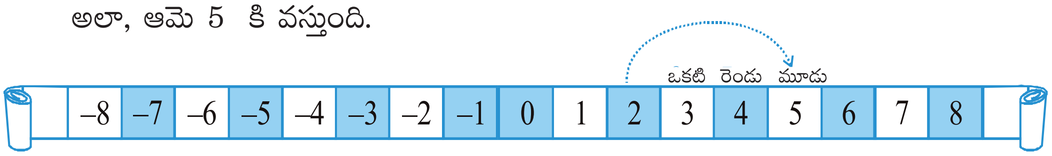
1. Write opposites of the following :
   (a) Increase in weight (b) 30 km north (c) 80 m east
   (d) Loss of Rs 700 (e) 100 m above sea level
2. Represent the following numbers as integers with appropriate signs.
   (a) An aeroplane is flying at a height two thousand metre above the ground.
   (b) A submarine is moving at a depth, eight hundred metre below the sea level.
   (c) A deposit of rupees two hundred.
   (d) Withdrawal of rupees seven hundred.
3. Represent the following numbers on a number line :
   (a) + 5 (b) – 10 (c) + 8
   (d) – 1 (e) – 6
4. Adjacent figure is a vertical number line, representing integers. Observe it and locate the following points :



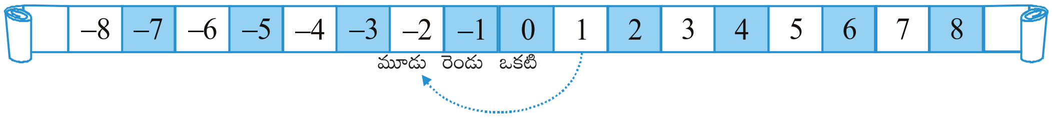
   (a) If point D is + 8, then which point is – 8?

రుచిక యొక్క టోకెన్ 2 వద్ద ఉందనుకుందాం. తరువాత వంతులో లో ఆమెకు ఎరుపు రంగుపాచిక వచ్చి, అది విసిరిన తరువాత 3 సంఖ్య వచ్చింది. అంటే ఆమె 2 నుండి 3 స్థానాలు కుడివైపుకు కదిలిస్తుంది.

అలా, ఆమె 5 కి వస్తుంది.



మరోవైపు సల్మా 1వ స్థానంలో ఉంటే..మరియు నీలం పాచికను దోర్లిన్చినపుడు 3 వచ్చినది అనుకుందాము. అప్పుడు ఆమె 3 స్థానాలు ఎడమవైపుకు కదులుతుంది మరియు –2 వద్ద నిలబడుతుంది.



సంఖ్యారేఖను చూడటం ద్వారా, దిగువ ప్రశ్నకు సమాధానం ఇవ్వండి:

ఉదాహరణ 2: (a) ఒక బటన్ – 3 వద్ద ఉంచబడుతుంది. – 9 వద్దకు చేరుకోవడానికి మనం ఏ దిశలో మరియు ఎన్ని అడుగులు వేయాలి?

(b) మనం –6 కు కుడివైపుకు 4 అడుగులు కదిలినట్లయితే మనం ఏ సంఖ్యను చేరుకుంటాం?

సాధన : (a) మనం –3నుండి ఎడమ వైపుకు ఆరు అడుగులు వేయాలి.

(b)మనం –6 యొక్క కుడివైపుకు 4 అడుగులు వేసినప్పుడు –2కు చేరుకుంటాం

అభ్యాసం 6.1

1. క్రింది వాటికి వ్యతిరేకాలను రాయండి :

   (a) బరువు పెరగడం (b) ఉత్తరం వైపు 300 కి.మీ. (c) తూర్పుకు 80 మీ.

   (d) రు.700 నష్టము (e) సముద్ర మట్టానికి 100 మీ. ఎగువ.

2. క్రింది సంఖ్యలను తగిన గుర్తులతో పూర్ణ సంఖ్యలుగా సూచించండి.

   (a)ఒక విమానం భూమి నుండి రెండు వేల మీటర్ల ఎత్తులో ఎగురుతోంది .

   (b) సముద్ర మట్టానికి ఎనిమిది వందల మీటర్ల లోతులో ఒక జలాంతర్గామి కదులుతోంది.

   (c) రెండు వందల రూపాయల జమ.

   (d) ఏడువందల రూపాయలు ఉప సంహరణ చేసుకోవడం.

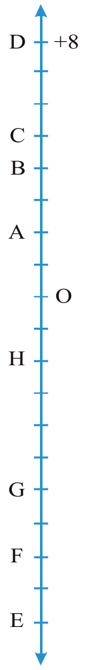
3. ఒక సంఖ్యారేఖపై ఈ క్రింది సంఖ్యలను సూచించండి:

   (a) + 5 (b) – 10 (c) + 8

   (d) – 1 (e) – 6

4. ప్రక్కనే ఉన్న పటం ఒక నిలువు సంఖ్య రేఖ, ఇది పూర్ణ సంఖ్యలను సూచిస్తుంది. దానిని పరిశీలించి, ఈ క్రింది బిందువులను గుర్తించండి:

   (a) ఒకవేళ బిందువ D అనేది + 8 అయితే, అప్పుడు ఏ బిందువు – 8 అవుతుంది?



(b) Is point G a negative integer or a positive integer?

(c) Write integers for points B and E.

(d) Which point marked on this number line has the least value?

(e) Arrange all the points in decreasing order of value.

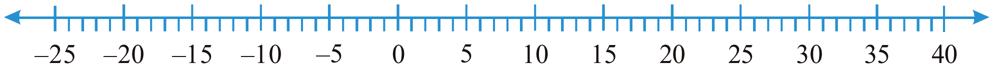
5. Following is the list of temperatures of five places in India on a particular day of the year.

Place	**Temperature**	
Siachin	10°C below 0°C	....
Shimla	2°C below 0°C	....
Ahmedabad	30°C above 0°C	....
Delhi	20°C above 0°C	....
Srinagar	5°C below 0°C	....

(a) Write the temperatures of these places in the form of integers in the blank column.

(b) Following is the number line representing the temperature in degree Celsius.

Plot the name of the city against its temperature.



(c) Which is the coolest place?

(d) Write the names of the places where temperatures are above 10°C.

6. In each of the following pairs, which number is to the right of the other on the number line?

(a) 2, 9 (b) – 3, – 8 (c) 0, – 1

(d) – 11, 10 (e) – 6, 6 (f) 1, – 100

7. Write all the integers between the given pairs (write them in the increasing order.)

(a) 0 and – 7 (b) – 4 and 4

(c) – 8 and – 15 (d) – 30 and – 23

8. (a) Write four negative integers greater than – 20.

(b) Write four integers less than – 10.

9. For the following statements, write True (T) or False (F). If the statement is false, correct the statement.

(a) – 8 is to the right of – 10 on a number line.

(b) – 100 is to the right of – 50 on a number line.

(c) Smallest negative integer is – 1.

(d) – 26 is greater than – 25.

(b) బిందువు G ఒక ధన పూర్ణ సంఖ్యనా ? ఋణ పూర్ణ సంఖ్యనా?

(c) B మరియు E బిందువులు సూచించే పూర్ణ సంఖ్యలు రాయండి.

(d) ఈ సంఖ్యారేఖపై గుర్తించబడ్డ ఏ బిందువు తక్కువ విలువను కలిగి ఉంది?

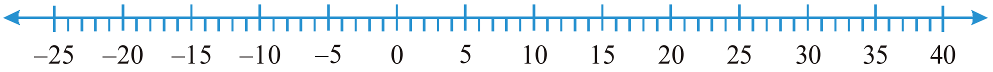
(e) అన్ని బిందువుల విలువలను ఆవరోహణ క్రమంలో అమర్చండి.

5. సంవత్సరములో ఒక నిర్దిష్ట రోజున భారతదేశంలోని ఐదు ప్రదేశాల ఉష్ణోగ్రతల జాబితా క్రింద ఇవ్వబడింది.

ప్రదేశం	ఉష్ణోగ్రత	
సియాచిన్	0°C కన్నా 10°C తక్కువ	....
సిమ్లా	0°C కన్నా 2°C తక్కువ	....
అహ్మదాబాద్	0°C కన్నా 30°C ఎక్కువ	....
ఢిల్లీ	0°C కన్నా 20°C ఎక్కువ	....
శ్రీనగర్	0°C కన్నా 5°C తక్కువ	....

(a) ఈ ప్రదేశాల ఉష్ణోగ్రతలను ఖాళీల లో పూర్ణ సంఖ్యల రూపంలో రాయండి.

(b) డిగ్రీ సెల్సియస్ లో ఉష్ణోగ్రతను సూచించే సంఖ్యారేఖ ఈ క్రింద ఇవ్వబడింది. నగరం యొక్క ఉష్ణోగ్రతకు ఎదురుగా పేరు రాయండి.



(c) అత్యంత చల్లని ప్రదేశం ఏది ?

(d) ఉష్ణోగ్రత 10°C కంటే ఎక్కువగా ఉన్న ప్రదేశాల పేర్లు రాయండి.

6. దిగువ పేర్కొన్న ప్రతి జతలో, సంఖ్యారేఖపై ఒక సంఖ్యకు కుడివైపున ఉన్న సంఖ్య ఏది?

(a) 2, 9 (b)– 3, – 8 (c) 0, – 1

(d) – 11, 10 (e)– 6, 6 (f) 1, – 100

7. ఇవ్వబడ్డ జతల మధ్య అన్ని పూర్ణ సంఖ్యలు రాయండి (వాటిని ఆరోహణ క్రమంలో రాయండి.)

(a) 0 మరియు – 7 (b) –4 మరియు 4

(c) – 8 మరియు – 15 (c) –30 మరియు –23

8. (a) –20 కంటే ఎక్కువ ఉన్న నాలుగు ఋణ పూర్ణ సంఖ్యలను రాయండి.

(b) – 10 కంటే తక్కువ నాలుగు పూర్ణ సంఖ్యలను రాయండి.

9. దిగువ వాక్యాలకు, సత్యం(T) లేదా అసత్యం (F) రాయండి. ఒకవేళ వాక్యము తప్పు అయితే సరిచేయండి.

(a)–8 అనేది ఒక సంఖ్యారేఖపై –10 కి కుడివైపున ఉంటుంది.

(b)–100 అనేది ఒక సంఖ్యారేఖపై – 50 కి కుడివైపున ఉంటుంది.

(c)అతిచిన్న ఋణ పూర్ణ సంఖ్య –1.

(d)–26 అనునది –25 కన్నా ఎక్కువ.

10. Draw a number line and answer the following :
    (a) Which number will we reach if we move 4 numbers to the right of – 2.
    (b) Which number will we reach if we move 5 numbers to the left of 1.
    (c) If we are at – 8 on the number line, in which direction should we move to reach – 13?
    (d) If we are at – 6 on the number line, in which direction should we move to reach – 1?

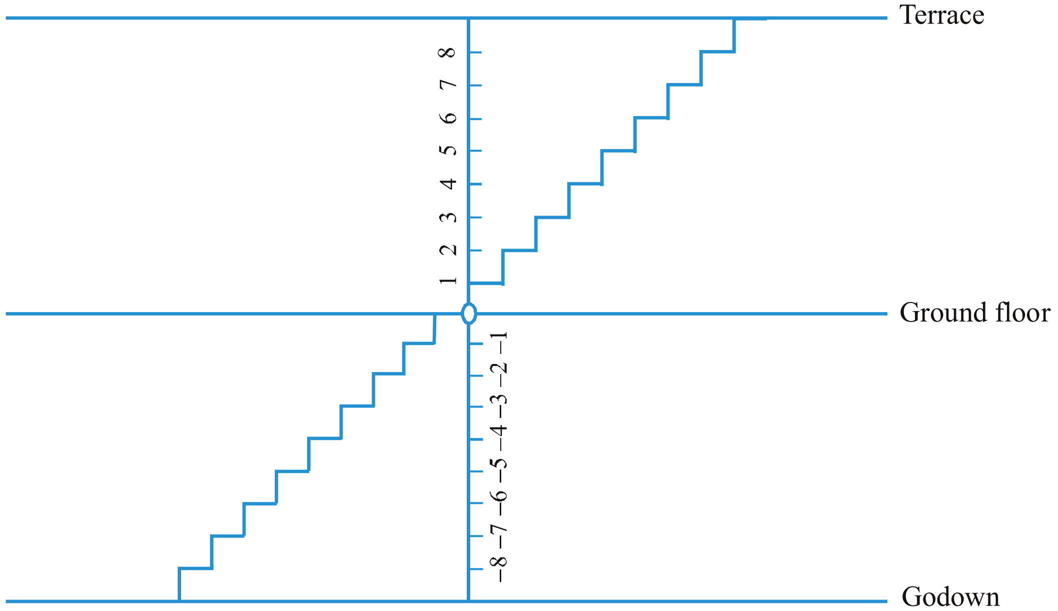
6.3 Additon of Integers

Do This

(Going up and down)

In Mohan's house, there are stairs for going up to the terrace and for going down to the godown.

Let us consider the number of stairs going up to the terrace as positive integer, the number of stairs going down to the godown as negative integer, and the number representing ground level as zero.



Do the following and write down the answer as integer :

(a) Go 6 steps up from the ground floor.
(b) Go 4 steps down from the ground floor.
(c) Go 5 steps up from the ground floor and then go 3 steps up further from there.
(d) Go 6 steps down from the ground floor and then go down further 2 steps from there.

10. ఒక సంఖ్యారేఖ గీయండి మరియు ఈ క్రింది వాటికి సమాధానం ఇవ్వండి:

(a)−2 కు కుడి వైపు 4 సంఖ్యలు జరిగినచో ఏ సంఖ్యను చేరుకుంటాము.

(b) 1 నుండి ఎడమ వైపు 5 సంఖ్యలు జరిగినచో ఏ సంఖ్యను చేరుకుంటాము.

(c) సంఖ్యా రేఖపై మనము −8 దగ్గర ఉంటే, −13 ని చేరడానికి ఏ వైపుకు జరగాలి?

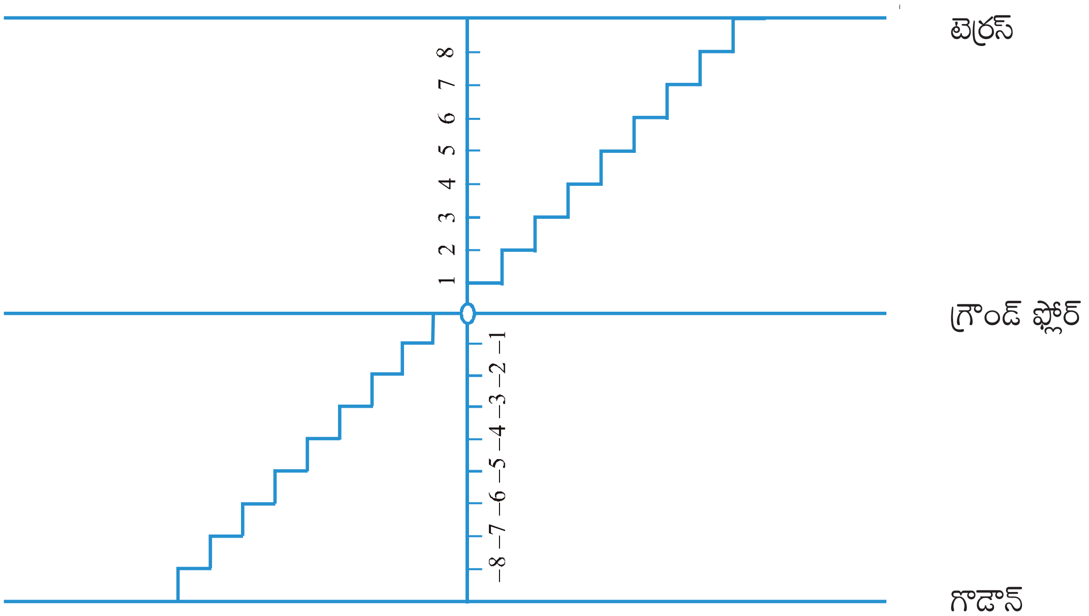
(d) సంఖ్యా రేఖపై మనము −6 దగ్గర ఉంటే, −1 ని చేరడానికి ఏ వైపుకు జరగాలి?

6.2 పూర్ణ సంఖ్యల సంకలనం

ఇది చేయండి

(పైకి మరియు క్రిందికి వెళ్లడం)

మోహన్ ఇంట్లో, టెర్రస్ పైకి వెళ్ళడానికి మరియు గోడౌన్ కు వెళ్ళడానికి మెట్లు ఉన్నాయి. మేడమీదకు వెళ్లే మెట్ల సంఖ్యను ధన పూర్ణ సంఖ్య తో సూచిద్దాం. గోడౌన్ కు వెళ్లే మెట్ల సంఖ్యను ఋణ పూర్ణ సంఖ్య తో సూచిద్దాం. మరియు గ్రౌండ్ ఫ్లోర్ ను సున్నా తో సూచిస్తాం.



ఈ క్రింది వాటిని చేయండి మరియు సమాధానాన్ని పూర్ణ సంఖ్యగా వ్రాయండి. :

(a) గ్రౌండ్ ఫ్లోర్ నుంచి 6 అడుగులు పైకి వెళ్లండి.

(b) గ్రౌండ్ ఫ్లోర్ నుంచి 4 అడుగులు కిందకు వెళ్లండి.

(c) గ్రౌండ్ ఫ్లోర్ నుంచి 5 అడుగులు పైకి వెళ్లండి మరియు తరువాత అక్కడి నుంచి మరో 3 అడుగులు పైకి వెళ్లండి .

(d) గ్రౌండ్ ఫ్లోర్ నుంచి 6 అడుగులు కిందకు వెళ్లండి మరియు తరువాత అక్కడి నుంచి మరో 2 మెట్లు దిగువకు వెళ్లండి.

(e) Go down 5 steps from the ground floor and then move up 12 steps from there.

(f) Go 8 steps down from the ground floor and then go up 5 steps from there.

(g) Go 7 steps up from the ground floor and then 10 steps down from there.

Ameena wrote them as follows :

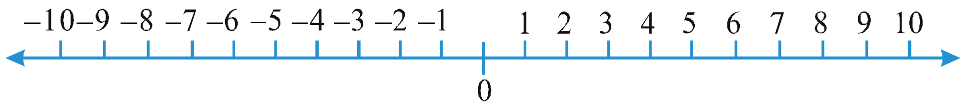
(a) + 6 (b) – 4 (c) (+5) + (+ 3) = + 8 (d) (– 6) + (–2) = – 4

(e) (– 5) + (+12) = + 7 (f) (– 8) + (+5) = – 3 (g) (+7) + (–10) = 17

She has made some mistakes. Can you check her answers and correct those that are wrong?

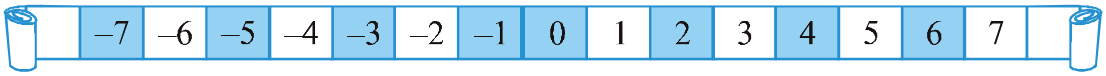
Try These

Draw a figure on the ground in the form of a horizontal number line as shown below. Frame questions as given in the said example and ask your friends.



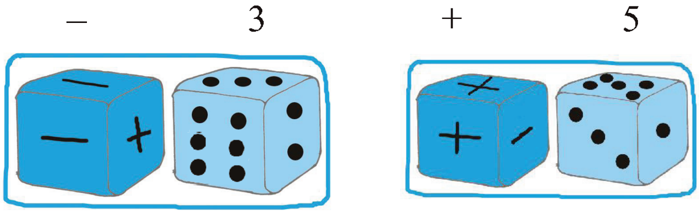
A Game

Take a number strip marked with integers from + 25 to – 25.



Take two dice, one marked 1 to 6 and the other marked with three '+' signs and three '–' signs.

Players will keep different coloured buttons (or plastic counters) at the zero position on the number strip. In each throw, the player has to see what she has obtained on the two dice. If the first die shows 3 and the second die shows – sign, she has –3. If the first die shows 5 and the second die shows '+' sign, then, she has +5.



Whenever a player gets the + sign, she has to move in the forward direction (towards + 25) and if she gets '–' sign then she has to move in the backward direction (towards – 25).

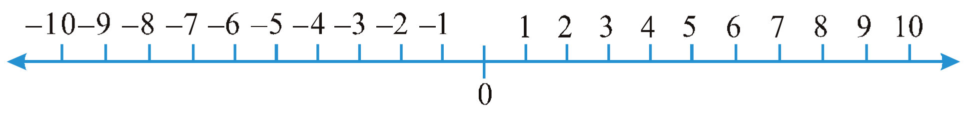
(e) గ్రౌండ్ ఫ్లోర్ నుంచి 5 మెట్లు దిగి, అక్కడి నుంచి మరో 12 మెట్లు పైకి కదలండి.
(f) గ్రౌండ్ ఫ్లోర్ నుంచి 8 అడుగులు కిందకు వెళ్లండి మరియు తరువాత అక్కడి నుంచి 5 మెట్లు పైకి వెళ్లండి.
(g) గ్రౌండ్ ఫ్లోర్ నుంచి 7 మెట్లు పైకి వెళ్లండి మరియు తరువాత అక్కడి నుంచి 10 అడుగులు దిగువకు వెళ్లండి.
అమీనా వాటిని ఈ క్రింది విధంగా వ్రాసింది:

(a) + 6 (b) – 4 (c) (+5) + (+ 3) = + 8 (d) (– 6) + (–2) = – 4
(e) (– 5) + (+12) = + 7 (f) (– 8) + (+5) = – 3 (g) (+7) + (–10) = 17

ఆమె కొన్ని తప్పులు చేసింది. మీరు ఆమె సమాధానాలను సరిచూడగలరా మరియు తప్పు చేసిన వాటిని సరిచేయగలరా?

ప్రయత్నించండి

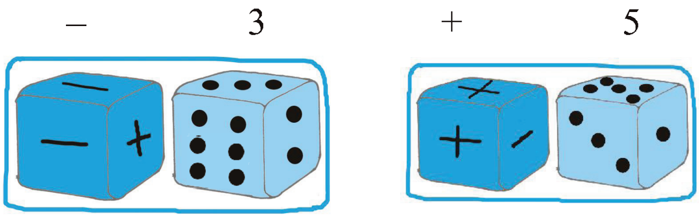
దిగువ చూపించిన విధంగా అడ్డ సంఖ్యారేఖ రూపంలో ఒక పటాన్ని నేలపై గీయండి. పైన పేర్కొన్న ఉదాహరణలో ఇవ్వబడ్డ ప్రశ్నలను రూపొందించండి మరియు మీ స్నేహితులను అడగండి.



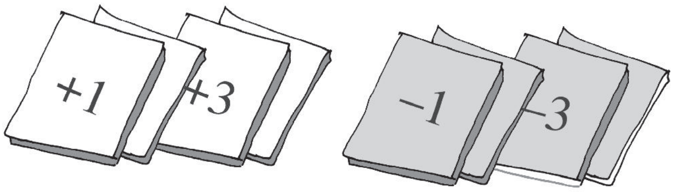
ఒక ఆట

+ 25 నుంచి –25 వరకు పూర్ణ సంఖ్యలతో గుర్తించబడ్డ సంఖ్యా పట్టీ తీసుకోండి.

రెండు పాచికలను తీసుకోండి, ఒకటి 1 నుండి 6 వరకు గుర్తించబడినది మరియు మరొకటి మూడు '+' గుర్తులు మరియు మూడు '–' గుర్తులు ను గుర్తించబడినవి.



ఆటగాళ్ళు సంఖ్యా పట్టీ పై సున్నా స్థానం వద్ద వేరు వేరు రంగు బటన్ లను (లేదా ప్లాస్టిక్ కౌంటర్ లను) ఉంచుతారు దొర్లించిన ప్రతిసారి, ఆటగాడు రెండు పాచికల మీద ఏమి వచ్చిందో చూడాలి. మొదటి పాచికలో 3 మరియు రెండో పాచికలో లో – గుర్తు వుంటే ఆమెకు –3 వచ్చింది అనుకోవాలి. ఒకవేళ మొదటి పాచికలో 5 మరియు రెండో పాచికలో లో '+' గుర్తు వుంటే ఆమెకు +5 వచ్చింది అనుకోవాలి.
ఆటగాళ్ళకు + గుర్తు వచ్చినపుడు, ఆమె ముందు వైపుకు వెళ్ళాలి .
(+25 వైపుకు) మరియు –' గుర్తు వచ్చినపుడు ఆమె వెనుక వైపుకు వెళ్ళాలి (–25 వైపుకు).



Each player will throw both dice simultaneously. A player whose counter touches –25 is out of the game and the one whose counter touches + 25 first, wins the game.

You can play the same game with 12 cards marked with + 1, + 2, + 3, + 4, + 5 and + 6 and –1, – 2, ...– 6. Shuffle the cards after every attempt.

Kamla, Reshma and Meenu are playing this game.

Kamla got + 3, + 2, + 6 in three successive attempts. She kept her counter at the mark +11.

Reshma got – 5, + 3, + 1. She kept her counter at – 1. Meenu got + 4, – 3, –2 in three successive attempts; at what position will her counter be? At –1 or at + 1?

Do This

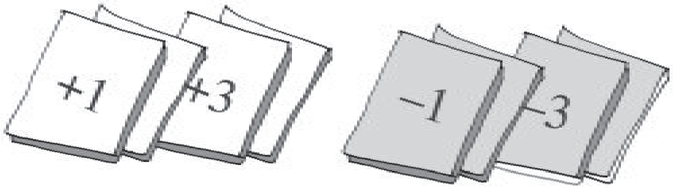
Take two different coloured buttons like white and black. Let us denote one white button by (+ 1) and one black button by (– 1). A pair of one white button (+ 1) and one black button (– 1) will denote zero i.e. [1 + (– 1) = 0]

In the following table, integers are shown with the help of coloured buttons.

Coloured Button	Integers
○ ○ ○ ○ ○	5
● ● ●	– 3
○ ●	0

Let us perform additions with the help of the coloured buttons.
Observe the following table and complete it.

○ ○ ○ + ○ ○ = ○ ○ ○ ○ ○	(+ 3) + (+ 2) = +5
● ● + ● = ● ● ●	(– 2) + (– 1) = –3
○ ○ ○ ○ + ○ = ○ ○ ○ ○ ○	....
● ● ● ● + ● ● = ...	....



ప్రతి ఆటగాడు ఒకరి తరువాత ఒకరు ఒకేసారి రెండు పాచికలు విసరాలి. కౌంటర్ −25 ని తాకిన ఒక ఆటగాడు ఆట నుండి నిష్క్రమించాలి మరియు కౌంటర్ + 25 ముందుగా తాకిన ఆటగాడు గెలుస్తాడు.

+ 1 , + 2, + 3, + 4, + 5 మరియు + 6 మరియు −1, − 2, ...− 6 తో మార్క్ చేయబడిన 12 కార్డులతో మీరు ఇదే ఆట ఆడవచ్చు. ప్రతి ప్రయత్నం తర్వాత కార్డులను మార్చండి.

కమల, రేష్మ, మీను ఈ ఆట ఆడుతున్నారు.

వరుసగా మూడు ప్రయత్నాల్లో కమల + 3, +2, +6 సాధించింది. ఆమె తన కౌంటర్ ను + 11 మార్క్ వద్ద ఉంచింది.

రేష్మకు − 5, + 3, + 1 లభించింది. ఆమె తన కౌంటర్ ను − 1 వద్ద ఉంచింది. మీను వరుసగా మూడు ప్రయత్నాల్లో + 4, −3, −2 సాధించింది; ఆమె కౌంటర్ ఏ ఎక్కడ ఉంటుంది?

−1 వద్దనా? లేదా + 1 ?

ఇది చేయండి

తెలుపు మరియు నలుపు వంటి రెండు విభిన్న రంగు బటన్ లను తీసుకోండి. ఒక తెలుపు బటన్ ను (+1) మరియు ఒక నలుపు బటన్ ను (−1) ద్వారా సూచిస్తాము. ఒక తెలుపు బటన్ (+1) మరియు ఒక నలుపు బటన్ (−1) యొక్క జత సున్నాను సూచిస్తుంది, అనగా [1 + (– 1) = 0]

దిగువ టేబుల్ లో, రంగు బటన్ల సాయంతో పూర్ణ సంఖ్యలు చూపించబడ్డాయి.

రంగు బటన్	పూర్ణ సంఖ్యలు
○ ○ ○ ○ ○	5
● ● ●	– 3
○ ●	0

రంగు బటన్ల సహాయంతో సంకలనం చేద్దాం.

కింది పట్టికను పరిశీలించండి మరియు దానిని పూర్తి చేయండి.

○ ○ ○ + ○ ○ = ○ ○ ○ ○ ○	(+ 3) + (+ 2) = +5
● ● + ● = ● ● ●	(– 2) + (– 1) = –3
○ ○ ○ ○ + ○ = ○ ○ ○ ○ ○	....
● ● ● ● + ● ● = ...	....

Try These

Find the answers of the following additions:
(a) (– 11) + (– 12)
(b) (+ 10) + (+ 4)
(c) (– 32) + (– 25)
(d) (+ 23) + (+ 40)

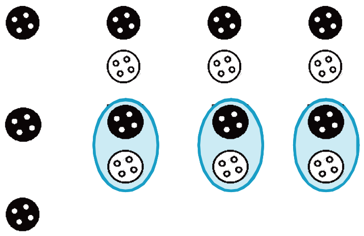
You add when you have two positive integers like (+3) + (+2) = +5 [= 3 + 2]. You also add when you have two negative integers, but the answer will take a minus (–) sign like (–2) + (–1) = – (2+1) = –3.

Now add one positive integer with one negative integer with the help of these buttons. Remove buttons in pairs i.e. a white button with a black button [since (+ 1) + (– 1) = 0]. Check the remaining buttons.

(a) (– 4) + (+ 3)

= (– 1) + (– 3) + (+ 3)

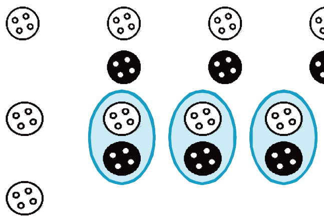
= (– 1) + 0 = – 1



(b) (+ 4) + (– 3)

= (+ 1) + (+ 3) + (– 3)

= (+ 1) + 0 = + 1



You can see that the answer of 4 – 3 is 1 and – 4 + 3 is – 1.

So, when you have one positive and one negative integer, you must subtract, but answer will take the sign of the bigger integer (Ignoring the signs of the numbers decide which is bigger). Some more examples will help :

Try These

Find the solution of the following:
(a) (– 7) + (+ 8)
(b) (– 9) + (+13)
(c) (+ 7) + (– 10)
(d) (+12) + (– 7)

(c) (+ 5) + (– 8) = (+ 5) + (– 5) + (– 3) = 0 + (– 3)
= (– 3)

(d) (+ 6) + (– 4) = (+ 2) + (+ 4) + (– 4) = (+ 2) + 0
= + 2

6.3.1 Addition of integers on a number line

It is not always easy to add integers using coloured buttons. Shall we use number line for additions?

ప్రయత్నించండి

కింది సంకలనాలకు సమాధానాలు కనుగొనండి.

(a) (– 11) + (– 12)
(b) (+ 10) + (+ 4)
(c) (– 32) + (– 25)
(d) (+ 23) + (+ 40)

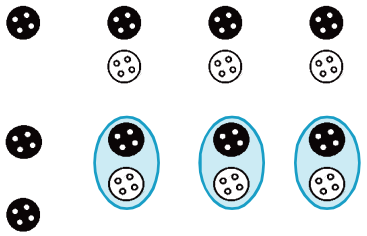
మనకు రెండు ధన పూర్ణ సంఖ్యలు ఉంటే వాటిని సంకలనం చేస్తాము. ఉదా: **(+3) + (+2) = +5 [= 3 + 2]** ఇలా మనకు రెండు ఋణ పూర్ణ సంఖ్యలు ఉంటే వాటిని సంకలనం చేస్తాము.కానీ ఋణ గుర్తు **(–)** రాస్తాము. ఉదాహరణ: ఉదా: **(–2) + (–1) = – (2+1) = –3**.

ఇప్పుడు ఈ బటన్‌ల సహాయంతోఒక ధన పూర్ణ సంఖ్యను ఒక ఋణ పూర్ణ సంఖ్యను కలుపుదాము. నలుపు బటన్ తో ఉన్న తెలుపు బటన్‌ను జతలుగా తొలగించండి, అనగా [(+ 1) + (– 1) = 0] మిగిలిన బటన్లను సరిచూడండి .

(a) (– 4) + (+ 3)

= (– 1) + (– 3) + (+ 3)

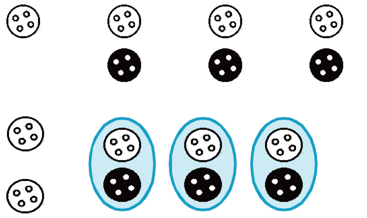
= (– 1) + 0 = – 1



(b) (+ 4) + (– 3)

= (+ 1) + (+ 3) + (– 3)

= (+ 1) + 0 = + 1



4 – 3 యొక్క సమాధానం 1 మరియు – 4 + 3 కి – 1 అని మీరు చూడవచ్చు.

మనకు ఒక ధన పూర్ణ సంఖ్య ఒక ఋణ పూర్ణ సంఖ్య ఉన్నపుడు మనం కచ్చితంగా తీసివేయాలి, కానీ సమాధానానికి పెద్ద పూర్ణ సంఖ్య (గుర్తు తో సంబంధము లేకుండా పెద్ద సంఖ్యను తీసుకోవాలి) గుర్తు తీసుకోవాలి.

ప్రయత్నించండి

కిందివాటి యొక్క సాధనను కనుగొనండి:

(a) (– 7) + (+ 8)
(b) (– 9) + (+13)
(c) (+ 7) + (– 10)
(d) (+12) + (– 7)

మరికొన్ని ఉదాహరణలు :

(c) (+ 5) + (– 8) = (+ 5) + (– 5) + (– 3) = 0 + (– 3)

= (– 3)

(d) (+ 6) + (– 4) = (+ 2) + (+ 4) + (– 4) = (+ 2) + 0

= + 2

6.3.1.సంఖ్యారేఖపై సంకలనం చేయడం

రంగు బటన్లను ఉపయోగించి పూర్ణ సంఖ్యలను సంకలనం చేయడం ఎల్లప్పుడూ సులభం కాదు. మనం సంకలనం కొరకు సంఖ్యా రేఖ ను ఉపయోగిస్తామా ?

(i) Let us add 3 and 5 on number line.

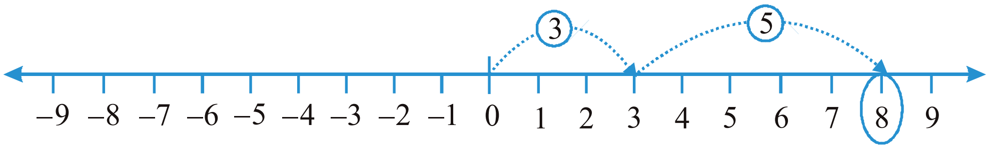


Fig 6.4

On the number line, we first move 3 steps to the right from 0 reaching 3, then we move 5 steps to the right of 3 and reach 8. Thus, we get 3 + 5 = 8 (Fig 6.4)

(ii) Let us add – 3 and – 5 on the number line.

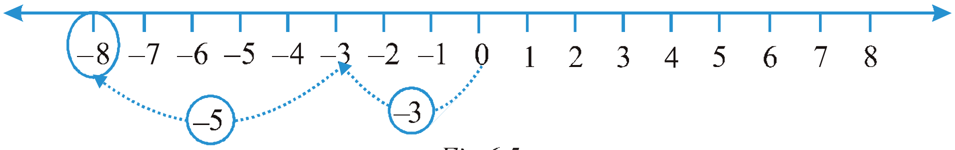


Fig 6.5

On the number line, we first move 3 steps to the left of 0 reaching – 3, then we move 5 steps to the left of – 3 and reach – 8. (Fig 6.5)

Thus, (– 3) + (– 5) = – 8.

We observe that when we add two positive integers, their sum is a positive integer. When we add two negative integers, their sum is a negative integer.

(iii) Suppose we wish to find the sum of (+ 5) and (– 3) on the number line. First we move to the right of 0 by 5 steps reaching 5. Then we move 3 steps to the left of 5 reaching 2. (Fig 6.6)

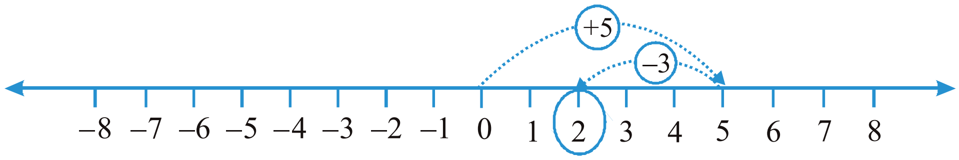


Fig 6.6

Thus, (+ 5) + (– 3) = 2

(iv) Similarly, let us find the sum of (– 5) and (+ 3) on the number line. First we move 5 steps to the left of 0 reaching – 5 and then from this point we move 3 steps to the right. We reach the point – 2.

Thus, (– 5) + (+3) = – 2. (Fig 6.7)

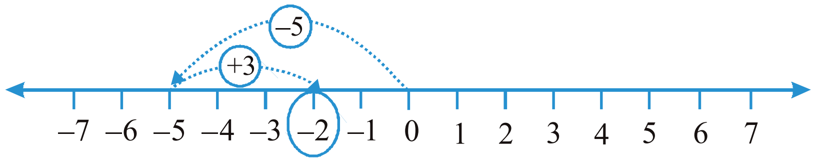
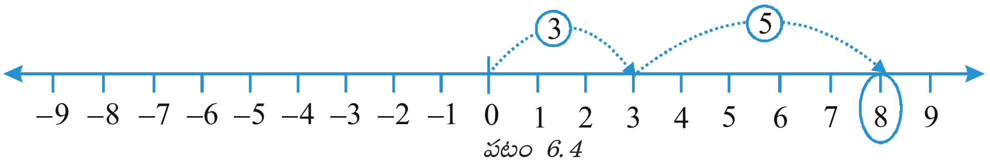


Fig 6.7

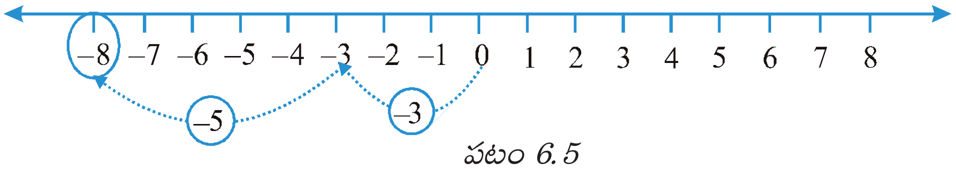
(i) ఇప్పుడు మనం సంఖ్యారేఖపై 3 మరియు 5 లను సంకలనం చేద్దాం.



పటం 6.4

సంఖ్యారేఖపై, మనం మొదట 0 నుంచి 3 స్థానాలు కుడివైపుకు కదిలి, తరువాత 3 యొక్క కుడివైపుకు 5 స్థానాలు కదిలి 8ని చేరుకుంటాం. అందువలన, మనకు $3 + 5 = 8$ లభిస్తుంది (పటం 6.4)

(ii) ఇప్పుడు మనం సంఖ్యారేఖపై –3 మరియు –5 లను కూడదాం.



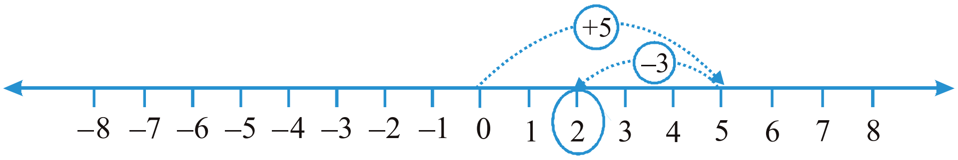
పటం 6.5

సంఖ్యారేఖపై, మనం మొదట 0 యొక్క ఎడమ వైపుకు 3 స్థానాలు కదిలి (– 3 వరకు), తరువాత మనం 5 స్థానాలు – 3 యొక్క ఎడమకు కదిలితే అపుడు – 8 ని చేరుకుంటాము. (పటం 6.5)

అందువల్ల, $(– 3) + (– 5) = – 8$.

రెండు ధన పూర్ణ సంఖ్య లను కలిపినప్పుడు, వాటి మొత్తం ఒక ధన పూర్ణ సంఖ్య అని మనం గమనించాము. మనం రెండు ఋణ పూర్ణ సంఖ్యలను కలిపినప్పుడు, వాటి మొత్తం ఒక ఋణ పూర్ణ సంఖ్య అవుతుంది.

(iii) సంఖ్యారేఖపై మనం (+ 5) మరియు (–3) ల మొత్తాన్ని కనుగొనాలని అనుకుందాం. మొదట మనం 0 యొక్క కుడివైపుకు 5 స్థానాలు కదిలి 5 కు చేరుకుందాం. తరువాత మనం 5 యొక్క ఎడమవైపుకు 3 స్థానాలు
కదులుతూ 2 కు చేరుకుందాం. (పటం 6.6)

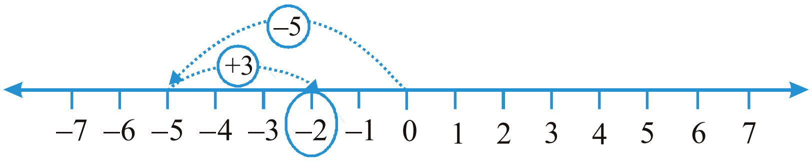


పటం 6.6

అందువలన, $(+ 5) + (– 3) = 2$

(iv) అదేవిధంగా, సంఖ్యారేఖపై (– 5) మరియు (+ 3) యొక్క మొత్తాన్ని కనుగొందాం.
మొదట మనం 0 యొక్క ఎడమవైపుకు 5 స్థానాలను కదిలి –5 ను చేరుకుంటాము. మరియు తరువాత ఈ స్థానం నుంచి కుడి వైపుకు 3 స్థానాలు కదులుతాము. మనం –2 కు చేరుకున్నాం.

అందువల్ల, $(– 5) + (+3) = – 2$. (పటం 6.7)



పటం 6.6

Try These

1. Find the solution of the following additions using a number line :

   (a) (– 2) + 6 (b) (– 6) + 2

   Make two such questions and solve them using the number line.

2. Find the solution of the following without using number line :

   (a) (+ 7) + (– 11)

   (b) (– 13) + (+ 10)

   (c) (– 7) + (+ 9)

   (d) (+ 10) + (– 5)

   Make five such questions and solve them.

When a positive integer is added to an integer, the resulting integer becomes greater than the given integer. When a negative integer is added to an integer, the resulting integer becomes less than the given integer.

Let us add 3 and – 3. We first move from 0 to + 3 and then from + 3, we move 3 points to the left. Where do we reach ultimately?

From the Figure 6.8, 3 + (– 3) = 0. Similarly, if we add 2 and – 2, we obtain the sum as zero.

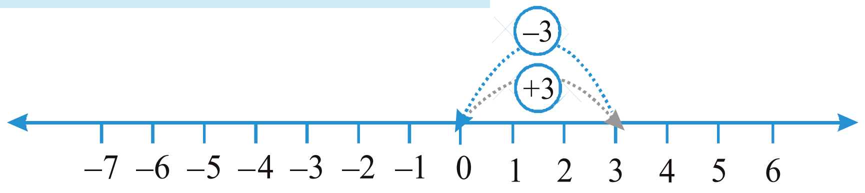


Fig 6.8

Numbers such as 3 and – 3, 2 and – 2, when added to each other give the sum zero. They are called **additive inverse** of each other.

What is the additive inverse of 6? What is the additive inverse of – 7?

Example 3 : Using the number line, write the integer which is

(a) 4 more than –1

(b) 5 less than 3

Solution : (a) We want to know the integer which is 4 more than –1. So, we start from –1 and proceed 4 steps to the right of –1 to reach 3 as shown below:

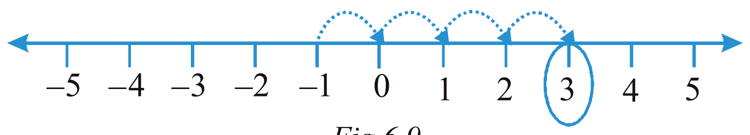


Fig 6.9

Therefore, 4 more than –1 is 3 (Fig 6.9).

ప్రయత్నించండి

1. ఒక సంఖ్యారేఖను ఉపయోగించి కింది సంకలనాల సమాధానము కనుగొనుము :

   (a) $(-2)+6$ (b) $(-6)+2$

ఇటువంటి రెండు ప్రశ్నలు తయారుచేసి, సంఖ్యారేఖను ఉపయోగించి వాటిని కనుగొనుము.

2. సంఖ్యారేఖను ఉపయోగించకుండా ఈ క్రింది వాటి సమాధానాలను కనుగొనండి:

   (a) $(+7)+(-11)$

   (b) $(-13)+(+10)$

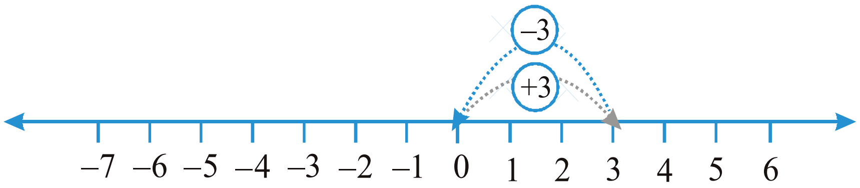
   (c) $(-7)+(+9)$

   (d) $(+10)+(-5)$

అలాంటి ఐదు ప్రశ్నలు తయారు చేసి, వాటి సమాధానాలను కనుగొనండి.

ఒక పూర్ణ సంఖ్యకు ధన పూర్ణ సంఖ్యను కలిపినపుడు, దాని ఫలితంగా వచ్చే పూర్ణ సంఖ్య ఇచ్చిన పూర్ణ సంఖ్య కంటే పెద్దదిగా మారుతుంది. ఒక పూర్ణ సంఖ్యకు ఋణ పూర్ణ సంఖ్యను కలిపినపుడు, దాని ఫలితంగా వచ్చే పూర్ణ సంఖ్య ఇచ్చిన పూర్ణ సంఖ్య కంటే తక్కువగా మారుతుంది. మనం ఇప్పుడు 3 మరియు –3 లను కలుపుదాం. మనం మొదట 0 నుంచి + 3 కు వెళతాం మరియు తరువాత నుంచి +3 నుండి 3 స్థానాలు ఎడమకు కదులుతాము. చివరికి మనం ఎక్కడికి చేరుకుంటాం?

పటం 6.8 నుండి, $3+(-3)=0$. అదేవిధంగా, మనం 2 మరియు – 2 లను కలిపితే, మనం మొత్తాన్ని సున్నాగా పొందుతాము.



పటం 6.8

3 మరియు – 3, 2 మరియు – 2 వంటి సంఖ్యలు ఒకదానికొకటి కలిపినపుడు సున్నా మొత్తాన్ని ఇస్తాయి. వాటిని ఒకదానికొకటి **సంకలన విలోమము** అంటారు.

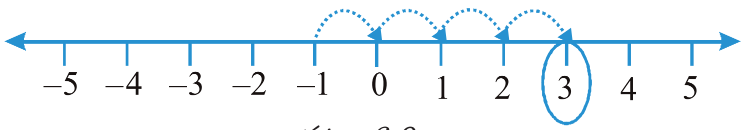
6 యొక్క సంకలన విలోమము ఎంత ? – 7 యొక్క సంకలన విలోమము ఎంత?

ఉదాహరణ 3 : సంఖ్యారేఖను ఉపయోగించి,

(a) –1 కంటే 4 ఎక్కువ

(b) 3 కంటే 5 తక్కువ గా ఉన్న పూర్ణ సంఖ్యను రాయండి.

సాధన: (a) మనం –1 కంటే 4 ఎక్కువగా ఉన్న పూర్ణ సంఖ్యను తెలుసుకోవాలనుకుంటున్నాము. కాబట్టి, మనం –1 నుంచి ప్రారంభించి, దిగువ చూపించిన విధంగా 3 చేరుకోవడానికి –1 యొక్క కుడివైపుకు 4 స్థానాలు కదులుతాము.



పటం 6.9

కాబట్టి, 3 అనేది –1 కంటే 4 ఎక్కువ (పటం) 6.9).

(b) We want to know an integer which is 5 less than 3; so we start from 3 and move to the left by 5 steps and obtain –2 as shown below :

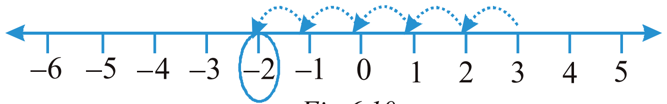


Fig 6.10

Therefore, 5 less than 3 is –2. (Fig 6.10)

Example 4 : Find the sum of

Solution : We can rearrange the numbers so that the positive integers and the negative integers are grouped together. We have

(– 9) + (+ 4) + (– 6) + (+ 3) = (– 9) + (– 6) + (+ 4) + (+ 3) = (– 15) + (+ 7) = – 8

Example 5 : Find the value of (30) + (– 23) + (– 63) + (+ 55)

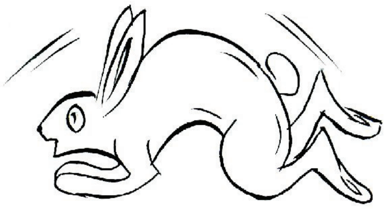
Solution : (30) + (+ 55) + (– 23) + (– 63) = 85 + (– 86) = – 1

Example 6 : Find the sum of (– 10), (92), (84) and (– 15)

Solution : (– 10) + (92) + (84) + (– 15) = (– 10) + (– 15) + 92 + 84
= (– 25) + 176 = 151

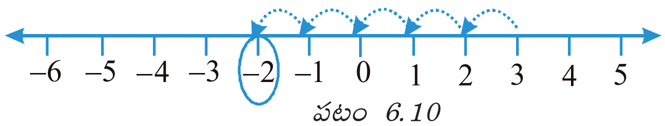
EXERCISE 6.2

1. Using the number line write the integer which is :
   (a) 3 more than 5
   (b) 5 more than –5
   (c) 6 less than 2
   (d) 3 less than –2



2. Use number line and add the following integers :
   (a) 9 + (– 6)
   (b) 5 + (– 11)
   (c) (– 1) + (– 7)
   (d) (– 5) + 10
   (e) (– 1) + (– 2) + (– 3)
   (f) (– 2) + 8 + (– 4)
3. Add without using number line :
   (a) 11 + (– 7)
   (b) (– 13) + (+ 18)
   (c) (– 10) + (+ 19)
   (d) (– 250) + (+ 150)
   (e) (– 380) + (– 270)
   (f) (– 217) + (– 100)

(b) 3 కంటే 5 తక్కువగా ఉన్న పూర్ణ సంఖ్యను మనం తెలుసుకోవాలను కుంటున్నాం. కాబట్టి మనం 3 నుండి ప్రారంభించి, 5 స్థానాలు ఎడమకు వెళ్లి, క్రింద చూపించిన విధంగా –2 పొందుతాము:



పటం 6.10

అందువల్ల, –2 అనేది 3 కంటే 5 తక్కువగా ఉండును. (పటం 6.10)

ఉదాహరణ 4 : $(-9)+(+4)+(-6)+(+3)$ యొక్క మొత్తాన్ని కనుగొనండి.

సాధన: ధన పూర్ణ సంఖ్యలను మరియు ఋణ పూర్ణ సంఖ్యలను కలిపి ఒక సమూహముగా కింది విధముగా రాయవచ్చు.

$$(-9)+(+4)+(-6)+(+3)=(-9)+(-6)+(+4)+(+3)=(-15)+(+7)=-8$$

ఉదాహరణ 5 : $(30)+(-23)+(-63)+(+55)$ యొక్క విలువను కనుగొనండి.

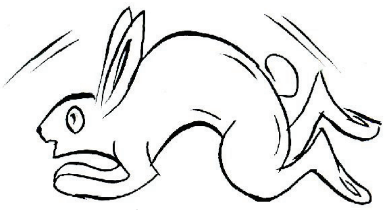
సాధన: $(30)+(+55)+(-23)+(-63)=85+(-86)=-1$

ఉదాహరణ 6 : $(30)+(-23)+(-63)+(+55)$ యొక్క విలువను కనుగొనండి.

సాధన: $(-10)+(92)+(84)+(-15)=(-10)+(-15)+92+84$
$=(-25)+176=151$

అభ్యాసం 6.2

1. సంఖ్యారేఖను ఉపయోగించి కింది విధంగా ఉండే పూర్ణ సంఖ్యను రాయండి:
   (a) 5 కంటే 3 ఎక్కువ
   (b) –5 కంటే 5 ఎక్కువ
   (c) 2 కంటే 6 తక్కువ
   (d) –2 కంటే 3 తక్కువ



2. సంఖ్యారేఖను ఉపయోగించండి మరియు ఈ క్రింది పూర్ణ సంఖ్యలను కలపండి:
   (a) $9+(-6)$
   (b) $5+(-11)$
   (c) $(-1)+(-7)$
   (d) $(-5)+10$
   (e) $(-1)+(-2)+(-3)$
   (f) $(-2)+8+(-4)$

3. కింది వాటిని సంఖ్యారేఖను ఉపయోగించకుండానే కలపండి :
   (a) $11+(-7)$ (b) $(-13)+(+18)$
   (c) $(-10)+(+19)$ (d) $(-250)+(+150)$
   (e) $(-380)+(-270)$ (f) $(-217)+(-100)$

4. Find the sum of :
   - (a) 137 and – 354
   - (b) – 52 and 52
   - (c) – 312, 39 and 192
   - (d) – 50, – 200 and 300
5. Find the sum :
   - (a) (– 7) + (– 9) + 4 + 16
   - (b) (37) + (– 2) + (– 65) + (– 8)

6.4 Subtraction of Integers with the help of a Number Line

We have added positive integers on a number line. For example, consider 6+2. We start from 6 and go 2 steps to the right side. We reach at 8. So, 6 + 2 = 8. (Fig 6.11)

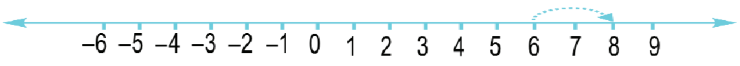


Fig 6.11

We also saw that to add 6 and (–2) on a number line we can start from 6 and then move 2 steps to the left of 6. We reach at 4. So, we have, 6 + (–2) = 4. (Fig 6.12)

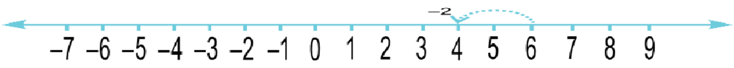


Fig 6.12

Thus, we find that, to add a positive integer we move towards the right on a number line and for adding a negative integer we move towards left.

We have also seen that while using a number line for whole numbers, for subtracting 2 from 6, we would move towards left. (Fig 6.13)

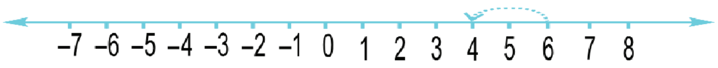


Fig 6.13

i.e. 6 – 2 = 4

What would we do for 6 – (–2)? Would we move towards the left on the number line or towards the right?

If we move to the left then we reach 4.

Then we have to say 6 – (–2) = 4. This is not true because we know 6 – 2 = 4 and 6 – 2 ≠ 6 – (–2).

4. కింది వాటి మొత్తాన్ని కనుగొనండి :

(a) 137 మరియు – 354 (b) – 52 మరియు52

(c) – 312, 39 మరియు 192 (d) – 50, – 200 మరియు 300

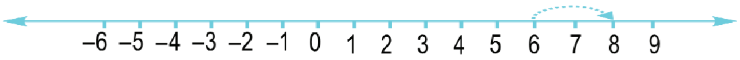
5. కింది వాటి మొత్తాన్ని కనుగొనండి :

(a) $(-7) + (-9) + 4 + 16$

(b) $(37) + (-2) + (-65) + (-8)$

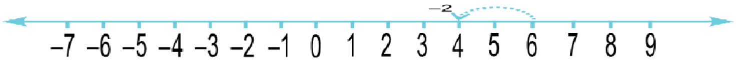
6.4 సంఖ్యా రేఖను ఉపయోగించి పూర్ణ సంఖ్యల వ్యవకలనం చేయటం

మనం ధన పూర్ణ సంఖ్యలను సంఖ్యా రేఖపై కలుపుట నేర్చుకున్నాం. 6+2 ఉదాహరణను పరిశీలిస్తే. ముందుగా 6 నుంచి ప్రారంభించి కుడి వైపుకు సంఖ్యా రేఖ పై 2 స్థానాలు కదిలితే 8 ని చేరుకుంటాము. కావున , $6 + 2 = 8$. (పటం 6.11)



పటం 6.11

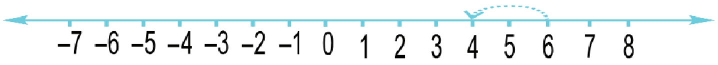
అదే విదంగా 6 కు (–2) ను కలుపుట నేర్చుకున్నాం.ముందుగా 6 నుంచి ప్రారంభించి ఎడమ వైపుకు సంఖ్యా రేఖ పై 2 స్థానాలు కదిలితే 4 ను చేరుకుంటాము. దీనిని సంఖ్యా రేఖపై క్రిందివిదంగా చూపవచ్చు. కావున, $6 + (-2) = 4$. (పటం 6.11).



పటం 6.12

ఈ విధంగా, ధనాత్మక పూర్ణ సంఖ్య లను కలుపడానికి మనం సంఖ్యా రేఖపై కుడి వైపుకు కదులుతాము మరియు ఋణాత్మక పూర్ణ సంఖ్య లను కలుపడానికి మనం సంఖ్యా రేఖపై ఎడమ వైపుకు కదులుతాము.

పూర్ణ సంఖ్యల కోసం సంఖ్యా రేఖను ఉపయోగిస్తున్నప్పుడు, 6 నుండి 2ని తీసివేయడం కోసం, మనం ఎడమ వైపుకు కదులుతాము అని కూడా చూశాము.(పటం 6.13)



పటం 6.13

కావున, $6 - 2 = 4$

$6 - (-2)$ కోసం మనం ఏమి చేస్తాము? మనం సంఖ్యా రేఖపై ఎడమ వైపుకు కదులుతామా లేదా కుడి వైపుకు కదులుతామా?

ఎడమవైపుకు వెళితే 4కి చేరుకుంటాం

కావున $6 - (-2) = 4$. ఇది నిజం కాదు ఎందుకంటే మనకు $6 - 2 = 4$ అని తెలుసు, కావున $6 - 2 \neq 6 - (-2)$.

So, we have to move towards the right. (Fig 6.14)

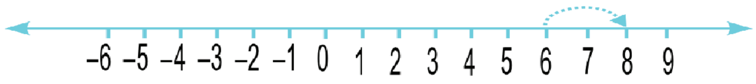


Fig 6.14

i.e. 6 – (–2) = 8

This also means that when we subtract a negative integer we get a greater integer. Consider it in another way. We know that additive inverse of (–2) is 2. Thus, it appears that adding the additive inverse of –2 to 6 is the same as subtracting (–2) from 6.

We write 6 – (–2) = 6 + 2.

Let us now find the value of –5 – (–4) using a number line. We can say that this is the same as –5 + (4), as the additive inverse of –4 is 4.

We move 4 steps to the right on the number line starting from –5. (Fig 6.15)

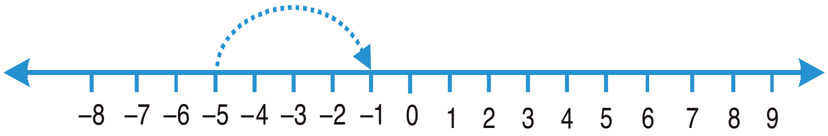


Fig 6.15

We reach at –1.

i.e. –5 + 4 = –1. Thus, –5 – (–4) = –1.

Example 7 : Find the value of – 8 – (–10) using number line

Solution : – 8 – (– 10) is equal to – 8 + 10 as additive inverse of –10 is 10. On the number line, from – 8 we will move 10 steps towards right. (Fig 6.16)

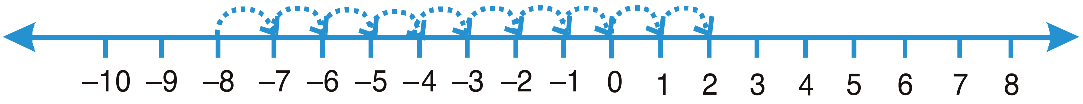


Fig 6.16

We reach at 2. Thus, –8 – (–10) = 2

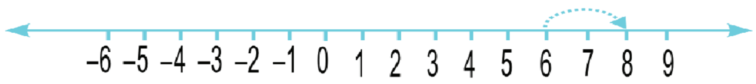
Hence, to subtract an integer from another integer it is enough to add the additive inverse of the integer that is being subtracted, to the other integer.

Example 8 : Subtract (– 4) from (– 10)

Solution : (– 10) – (– 4) = (– 10) + (additive inverse of – 4)

= –10 + 4 = – 6

కాబట్టి, మనం కుడి వైపునకు వెళ్లాలి. (పటం 6.14)

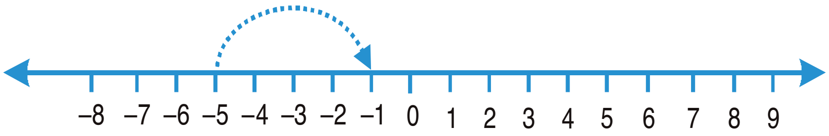


పటం 6.14

అనగా, $6 - (-2) = 8$

దీని అర్థం మనం ఋణ పూర్ణ సంఖ్య లను తీసివేసినప్పుడు మనకు పెద్ద పూర్ణ సంఖ్య వస్తుంది. మరొక విధంగా పరిగణించండి. (−2) యొక్క సంకలన విలోమం 2 అని మనకు తెలుసు. కాబట్టి, నుండి 6 కి −2 యొక్క సంకలన విలోమం కలపడం 6 నుండి (−2) తీసివేసినట్లు కనిపిస్తుంది.
దీనిని $6 - (-2) = 6 + 2$ గా వ్రాస్తాము.
ఇప్పుడు మనం సంఖ్యా రేఖను ఉపయోగించి $-5 - (-4)$ విలువను కనుగొందాము. −4 యొక్క సంకలన విలోమం 4 అయినందున, ఇది −5 + (4)కి సమానం అని మనం చెప్పగలం.
−5 నుండి ప్రారంభమయ్యి సంఖ్యా రేఖలో 4 స్థానాలు కుడి వైపుకు జరగాలి. (పటం 6.15)

ఫలితంగా −1 ను చేరుతాము.

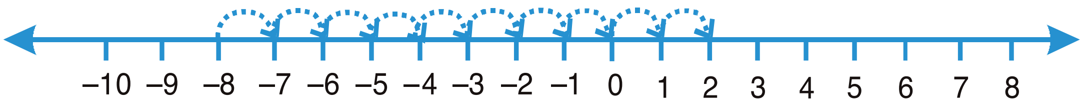


పటం 6.15

అనగా, $-5 + 4 = -1$. అదేవిధంగా, $-5 - (-4) = -1$.

ఉదాహరణ 7 : సంఖ్యా రేఖను ఉపయోగించి −8 − (−10) విలువను కనుగొనండి

సాధన: − 8 − (− 10) అనేది − 8 + 10 కు సమానం − 10 యొక్క సంకలన విలోమం 10, −8 నుండి ప్రారంభమయ్యి సంఖ్యా రేఖలో 10 స్థానాలు కుడి వైపుకు జరగాలి. (పటం 6.16)



పటం 6.16

ఫలితంగా 2ను చేరుతాము, కావున $-8 - (-10) = 2$

అందువల్ల, ఒక పూర్ణ సంఖ్య నుండి మరొక పూర్ణ సంఖ్య తీసివేయడానికి, తీసివేయబడుతున్న పూర్ణ సంఖ్య యొక్క సంకలన విలోమాన్ని ఇతర పూర్ణ సంఖ్యకు కలిపితే సరిపోతుంది.

ఉదాహరణ 8 : (− 10) నుండి (−4) తీసివేయండి

సాధన : $(-10) - (-4) = (-10) +$ (−4 యొక్క సంకలన విలోమం)
$= -10 + 4 = -6$

Example 9 : Subtract (+ 3) from (– 3)

Solution : (– 3) – (+ 3) = (– 3) + (additive inverse of + 3)
= (– 3) + (– 3) = – 6

EXERCISE 6.3

1. Find

   (a) 35 – (20) (b) 72 – (90)

   (c) (– 15) – (– 18) (d) (–20) – (13)

   (e) 23 – (– 12) (f) (–32) – (– 40)

2. Fill in the blanks with >, < or = sign.

   (a) (– 3) + (– 6) ______ (– 3) – (– 6)

   (b) (– 21) – (– 10) _____ (– 31) + (– 11)

   (c) 45 – (– 11) ______ 57 + (– 4)

   (d) (– 25) – (– 42) _____ (– 42) – (– 25)

3. Fill in the blanks.

   (a) (– 8) + _____ = 0

   (b) 13 + _____ = 0

   (c) 12 + (– 12) = ____

   (d) (– 4) + ____ = – 12

   (e) ____ – 15 = – 10

4. Find

   (a) (– 7) – 8 – (– 25)

   (b) (– 13) + 32 – 8 – 1

   (c) (– 7) + (– 8) + (– 90)

   (d) 50 – (– 40) – (– 2)

What have we discussed?

1. We have seen that there are times when we need to use numbers with a negative sign. This is when we want to go below zero on the number line. These are called *negative numbers*. Some examples of their use can be in temperature scale, water level in lake or river, level of oil in tank etc. They are also used to denote debit account or outstanding dues.

ఉదాహరణ 9 : (– 3) నుండి (+ 3)ను తీసివేయండి.

సాధన : (– 3) – (+ 3) = (– 3) + (+ 3 యొక్క సంకలన విలోమము)

= (– 3) + (– 3) = – 6

అభ్యాసం 6.3

1. విలువ కనుగొనండి
   - (a) 35 – (20)
   - (b) 72 – (90)
   - (c) (– 15) – (– 18)
   - (d) (–20) – (13)
   - (e) 23 – (– 12)
   - (f) (–32) – (– 40)
2. >, < లేదా = గుర్తుతో ఖాళీలనుపూరించండి.
   - (a) (– 3) + (– 6) ______ (– 3) – (– 6)
   - (b) (– 21) – (– 10) _____ (– 31) + (– 11)
   - (c) 45 – (– 11) ______ 57 + (– 4)
   - (d) (– 25) – (– 42) _____ (– 42) – (– 25)
3. ఖాళీలను పూరించండి.
   - (a) (– 8) + _____ = 0
   - (b) 13 + _____ = 0
   - (c) 12 + (– 12) = ____
   - (d) (– 4) + ____ = – 12
   - (e) ____ – 15 = – 10
4. విలువ కనుగొనండి
   - (a) (– 7) – 8 – (– 25)
   - (b) (– 13) + 32 – 8 – 1
   - (c) (– 7) + (– 8) + (– 90)
   - (d) 50 – (– 40) – (– 2)

మనం ఏమి చర్చించాం ?

1. మనం ఋణ గుర్తులు కలిగిన సంఖ్యలను ఉపయోగించాల్సిన సందర్భాలను గమనించాం. సంఖ్యా రేఖ పై ఇవి ‘0’ కు ఎడమవైపు ఉంటాయి. ఇలాంటి సంఖ్యలను *ఋణ సంఖ్యలు* అంటారు. ఈ ఋణ సంఖ్యలను ఉష్ణమాపకాల్లోనూ, నదులు మరియు సరస్సులలో నీటిమట్టం తెలపడానికి, ట్యాంక్ లో ఉన్న ఆయిల్ మట్టాన్ని మొదలైన వాటి తెలపడానికి ఉపయోగిస్తాం. వీటిని అప్పు లేదా బాకీ ఉన్న మొత్తాలను సూచించడానికి కూడా ఉపయోగిస్తాం.

2. The collection of numbers..., – 4, – 3, – 2, – 1, 0, 1, 2, 3, 4, ... is called *integers*.

   So, – 1, – 2, – 3, – 4, ... called negative numbers are negative integers and 1, 2, 3, 4, ... called positive numbers are the positive integers.

3. We have also seen how one more than given number gives a successor and one less than given number gives predecessor.

4. We observe that

   (a) When we have the same sign, add and put the same sign.

      (i) When two positive integers are added, we get a positive integer [e.g. (+ 3) + (+ 2) = + 5].

      (ii) When two negative integers are added, we get a negative integer [e.g. (–2) + (– 1) = – 3].

   (b) When one positive and one negative integers are added we subtract them as whole numbers by considering the numbers without their sign and then put the sign of the bigger number with the subtraction obtained. The bigger integer is decided by ignoring the signs of the integers [e.g. (+4) + (–3) = + 1 and (–4) + (+ 3) = – 1].

   (c) The subtraction of an integer is the same as the addition of its additive inverse.

5. We have shown how addition and subtraction of integers can also be shown on a number line.

2. ..., – 4, – 3, – 2, – 1, 0, 1, 2, 3, 4, ... ఈ సంఖ్యల సమూహాన్ని పూర్ణ సంఖ్యలు అంటారు. ఇందులో, – 1, – 2, –3, – 4, ... ఈ ఋణ సంఖ్యలను ఋణ పూర్ణ సంఖ్యలు అని అంటారు. మరియు 1, 2, 3, 4,... ఈ ధన సంఖ్యలను ధన పూర్ణ సంఖ్యలు అని అంటారు.
3. ఇచ్చిన సంఖ్య కంటే ఒకటి పెరిగినప్పుడు ఉత్తర సంఖ్య లభిస్తుంది. ఇచ్చిన సంఖ్య కంటే ఒకటి తక్కువ అయినప్పుడు పూర్వ సంఖ్య లభిస్తుంది అని తెలుసుకున్నాం.
4. మనం గమనించిన అంశాలు
   (a) ఒకే గుర్తు ఉన్నప్పుడు, సంకలనం చేసినపుడు అదే గుర్తును ఉంచాలి.
      (i) రెండు ధన పూర్ణ సంఖ్యలు కలిపినపుడు, మనకు ఒక ధన పూర్ణ సంఖ్య వస్తుంది.
      [ఉదా. $(+3) + (+2) = +5$].
      (ii) రెండు ఋణ పూర్ణ సంఖ్యలు కలిపినపుడు, మనకు ఒక ఋణ పూర్ణ సంఖ్య వస్తుంది.
      [ఉదా. $(-2) + (-1) = -3$].
   (b) మనము ఒక ధన పూర్ణ సంఖ్య ఒక ఋణ పూర్ణ సంఖ్య సంకలనము చేయునపుడు మనం వాటి గుర్తులను పరిగణలోకి తీసుకోకుండా పూర్ణాంకాలుగా తీసివేయాలి, కానీ సమాధానానికి పెద్ద సంఖ్య (గుర్తు తో సంబంధము లేకుండా పెద్ద సంఖ్యను నిర్ధారించాలి) గుర్తు తీసుకోవాలి.
      [ఉదా. $(+4) + (-3) = +1$ మరియు $(+3) = -1$].
   (c) ఒక పూర్ణ సంఖ్యను తీసివేయడం అనేది దాని సంకలన విలోమాన్ని కలపడముతో సమానం .
5. పూర్ణ సంఖ్యల సంకలనము మరియు వ్యవకలనాలను సంఖ్యారేఖపై ఎలా చూపవచ్చో మనము తెలుసుకున్నాం.

ANSWERS

EXERCISE 1.1

1.	(a)	Ten	**2.**	(a)	73,75,307
	(b)	Ten		(b)	9,05,00,041
	(c)	Ten		(c)	7,52, 21,302
	(d)	Ten		(d)	58,423,202
	(e)	Ten		(e)	23,30,010

3.	(a)	8,75,95,762	Eight crore seventy-five lakh ninety-five thousand seven hundred sixty two.
	(b)	85,46,283	Eighty-five lakh forty-six thousand two hundred eighty-three.
	(c)	9,99,00,046	Nine crore ninety-nine lakh forty six.
	(d)	9,84,32,701	Nine crore eighty-four lakh, thirty-two thousand seven hundred one.
4.	(a)	78,921,092	Seventy-eight million, nine hundred twenty-one thousand, ninety-two.
	(b)	7,452,283	Seven million four hundred fifty-two thousand two hundred eighty-three.
	(c)	99,985,102	Ninety-nine million nine hundred eighty-five thousand, one hundred two.
	(d)	48,049,831	Forty-eight million forty-nine thousand eight hundred thirty one.

EXERCISE 1.2

1.	7,707 tickets	**2.**	3,020 runs
3.	2,28,800 votes	**4.**	₹ 6,86,659; second week, ₹ 1,14,877
5.	52,965	**6.**	87,575 screws
7.	₹ 30,592	**8.**	65,124
9.	18 shirts, 1 m 30 cm	**10.**	177 boxes
11.	22 km 500 m	**12.**	180 glasses.

EXERCISE 2.1

1. 11,000 ; 11,001 ; 11,002 **2.** 10,000 ; 9,999 ; 9,998

3. 0 **4.** 20

5. (a) 24,40,702 (b) 1,00,200 (c) 11,000,00 (d) 23,45,671

6. (a) 93 (b) 9,999 (c) 2,08,089 (e) 76,54,320

7. (a) 503 is on the left of 530 ; $503 < 530$

(b) 307 is on the left of 370 ; $307 < 370$

(c) 56,789 is on the left of 98,765 ; $56,789 < 98,765$

(d) 98,30,415 is on the left of 1,00,23,001 ; $98,30,415 < 1,00,23,001$

8. (a) F (b) F (c) T (d) T (e) T (f) F (g) F (h) F (i) T (j) F

(k) F (l) T (m) F

జవాబులు

అభ్యాసం 1.1

1. (a) పది
(b) పది
(c) పది
(d) పది
(e) పది

2. (a) 73,75,307
(b) 9,05,00,041
(c) 7,52, 21,302
(d) 58,423,202
(e) 23,30,010

3. (a) 8,75,95,762 — ఎనిమిది కోట్ల డెబ్బై-ఐదు లక్షలతొంభై-ఐదు వేలఏడు వందల అరవై రెండు.
(b) 85,46,283 — ఎనభై-ఐదు లక్షల నలభై-ఆరు వేల రెండు వందల ఎనభై మూడు.
(c) 9,99,00,046 — తొమ్మిది కోట్ల తొంభై-తొమ్మిది లక్షలనలభై ఆరు.
(d) 9,84,32,701 — తొమ్మిది కోట్ల ఎనభై-నాలుగు లక్షల, ముప్పై-రెండు వేల ఏడు వందల ఒకటి

4. (a) 78,921,092 — డబ్బై- ఎనిమిది మిలియన్ల,తొమ్మిది వందల ఇరవై ఒక్క వేల తొంభై రెండు.
(b) 7,452,283 — ఏడు మిలియన్ల, నాలుగు వందల యాభై రెండు వేల రెండు వందల ఎనభై మూడు.
(c) 99,985,102 — తొంభై – తొమ్మిది మిలియన్ల తొమ్మిది వందల ఎనభై ఐదు వేల నూట రెండు.
(d) 48,049,831 — నలభై – ఎనిమిది మిలియన్ల నలభై తొమ్మిది వేల ఎనిమిది వందల ముప్పై ఒకటి.

అభ్యాసం 1.2

1. 7,707 టికెట్లు
2. 3,020 పరుగులు
3. 2,28,800 ఓట్లు
4. ₹ 6,86,659; రెండవ వారం, ₹ 1,14,877
5. 52,965
6. 87,575 స్క్రూలు
7. ₹ 30,592
8. 65,124
9. 18 చొక్కాలు, 1 మీ 30 సెం.మీ
10. 177 పెట్టెలు
11. 22 కి.మీ 500 మీ
12. 180 గ్లాసులు.

అభ్యాసం 2.1

1. 11,000 ; 11,001 ; 11,002
2. 10,000 ; 9,999 ; 9,998
3. 0
4. 20

5. (a) 24,40,702 (b) 1,00,200 (c) 11,000,00 (d) 23,45,671

6. (a) 93 (b) 9,999 (c) 2,08,089 (e) 76,54,320

7. (a) 530 కు ఎడమవైపున 503 వుంటుంది ; $503 < 530$
(b) 370 కు ఎడమవైపున 307 వుంటుంది ; $307 < 370$
(c) 98,765కు ఎడమవైపున 56,789 వుంటుంది ; $56,789 < 98,765$
(d) 1,00,23,001కు ఎడమవైపున 98,30,415 వుంటుంది ; $98,30,415 < 1,00,23,001$

8. (a) F (b) F (c) T (d) T (e) T (f) F (g) F (h) F (i) T (j) F
(k) F (l) T (m) F

EXERCISE 3.1

1. (a) 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24 (b) 1, 3, 5, 15
   (c) 1, 3, 7, 21 (d) 1, 3, 9, 27
   (e) 1, 2, 3, 4, 6, 12 (f) 1, 2, 4, 5, 10, 20
   (g) 1, 2, 3, 6, 9, 18 (h) 1, 23 (i) 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36
2. (a) 5, 10, 15, 20, 25 (b) 8, 16, 24, 32, 40 (c) 9, 18, 27, 36, 45
3. (i) → (b) (ii) → (d) (iii) → (a)
   (iv) → (f) (v) → (e)
4. 9, 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, 81, 90, 99

EXERCISE 3.2

1. (a) even number (b) even number
2. (a) F (b) T (c) T (d) F
   (e) F (f) F (g) F (h) T
   (i) F (j) T
3. 17 and 71, 37 and 73, 79 and 97
4. Prime numbers : 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19
   Composite numbers : 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18 **5.** 7
6. (a) 3 + 41 (b) 5 + 31 (c) 5 + 19 (d) 5 + 13
   (This could be one of the ways. There can be other ways also.)
7. 3, 5; 5, 7 ; 11, 13
8. (a) and (c) **9.** 90, 91, 92 , 93, 94, 95, 96
10. (a) 3 + 5 + 13 (b) 3 + 5 + 23
    (c) 13 + 17 + 23 (d) 7 + 13 + 41
    (This could be one of the ways. There can be other ways also.)
11. 2, 3 ; 2, 13; 3, 17; 7, 13; 11, 19
12. (a) prime number (b) composite number
    (c) prime number, composite number (d) 2 (e) 4 (f) 2

EXERCISE 3.3

1.

Number	Divisible by								
	2	3	4	5	6	8	9	10	11
990	Yes	Yes	No	Yes	Yes	No	Yes	Yes	Yes
1586	Yes	No	No	No	No	No	No	No	No
275	No	No	No	Yes	No	No	No	No	Yes
6686	Yes	No	No	No	No	No	No	No	No
639210	Yes	Yes	No	Yes	Yes	No	No	Yes	Yes
429714	Yes	Yes	No	No	Yes	No	Yes	No	No
2856	Yes	Yes	Yes	No	Yes	Yes	No	No	No
3060	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes	No	Yes	Yes	No
406839	No	Yes	No	No	No	No	No	No	No

అభ్యాసం 3.1

1. (a) 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24 (b) 1, 3, 5, 15
(c) 1, 3, 7, 21 (d) 1, 3, 9, 27
(e) 1, 2, 3, 4, 6, 12 (f) 1, 2, 4, 5, 10, 20
(g) 1, 2, 3, 6, 9, 18 (h) 1, 23 (i) 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36

2. (a) 5, 10, 15, 20, 25 (b) 8, 16, 24, 32, 40 (c) 9, 18, 27, 36, 45

3. (i) $\rightarrow$ (b) (ii) $\rightarrow$ (d) (iii) $\rightarrow$ (a)
(iv) $\rightarrow$ (f) (v) $\rightarrow$ (e)

4. 9, 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, 81, 90, 99

అభ్యాసం 3.2

1. (a) సరి సంఖ్య (b) సరి సంఖ్య

2. (a) F (b) T (c) T (d) F
(e) F (f) F (g) F (h) T
(i) F (j) T

3. 17 మరియు 71, 37 మరియు 73, 79 మరియు 97

4. ప్రధాన సంఖ్యలు : 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19
సంయుక్త సంఖ్యలు : 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18 **5.** 7

6. (a) 3 + 41 (b) 5 + 31 (c) 5 + 19 (d) 5 + 13
(అనేక పద్ధతులలో ఇది ఒక పద్ధతి. వేరే పద్ధతులు కూడా గలవు.)

7. 3, 5; 5, 7 ; 11, 13

8. (a) మరియు (c) **9.** 90, 91, 92 , 93, 94, 95, 96

10. (a) 3 + 5 + 13 (b) 3 + 5 + 23
(c) 13 + 17 + 23 (d) 7 + 13 + 41
(అనేక పద్ధతులలో ఇది ఒక పద్ధతి. వేరే పద్ధతులు కూడా గలవు.)

11. 2, 3 ; 2, 13; 3, 17; 7, 13; 11, 19

12. (a) ప్రధాన సంఖ్య (b) సంయుక్త సంఖ్య
(c) ప్రధాన సంఖ్య, సంయుక్త సంఖ్య (d) 2 (e) 4 (f) 2

అభ్యాసం 3.3

1.

సంఖ్య	చే భాగించబడును								
	2	**3**	**4**	**5**	**6**	**8**	**9**	**10**	**11**
990	అవును	అవును	కాదు	అవును	అవును	కాదు	అవును	అవును	అవును
1586	అవును	కాదు	కాదు	కాదు	కాదు	కాదు	కాదు	కాదు	కాదు
275	కాదు	కాదు	కాదు	అవును	కాదు	కాదు	కాదు	కాదు	అవును
6686	అవును	కాదు	కాదు	కాదు	కాదు	కాదు	కాదు	కాదు	కాదు
639210	అవును	అవును	కాదు	అవును	అవును	కాదు	కాదు	అవును	అవును
429714	అవును	అవును	కాదు	కాదు	అవును	కాదు	అవును	కాదు	కాదు
2856	అవును	అవును	అవును	కాదు	అవును	అవును	కాదు	కాదు	కాదు
3060	అవును	అవును	అవును	అవును	అవును	కాదు	అవును	అవును	కాదు
406839	కాదు	అవును	కాదు	కాదు	కాదు	కాదు	కాదు	కాదు	కాదు

2. Divisible by 4 : (a) , (b), (c), (d), (f), (g), (h), (i)
Divisible by 8 : (b), (d), (f), (h)

3. (a), (f), (g), (i) **4.** (a), (b), (d), (e), (f)

5. (a) 2 and 8 (b) 0 and 9 **6.** (a) 8 (b) 6

EXERCISE 3.4

1. (a) 1, 2, 4 (b) 1, 5 (c) 1, 5 (d) 1, 2, 4, 8

2. (a) 1, 2, 4 (b) 1, 5

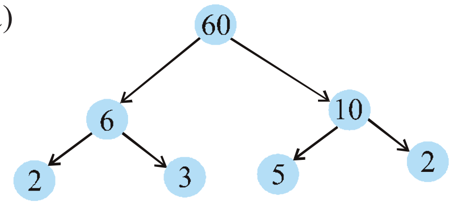
3. (a) 24, 48, 72 (b) 36, 72, 108

4. 12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, 96

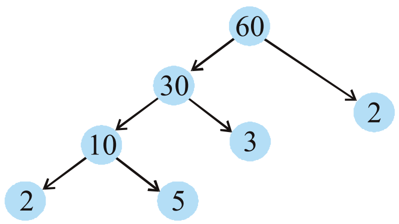
5. (a), (b), (e), (f) **6.** 60 **7.** 1, 2, 3, 4, 6

EXERCISE 3.5

1. (a)



(b)



2. 1 and the number itself

3. 9999, $9999 = 3 \times 3 \times 11 \times 101$

4. 10000, $10000 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5$

5. $1729 = 7 \times 13 \times 19$
The difference of two consecutive prime factors is 6

6. (i) $2 \times 3 \times 4 = 24$ is divisible by 6.
(ii) $5 \times 6 \times 7 = 210$ is divisible by 6.

7. (b), (c)

8. No. Number 12 is divisible by both 4 and 6; but 12 is not divisible by 24.

9. $2 \times 3 \times 5 \times 7 = 210$

EXERCISE 3.6

1. (a) 6 (b) 6 (c) 6 (d) 9 (e) 12 (f) 34 (g) 35 (h) 7
(i) 9 (j) 3

2. (a) 1 (b) 2 (c) 1

3. No ; 1

EXERCISE 3.7

1. 3 kg **2.** 6930 cm **3.** 75 cm **4.** 120

5. 960 **6.** 7 minutes 12 seconds past 7 a.m.

7. 31 litres **8.** 95 **9.** 1152

10. (a) 36 (b) 60 (c) 30 (d) 60
Here, in each case LCM is a multiple of 3
Yes, in each case LCM = the product of two numbers

11. (a) 20 (b) 18 (c) 48 (d) 45
The LCM of the given numbers in each case is the larger of the two numbers.

2. 4 చే భాగించబడును : (a) , (b), (c), (d), (f), (g), (h), (i)

8 చే భాగించబడును : (b), (d), (f), (h)

3. (a), (f), (g), (i) **4.** (a), (b), (d), (e), (f)

5. (a) 2 మరియు 8 (b) 0 మరియు 9 **6.** (a) 8 (b) 6

అభ్యాసం 3.4

1. (a) 1, 2, 4 (b) 1, 5 (c) 1, 5 (d) 1, 2, 4, 8

2. (a) 1, 2, 4 (b) 1, 5

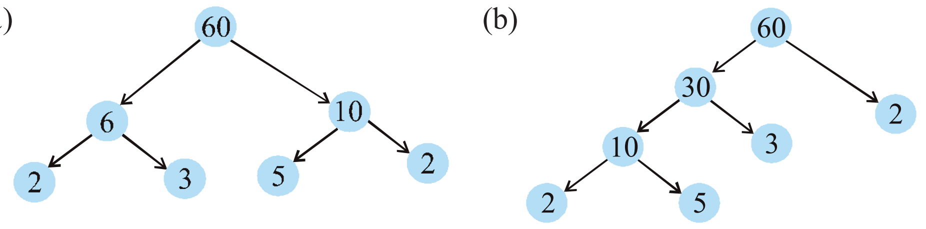
3. (a) 24, 48, 72 (b) 36, 72, 108

4. 12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, 96

5. (a), (b), (e), (f) **6.** 60 **7.** 1, 2, 3, 4, 6

అభ్యాసం 3.5

1. (a) (b)



2. 1 మరియు అదే సంఖ్య

3. 9999, $9999 = 3 \times 3 \times 11 \times 101$

4. 10000, $10000 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5$

5. $1729 = 7 \times 13 \times 19$

రెండు వరుస ప్రధాన కారణాంకాల భేదం 6.

6. (i) $2 \times 3 \times 4 = 24$ ఇది 6 చే భాగించబడును.

(ii) $5 \times 6 \times 7 = 210$ ఇది 6 చే భాగించబడును.

7. (b), (c)

8. కాదు. 4 మరియు 6 రెండింటి చే 12 భాగింపబడను; కానీ,12 చే 24భాగింపబడదు.

9. $2 \times 3 \times 5 \times 7 = 210$

అభ్యాసం 3.6

1. (a) 6 (b) 6 (c) 6 (d) 9 (e) 12 (f) 34 (g) 35 (h) 7
(i) 9 (j) 3

2. (a) 1 (b) 2 (c) 1

3. కాదు ; 1

అభ్యాసం 3.7

1. 3 కి.గ్రా **2.** 6930 సెం.మీ **3.** 75 సెం.మీ **4.** 120

5. 960 **6.** ఉదయం 7 గంటల 7 ని. 12 సెకన్లు.

7. 31 లీటర్లు **8.** 95 **9.** 1152

10. (a) 36 (b) 60 (c) 30 (d) 60

ఇచ్చట, ప్రతి సందర్భంలో క.సా.గు. 3 యొక్క గుణిజం అగును.

అవును, ప్రతి సందర్భంలో క.సా.గు = రెండు సంఖ్యల లబ్ధం

11. (a) 20 (b) 18 (c) 48 (d) 45

ప్రతి సందర్భంలో, ఇచ్చిన సంఖ్యల క.సా.గు ఆ రెండు సంఖ్యలలో పెద్దది.

EXERCISE 4.1

1. (a) O, B, C, D, E.

   (b) Many answers are possible. Some are: $\overleftrightarrow{DE}$, $\overleftrightarrow{DO}$, $\overleftrightarrow{DB}$, $\overleftrightarrow{EO}$ etc.

   (c) Many answers are possible. Some are: $\overrightarrow{DB}$, $\overrightarrow{DE}$, $\overrightarrow{OB}$, $\overrightarrow{OE}$, $\overrightarrow{EB}$ etc.

   (d) Many answers are possible. Some are: $\overline{DE}$, $\overline{DO}$, $\overline{EO}$, $\overline{OB}$, $\overline{EB}$ etc.

2. $\overleftrightarrow{AB}$, $\overleftrightarrow{AC}$, $\overleftrightarrow{AD}$, $\overleftrightarrow{BA}$, $\overleftrightarrow{BC}$, $\overleftrightarrow{BD}$, $\overleftrightarrow{CA}$, $\overleftrightarrow{CB}$, $\overleftrightarrow{CD}$, $\overleftrightarrow{DA}$, $\overleftrightarrow{DB}$, $\overleftrightarrow{DC}$.

3. (a) Many answers. One answer is $\overleftrightarrow{AE}$.

   (b) Many answers. One answer is $\overleftrightarrow{AE}$.

   (c) $\overleftrightarrow{CO}$ or $\overleftrightarrow{OC}$

   (d) Many answers are possible. Some are, $\overleftrightarrow{CO}$, $\overleftrightarrow{AE}$ and $\overleftrightarrow{AE}$, $\overleftrightarrow{EF}$.

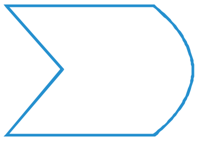
4. (a) Countless (b) Only one.

6. (a) T (b) T (c) T (d) F (e) F
   (f) F (g) T (h) F (i) F (j) F (k) T

EXERCISE 4.2

1. Open : (a), (c); Closed : (b), (d), (e).

4. (a) Yes (b) Yes

5. (a)  (b) (c) Not possible.

EXERCISE 4.3

1. ∠ A or ∠ DAB; ∠ B or ∠ ABC; ∠ C or ∠ BCD; ∠ D or ∠ CDA

2. (a) A (b) A, C, D. (c) E, B, O, F.

EXERCISE 5.1

1. Chances of errors due to improper viewing are more.
2. Accurate measurement will be possible.
3. Yes. (because C is 'between' A and B).
4. B lies between A and C.
5. D is the mid point of $\overline{AG}$ (because, AD = DG = 3 units).
6. AB = BC and BC = CD, therefore, AB = CD
7. The sum of the lengths of any two sides of a triangle can never be less than the length of the third side.

EXERCISE 5.2

1. (a) $\frac{1}{2}$ (b) $\frac{1}{4}$ (c) $\frac{1}{4}$ (d) $\frac{3}{4}$ (e) $\frac{3}{4}$ (f) $\frac{3}{4}$

2. (a) 6 (b) 8 (c) 8 (d) 2

అభ్యాసం 4.1

1. (a) O, B, C, D, E.

   (b) చాలా సమాధానాలు సాధ్యం. వాటిలో కొన్ని: $\overleftrightarrow{DE}, \overleftrightarrow{DO}, \overleftrightarrow{DB}, \overleftrightarrow{EO}$ మొదలగునవి.

   (c) చాలా సమాధానాలు సాధ్యం. వాటిలో కొన్ని: $\overrightarrow{DB}, \overrightarrow{DE}, \overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OE}, \overrightarrow{EB}$ మొదలగునవి.

   (d) చాలా సమాధానాలు సాధ్యం. వాటిలో కొన్ని: $\overline{DE}, \overline{DO}, \overline{EO}, \overline{OB}, \overline{EB}$ మొదలగునవి.

2. $\overleftrightarrow{AB}, \overleftrightarrow{AC}, \overleftrightarrow{AD}, \overleftrightarrow{BA}, \overleftrightarrow{BC}, \overleftrightarrow{BD}, \overleftrightarrow{CA}, \overleftrightarrow{CB}, \overleftrightarrow{CD}, \overleftrightarrow{DA}, \overleftrightarrow{DB}, \overleftrightarrow{DC}$.

3. (a) చాలా సమాధానాలు. ఒక సమాధానం $\overleftrightarrow{AE}$.

   (b) చాలా సమాధానాలు. ఒక సమాధానం $\overleftrightarrow{AE}$.

   (c) $\overleftrightarrow{CO}$ or $\overleftrightarrow{OC}$

   (d) చాలా సమాధానాలు సాధ్యం. వాటిలో కొన్ని, $\overleftrightarrow{CO}, \overleftrightarrow{AE}$ మరియు $\overleftrightarrow{AE}, \overleftrightarrow{EF}$.

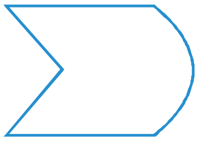
4. (a) అనంతం (b) ఒకటి మాత్రమే.

6. (a) T (b) T (c) T (d) F (e) F
   (f) F (g) T (h) F (i) F (j) F (k) T

అభ్యాసం 4.2

1. వివృతం : (a), (c); సంవృతం : (b), (d), (e).

4. (a) అవును (b) అవును

5. (a)  (b) (c) సాధ్యం కాదు.

అభ్యాసం 4.3

1. ∠ A లేదా ∠ DAB; ∠ B లేదా ∠ ABC; ∠ C లేదా ∠ BCD; ∠ D లేదా ∠ CDA
2. (a) A (b) A, C, D. (c) E, B, O, F.

అభ్యాసం 5.1

1. సరైన వీక్షణం లేనందున దోషాలు వచ్చే అవకాశం కలదు.
2. ఖచ్చితమైన కొలత సాధ్యం
3. అవును. (ఎందుకంటే C అనేది A మరియు B ల మధ్య కలదు.).
4. B అనేది A మరియు C ల మధ్య కలదు.
5. D అనేది $\overline{AG}$ మధ్య బిందువు (ఎందుకంటే, AD = DG = 3 ప్రమాణాలు).
6. AB = BC మరియు BC = CD, అందువలన, AB = CD
7. త్రిభుజం యొక్క ఏ రెండు భుజాల మొత్తమైనా మూడవ భుజం కన్నా ఎప్పటికీ తక్కువుండదు.

అభ్యాసం 5.2

1. (a) $\frac{1}{2}$ (b) $\frac{1}{4}$ (c) $\frac{1}{4}$ (d) $\frac{3}{4}$ (e) $\frac{3}{4}$ (f) $\frac{3}{4}$
2. (a) 6 (b) 8 (c) 8 (d) 2

3. (a) West (b) West (c) North (d) South

(To answer (d), it is immaterial whether we turn clockwise or anticlockwise, because one full revolution will bring us back to the original position).

4. (a) $\frac{3}{4}$ (b) $\frac{3}{4}$ (c) $\frac{1}{2}$

5. (a) 1 (b) 2 (c) 2 (d) 1 (e) 3 (f) 2

6. (a) 1 (b) 3 (c) 4 (d) 2 (clockwise or anticlockwise).

7. (a) 9 (b) 2 (c) 7 (d) 7

(We should consider only clockwise direction here).

EXERCISE 5.3

1. (i) → (c); (ii) → (d); (iii) → (a); (iv) → (e); (v) → (b).

2. Acute : (a) and(f); Obtuse : (b); Right: (c); Straight: (e); Reflex : (d).

EXERCISE 5.4

1. (i) 90°; (ii) 180°.

2. (a) T (b) F (c) T (d) T (e) T

3. (a) Acute: 23°, 89°; (b) Obtuse: 91°, 179°.

7. (a) acute (b) obtuse (if the angle is less than 180°)

(c) straight (d) acute (e) an obtuse angle.

9. 90°, 30°, 180°

10. The view through a magnifying glass will not change the angle measure.

EXERCISE 5.5

1. (a) and (c) **2.** 90°

3. One is a 30° – 60° – 90° set square; the other is a 45° – 45° – 90° set square.

The angle of measure 90° (i.e. a right angle) is common between them.

4. (a) Yes (b) Yes (c) $\overline{BH}, \overline{DF}$ (d) All are true.

EXERCISE 5.6

1. (a) Scalene triangle (b) Scalene triangle (c) Equilateral triangle

(d) Right triangle (e) Isosceles right triangle (f) Acute-angled triangle

2. (i) → (e); (ii) → (g); (iii) → (a); (iv) → (f); (v) → (d);

(vi) → (c); (vii) → (b).

3. (a) Acute-angled and isosceles. (b) Right-angled and scalene.

(c) Obtuse-angled and isosceles. (d) Right-angled and isosceles.

(e) Equilateral and acute angled. (f) Obtuse-angled and scalene.

4. (b) is not possible. (Remember : The sum of the lengths of any two sides of a triangle has to be greater than the third side.)

EXERCISE 5.7

1. (a) T (b) T (c) T (d) T (e) F (f) F

2. (a) A rectangle with all sides equal becomes a square.

(b) A parallelogram with each angle a right angle becomes a rectangle.

3. (a) పడమర (b) పడమర (c) ఉత్తరం (d) దక్షిణం

((d)ను సమాధానపరచుటకు, సవ్యదిశలో కాని అపసవ్యదిశలో కానీ తిరగడం అనేది ముఖ్యం కాదు. ఎందుకుంటే, ఒక పూర్తి భ్రమణం చేస్తే మనం యధాస్థానానికి తిరిగి వస్తాము).

4. (a) $\frac{3}{4}$ (b) $\frac{3}{4}$ (c) $\frac{1}{2}$

5. (a) 1 (b) 2 (c) 2 (d) 1 (e) 3 (f) 2

6. (a) 1 (b) 3 (c) 4 (d) 2 (సవ్య దిశ లేదా అప సవ్య దిశ).

7. (a) 9 (b) 2 (c) 7 (d) 7

(ఇచ్చట, సవ్య దిశను మాత్రమే పరిగణనలోకి తీసుకోవాలి).

అభ్యాసం 5.3

1. (i) → (c); (ii) → (d); (iii) → (a); (iv) → (e); (v) → (b).
2. అల్ప : (a) మరియు (f); అధిక : (b); లంబ: (c); రేఖీయ: (e); పరావర్తన : (d).

అభ్యాసం 5.4

1. (i) 90°; (ii) 180°.
2. (a) T (b) F (c) T (d) T (e) T
3. (a) అల్ప : 23°, 89°; (b) అధిక : 91°, 179°.
7. (a) అల్ప (b) అధిక (కోణం 180° కన్నా తక్కువ)
   (c) సరళకోణం (d) అల్ప (e) అధిక కోణం.
9. 90°, 30°, 180°
10. భూతద్దంతో చూసినప్పటికీ. కోణ కొలతలో మార్పు ఉండదు.

అభ్యాసం 5.5

1. (a) మరియు (c) 2. 90°
3. ఒకటి 30° – 60° – 90° మూలమట్టము; మరొకటి 45° – 45° – 90° మూలమట్టము
   90° (అనగా ఒక లంబకోణం) ల కొలత రెండింటికి ఉమ్మడిగా వుంటుంది.
4. (a) అవును (b) అవును (c) $\overline{BH}$, $\overline{DF}$ (d) అన్నీ సత్యము

అభ్యాసం 5.6

1. (a) విషమబాహు త్రిభుజం (b) విషమబాహు త్రిభుజం (c) సమబాహు త్రిభుజం
   (d) సమబాహు త్రిభుజం (e) లంబకోణ సమద్విబాహు త్రిభుజం (f) అల్పకోణ త్రిభుజం
2. (i) → (e); (ii) → (g); (iii) → (a); (iv) → (f); (v) → (d);
   (vi) → (c); (vii) → (b).
3. (a) అల్పకోణ సమద్విబాహు త్రిభుజం. (b) లంబకోణ విషమబాహు త్రిభుజం
   (c) అధిక కోణ సమద్విబాహు త్రిభుజం (d) లంబకోణ సమద్విబాహు త్రిభుజం.
   (e) అల్పకోణ సమబాహు త్రిభుజం. (f) అధికకోణ విషమబాహ త్రిభుజం
4. (b) ఇది సాధ్యం కాదు. (గుర్తుకు తెచ్చుకోండి : త్రిభుజం యొక్క ఏ రెండు భుజాల పొడవుల మొత్తం మూడవ భుజం కన్నా ఎక్కువ.)

అభ్యాసం 5.7

1. (a) T (b) T (c) T (d) T (e) F (f) F
2. (a) అన్నిభుజాలు సమానమైన దీర్ఘచతురస్రం,చతురస్రం అవుతుంది.
   (b) ప్రతి కోణం లంబకోణం గల సమాంతర చతుర్భుజం, దీర్ఘచతురస్రం అవుతుంది

(c) A rhombus with each angle a right angle becomes a square.

(d) All these are four-sided polygons made of line segments.

(e) The opposite sides of a square are parallel, so it is a parallelogram.

3. A square is a 'regular' quadrilateral

EXERCISE 5.8

1. (a) is not a closed figure and hence is not a polygon.

(b) is a polygon of six sides.

(c) and (d) are not polygons since they are not made of line segments.

2. (a) A Quadrilateral (b) A Triangle (c) A Pentagon (5-sided) (d) An Octagon

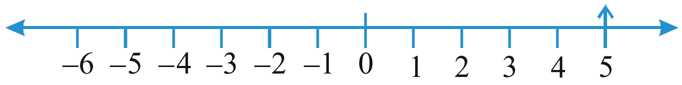
EXERCISE 6.1

1. (a) Decrease in weight (b) 30 km south (c) 80 m west

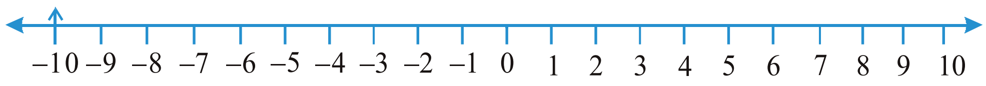
(d) Gain of ₹ 700 (e) 100 m below sea level

2. (a) + 2000 (b) – 800 (c) + 200 (d) – 700

3. (a) + 5



(b) – 10



(c) + 8

(d) – 1

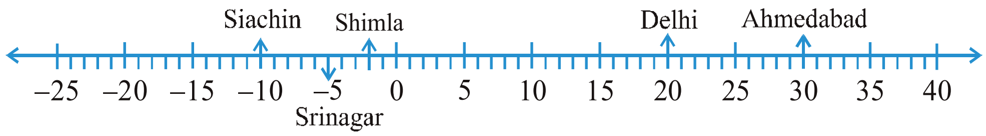
(e) – 6

4. (a) F (b) negative integer (c) B → + 4, E → – 10

(d) E (e) D, C, B, A, O, H, G, F, E

5. (a) – 10°C, – 2°C, + 30°C, + 20°C, – 5°C

(b)



(c) Siachin (d) Ahmedabad and Delhi

(c) ప్రతి కోణం లంబకోణం గా గల సమచతుర్భుజం, చతురస్రం అవుతుంది.

(d) నాలుగు భుజాల బహుభుజులన్నీ రేఖాఖండాలచే ఏర్పడతాయి.

(e) ఒక చతురస్రం యొక్క ఎదుటెదుటి భుజాలు సమాంతరాలు, కనుక అది సమాంతర చతుర్భుజం అవుతుంది.

3. చతురస్రం అనేది ఒక క్రమ చతుర్భుజం

అభ్యాసం 5.8

1. (a) సంవృత పటం కాదు. అందువలన ఇది బహుభుజి కాదు.

(b) ఆరు భుజాల బహుభుజి

(c) మరియు (d) బహుభుజులు కావు. ఎందువలనంటే అవి రేఖాఖండాలచే ఏర్పడలేదు.

2. (a) ఒక చతుర్భుజం (b) ఒక త్రిభుజం (c) ఒక పంచభుజి (5–భుజాలు) (d) ఒక అష్ట భుజి

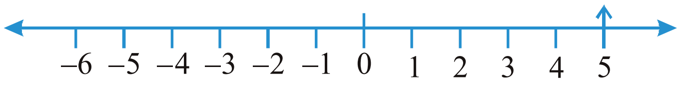
అభ్యాసం 6.1

1. (a) బరువులో తగ్గుదల (b) 30 కి.మీ దక్షిణం (c) 80 మీ పడమర

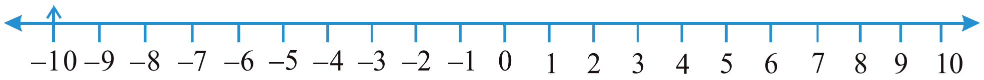
(d) ₹ 700 లాభం (e) సముద్ర నమట్టానికి 100 మీ దిగువన

2. (a) + 2000 (b) – 800 (c) + 200 (d) – 700

3. (a) + 5



(b) – 10



(c) + 8

(d) – 1

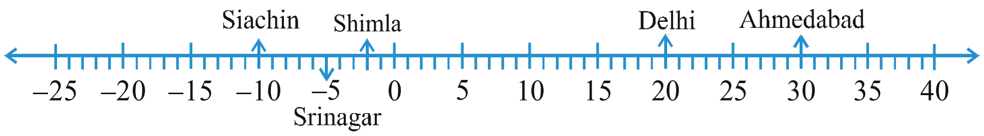
(e) – 6

4. (a) F (b) ఋణపూర్ణ సంఖ్య (c) B → + 4, E → – 10

(d) E (e) D, C, B, A, O, H, G, F, E

5. (a) – 10°C, – 2°C, + 30°C, + 20°C, – 5°C

(b)



(c) సియాచిన్ (d) అహ్మదాబాద్ మరియు ఢిల్లీ

6. (a) 9 (b) – 3 (c) 0 (d) 10 (e) 6 (f) 1

7. (a) – 6, – 5, – 4, – 3, – 2, – 1 (b) – 3,– 2, – 1, 0, 1, 2, 3

(c) – 14, – 13, – 12, – 11, – 10, – 9

(d) – 29, – 28, – 27, – 26, – 25, – 24

8. (a) – 19, – 18, – 17, – 16 (b) – 11, – 12, – 13, – 14

9. (a) T (b) F; – 100 is to the left of – 50 on number line

(c) F; greatest negative integer is – 1

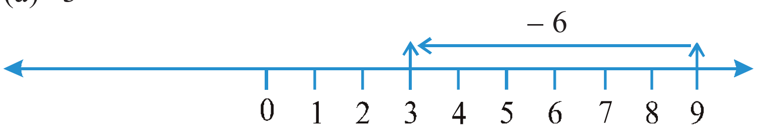
(d) F; – 26 is smaller than – 25

10. (a) 2 (b) – 4 (c) to the left (d) to the right

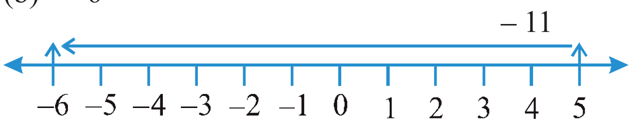
EXERCISE 6.2

1. (a) 8 (b) 0 (c) – 4 (d) – 5

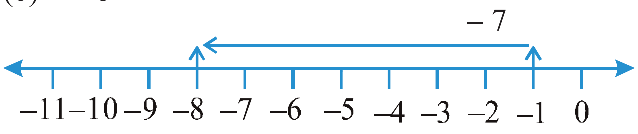
2. (a) 3



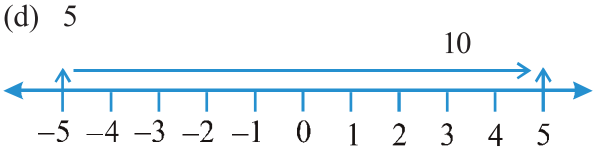
(b) – 6



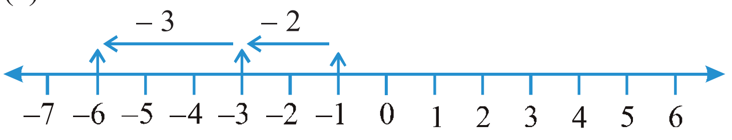
(c) – 8



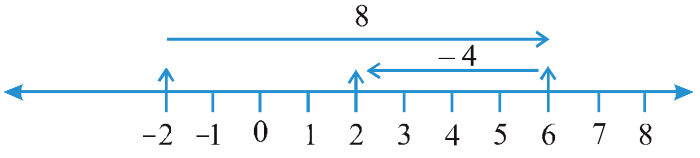
(d) 5



(e) – 6



(f) 2



3. (a) 4 (b) 5 (c) 9 (d) –100 (e) – 650 (f) – 317

4. (a) – 217 (b) 0 (c) – 81 (d) 50

5. (a) 4 (b) –38

6. (a) 9 (b) – 3 (c) 0 (d) 10 (e) 6 (f) 1

7. (a) – 6, – 5, – 4, – 3, – 2, – 1 (b) – 3,– 2, – 1, 0, 1, 2, 3
(c) – 14, – 13, – 12, – 11, – 10, – 9
(d) – 29, – 28, – 27, – 26, – 25, – 24

8. (a) – 19, – 18, – 17, – 16 (b) – 11, – 12, – 13, – 14

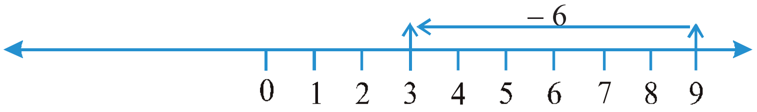
9. (a) T (b) F; సంఖ్యా రేఖపై – 50నకు ఎడమవైపు – 100 ఉంటుంది.
(c) F; అతిపెద్ద ఋణపూర్ణ సంఖ్య – 1
(d) F; – 25కన్నా – 26 చిన్నది

10. (a) 2 (b) – 4 (c) ఎడమ వైపుకు (d) కుడి వైపునకు

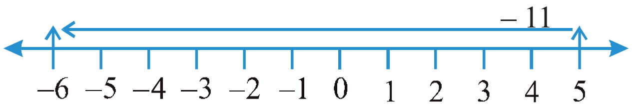
అభ్యాసం 6.2

1. (a) 8 (b) 0 (c) – 4 (d) – 5

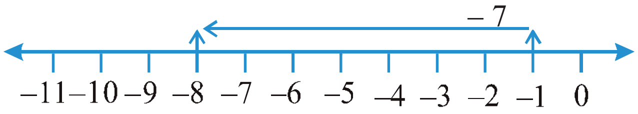
2. (a) 3



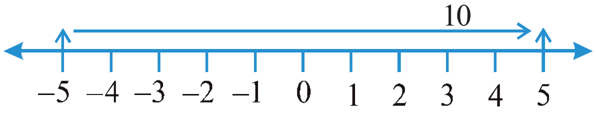
(b) – 6



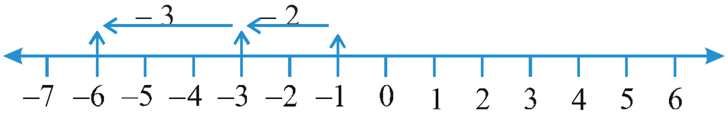
(c) – 8



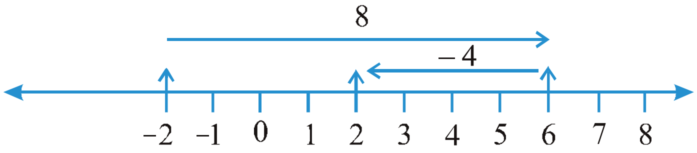
(d) 5



(e) – 6



(f) 2



3. (a) 4 (b) 5 (c) 9 (d) –100 (e) – 650 (f) – 317

4. (a) – 217 (b) 0 (c) – 81 (d) 50

5. (a) 4 (b) –38

EXERCISE 6.3

1.	(a) 15	(b) – 18	(c) 3	(d) – 33	(e) 35	(f) 8
2.	(a) <	(b) >	(c) >	(d) >		
3.	(a) 8	(b) – 13	(c) 0	(d) – 8	(e) 5	
4.	(a) 10	(b) 10	(c) – 105	(d) 92		

అభ్యాసం 6.3

1.	(a) 15	(b) – 18	(c) 3	(d) – 33	(e) 35	(f) 8
2.	(a) <	(b) >	(c) >	(d) >		
3.	(a) 8	(b) – 13	(c) 0	(d) – 8	(e) 5	
4.	(a) 10	(b) 10	(c) – 105	(d) 92		

FUNDAMENTAL DUTIES

Fundamental duties: It shall be the duty of every citizen of India-

(a) to abide by the Constitution and respect its ideals and institutions, the National Flag and the National Anthem;

(b) to cherish and follow the noble ideals which inspired our national struggle for freedom;

(c) to uphold and protect the sovereignty, unity and integrity of India;

(d) to defend the country and render national service when called upon to do so;

(e) to promote harmony and the spirit of common brotherhood amongst all the people of India transcending religious, linguistic and regional or sectional diversities; to renounce practices derogatory to the dignity of women;

(f) to value and preserve the rich heritage of our composite culture;

(g) to protect and improve the natural environment including forests, lakes, rivers and wild life, and to have compassion for living creatures;

(h) to develop the scientific temper, humanism and the spirit of inquiry and reform;

(i) to safeguard public property and to abjure violence.

(j) to strive towards excellence in all spheres of individual and collective activity so that the nation constantly rises to higher levels of endeavour and achievement;

(k) who is a parent or guardian, to provide opportunities for education to his child or, as the case may be ward between the age of six and fourteen years;

Right of Children to Free and Compulsory Education (RTE) Act, 2009

The RTE Act provides for the right of children to free and Compulsory Education to every child in the age group of 6 – 14 years which came into force from 1st April 2010 in Andhra Pradesh.

Important provisions of RTE Act

- Ensure availability of schools within the reach of the children. • Improve School infrastructure facilities.
- Enroll children in the class appropriate to his / her age.
- Children have a right to receive special training in order to be at par with other children.
- Providing appropriate facilities for the education of children with special needs on par with other children.
- No child shall be liable to pay any kind of fee or charges or expenses which may prevent him or her from pursuing and completing the elementary education. No test for admitting the children in schools.
- No removal of name and repetition of the child in the same class.
- No child admitted in a school shall be held back in any class or expel from school till the completion of elementary education. • No child shall be subjected to physical punishment or mental harassment.
- Admission shall not be denied or delayed on the ground that the transfer and other certificates have not been provided on time. • Eligible candidates alone shall be appointed as teachers.
- The teaching learning process and evaluation procedures shall promote achievement of appropriate competencies.
- No board examinations shall be conducted to the children till the completion of elementary education.
- Children can continue in the schools even after 14 years until completion of elementary education.
- No discrimination and related practices towards children belonging to backward and marginalized communities.
- The curriculum and evaluation procedures must be in conformity with the values enshrined in the constitution and make the child free of fear and anxiety and help the child to express views freely.