All truths are easy to understand once they are discovered; the point is to discover them.

- Galileo Galilei

State Council of Educational Research & Training
Andhra Pradesh

MATHEMATICS Semester (సెమిస్టర్) - 2 Class VI

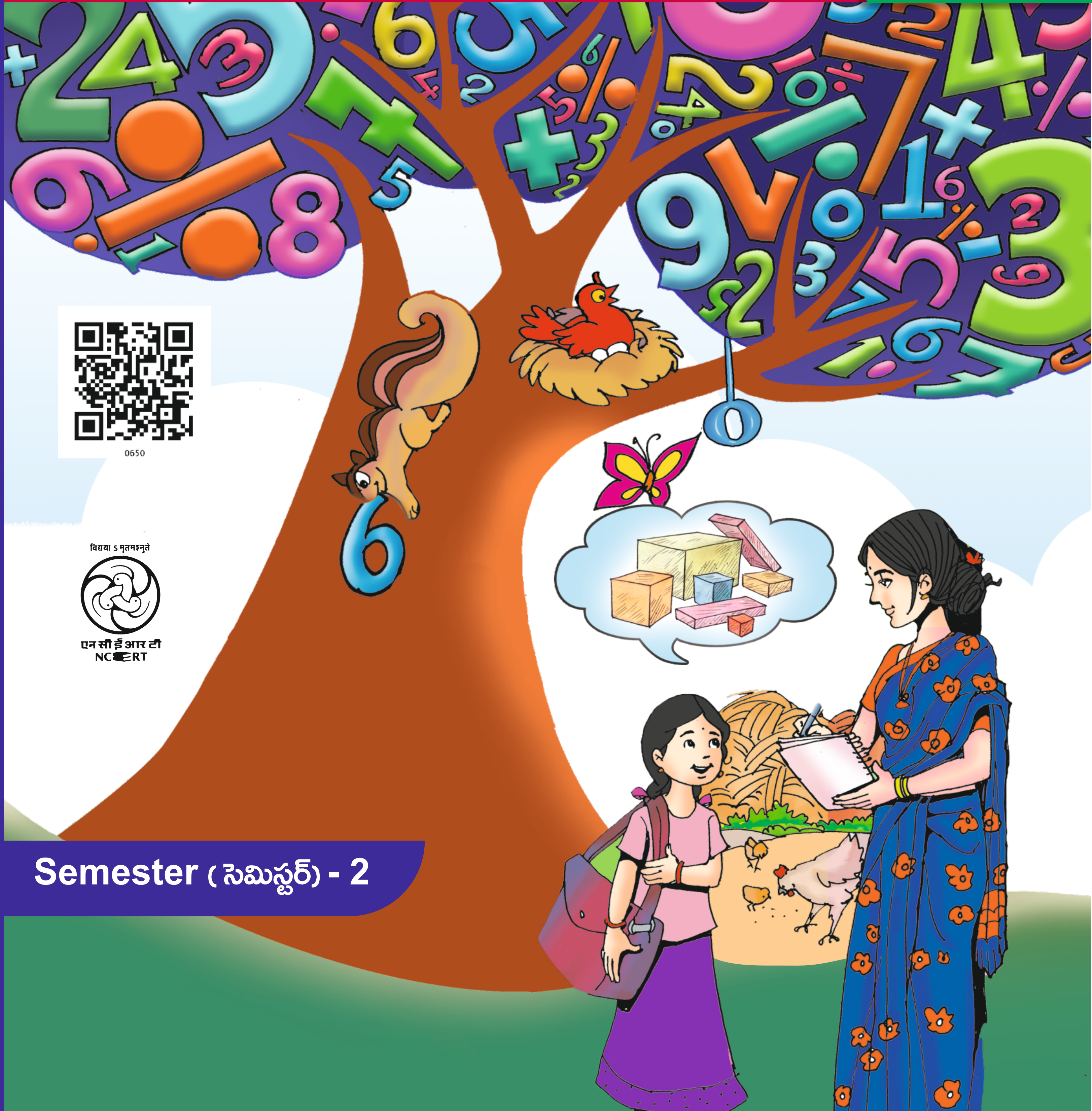
MATHEMATICS
గణితశాస్త్రం

6

Free distribution by Samagra Shiksha, Government of Andhra Pradesh

0650

एन सी ई आर टी NCERT



Semester (సెమిస్టర్) - 2

सत्यमेव जयते

CONSTITUTION OF INDIA

Preamble

WE, THE PEOPLE OF INDIA, having
solemnly resolved to constitute India into a
SOVEREIGN SOCIALIST SECULAR DEMOCRATIC REPUBLIC
and to secure to all its citizens:
JUSTICE
Social, economic and political;
LIBERTY
of thought, expression, belief, faith and worship;
EQUALITY
of status and of opportunity; and to
promote among them all
FRATERNITY
assuring the dignity of the individual and the unity and
integrity of the Nation;
IN OUR CONSTITUENT ASSEMBLY
this twenty-sixth day of November, 1949, do
HEREBY ADOPT, ENACT AND GIVE TO
OURSELVES THIS CONSTITUTION

భారత రాజ్యాంగం - పౌర విధులు

1. రాజ్యాంగమునకు బద్ధుడై వుండుట, దాని ఆదర్శాలను, సంస్థలను, జాతీయ పతాకమును,జాతీయ గీతమును గౌరవించుట;
2. జాతీయ స్వాతంత్ర్య పోరాటమునకు స్ఫూర్తినిచ్చిన ఉన్నతాదర్శములను మనస్సుయందు ఉంచుకొని వాటిని అనుసరించుట;
3. భారత సార్వభౌమత్వం, ఐక్యత, అఖండతను సమర్థించుట మరియు సంరక్షించుట.
4. దేశమును రక్షించుట మరియు కోరినపుడు జాతికి సేవ చేయుట;
5. భారత ప్రజల మధ్య మత, భాష, ప్రాంతీయ, వర్గ వైవిధ్యములను అధిగమించి, సామరస్యమును, సోదర భావమును పెంపొందించుట, స్త్రీల గౌరవం తగ్గించు ఆచారములను విడనాడుట;
6. మన ఉమ్మడి సంస్కృతినీ, సుసంపన్న సంప్రదాయాలను గౌరవించి రక్షించుట;
7. అడవులు, సరస్సులు, నదులు, అడవి జంతువులతో సహా ప్రాకృతిక పరిసరాలను కాపాడి అభివృద్ధి చేయుట మరియు సమస్త జీవుల యెడల కరుణార్ద్రత కలిగి వుండుట.
8. శాస్త్రీయ దృక్పథాన్ని, మానవతావాదాన్ని, జిజ్ఞాసను, సంస్కరణ తత్వాన్ని పెంపొందించుకొనటం;
9. ప్రజల ఆస్తిని సంరక్షించుట, హింసను విడనాడుట;
10. ప్రయత్నాలు, సాధనల ఉన్నతస్థాయిలను నిరంతరం అందుకొనునట్లుగా వైయక్తిక, సమిష్టి కార్య రంగాలన్నింటిలో శ్రేష్ఠత కోసం, కృషి చేయుట ప్రాథమిక కర్తవ్యమై వుండవలెను.
11. ఆరు నుండి పద్నాలుగు సంవత్సరముల వయస్సు కలిగిన బాలునికి లేదా బాలికకు తల్లి తండ్రి లేదా సంరక్షకునిగావున్న వ్యక్తి తనబిడ్డ లేదా సందర్భానుసారము తన సంరక్షితునికి విద్యార్జనకు అవకాశములు కల్పించవలెను.

(అధికరణం 51 A)

విద్యాహక్కు చట్టం

6 నుండి 14 సంవత్సరముల పిల్లలందరికి ఉచిత నిర్భంద ఎలిమెంటరీ విద్యనందించడానికి ఉద్దేశించబడినవి. ఇది ఏప్రిల్ 1, 2010 నుండి అమల్లోకి వచ్చింది.

చట్టంలోని ముఖ్యాంశాలు:

- పిల్లలందరికి అందుబాటులో పాఠశాలలను ఏర్పాటుచేయాలి.
- పాఠశాలలకు మౌలిక వసతులను కల్పించాలి.
- పిల్లలందరిని వయస్సుకు తగిన తరగతిలో చేర్పించాలి.
- వయస్సుకు తగ్గ తరగతిలో చేర్చిన తర్వాత తోటి వారితో సమానంగా ఉండటానికి ప్రత్యేకశిక్షణ ఇప్పించాలి.
- ప్రత్యేక అవసరాలు కల్గిన పిల్లలకు సాధారణ పిల్లలతోపాటు విద్యకొనసాగించడానికి తగువసతులు ఏర్పాట్లు చేయాలి.
- బడిలో చేర్చుకోడానికి ఎలాంటి పరీక్షలు నిర్వహించరాదు. ఎటువంటి రుసుము, చార్జీలు వసూలు చేయరాదు.
- బడిలో చేరిన పిల్లల పేరు తీసివేయడం, అదే తరగతిలో కొనసాగించడం చేయరాదు.
- పిల్లల్ని శారీరకంగా, మానసికంగా హింసించరాదు.
- వయస్సు నిర్ధారణ పత్రం, ఇతర ధృవీకరణ పత్రాలు లేవనే కారణం చేత పిల్లలకు బడిలో ప్రవేశాన్ని నిరాకరించరాదు.
- తగిన అర్హతలున్న వారిని మాత్రమే ఉపాధ్యాయులుగా నియమించాలి.
- పిల్లలు నిర్దేశించిన సామర్థ్యాలు సాధించేలా బోధనాభ్యసనం, మూల్యాంకనం ఉండాలి.
- ఎలిమెంటరీ విద్య పూర్తయ్యేవరకు పిల్లలకు ఎలాంటి బోర్డు పరీక్షలు నిర్వహించరాదు.
- పద్నాలుగు సంవత్సరాలు పూర్తయినప్పటికినీ, ఎలిమెంటరీ విద్య పూర్తయ్యేవరకు పాఠశాలలో పిల్లలు కొనసాగవచ్చును.
- బలహీన వర్గాలకు, ప్రతికూల పరిస్థితులను ఎదుర్కొంటున్న బృందాలకు చెందిన పిల్లలు ఏ విధమైన వివక్షతకు గురికాకుండా చూడాలి.
- రాజ్యాంగంలో పొందుపరిచిన విలువలకు అనుగుణంగా, విద్యార్థులను భయం, ఆందోళనకు గురిచేయని రీతిలో వారి సర్వతోముఖాభివృద్ధికి తోడ్పడే పాఠ్యప్రణాళిక రూపొందించాలి.

Mathematics

Textbook for Class VI

Semester - 2

0650

State Council of Educational Research & Training
Andhra Pradesh

© Government of Andhra Pradesh, Amaravati

First Published 2023

All rights reserved

No part of this publication may be reproduced, stored in a retrieval system, or transmitted, in any form or by any means without the prior permission in writing of the publisher, nor be otherwise circulated in any form of binding or cover other than that in which it is published and without a similar condition including this condition being imposed on the subsequent purchaser.

The copyright holder of this book is the Commissioner of School Education, Amaravati, Andhra Pradesh.

This book has been printed on 70 G.S.M. SS Maplitho
Title Page 200 G.S.M. White Art Card

Free distribution by Samagra Shiksha, Government of Andhra Pradesh

Printed in India
at the A.P. Govt. Text Book Press
Amaravati
Andhra Pradesh

MATHEMATICS

Class - VI Semester - 2

Text Book Development Committee

Sri **Praveen Prakash** I.A.S
Principal Secretary to Government
Department of School Education, AP

Sri **S. Suresh Kumar** I.A.S
Commissioner of School Education &
State Project Director, Samagra Shiksha, AP

Ms. **Nidhi Meena** I.A.S
Special Officer English Medium Project
O/o the Commissioner of School Education, AP

Dr. **B. Pratap Reddy**
MA., B.Ed., Ph.D.
Director, SCERT, AP

Sri **K. Ravindranadh Reddy**
M.A., B.Ed.
Director, Govt. Text book Press, AP

Programme Co-ordinator

Dr. **G. Kesava Reddy**
Prof. C&T, SCERT, AP

Subject Co-ordinators

Sri. **Kesiraju Srinivas**
Faculty, SCERT, AP

Sri. **Kathari Satish Babu**
Faculty, SCERT, AP

Sri. **Sarikonda Satish**
Faculty, SCERT, AP

Technical Co-ordinator

Dr. **Ch.V.S. Ramesh Kumar**
Faculty, SCERT-AP

Published by Samagra Shiksha, Government of Andhra Pradesh, Amaravati.

Translators

Sri **Gangalapudi Bhasker,** SA(Maths)
Z.P.H.S, Venkatagiri, Tirupathi Dt.

Sri **Pathivada Ravi Sankar,** SA(Maths)
Z.P.H.S, Komaragiri, Kakinada Dt

Sri **Syad Shahinsha,** SA(Maths)
Mpl.H.S, Ch.R.Palem, Bhimavaram, West Godavari Dt

Sri **Bhushanam Narasimha Prathap,** SA(Maths)
Z.P.H.S, Narasapuram, Ananthapuramu Dt

Smt **Tavanati Tulasi,** SA(Maths)
Z.P.H.S, Settipalli, Chittoor Dt

Sri **Rangam Reddy Sankara Narayana Reddy,** SA(Maths)
ZPHS, Nallamada, Sri Satya Sai Dt

Sri **Achanta Chalapathi Varaprakash,** SA(Maths)
Govt HS, Yendagandi, West Godavari Dt

Sri **Kottakota Krishnam Raju,** SA(Maths)
ZPHS, Laxmi Puram, Vizianagaram Dt.

Sri **Balabhadra Suresh,** SA(Maths)
ZPHS, Komarangi Patnam,
Dr. B.R.Ambedkar Konaseema Dt.

Smt. **Pothuri Vijaya Kumari,** SA(Maths)
APMS, Dechavaram, Palnadu Dt

Sri **Mutra Sidda Reddy** SA(Maths)
ZPHS, Angallu, Annamayya Dt

Sri **Kona Kiran Kumar Reddy,** SA(Maths)
ZPHS, Agadu, YSR Kadapa Dt

Sri **Allu Appanna,**
Faculty, Govt. DIET, Srikakulam Dt

Designing & Page Layout Durga Graphics, Bapatla.

Foreword

The National Curriculum Framework (NCF), 2005, recommends that children's life at school must be linked to their life outside the school. This principle marks a departure from the legacy of bookish learning which continues to shape our system and causes a gap between the school, home and community. The syllabi and textbooks developed on the basis of NCF signify an attempt to implement this basic idea. They also attempt to discourage rote learning and the maintenance of sharp boundaries between different subject areas. We hope these measures will take us significantly further in the direction of a child-centred system of education outlined in the National Policy on Education (1986).

The success of this effort depends on the steps that school principals and teachers will take to encourage children to reflect on their own learning and to pursue imaginative activities and questions. We must recognise that, given space, time and freedom, children generate new knowledge by engaging with the information passed on to them by adults. Treating the prescribed textbook as the sole basis of examination is one of the key reasons why other resources and sites of learning are ignored. Inculcating creativity and initiative is possible if we perceive and treat children as participants in learning, not as receivers of a fixed body of knowledge.

These aims imply considerable change in school routines and mode of functioning. Flexibility in the daily time-table is as necessary as rigour in implementing the annual calendar so that the required number of teaching days are actually devoted to teaching. The methods used for teaching and evaluation will also determine how effective this textbook proves for making children's life at school a happy experience, rather than a source of stress or boredom. Syllabus designers have tried to address the problem of curricular burden by restructuring and reorienting knowledge at different stages with greater consideration for child psychology and the time available for teaching. The textbook attempts to enhance this endeavour by giving higher priority and space to opportunities for contemplation and wondering, discussion in small groups, and activities requiring hands-on experience.

The National Council of Educational Research and Training (NCERT) appreciates the hard work done by the Textbook Development Committee responsible for this textbook. We wish to thank the Chairperson of the advisory group in Science and Mathematics, Professor J.V. Narlikar and the Chief Advisor for this textbook, Dr. H.K. Dewan for guiding the work of this committee. Several teachers contributed to the development of this textbook; we are grateful to their principals for making this possible. We are indebted to the institutions and organisations which have generously permitted us to draw upon their resources, material and personnel. We are especially grateful to the members of the National Monitoring Committee, appointed by the Department of Secondary and Higher Education, Ministry of Human Resource Development under the Chairpersonship of Professor Mrinal Miri and Professor G.P. Deshpande, for their valuable time and contribution. As an organisation committed to the systemic reform and continuous improvement in the quality of its products, NCERT welcomes comments and suggestions which will enable us to undertake further revision and refinement.

Director

New Delhi
20 November 2006

National Council of Educational
Research and Training

FOREWORD

"Without Mathematics, there's nothing you can do. Everything around you is mathematics. Everything around you is numbers" **-** Shakuntala Devi

India has a rich tradition and several contributions to Mathematics, Since ancient times and the legacy has continued over generations by various means. Mathematics provides aneffective way of building mental discipline and encourages logical reasoning and mental rigor. Besides this, mathematical knowledge also plays a crucial role in understanding the Content of other School Subjects in the School.

The New Educational policy (NEP), 2020, provides a platform to build, nurture, foster, encourage and multiply mathematical thinking. It's introduced the reforms needed to balance the need for 21st century employment and entrepreneurship, which is marked by critical, lateral and mathematical thinking.

As efforts are made in preparing high-quality bilingual text books and teaching-learning materials for mathematics, so that the students are enabled to think and speak about the subject both in their home language / mother tongue in English .

The State council of Educational Research and Training (SCERT), Andhra Pradesh (A.P.) has been adopting the National Council of Educational Research and Training (NCERT) Curriculum in the State Starting from the Academic year 2022-23, for the class VIII and now, it is for the class VI in this academic year, 2023-24, with the sole aim of preparing the Government School Students, hailing from even a very backward area, to compete on par with any corporate School student in this Competitive world.

We are thankful and indebted to our Honourable chief Minister Sri Y. S. Jagan Mohan Reddy who's committed for Systematic reforms and continuous improvement in quality education, in order togroom and see our students, as Global citizens,

We extend our gratitude to our Hon'ble Minister for Education, Sri Botcha Satyanarayana for his continued support in this endeavour. Our special thanks to Sri Praveen Prakash,IAS, Principal Secretary to Government, Department of School Education,A.P.,Sri. S. Suresh Kumar, IAS, Commissioner of School Education, and Ms. Nidhi Meena IAS,Special officer, English Medium Project,A.P., for their constant motivation and guidance.

We convey oursincere thanks to the translators who've carried out the translation work of NCERT VI class mathematics textbook, content into Telugu Language. We also thank our Editors, Subject Co-ordinators andDTP and Layout designers for their Contribution for the development of this textbook. We invite Constructive feedback from the teachers, parents and Educationalists for further improvement of the text book, in the interest of students'community.

"Teaching Mathematics is a journey,not a destination" Keep going ahead.

Dr. B. Pratap Reddy,
Director,
State Council of Educational
Research and Training,
Andhra Pradesh

Rationalisation of Content in the Textbooks

In view of the COVID-19 pandemic, it is imperative to reduce content load on students. The National Education Policy 2020, also emphasises reducing the content load and providing opportunities for experiential learning with creative mindset. In this background, the NCERT has undertaken the exercise to rationalise the textbooks across all classes. Learning Outcomes already developed by the NCERT across classes have been taken into consideration in this exercise.

Contents of the textbooks have been rationalised in view of the following:

- Overlapping with similar content included in other subject areas in the same class
- Similar content included in the lower or higher class in the same subject
- Difficulty level
- Content, which is easily accessible to students without much interventions from teachers and can be learned by children through self-learning or peer-learning
- Content, which is irrelevant in the present context

This present edition, is a reformatted version after carrying out the changes given above.

Textbook Development Committee (NCERT)

Chairperson, Advisory Group in Science and Mathematics

J.V. Narlikar, *Emeritus Professor,* Inter University Centre for Astronomy & Astrophysics (IUCCA), Ganeshkhind, Pune University, Pune

Chief Advisor

Dr. H.K. Dewan, Vidya Bhawan Society, Udaipur, Rajasthan

Chief Coordinator

Hukum Singh, *Professor,* DESM, NCERT, New Delhi

Members

Anjali Gupte, *Teacher,* Vidya Bhawan Public School, Udaipur, Rajasthan

Avantika Dam, *TGT,* CIE Experimental Basic School, Department of Education, Delhi

Dharam Prakash, *Reader,* CIET, NCERT, New Delhi

H.C. Pradhan, *Professor,* Homi Bhabha Centre for Science Education, TIFR, Mumbai, Maharashtra

Harsha J. Patadia, *Senior Reader,* Centre of Advance Study in Education, M.S. University of Baroda, Vadodara, Gujarat

Jabashree Ghosh, *TGT,* DM School, RIE, NCERT, Bhubaneswar, Orissa

Mahendra Shankar, *Lecturer (S.G.) (Retd.),* NCERT, New Delhi

Meena Shrimali, *Teacher,* Vidya Bhawan Senior Secondary School, Udaipur, Rajasthan

R. Athmaraman, *Mathematics Education Consultant,* TI Matric Higher Secondary School and AMTI, Chennai, Tamil Nadu

S. Pattanayak, *Professor,* Institute of Mathematics and Application, Bhubaneswar, Orissa

S.K.S. Gautam, *Professor,* DESM, NCERT, New Delhi

Shraddha Agarwal, *PGT,* Sir Padampat Singhania Education Centre, Kanpur, (U.P.)

Srijata Das, *Sr. Lecturer* (Mathematics), SCERT, New Delhi

U.B. Tewari, *Professor,* Department of Mathematics, IIT, Kanpur, (U.P.)

Uaday Singh, *Lecturer,* DESM, NCERT, New Delhi

Member-coordinators

Ashutosh K. Wazalwar, *Professor,* DESM, NCERT, New Delhi

Praveen K. Chaurasia, *Lecturer,* DESM, NCERT, New Delhi

Acknowledgements

The Council acknowledges the valuable comments of the following participants of the workshop towards the finalisation of the book — K.K. Gupta, *Reader*, U.N.P.G. College, Padrauna, Uttar Pradesh; Deepak Mantri, *Teacher,* Vidya Bhawan Basic School, Udaipur, Rajasthan; Shagufta Anjum, *Teacher,* Vidya Bhawan Senior Secondary School, Udaipur, Rajasthan; Ranjana Sharma, *Teacher,* Vidya Bhawan Secondary School, Udaipur, Rajasthan. The Council acknowledges the suggestions given by Utpal Chakraborty, *Lecturer,* SCERT, Raipur, Chattisgarh.

The Council gratefully acknowledges the valuable contributions of the following participants of the Textbook Review Workshop : K. Balaji, *TGT*, Kendriya Vidyalaya, Donimalai, Karnataka; Shiv Kumar Nimesh, *TGT*, Rajkiya Sarvodaya Bal Vidyalaya, Delhi; Ajay Singh, *TGT*, Ramjas Senior Secondary School No. 3, Delhi; Rajkumar Dhawan, *PGT*, Geeta Senior Secondary School No. 2, Delhi; Shuchi Goyal, *PGT,* The Airforce School, Delhi; Manjit Singh, *TGT,* Government High School, Gurgaon, Haryana; Pratap Singh Rawat, *Lecturer*, SCERT, Gurgaon, Haryana; Ritu Tiwari, *TGT,* Rajkiya Pratibha Vikas Vidyalaya, Delhi.

The Council acknowledges the support and facilities provided by Vidya Bhawan Society and its staff, Udaipur for conducting the third workshop of the development committee at Udaipur, and to the Director, Centre for Science Education and Communication (CSEC), Delhi University for providing library help.

The Council acknowledges the academic and administrative support of Professor Hukum Singh, *Head*, DESM, NCERT.

The Council also acknowledges the efforts of Uttam Kumar (NCERT) and Rajesh Sen (Vidya Bhawan Society, Udaipur), *DTP Operators;* Monika Saxena, *Copy Editor;* and Abhimanu Mohanty, *Proofreader;* APC office and the administrative staff DESM, NCERT and the Publication Department of the NCERT.

The book was reviewed by Rahul Sofat, *PGT* Mathematics, Air Force Golden Jubilee School, Subroto Park, New Delhi; Gurpreet Bhatnagar, CBSE Resource Person; A. K. Wazalwar and Til Prasad Sarma, DESM, NCERT, New Delhi.

A Note for the Teachers

Mathematics has an important role in our life, it not only helps in day-to-day situations but also develops logical reasoning, abstract thinking and imagination. It enriches life and provides new dimensions to thinking. The struggle to learn abstract principles develops the power to formulate and understand arguments and the capacity to see interrelations among concepts. The enriched understanding helps us deal with abstract ideas in other subjects as well. It also helps us understand and make better patterns, maps, appreciate area and volume and see similarities between shapes and sizes. The scope of Mathematics includes many aspects of our life and our environment. This relationship needs to be brought out at all possible places.

Learning Mathematics is not about remembering solutions or methods but knowing how to solve problems. We hope that you will give your students a lot of opportunities to create and formulate problems themselves. We believe it would be a good idea to ask them to formulate as many new problems as they can. This would help children in developing an understanding of the concepts and principles of Mathematics. The nature of the problems set up by them becomes varied and more complex as they become confident with the ideas they are dealing in.

The Mathematics classroom should be alive and interactive in which the children should be articulating their own understanding of concepts, evolving models and developing definitions. Language and learning Mathematics have a very close relationship and there should be a lot of opportunity for children to talk about ideas in Mathematics and bring in their experiences in conjunction with whatever is being discussed in the classroom. There should be no obvious restriction on them using their own words and language and the shift to formal language should be gradual. There should be space for children to discuss ideas amongst themselves and make presentations as a group regarding what they have understood from the textbooks and present examples from the contexts of their own experiences. They should be encouraged to read the book in groups and formulate and express what they understand from it.

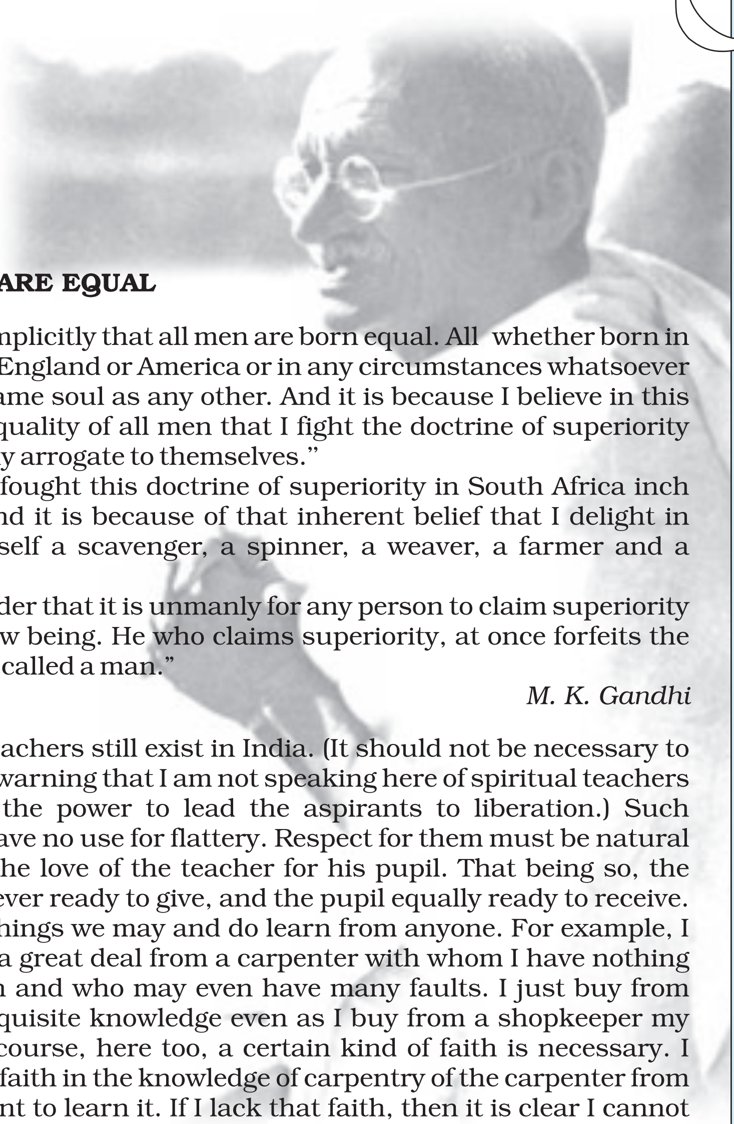
Mathematics requires abstractions. It is a discipline in which the learners learn to generalise, formulate and prove statements based on logic. In learning to abstract, children would need concrete material, experience and known context as scaffolds to help them. Please provide them with those but also ensure that they do not get over dependent on them. We may point out that the book tries to emphasise the difference between verification and proof. These two ideas are often confused and we would hope that you would take care to avoid mixing up verification with proof.

There are many situations provided in the book where children will be verifying principles or patterns and would also be trying to find out exceptions to these. So, while on the one hand children would be expected to observe patterns and make generalisations, they would also be required to identify and find exceptions to the generalisations, extend patterns to new situations and check their validity. This is an essential part of the ideas of Mathematics learning and therefore, if you can find other places where such exercises can be created for students, it would be useful. They must have many opportunities to solve problems themselves and reflect on the solutions obtained. It is hoped that you would give children the opportunity to provide logical arguments for different ideas and expect them to follow logical arguments and find loopholes in the arguments presented. This is necessary for them to develop the ability to understand what it means to prove something and also become confident about the underlying concepts.

There is expectation that in your class, Mathematics will emerge as a subject of exploration and creation rather than an exercise of finding old answers to old and complicated problems. The Mathematics classroom should not expect a blind application of ununderstood algorithm and should encourage children to find many different ways to solve problems. They need to appreciate that there are many alternative algorithms and many strategies that can be adopted to find solutions to problems. If you can include some problems that have the scope for many different correct solutions, it would help them appreciate the meaning of Mathematics better.

We have tried to link chapters with each other and to use the concepts learnt in the initial chapters to the ideas in the subsequent chapters. We hope that you will use this as an opportunity to revise these concepts in a spiraling way so that children are helped to appreciate the entire conceptual structure of Mathematics. Please give more time to ideas of negative number, fractions, variables and other ideas that are new for children. Many of these are the basis for further learning of Mathematics.

We hope that the book will help ensure that children learn to enjoy Mathematics and explore formulating patterns and problems that they will enjoy doing themselves. They should learn to be confident, not feel afraid of Mathematics and learn to help each other through discussions. We also hope that you would find time to listen carefully and identify the ideas that need to be emphasised with children and the places where the children can be given space to articulate their ideas and verbalise their thoughts. We look forward to your comments and suggestions regarding the book and hope that you will send us interesting exercises that you develop in the course of teaching so that they can be included in the next edition.



ALL MEN ARE EQUAL

"I believe implicitly that all men are born equal. All whether born in India or in England or America or in any circumstances whatsoever have the same soul as any other. And it is because I believe in this inherent equality of all men that I fight the doctrine of superiority which many arrogate to themselves."

"I have fought this doctrine of superiority in South Africa inch by inch, and it is because of that inherent belief that I delight in calling myself a scavenger, a spinner, a weaver, a farmer and a labourer."

"I consider that it is unmanly for any person to claim superiority over a fellow being. He who claims superiority, at once forfeits the claim to be called a man."

M. K. Gandhi

Such teachers still exist in India. (It should not be necessary to sound the warning that I am not speaking here of spiritual teachers who have the power to lead the aspirants to liberation.) Such teachers have no use for flattery. Respect for them must be natural and so is the love of the teacher for his pupil. That being so, the teacher is ever ready to give, and the pupil equally ready to receive. Ordinary things we may and do learn from anyone. For example, I may learn a great deal from a carpenter with whom I have nothing in common and who may even have many faults. I just buy from him the requisite knowledge even as I buy from a shopkeeper my needs. Of course, here too, a certain kind of faith is necessary. I must have faith in the knowledge of carpentry of the carpenter from whom I want to learn it. If I lack that faith, then it is clear I cannot learn anything from him. But devotion to a teacher is a different matter. Where education aims at the building of character, the old teacher-disciple relation is absolutely necessary. In the absence of a feeling of devotion to the teacher, the building of character must become difficult of achievement.

The Problem of Education : p. 155.

CONSTITUTION OF INDIA

Part III (Articles 12 – 35)

(Subject to certain conditions, some exceptions and reasonable restrictions)

guarantees these

Fundamental Rights

Right to Equality

- before law and equal protection of laws;
- irrespective of religion, race, caste, sex or place of birth;
- of opportunity in public employment;
- by abolition of untouchability and titles.

Right to Freedom

- of expression, assembly, association, movement, residence and profession;
- of certain protections in respect of conviction for offences;
- of protection of life and personal liberty;
- of free and compulsory education for children between the age of six and fourteen years;
- of protection against arrest and detention in certain cases.

Right against Exploitation

- for prohibition of traffic in human beings and forced labour;
- for prohibition of employment of children in hazardous jobs.

Right to Freedom of Religion

- freedom of conscience and free profession, practice and propagation of religion;
- freedom to manage religious affairs;
- freedom as to payment of taxes for promotion of any particular religion;
- freedom as to attendance at religious instruction or religious worship in educational institutions wholly maintained by the State.

Cultural and Educational Rights

- for protection of interests of minorities to conserve their language, script and culture;
- for minorities to establish and administer educational institutions of their choice.

Right to Constitutional Remedies

- by issuance of directions or orders or writs by the Supreme Court and High Courts for enforcement of these Fundamental Rights.

NATIONAL ANTHEM

Jana gana mana adhinayaka jaya he
Bharata bhagya vidhata
Panjaba Sindhu Gujarata Maratha
Dravida Utkala Banga
Vindhya Himachala Yamuna Ganga
uchchala jaladhi taranga
Tava Subha name jage, tave subha asisa mage,
gahe tava jaya gatha.
Jana gana mangala dayaka jaya he
Bharata bhagya vidhata.
Jaya he, Jaya he, Jaya he,
jaya jaya jaya jaya he.

-Rabindranath Tagore

జాతీయ గీతం

జనగణమన అధినాయక జయహే!
భారత భాగ్యవిధాతా!
పంజాబ, సింధు, గుజరాత, మరాఠా,
ద్రావిడ, ఉత్కళ, వంగా!
వింధ్య, హిమాచల, యమునా, గంగా!
ఉచ్చల జలధి తరంగా!
తవ శుభనామే జాగే!
తవ శుభ ఆశిష మాగే
గాహే తవ జయగాథా!
జనగణ మంగళదాయక జయహే!
భారత భాగ్య విధాతా!
జయహే! జయహే! జయహే!
జయ జయ జయ జయహే!!

- రవీంద్రనాథ్ ఠాగూర్

PLEDGE | ప్రతిజ్ఞ

India is my country. All Indians are my brothers and sisters.
I love my country and I am proud of its rich and varied heritage.
I shall always strive to be worthy of it.
I shall give my parents, teachers and all elders respect,
and treat everyone with courtesy. I shall be kind to animals.
To my country and my people, I pledge my devotion.
In their well-being and prosperity alone lies my happiness.

- Pydimarri Venkata Subba Rao

భారతదేశం నా మాతృభూమి. భారతీయులందరూ నా సహోదరులు.
నేను నా దేశాన్ని ప్రేమిస్తున్నాను. సుసంపన్నమైన, బహువిధమైన నా దేశ వారసత్వ
సంపద నాకు గర్వకారణం. దీనికి అర్హత పొందడానికై సర్వదా నేను కృషి చేస్తాను.
నా తల్లిదండ్రుల్ని, ఉపాధ్యాయుల్ని, పెద్దలందర్ని గౌరవిస్తాను. ప్రతివారితోను మర్యాదగా
నడుచుకొంటాను. జంతువులపట్ల దయతో ఉంటాను.
నా దేశంపట్ల, నా ప్రజలపట్ల సేవానిరతితో ఉంటానని ప్రతిజ్ఞ చేస్తున్నాను.
వారి శ్రేయోభివృద్ధులే నా ఆనందానికి మూలం.

- పైడిమర్రి వెంకటసుబ్బారావు

Contents

CHAPTER 7	FRACTIONS భిన్నాలు	2
CHAPTER 8	DECIMALS దశాంశాలు	62
CHAPTER 9	DATA HANDLING దత్తాంశ నిర్వహణ	80
CHAPTER 10	MENSURATION క్షేత్రమితి	102
CHAPTER 11	ALGEBRA బీజగణితము	134
CHAPTER 12	RATIO AND PROPORTION నిష్పత్తి మరియు అనుపాతం	150
	ANSWERS జవాబులు	184
	BRAIN-TEASERS మెదడుకు మేత	198

I2D4L3

Teachers Corner

E3Z2K4

Student Corner

Fractions

Chapter 7

7.1 Introduction

Subhash had learnt about fractions in Classes IV and V, so whenever possible he would try to use fractions. One occasion was when he forgot his lunch at home. His friend Farida invited him to share her lunch. She had five pooris in her lunch box. So, Subhash and Farida took two pooris each. Then Farida made two equal halves of the fifth poori and gave one-half to Subhash and took the other half herself. Thus, both Subhash and Farida had 2 full pooris and one-half poori.

2 pooris + half-poori–Subhash
2 pooris + half-poori–Farida

Where do you come across situations with fractions in your life?

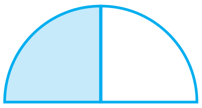


Fig 7.1

Subhash knew that one-half is written as $\frac{1}{2}$. While eating he further divided his half poori into two equal parts and asked Farida what fraction of the whole poori was that piece? (Fig 7.1)

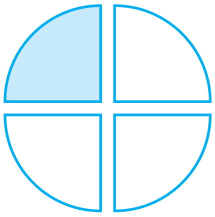


Fig 7.2

Without answering, Farida also divided her portion of the half puri into two equal parts and kept them beside Subhash's shares. She said that these four equal parts together make

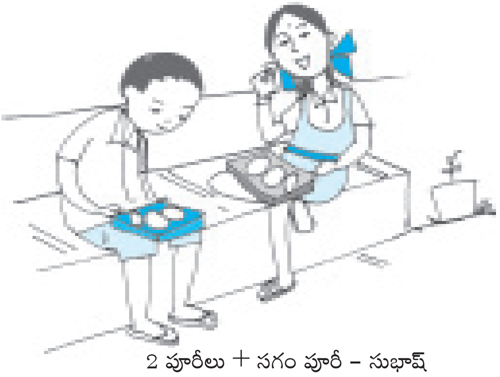
భిన్నాలు

అధ్యాయం 7

Q7W5M6

7.1 పరిచయం

సుభాష్ IV మరియు V వ తరగతులలో భిన్నాలు గురించి నేర్చుకున్నాడు . కాబట్టి ఎక్కడ వీలైతే అక్కడ భిన్నాలను ఉపయోగించటానికి ప్రయత్నిస్తూ ఉంటాడు. ఒకానొక సందర్భంలో తను మధ్యాహ్న భోజనం ఇంట్లో మరచి పోయాడు. అతని స్నేహితురాలు ఫరీదా తన యొక్క మధ్యాహ్నభోజనాన్ని పంచుకోవడానికి తనని ఆహ్వానించింది. ఫరీదా మధ్యాహ్న భోజన బాక్సులో 5 పూరీలు ఉన్నాయి. కాబట్టి సుభాష్ మరియు ఫరీదా చెరో రెండు పూరీలు తీసుకున్నారు. అప్పుడు ఫరీదా మిగిలిన 5 వ పూరీని రెండు సమాన భాగాలుగా చేసి ఒక భాగం సుభాష్‌కి ఇచ్చి మరో భాగం తను తీసు కుంది. ఈ విధంగా ఫరీదా మరియు సుభాష్ 2 పూర్తి పూరీలు మరియు ఒక సగం పూరి కలిగి ఉన్నారు.

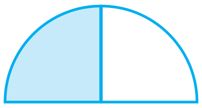


2 పూరీలు + సగం పూరీ – సుభాష్

2 పూరీలు + సగం పూరీ –ఫరీదా

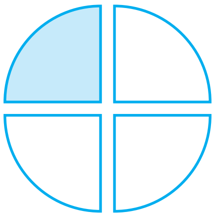
మీ నిజ జీవితంలో భిన్నాలతో కూడిన సందర్భాలు ఎక్కడెక్కడ చూస్తారు?

సుభాష్ కు సగభాగంన్ను $\frac{1}{2}$ గా రాయడం తెలుసు. పూరీలు తింటూ సుభాష్ తన వద్ద ఉన్న సగం పూరీని మరలా రెండు సమాన భాగాలుగా చేశాడు మరియు మొత్తం పూరిలో ఈ పూరి ముక్క ఎంత భాగం ఉంటుంది? అని ఫరీదాను అడిగాడు. (పటం 7.1)



పటం 7.1

సమాధానం చెప్పకుండానే ఫరీదా కూడా తన వద్ద ఉన్న సగం పూరిని రెండు సమాన భాగాలుగా విభజించి ఆ రెండు భాగాలను సుబాష్ చేసిన రెండు భాగాల ప్రక్కన ఉంచింది. ఈ నాలుగు సమాన భాగాలు కలిపితే



పటం 7.2

one whole (Fig 7.2). So, each equal part is one-fourth of one whole poori and 4 parts together will be $\frac{4}{4}$ or 1 whole poori.

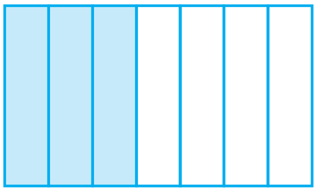


Fig 7.3

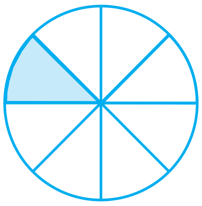


Fig 7.4

When they ate, they discussed what they had learnt earlier. Three parts out of 4 equal parts is $\frac{3}{4}$. Similarly, $\frac{3}{7}$ is obtained when we divide a whole into seven equal parts and take three parts (Fig 7.3). For $\frac{1}{8}$, we divide a whole into eight equal parts and take one part out of it (Fig 7.4).

Farida said that we have learnt that **a fraction is a number representing part of a whole. The whole may be a single object or a group of objects.** Subhash observed that **the parts have to be equal.**

7.2 A Fraction

Let us recapitulate the discussion.
A fraction means a part of a group or of a region.

$\frac{5}{12}$ is a fraction. We read it as “five-twelfths”.

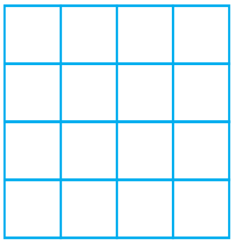
What does “12” stand for? It is the number of equal parts into which the whole has been divided.

What does “5” stand for? It is the number of equal parts which have been taken out.

Here 5 is called the numerator and 12 is called the denominator.

Name the numerator of $\frac{3}{7}$ and the denominator of $\frac{4}{15}$.

Play this Game



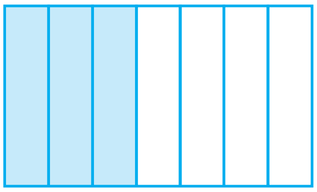
You can play this game with your friends.

Take many copies of the grid as shown here.

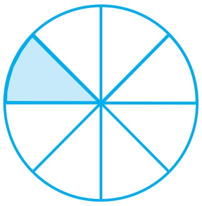
Consider any fraction, say $\frac{1}{2}$.

Each one of you should shade $\frac{1}{2}$ of the grid.

ఒక మొత్తం అవుతుందని ఆమె చెప్పింది. (పటం 7.2) కాబట్టి, ప్రతి సమాన భాగం మొత్తం పూరీలో నాలుగోవంతు మరియు 4 భాగాలు కలిసి $\frac{4}{4}$ లేదా 1మొత్తం పూరీ అవుతుంది.



పటం 7.3



పటం 7.4

వారు తిన్నప్పుడు, వారు ఇంతకు ముందు నేర్చుకున్న వాటిని చర్చించారు. 4 సమాన భాగాలలో 3 భాగాలు $\frac{3}{4}$ అవుతుంది. ఇదేవిధంగా, మనం మొత్తాన్ని ఏడు సమాన భాగాలుగా విభజించి మూడు భాగాలు తీసుకుంటే $\frac{3}{7}$ ని పొందుతాం. $\frac{1}{8}$ కోసం, మనం మొత్తాన్ని ఎనిమిది సమాన భాగాలుగా విభజించి ఒక భాగం తీసుకుంటాం. (పటం 7.4).

ఫరీదా మాట్లాడుతూ, **ఒక భిన్నం అనేది మొత్తం యొక్క భాగానికి ప్రాతినిధ్యం వహించే సంఖ్య అని మనం తెలుసుకున్నాము. మొత్తం అనేది ఒకే వస్తువు లేదా వస్తువుల సమూహం కావచ్చు.** భాగాలు సమానంగా ఉండాలని సుభాష్ గమనించాడు.

7.2 ఒక భిన్నం

చర్చను పునఃసమీక్షిద్దాం.

భిన్నం అంటే సమూహం లేదా ప్రాంతం యొక్క భాగం.

$\frac{5}{12}$ ఒక భిన్నం. మనం దానిని "ఐదింట పన్నెండో వంతు" అని చదువుతాం.

"12" అంటే ఏమిటి? ఇది మొత్తం విభజించబడిన సమాన భాగాల సంఖ్య.

"5"అంటే ఏమిటి? బయటకు తీసిన సమాన భాగాల సంఖ్య

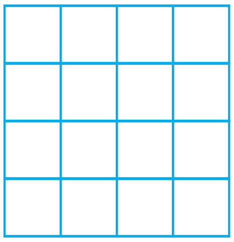
ఇక్కడ 5 ను లవము అని మరియు 12 ను హారము అని అంటారు.

ఈ ఆట ఆడండి. $\frac{3}{7}$ యొక్క లవము మరియు $\frac{4}{15}$ యొక్క హారము వ్రాయండి.

ఈ ఆట ఆడండి.

మీరు మీ స్నేహితులతో ఈ ఆట ఆడవచ్చు.

ఇక్కడ చూపిన విధంగా చతురస్రాకార గళ్ళు కలిగిన కాగితంను పోలిన కాగితాలను కొన్ని తీసుకోండి.

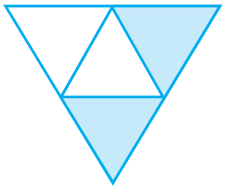


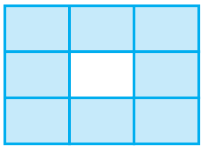
ఏదైనా ఒక భిన్నాన్ని తీసుకోండి. $\frac{1}{2}$ అనుకొనుము.

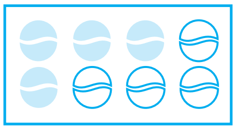
మీలో ప్రతి ఒక్కరు గళ్ళ కాగితం లో $\frac{1}{2}$ భాగంను షేడ్ చేయండి.

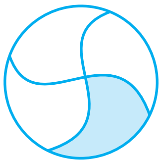
EXERCISE 7.1

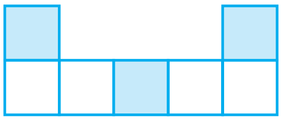
1. Write the fraction representing the shaded portion.

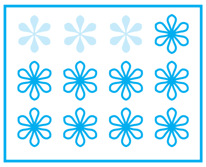

(i)

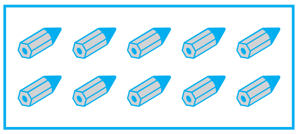

(ii)

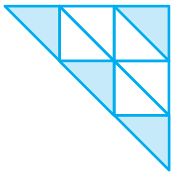

(iii)

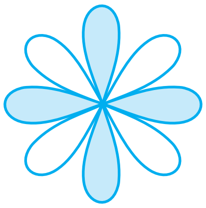

(iv)

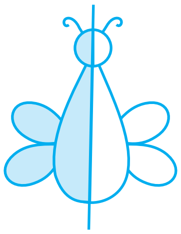

(v)


(vi)

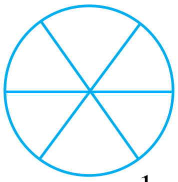

(vii)

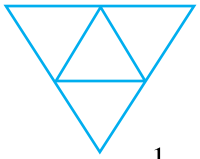

(viii)

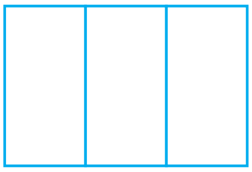

(ix)


(x)

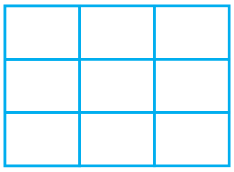
2. Colour the part according to the given fraction.


(i) $\frac{1}{6}$


(ii) $\frac{1}{4}$

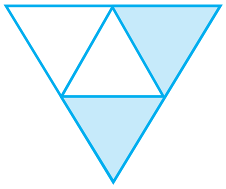

(iii) $\frac{1}{3}$

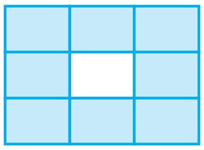
(iv) $\frac{3}{4}$

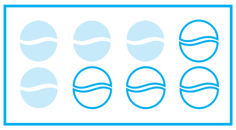

(v) $\frac{4}{9}$

అభ్యాసం 7.1

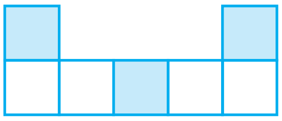
1. షేడ్ చేయబడిన భాగాలను సూచించు భిన్నాలను వ్రాయండి

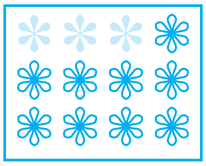

(i)

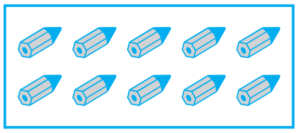

(ii)

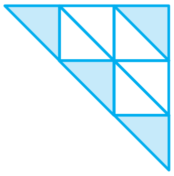

(iii)

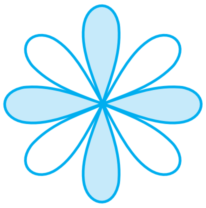
(iv)

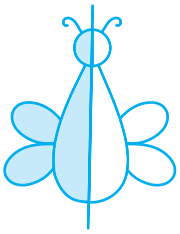

(v)


(vi)

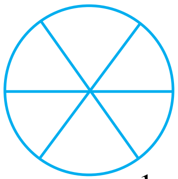

(vii)

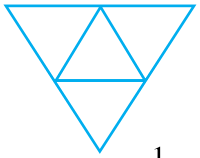

(viii)

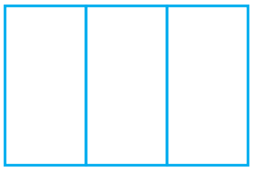

(ix)


(x)

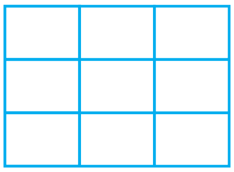
2. ఇచ్చిన భిన్నానికి అనుగుణంగా రంగులు వేయండి.


(i) $\frac{1}{6}$

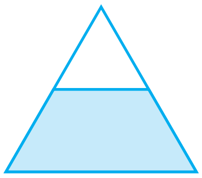

(ii) $\frac{1}{4}$


(iii) $\frac{1}{3}$

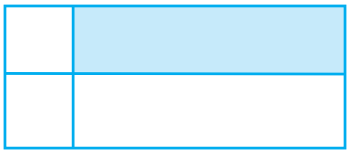
(iv) $\frac{3}{4}$


(v) $\frac{4}{9}$

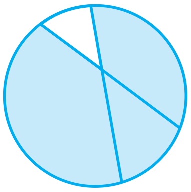
3. Identify the error, if any.



This is $\frac{1}{2}$



This is $\frac{1}{4}$

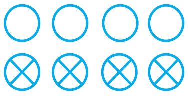


This is $\frac{3}{4}$

4. What fraction of a day is 8 hours?
5. What fraction of an hour is 40 minutes?
6. Arya, Abhimanyu, and Vivek shared lunch. Arya has brought two sandwiches, one made of vegetable and one of jam. The other two boys forgot to bring their lunch. Arya agreed to share his sandwiches so that each person will have an equal share of each sandwich.

   (a) How can Arya divide his sandwiches so that each person has an equal share?

   (b) What part of a sandwich will each boy receive?
7. Kanchan dyes dresses. She had to dye 30 dresses. She has so far finished 20 dresses. What fraction of dresses has she finished?
8. Write the natural numbers from 2 to 12. What fraction of them are prime numbers?
9. Write the natural numbers from 102 to 113. What fraction of them are prime numbers?
10. What fraction of these circles have X's in them?



11. Kristin received a CD player for her birthday. She bought 3 CDs and received 5 others as gifts. What fraction of her total CDs did she buy and what fraction did she receive as gifts?

7.3 Fraction on the Number Line

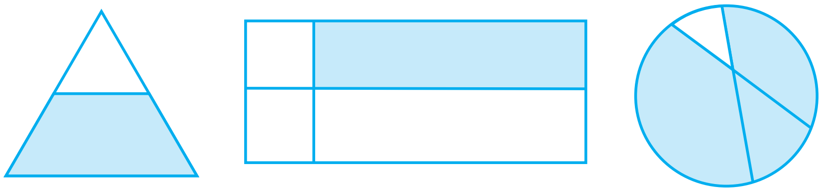
You have learnt to show whole numbers like 0,1,2... on a number line.

We can also show fractions on a number line. Let us draw a number line and try to mark $\frac{1}{2}$ on it.

We know that $\frac{1}{2}$ is greater than 0 and less than 1, so it should lie between 0 and 1.

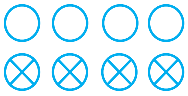
Since we have to show $\frac{1}{2}$, we divide the gap between 0 and 1 into two equal parts and show 1 part as $\frac{1}{2}$ (as shown in the Fig 7.5).

3. లోపాలు ఏమైనా ఉంటే గుర్తించండి.



ఇది $\frac{1}{2}$ ఇది $\frac{1}{4}$ ఇది $\frac{3}{4}$

4. ఒక రోజులో8 గంటలు ఎన్నవ భాగం ?
5. ఒక గంటలో 40 నిమిషాలు ఎన్నవ భాగం ?
6. ఆర్య, అభిమన్యు, వివేక్ తమ మధ్యాహ్న భోజనాన్ని పంచుకున్నారు.ఆర్యరెండు శాండ్విచ్ లను తీసుకువచ్చాడు. అందులో ఒకటి కూరగాయలతోను రెండవది జామ్ తో ను తయారు చేయబడినది. మిగిలిన ఇద్దరూ తమ భోజనం తెచ్చు కోవడం మరచిపోయారు. ప్రతి శాండ్విచ్ ని ప్రతి ఒక్కరు సమానంగా శాండ్విచ్లను పంచుకునే విధంగా ఆర్య ఒప్పుకున్నాడు.
   (a) ఆర్య తన వద్ద ఉన్న శాండ్విచ్ లను ఒక్కొక్కరికి సమాన భాగాలు వచ్చేలా ఎలా విభజిస్తాడు?
   (a) శాండ్విచ్ లో ఎంత భాగం ప్రతి ఒక్కరికి వస్తుంది?
7. కంచన్ దుస్తులకు అద్దకం వేస్తుంది. ఆమె 30 దుస్తులకు అద్దకం వేయాలి. ఆమె ఇప్పటికి 20 దుస్తులకు అద్దకం వేయటం పూర్తి చేసింది. ఆమె పూర్తి చేసిన దుస్తుల భాగం ఎంత?
8. 2 నుండి 12 వరకు గల సహజ సంఖ్యలను రాయండి? వీటిలో ప్రధాన సంఖల భాగం ఎంత?
9. 102 నుండి 113 వరకు గల సహజ సంఖ్యలు రాయండి. వీటిలో ప్రధాన సంఖ్యల భాగం ఎంత?
10. X' లు కలిగి ఉన్న వృత్తాల భాగం ఎంత?



11. క్రిస్టిన్ తన పుట్టిన రోజు సందర్భంగా ఒక CD ప్లేయర్ను బహుమతిగా పొందింది. ఆమె 3 CD లను కొన్నది మరియు మరో ఐదు CD లను బహుమతిగా పొందింది. మొత్తం CD లలో ఆమె కొన్న CD ల భాగం ఎంత? మరియు బహుమతిగా లభించిన CD ల భాగం ఎంత?

7.3 సంఖ్యారేఖపై భిన్నం

మీరు 0,1,2,3... మొదలగు పూర్ణాంకాలను సంఖ్యా రేఖ పై సూచించడం నేర్చుకున్నారు.

మనము భిన్నాలను కూడా సంఖ్యరేఖ పై సూచించవచ్చు. ఒక సంఖ్యా రేఖను గీచి దానిపై $\frac{1}{2}$ ను గుర్తిద్దాం

$\frac{1}{2}$ అనునది సున్నా కంటే పెద్దదని మరియు 1 కంటే చిన్నదని మనకు తెలుసు. కాబట్టి ఇది సున్నాకు, ఒకటికి మధ్య ఉండాలి .

మనం $\frac{1}{2}$ ను గుర్తించాలి కాబట్టి మనం 0 కి మరియు 1 కి మధ్య ఉన్న భాగమును రెండు సమాన భాగాలుగా విభజిస్తాం .దానిలో ఒక భాగమును $\frac{1}{2}$ గా సూచిస్తాము. (పటం 7.5 లో చూపిన విధంగా)

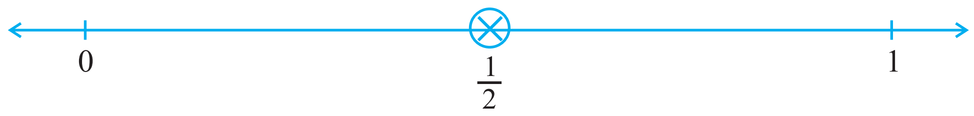


Fig 7.5

Suppose we want to show $\frac{1}{3}$ on a number line. Into how many equal parts should the length between 0 and 1 be divided? We divide the length between 0 and 1 into 3 equal parts and show one part as $\frac{1}{3}$ (as shown in the Fig 7.6)

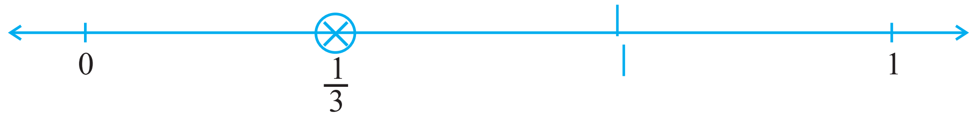


Fig 7.6

Can we show $\frac{2}{3}$ on this number line? $\frac{2}{3}$ means 2 parts out of 3 parts as shown (Fig 7.7).

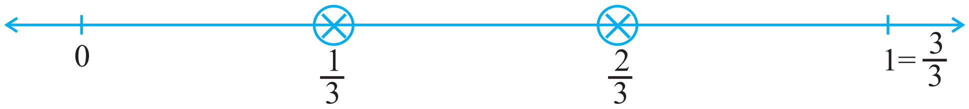


Fig 7.7

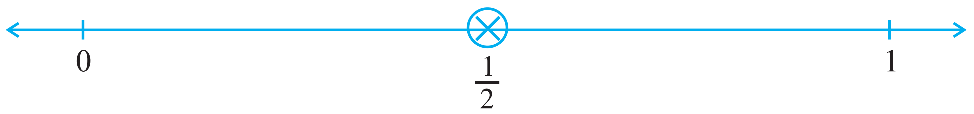
Similarly, how would you show $\frac{0}{3}$ and $\frac{3}{3}$ on this number line?

$\frac{0}{3}$ is the point zero whereas since $\frac{3}{3}$ is 1 whole, it can be shown by the point 1 (as shown in Fig 7.7)

So if we have to show $\frac{3}{7}$ on a number line, then, into how many equal parts should the length between 0 and 1 be divided? If P shows $\frac{3}{7}$ then how many equal divisions lie between 0 and P? Where do $\frac{0}{7}$ and $\frac{7}{7}$ lie?

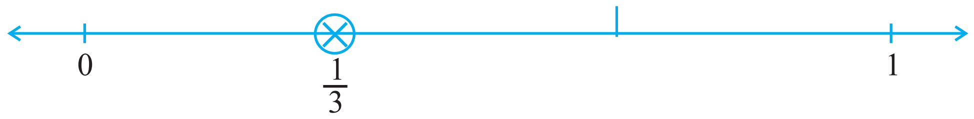
ప్రయత్నించండి

1. Show $\frac{3}{5}$ on a number line.
2. Show $\frac{1}{10}$, $\frac{0}{10}$, $\frac{5}{10}$ and $\frac{10}{10}$ on a number line.
3. Can you show any other fraction between 0 and 1?
   Write five more fractions that you can show and depict them on the number line.
4. How many fractions lie between 0 and 1? Think, discuss and write your answer?



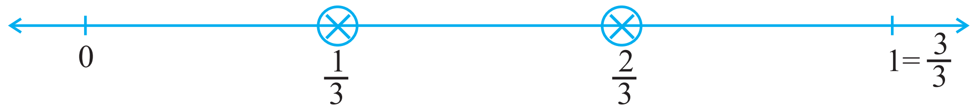
పటం 7.5

మనం $\frac{1}{3}$ ను సంఖ్యారేఖపై సూచించాలి అనుకుందాం.0 మరియు 1 మధ్య ఉన్న ప్రాంతాన్ని మనం ఎన్ని సమాన భాగాలుగా విభజించాలి? 0 మరియు 1 మధ్య పొడవును3 సమాన బాగాలుగా విభజించాలి. మరియు అందులో ఒక భాగం $\frac{1}{3}$ గా సూచించాలి. (పటం7.6 లో చూపిన విధంగా)



పటం 7.6

$\frac{2}{3}$ ను సంఖ్యా రేఖపై సూచించగలరా? క్రింద చూపిన విధంగా $\frac{2}{3}$ అనగా 3భాగాలలో 2 భాగాలు (పటం 7.7)



పటం 7.7

ఇదేవిధంగా $\frac{0}{3}$ కి మరియు $\frac{3}{3}$ లను ఈ సంఖ్యా రేఖపై ఎలా సూచిస్తారు?

$\frac{0}{3}$ అనగా బిందువు సున్నా అనే బిందువు మరియు $\frac{3}{3}$ అనేది 1 మొత్తం కాబట్టి ఇది 1 అనే బిందువు తో సూచించవచ్చు. (పటం 7.7 లో చూపించిన విధంగా)

కాబట్టి మనం $\frac{3}{7}$ ను సంఖ్యా రేఖ పై సుచించాలంటే అప్పుడు 0 మరియు 1 కి మధ్యగల పొడవును ఎన్ని సమానభాగాలుగా విభజించాలి. P అనునది 3 ను సూచించిన 0 మరియు P మధ్య ఎన్ని సమాన భాగాలు ఉంటాయి? $\frac{0}{7}$ మరియు $\frac{7}{7}$ లు ఎక్కడ ఉంటాయి?

ప్రయత్నించండి

1. $\frac{3}{5}$ సంఖ్యారేఖపై సూచించండి.
2. $\frac{1}{10}, \frac{0}{10}, \frac{5}{10}$ and $\frac{10}{10}$ సంఖ్యారేఖపై సూచించండి.
3. 0 మరియు 1 మధ్య నీవు మరి ఏదైనా భిన్నాన్ని సూచించగలవా?సంఖ్యా రేఖ పై మీరు సూచించగల మరియు వివరించగల మరో 5 భిన్నాలను వ్రాయండి.
4. 0 మరియు1 మధ్య ఎన్ని భిన్నాలు ఉంటాయి? ఆలోచించి చర్చించి మీసమాధానాన్ని రాయండి.

7.4 Proper Fractions

You have now learnt how to locate fractions on a number line. Locate the fractions $\frac{3}{4}, \frac{1}{2}, \frac{9}{10}, \frac{0}{3}, \frac{5}{8}$ on separate number lines.

Does any one of the fractions lie beyond 1?

All these fractions lie to the left of 1as they are less than 1.

In fact, all the fractions we have learnt so far are less than 1. These are **proper fractions**. A proper fraction as Farida said (Sec. 7.1), is a number representing part of a whole. In a proper fraction the denominator shows the number of parts into which the whole is divided and the numerator shows the number of parts which have been considered. Therefore, in a proper fraction the numerator is always less than the denominator.

Try These

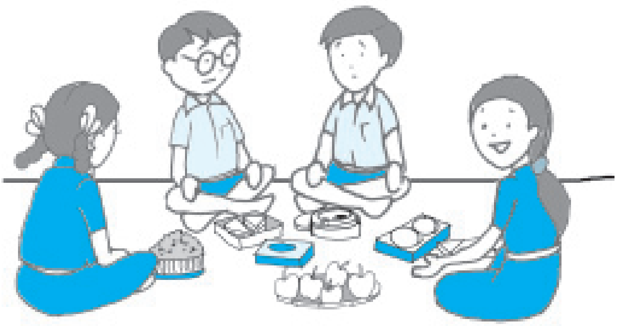
1. Give a proper fraction :
   (a) whose numerator is 5 and denominator is 7.
   (b) whose denominator is 9 and numerator is 5.
   (c) whose numerator and denominator add up to 10. How many fractions of this kind can you make?
   (d) whose denominator is 4 more than the numerator.
   (Give any five. How many more can you make?)
2. A fraction is given.
   How will you decide, by just looking at it, whether, the fraction is
   (a) less than 1?
   (b) equal to 1?
3. Fill up using one of these : '>', '<' or '='

   (a) $\frac{1}{2}$ ☐ 1 (b) $\frac{3}{5}$ ☐ 1 (c) 1 ☐ $\frac{7}{8}$ (d) $\frac{4}{4}$ ☐ 1 (e) $\frac{2005}{2005}$ ☐ 1

7.5 Improper and Mixed Fractions

Anagha, Ravi, Reshma and John shared their tiffin. Along with their food, they had also, brought 5 apples. After eating the other food, the four friends wanted to eat apples.

How can they share five apples among four of them?



7.4 క్రమ భిన్నాలు

మీరు సంఖ్యా రేఖ పై భిన్నాలును ఎలా గుర్తించాలో ఇప్పుడు నేర్చుకున్నారు $\frac{3}{4}, \frac{1}{2}, \frac{9}{10}, \frac{0}{3}, \frac{5}{8}$ లను వేర్వేరు సంఖ్యా రేఖలపై గుర్తించండి

ఈభిన్నాలలో ఏదైనా 1కి మించి ఉందా?

ఈ భిన్నాలన్నీ 1 యొక్క ఎడమవైపు ఉంటాయి. ఎందుకంటే అవి 1కంటే తక్కువ కాబట్టి.

వాస్తవానికి, ఇప్పటి వరకు మనం నేర్చుకున్న భిన్నాలు అన్ని 1 కంటే తక్కువే. ఇవి **క్రమభిన్నాలు.** క్రమభిన్నం అనునది ఫరీదాచెప్పినట్లుగా (సెక్షన్ 7.1) మొత్తంలో కొంత భాగాన్ని సూచించే సంఖ్య. క్రమ భిన్నంలో హారము ఒక మొత్తాన్ని ఎన్ని సమాన భాగాలుగా విభజించారో మరియు లవము పరిగణనలోకి తీసుకున్న భాగాల సంఖ్యను సూచిస్తుంది. కాబట్టి క్రమభిన్నములో లవము హారముకంటే ఎల్లప్పుడు తక్కువగా ఉంటుంది.

ప్రయత్నించండి

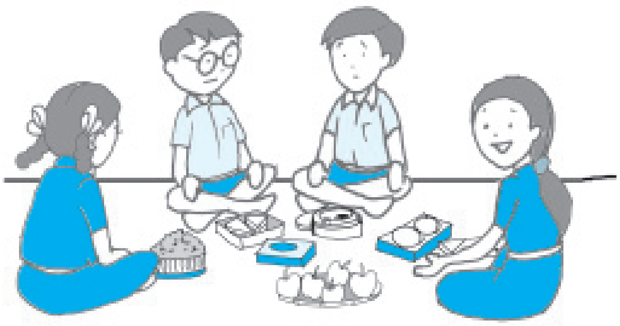
1. ఒక క్రమభిన్న మును
   (a) లవము 5 మరియు హారము 7.
   (b) హారము 9 లవము 7
   (c) లవము మరియు హారముల మొత్తము 10 అయ్యేవిధంగా మీరు ఎన్ని భిన్నాలను రాయగలరు
   (d) లవముకున్నా హారము 4 ఎక్కువ (ఏవైనా 5 భిన్నాలు రాయండి. ఇంకా ఎన్ని రాయగలరు)
2. ఒక భిన్నం ఇవ్వబడినది. ఆ భిన్నమును చూచి అది.
   (a) ఒకటి కంటే తక్కువా?
   (b) ఒకటికి సమానము? అని ఎలా నిర్ణయిస్తావు?
3. '>', '<' లేదా '=' లతో ఖాళీలను పూరించండి.

(a) $\frac{1}{2} \square 1$ (b) $\frac{3}{5} \square 1$ (c) $1 \square \frac{7}{8}$ (d) $\frac{4}{4} \square 1$ (e) $\frac{2005}{2005} \square 1$

7.5 అపక్రమ మరియు మిశ్రమ భిన్నాలు

అనఘా రవి, రేష్మా, మరియు జాన్ తమ అల్పాహారమును పంచుకున్నారు. వారి ఆహారంతో పాటుగా వారు 5 ఆపిల్ పండ్లను తెచ్చుకున్నారు. ఆహారం తిన్న తరువాత నలుగురు స్నేహితులు అపిల్ పండ్లు తినాలి అనుకున్నారు.

ఆ నలుగురు 5 ఆపిల్ పండ్లను తమలో తాము ఎలా పంచుకోగలరు?



Anagha said, 'Let each of us have one full apple and a quarter of the fifth apple.'

Anagha Ravi Reshma John

Reshma said, 'That is fine, but we can also divide each of the five apples into 4 equal parts and take one-quarter from each apple.'

Anagha Ravi Reshma John

Ravi said, 'In both the ways of sharing each of us would get the same share, i.e., 5 quarters. Since 4 quarters make one whole, we can also say that each of us would get 1 whole and one quarter. The value of each share would be five divided by four. Is it written as $5 \div 4$?' John said, 'Yes the same as $\frac{5}{4}$'. Reshma added that in $\frac{5}{4}$, the numerator is bigger than the denominator. The fractions, where the numerator is bigger than the denominator are called **improper fractions.**

Thus, fractions like $\frac{3}{2}, \frac{12}{7}, \frac{18}{5}$ are all improper fractions.

1. Write five improper fractions with denominator 7.
2. Write five improper fractions with numerator 11.

Ravi reminded John, 'What is the other way of writing the share? Does it follow from Anagha's way of dividing 5 apples?'

John nodded, 'Yes, It indeed follows from Anagha's way. In her way, each share is one whole and one quarter. It is $1 + \frac{1}{4}$ and written in short as $1\frac{1}{4}$. Remember, $1\frac{1}{4}$ is the same as $\frac{5}{4}$'.

This is 1 (one)

Each of these is $\frac{1}{4}$ (one-fourth)

Fig 7.8

మనలో ప్రతి ఒక్కరికి ఒక పూర్తి ఆపిల్ మరియు 5వ ఆపిల్ లో పావు వంతు తీసుకుందాం అని అనఘ చెప్పింది

అనఘా రవి రేష్మా జాన్

రేష్మా మాట్లాడుతు రవి బాగానే ఉంది, కానీ మనం ఐదు ఆపిళ్ళలో ప్రతి ఆపిల్ ను నాలుగు సమాన భాగాలు చేసి ప్రతిదానిలో పావు వంతు తీసుకుందాం అన్నది.

అనఘా రవి రేష్మా జాన్

రవి ఇలా అన్నాడు. రెండు పద్ధతులలో కూడా ప్రతి ఒక్కరికి ఒకేవిధమైన వాటా లభిస్తుంది,అవి 5 పావులు– నాలుగు పావులు

ఒక మొత్తం కాబట్టి అందరికి ఒక మొత్తం మరియు ఒక పావు వస్తుంది అనికూడా చెప్పవచ్చు. ఒక్కొకరి వాటా 5 ను నాలుగుతో

భాగించగా వచ్చు దానికి సమానం. దీనిని $5 \div 4$ గా రాయవచ్చా?

అవును ప్రతి వాటా $\frac{5}{4}$ కు సమానం అని జాన్ చెప్పాడు $\frac{5}{4}$ లో లవము హారము కంటే పెద్దది అని రేష్మ చెప్పింది. ఏ భిన్నాలలో లవము హారము కంటే పెద్దదిగా ఉంటుందో ఆ భిన్నాలను అపక్రమ భిన్నాలు అంటారు.కాబట్టి $\frac{3}{2}, \frac{12}{7}, \frac{18}{5}$ అన్ని అపక్రమభిన్నాలు

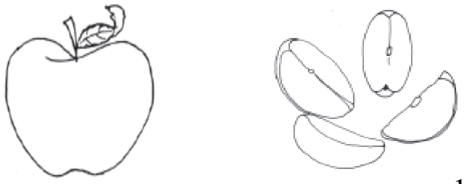
1. హారము 7 గా కలిగిన 5 అపక్రమ భిన్నాలను వ్రాయండి.
2. లవము 4 గా కలిగిన 5 అపక్రమ భిన్నాలను వ్రాయండి –

రవి, జాన్ కు గుర్తు చేసాడు.ఆ వాటాను రాసే మరొక పద్ధతి ఏమిటి? ఇది అనఘ చెప్పిన 5 ఆపిల్స్ విభజించు పద్ధతిని అనుసరిస్తుందో జాన్ తలాడించాడు. అవును,

ఇది నిజముగా అనఘంచెప్పిన మార్గాన్ని అనుసరిద్దాం. తన పద్ధతిలో ప్రతి వాటా ఒక మొత్తం మరియు ఒక పావు ఇది $1+\frac{1}{4}$

దీనిని సంక్షిప్తంను $1\frac{1}{4}$ గా రాయవచ్చు

$1\frac{1}{4}$ అనునది $\frac{5}{4}$ కి సమానమని గుర్తుంచుకోండి.

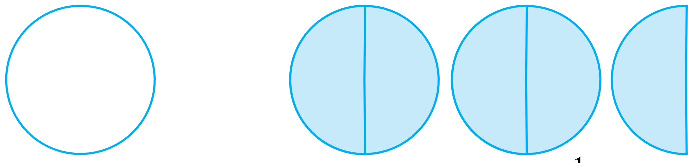


ఇది ఒక పూర్తి భాగం

వీటిలో ప్రతి ఒక్కటి $\frac{1}{4}$ (పావు వంతు)

పటం 7.8

Recall the pooris eaten by Farida. She got $2\frac{1}{2}$ poories (Fig 7.9), i.e.



This is 1   This is $2\frac{1}{2}$

Fig 7.9

How many shaded halves are there in $2\frac{1}{2}$? There are 5 shaded halves.

So, the fraction can also be written as $\frac{5}{2}$. $2\frac{1}{2}$ is the same as $\frac{5}{2}$.

Fractions such as $1\frac{1}{4}$ and $2\frac{1}{2}$ are called **Mixed Fractions**. A mixed fraction has a combination of a whole and a part. Where do you come across mixed fractions? Give some examples.

> **Do you know?**
> The grip-sizes of tennis racquets are often in mixed numbers. For example one size is '$3\frac{7}{8}$ inches' and '$4\frac{3}{8}$ inches' is another.

Example 1 : Express the following as mixed fractions :

(a) $\frac{17}{4}$ (b) $\frac{11}{3}$ (c) $\frac{27}{5}$ (d) $\frac{7}{3}$

Solution : (a) $\frac{17}{4}$

$$4\,\overline{)17}\ \ (4$$
$$-16$$
$$1$$

i.e. 4 whole and $\frac{1}{4}$ more, or $4\frac{1}{4}$

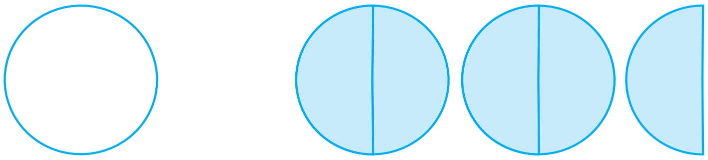
(b) $\frac{11}{3}$

$$3\,\overline{)11}\ \ (3$$
$$-9$$
$$2$$

i.e. 3 whole and $\frac{2}{3}$ more, or $3\frac{2}{3}$

$$\left[\textit{Alternatively}, \frac{11}{3} = \frac{9+2}{3} = \frac{9}{3} + \frac{2}{3} = 3 + \frac{2}{3} = 3\frac{2}{3}\right]$$

ఫరీదాతిన్నపూరీలనుగుర్తుతెచ్చుకోండి. ఆమెకు $2\frac{1}{2}$ పూరీలు లభించాయి. (పటం 7.9)అంటే



పటం 7.9

$2\frac{1}{2}$ లోఎన్ని సగ భాగాలు ఉన్నాయి? ఇందులో 5 షేడ్ చేసిన సగాలు ఉన్నాయి. కాబట్టి భిన్నాన్ని $\frac{5}{2}$ గా కూడా వ్రాయవచ్చు. $2\frac{1}{2}$ అనునది $\frac{5}{2}$ కు సమానము.

$1\frac{1}{4}$, $2\frac{1}{2}$ వంటి భిన్నాలను మిశ్రమ భిన్నాలు అని పిలుస్తారు

మిశ్రమ భిన్నాలు. ఒక మిశ్రమ భిన్నం ఒక మొత్తం మరియు ఒక భాగంను కలిగి ఉంటుంది.

> **మీకుతెలుసా?**
>
> టెన్నిస్ రాకెట్ల యొక్క పట్టు-పరిమాణాలు తరచుగా మిశ్రమ సంఖ్యలో ఉంటాయి.
>
> ఉదాహరణకి ఒక పరిమాణం‘ $3\frac{7}{8}$ అంగుళాలు’ మరియు మరొకటి ‘ $4\frac{3}{8}$ అంగుళాలు’.

మిశ్రమ భిన్నాలను మీరు ఎక్కడెక్కడ గమనిస్తారు? కొన్ని ఉదాహరణలు ఇవ్వండి..

ఉదాహరణ1: క్రింద ఇచ్చిన వాటిని మిశ్రమ భిన్నాలుగా వ్రాయండి. :

(a) $\frac{17}{4}$ (b) $\frac{11}{3}$ (c) $\frac{27}{5}$ (d) $\frac{7}{3}$

సాధన:

(a) $\frac{17}{4}$

$$4\,\overline{)17}\;\;4$$
$$-\;16$$
$$1$$

అనగా 4 మొత్తాలు మరియు $\frac{1}{4}$ ఎక్కువ లేదా $4\frac{1}{4}$

(b) $\frac{11}{3}$

$$3\,\overline{)11}\;\;3$$
$$-\;9$$
$$2$$

అనగా 3 మొత్తాలు మరియు $\frac{2}{3}$ ఎక్కువ లేదా $3\frac{2}{3}$

[ప్రత్యామ్నాయం, $\frac{11}{3} = \frac{9+2}{3} = \frac{9}{3} + \frac{2}{3} = 3 + \frac{2}{3} = 3\frac{2}{3}$]

Try (c) and (d) using both the methods for yourself.

Thus, we can express an improper fraction as a mixed fraction by dividing the numerator by denominator to obtain the quotient and the remainder. Then the mixed fraction will be written as $\text{Quotient}\,\frac{\text{Remainder}}{\text{Divisor}}$.

Example 2 : Express the following mixed fractions as improper fractions:

(a) $2\frac{3}{4}$ (b) $7\frac{1}{9}$ (c) $5\frac{3}{7}$

Solution : (a) $2\frac{3}{4} = 2 + \frac{3}{4} = \frac{2 \times 4}{4} + \frac{3}{4} = \frac{11}{4}$

(b) $7\frac{1}{9} = \frac{(7 \times 9) + 1}{9} = \frac{64}{9}$

(c) $5\frac{3}{7} = \frac{(5 \times 7) + 3}{7} = \frac{38}{7}$

Thus, we can express a mixed fraction as an improper fraction as $\frac{(\text{Whole} \times \text{Denominator}) + \text{Numerator}}{\text{Denominator}}$.

EXERCISE 7.2

1. Draw number lines and locate the points on them :

(a) $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{4}{4}$ (b) $\frac{1}{8}, \frac{2}{8}, \frac{3}{8}, \frac{7}{8}$ (c) $\frac{2}{5}, \frac{3}{5}, \frac{8}{5}, \frac{4}{5}$

2. Express the following as mixed fractions :

(a) $\frac{20}{3}$ (b) $\frac{11}{5}$ (c) $\frac{17}{7}$

(d) $\frac{28}{5}$ (e) $\frac{19}{6}$ (f) $\frac{35}{9}$

3. Express the following as improper fractions :

(a) $7\frac{3}{4}$ (b) $5\frac{6}{7}$ (c) $2\frac{5}{6}$ (d) $10\frac{3}{5}$ (e) $9\frac{3}{7}$ (f) $8\frac{4}{9}$

(c) మరియు (d) లను రెండు పద్ధతులను ఉపయోగించి సొంతంగా ప్రయత్నించండి.

లవమును హారముతో భాగించిన మనకు భాగఫలము మరియు శేషములు లభించును. అపుడు వాటిచే అపక్రమ భిన్నాన్ని మిశ్రమ భిన్నంగా మనం వ్యక్తపరచవచ్చు.

మిశ్రమ భిన్నాన్ని భాగఫలము $\dfrac{\text{శేషము}}{\text{విభాజకము}}$ గా రాస్తాం.

ఉదాహరణ 2: కింది ఇచ్చిన మిశ్రమ భిన్నాలను అపక్రమ భిన్నాలుగా రాయండి:

(a) $2\frac{3}{4}$ (b) $7\frac{1}{9}$ (c) $5\frac{3}{7}$

సాధన: (a) $2\frac{3}{4} = 2 + \frac{3}{4} = \frac{2 \times 4}{4} + \frac{3}{4} = \frac{11}{4}$

(b) $7\frac{1}{9} = \frac{(7 \times 9) + 1}{9} = \frac{64}{9}$

(c) $5\frac{3}{7} = \frac{(5 \times 7) + 3}{7} = \frac{38}{7}$

అప్పుడు మనం ఒక మిశ్రమ భిన్నాన్ని అప క్రమ భిన్నముగా రాయటానికి

$\dfrac{(\text{మొత్తం} \times \text{హారము}) + \text{లవము}}{\text{హారము}}$

అభ్యాసం 7.2

1. సంఖ్యా రేఖను గీచి దానిపై గుర్తించండి :

(a) $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{4}{4}$ (b) $\frac{1}{8}, \frac{2}{8}, \frac{3}{8}, \frac{7}{8}$ (c) $\frac{2}{5}, \frac{3}{5}, \frac{8}{5}, \frac{4}{5}$

2. కింది వాటిని మిశ్రమ భిన్నాలుగా వ్యక్తీకరించండి :

(a) $\frac{20}{3}$ (b) $\frac{11}{5}$ (c) $\frac{17}{7}$

(d) $\frac{28}{5}$ (e) $\frac{19}{6}$ (f) $\frac{35}{9}$

3. కింది వాటిని అపక్రమ భిన్నాలుగా వ్యక్తీకరించండి :

(a) $7\frac{3}{4}$ (b) $5\frac{6}{7}$ (c) $2\frac{5}{6}$ (d) $10\frac{3}{5}$ (e) $9\frac{3}{7}$ (f) $8\frac{4}{9}$

7.6 Equivalent Fractions

Look at all these representations of fraction (Fig 7.10).

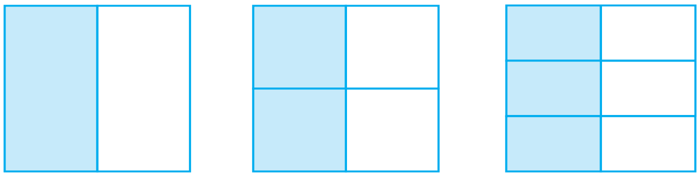
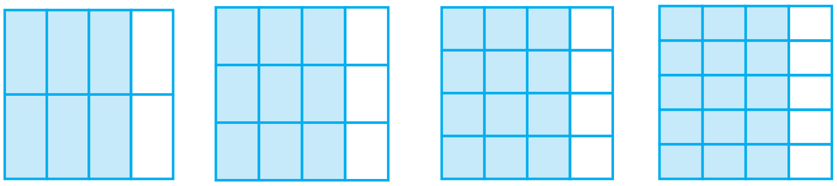


Fig 7.10

These fractions are $\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{6}$, representing the parts taken from the total number of parts. If we place the pictorial representation of one over the other they are found to be equal. Do you agree?

Try These

1. Are $\frac{1}{3}$ and $\frac{2}{7}$; $\frac{2}{5}$ and $\frac{2}{7}$; $\frac{2}{9}$ and $\frac{6}{27}$ equivalent? Give reason.
2. Give example of four equivalent fractions.
3. Identify the fractions in each. Are these fractions equivalent?



These fractions are called **equivalent fractions**. Think of three more fractions that are equivalent to the above fractions.

Understanding equivalent fractions

$\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{6}, ..., \frac{36}{72}, ...,$ are all equivalent fractions. They represent the same part of a whole.

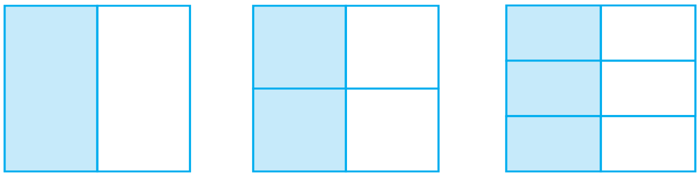
Think, discuss and write

Why do the equivalent fractions represent the same part of a whole? How can we obtain one from the other?

We note $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{1 \times 2}{2 \times 2}$. Similarly, $\frac{1}{2} = \frac{3}{6} = \frac{1 \times 3}{2 \times 3} = \frac{1}{2}$ and $\frac{1}{2} = \frac{4}{8} = \frac{1 \times 4}{2 \times 4}$

7.6 సమాన భిన్నాలు

భిన్నం యొక్క ఈ ప్రాతినిధ్యాలన్నింటినీ చూడండి (పటం 7.10).

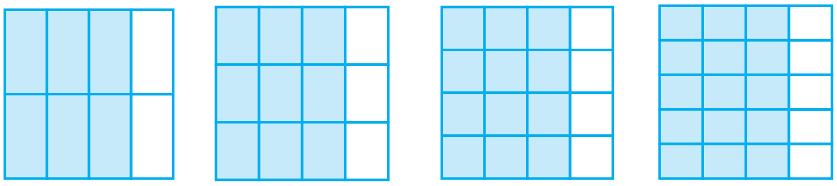


పటం 7.10

ఈ భిన్నాలు 1/2 , 2/4, 3/6 మొత్తం భాగాల నుండి తీసుకోబడిన భాగాలను సూచిస్తాయి. మనం ఒక దానిపై మరొకటి యొక్క పటచిత్రాలను ఉంచితే అవి సమానంగా ఉన్నట్లు కనుగొనబడింది. మీరు అంగీకరిస్తారా?

ప్రయత్నించండి

1. $\frac{1}{3}$ మరియు $\frac{2}{7}$; $\frac{2}{5}$ మరియు $\frac{2}{7}$; $\frac{2}{9}$ మరియు $\frac{6}{27}$ సమానం అవుతాయా? కారణం తెలపండి.
2. నాలుగు సమాన భిన్నాలకు ఉదాహరణ ఇవ్వండి.
3. ప్రతి దానిలో భిన్నాలను గుర్తించండి. ఈభిన్నాలు సమానమా?



ఈ భిన్నాలను **సమాన భిన్నాలు** అంటారు. పై భిన్నాలకు సమానమైన మరో మూడు భిన్నాల గురించి ఆలోచించండి.

సమాన భిన్నాలను అర్థంచేసుకోవడం

$\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{6}, \ldots, \frac{36}{72} \ldots,$ అన్నీ సమాన భిన్నాలు అవి మొత్తం యొక్క ఒకే భాగానికి సూచిస్తాయి.

ఆలోచించి , చర్చించి రాయండి

సమాన భిన్నాలు మొత్తం యొక్క ఒకే భాగాన్ని ఎందుకు సూచిస్తాయి? ఒక దాని నుండి మరొక దానిని మనం ఎలా పొందవచ్చు?

$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{1\times 2}{2\times 2}$. అదే విధంగా, $\frac{1}{2} = \frac{3}{6} = \frac{1\times 3}{2\times 3} = \frac{1}{2}$ మరియు $\frac{1}{2} = \frac{4}{8} = \frac{1\times 4}{2\times 4}$

To find an equivalent fraction of a given fraction, you may multiply both the numerator and the denominator of the given fraction by the same number.

Rajni says that equivalent fractions of $\frac{1}{3}$ are :

$\frac{1\times 2}{3\times 2}=\frac{2}{6}$, $\frac{1\times 3}{3\times 3}=\frac{3}{9}$, $\frac{1\times 4}{3\times 4}=\frac{4}{12}$ and many more.

Do you agree with her? Explain.

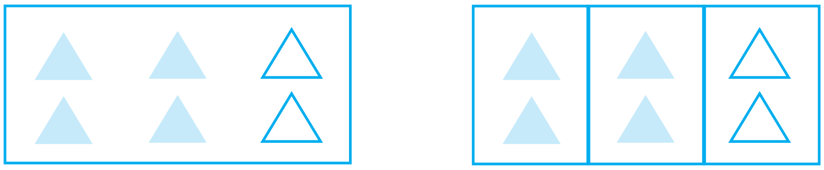
ప్రయత్నించండి

1. Find five equivalent fractions of each of the following:

(i) $\frac{2}{3}$ (ii) $\frac{1}{5}$ (iii) $\frac{3}{5}$ (iv) $\frac{5}{9}$

Another way

Is there any other way to obtain equivalent fractions? Look at Fig 7.11.



$\frac{4}{6}$ is shaded here. $\frac{2}{3}$ is shaded here.

Fig 7.11

These include equal number of shaded things i.e. $\frac{4}{6}=\frac{2}{3}=\frac{4\div 2}{6\div 2}$

To find an equivalent fraction, we may divide both the numerator and the denominator by the same number.

One equivalent fraction of $\frac{12}{15}$ is $\frac{12\div 3}{15\div 3}=\frac{4}{5}$

Can you find an equivalent fraction of $\frac{9}{15}$ having denominator 5 ?

Example 3 : Find the equivalent fraction of $\frac{2}{5}$ with numerator 6.

Solution : We know $2\times 3=6$. This means we need to multiply both the numerator and the denominator by 3 to get the equivalent fraction.

ఇచ్చిన భిన్నం యొక్క సమాన భిన్నాన్ని కనుగొనుటకు మనం ఇచ్చిన భిన్నం యొక్క లవం మరియు హారాలను ఒకే సంఖ్య చే గుణిస్తాము.

రజని $\frac{1}{3}$ కు సమాన భిన్నాలని ఇలా చెప్పింది

$\frac{1\times 2}{3\times 2}=\frac{2}{6}$, $\frac{1\times 3}{3\times 3}=\frac{3}{9}$, $\frac{1\times 4}{3\times 4}=\frac{4}{12}$ మరియు ఇంకా చాలా. ఆమెతో మీరు అంగీకరిస్తారా? వివరించండి

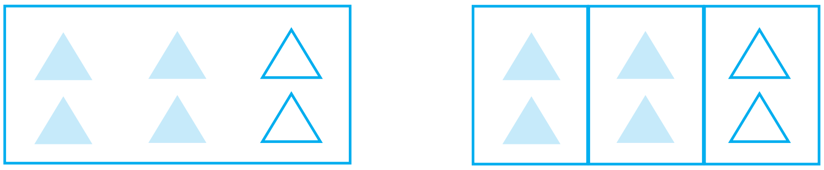
ప్రయత్నించండి

1. ప్రతి దానికి 5 సమాన భిన్నాలు రాయండి:

(i) $\frac{2}{3}$ (ii) $\frac{1}{5}$ (iii) $\frac{3}{5}$ (iv) $\frac{5}{9}$

మరొక మార్గం

సమాన భిన్నాలను పొందడానికి ఏదైనా ఇతర మార్గం ఉందా? పటం 7.11 చూడండి.



$\frac{4}{6}$ షేడ్ చేయబడింది $\frac{2}{3}$ షేడ్ చేయబడింది

పటం 7.11

వీటిలో సమాన సంఖ్యలో షేడ్ చేసిన భాగాలు ఉంటాయి అనగా $\frac{4}{6}=\frac{2}{3}=\frac{4\div 2}{6\div 2}$

ఇచ్చిన భిన్నం యొక్క సమాన భిన్నాన్ని కనుగొనుటకు మనం ఇచ్చిన భిన్నం యొక్క లవం మరియు హారంలను ఒకే సంఖ్య చే భాగిస్తాము.

$\frac{12}{15}$ యొక్క ఒక సమాన భాగం $\frac{12\div 3}{15\div 3}=\frac{4}{5}$

5హారముగా కలిగి $\frac{9}{15}$ కు సమానమైన భాగాన్ని మీరు కనుగొనగలరా?

ఉదాహరణ 3: 6 లవముగా గల $\frac{2}{5}$ కు సమానమైన భిన్నాన్ని కనుగొనండి 5.

సాధన: $2\times 3=6$ అని మనకు తెలుసుఅంటే సమాన భిన్నాన్ని పొందడం కొరకు మనం లవము మరియు హారము రెండింటినీ 3తో గుణించాల్సి ఉంటుంది.

Hence, $\frac{2}{5} = \frac{2 \times 3}{5 \times 3} = \frac{6}{15}$; $\frac{6}{15}$ is the required equivalent fraction.

Can you show this pictorially?

Example 4 : Find the equivalent fraction of $\frac{15}{35}$ with denominator 7.

Solution : We have $\frac{15}{35} = \frac{\square}{7}$

We observe the denominator and find $35 \div 5 = 7$. We, therefore, divide both the numerator and the denominator of $\frac{15}{35}$ by 5.

Thus, $\frac{15}{35} = \frac{15 \div 5}{35 \div 5} = \frac{3}{7}$.

An interesting fact

Let us now note an interesting fact about equivalent fractions. For this, complete the given table. The first two rows have already been completed for you.

Equivalent fractions	Product of the numerator of the 1st and the denominator of the 2nd	Product of the numerator of the 2nd and the denominator of the 1st	Are the products equal?
$\frac{1}{3} = \frac{3}{9}$	$1 \times 9 = 9$	$3 \times 3 = 9$	Yes
$\frac{4}{5} = \frac{28}{35}$	$4 \times 35 = 140$	$5 \times 28 = 140$	Yes
$\frac{1}{4} = \frac{4}{16}$			
$\frac{2}{3} = \frac{10}{15}$			
$\frac{3}{7} = \frac{24}{56}$			

What do we infer? The product of the numerator of the first and the denominator of the second is equal to the product of denominator of the first and the numerator of the second in all these cases. These two products are called cross products. Work out the cross products for other pairs of equivalent fractions. Do you find any pair of fractions for which cross products are not equal? This rule is helpful in finding equivalent fractions.

అందువల్ల, $\frac{2}{5}=\frac{2\times3}{5\times3}=\frac{6}{15}$; $\frac{6}{15}$ ఇది కావలసిన సమాన భిన్నం.

మీరు దీనిని పట రూపంలో చూపించగలరా?

ఉదాహరణ 4 : హారము 7 గా గల $\frac{15}{35}$ కు సమానమైన భిన్నాన్ని కనుగొనండి

సాధన: $\frac{15}{35}=\frac{\square}{7}$

మనము హారమును పరిశీలించి మరియు $35 \div 5 = 7$అని కనుగొన్నాము

కాబట్టి, మనం $\frac{15}{35}$ యొక్క లవ, హారములను రెండింటినీ 5 చే భాగిస్తాము.

అందువల్ల, $\frac{15}{35}=\frac{15\div5}{35\div5}=\frac{3}{7}$.

ఒక ఆసక్తి కరమైన విషయము

సమాన భిన్నాలు గురించి ఒక ఆసక్తికరమైన వాస్తవాన్ని గమనిద్దాం దీనికొరకు ఇచిన పట్టికను పూరించండి. మీ మొదటి రెండు వరుసలు ఇప్పటికే పూర్తి చేయబడ్డాయి.

సమాన భిన్నాలు	మొదటిదాని లవము మరియు రెండవదాని హారముల యొక్క లబ్ధము	రెండవదాని లవము మరియు మొదటిదాని హారముల లబ్ధము	లబ్ధాలు సమానమా?
$\frac{1}{3}=\frac{3}{9}$	$1\times9=9$	$3\times3=9$	అవును
$\frac{4}{5}=\frac{28}{35}$	$4\times35=140$	$5\times28=140$	అవును
$\frac{1}{4}=\frac{4}{16}$			
$\frac{2}{3}=\frac{10}{15}$			
$\frac{3}{7}=\frac{24}{56}$			

మనం ఏమి గమనించాము? అన్ని సందర్భాల్లో కూడా మొదటి భిన్నంలోని లవము మరియు రెండవ భిన్నములోని హారముల లబ్దము అదే విధంగా మొదటి భిన్నము యొక్క హారము మరియు రెండవ భిన్నము యొక్క లవముల లబ్దమునకు సమానము ఈ రెండు లబ్దాలను అడ్డ గుణకారాల లబ్దాలు అంటారు. మిగిలిన సమాన భిన్నాలు యొక్క అడ్డ గుణకారాల లబ్ధాలను చేయండి. మీరు ఏ జత భిన్నాల అడ్డ గుణకారాల లబ్ధాలు అయినా సమానంగా లేకుండుటను కనుగొన్నారా ? ఈ విషయం సమాన భిన్నాలను కనుగొనుటలో ఉపయోగపడుతుంది.

Example 5 : Find the equivalent fraction of $\frac{2}{9}$ with denominator 63.

Solution : We have $\frac{2}{9} = \frac{\square}{63}$

For this, we should have, $9 \times \square = 2 \times 63$.

But $63 = 7 \times 9$, so $9 \times \square = 2 \times 7 \times 9 = 14 \times 9 = 9 \times 14$

or $9 \times \square = 9 \times 14$

By comparison, $\square = 14$. Therefore, $\frac{2}{9} = \frac{14}{63}$.

7.7 Simplest Form of a Fraction

Given the fraction $\frac{36}{54}$, let us try to get an equivalent fraction in which the numerator and the denominator have no common factor except 1.

How do we do it? We see that both 36 and 54 are divisible by 2.

$$\frac{36}{54} = \frac{36 \div 2}{54 \div 2} = \frac{18}{27}$$

But 18 and 27 also have common factors other than one.

The common factors are 1, 3, 9; the highest is 9.

Therefore, $\frac{18}{27} = \frac{18 \div 9}{27 \div 9} = \frac{2}{3}$

Now 2 and 3 have no common factor except 1; we say that the fraction $\frac{2}{3}$ is in the simplest form.

A fraction is said to be in the simplest (or lowest) form if its numerator and denominator have no common factor except 1.

The shortest way

The shortest way to find the equivalent fraction in the simplest form is to find the HCF of the numerator and denominator, and then divide both of them by the HCF.

A Game

The equivalent fractions given here are quite interesting. Each one of them uses all the digits from 1 to 9 once!

$$\frac{2}{6} = \frac{3}{9} = \frac{58}{174}$$

$$\frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{79}{158}$$

Try to find two more such equivalent fractions.

ఉదాహరణ 5: హారము 63 గా గల $\frac{2}{9}$ కి సమానమైన భిన్నాన్ని కనుగొనండి

సాధన: మనం $\frac{2}{9} = \frac{\square}{63}$

దీని కొరకు మనం కలిగి $9 \times \square = 2 \times 63$ ఉండాలి

కానీ $63 = 7 \times 9$, కాబట్టి $9 \times \square = 2 \times 7 \times 9 = 14 \times 9 = 9 \times 14$

లేదా $9 \times \square = 9 \times 14$

పోలిక ద్వారా, $\square = 14$. అందువల్ల, $\frac{2}{9} = \frac{14}{63}$

7.7 భిన్నం యొక్క సూక్ష్మ రూపం (కనిష్ట రూపం)

ఇచ్చిన భిన్నము $\frac{36}{54}$, దీని లవము మరియు హారముకు ఒకటి తప్పమరి ఏ ఇతర ఉమ్మడి కారణాంకము లేనిసమాన భిన్నాన్నిపొందటానికి ప్రయత్నిద్దాం.

మనం దీన్ని ఎలా చేయగలం ? 36 మరియు 54 రెండూ 2 చే భాగించబడడం మనం గమనిస్తాము.

$$\frac{36}{54} = \frac{36 \div 2}{54 \div 2} = \frac{18}{27}$$

కానీ 18 మరియు 27లకు ఒకటి కాకుండా ఇతర ఉమ్మడి కారణాంకాలు కూడా ఉన్నాయి.
ఉమ్మడి కారణాంకాలు 1,3,9; గరిష్టమైనది 9.

అందువల్ల, $\frac{18}{27} = \frac{18 \div 9}{27 \div 9} = \frac{2}{3}$

ఇప్పుడు 2 మరియు 3 లకు 1 మినహా ఏ ఉమ్మడి కారణాంకం లేదు. భిన్నం $\frac{2}{3}$ సూక్ష్మ రూపంలో ఉంది అని అంటాము.

భిన్నంలో లవం మరియు హారాలకు1 తప్ప మరియే ఇతర ఉమ్మడి కారణాంకం లేనట్లయిన ఆ భిన్నం సూక్ష్మరూపంలో ఉన్నదని అంటాము.

సంక్షిప్త పద్ధతి

సమానభిన్నాలు సూక్ష్మరూపాన్ని కనుగొనటానికి సంక్షిప్త పద్ధతి లవము మరియు హారముల యొక్క గ.సా.భా కనుగొని ఆ గ.సా.భా తో లవము మరియు హారమును భాగించవలెను.

ఒక ఆట

ఇక్కడ ఇవ్వబడిన సమానభిన్నాలు చాలా ఆసక్తికరంగా ఉన్నాయి. వాటిలో ప్రతి ఒక్కటి 1 నుండి 9 వరకు అన్ని అంకెలను ఒకసారి ఉపయోగిస్తుంది !

$$\frac{2}{6} = \frac{3}{9} = \frac{58}{174}$$

$$\frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{79}{158}$$

అటువంటి మరో రెండు సమాన భిన్నాలను కనుగొనడానికి ప్రయత్నించండి.

Consider $\frac{36}{24}$.

The HCF of 36 and 24 is 12.

Therefore, $\frac{36}{24} = \frac{36 \div 12}{24 \div 12} = \frac{3}{2}$. The fraction $\frac{3}{2}$ is in the lowest form.

Thus, HCF helps us to reduce a fraction to its lowest form.

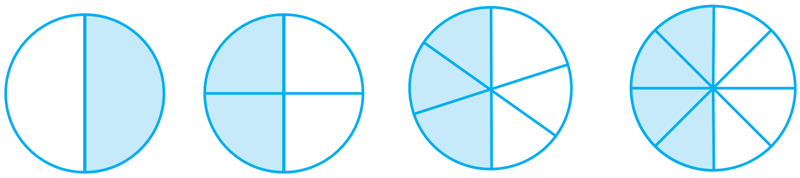
Try These

1. Write the simplest form of :
   (i) $\frac{15}{75}$ (ii) $\frac{16}{72}$
   (iii) $\frac{17}{51}$ (iv) $\frac{42}{28}$ (v) $\frac{80}{24}$
2. Is $\frac{49}{64}$ in its simplest form?

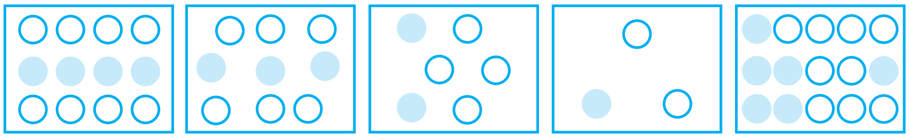
EXERCISE 7.3

1. Write the fractions. Are all these fractions equivalent?

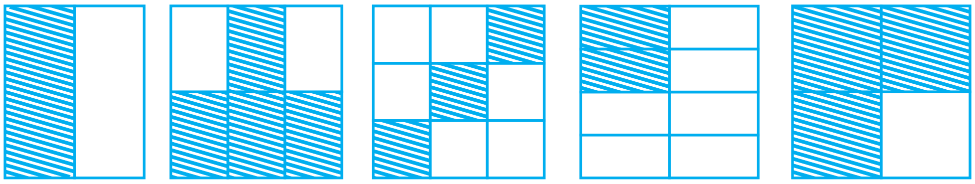
(a)



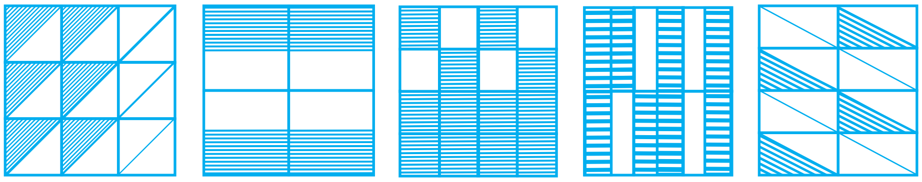
(b)



2. Write the fractions and pair up the equivalent fractions from each row.



(a) (b) (c) (d) (e)



(i) (ii) (iii) (iv) (v)

$\frac{36}{24}$ ను తీసుకోండి .

36మరియు 24యొక్క గ.సా.భా 12.

అందువల్ల , $\frac{36}{24} = \frac{36 \div 12}{24 \div 12} = \frac{3}{2}$. భిన్నం $\frac{3}{2}$ సూక్ష్మ రూపంలో ఉంది.

అందువల్ల, గ. సా. భా ఒక భాగాన్ని దాని సూక్ష్మ రూపానికి తగ్గించడానికి మనకు సహాయపడుతుంది.

ప్రయత్నించండి

1. దీని యొక్క సూక్ష్మ రూపం రాయండి :

(i) $\frac{15}{75}$ (ii) $\frac{16}{72}$

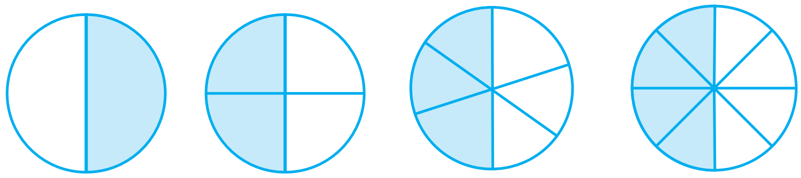
(iii) $\frac{17}{51}$ (iv) $\frac{42}{28}$ (v) $\frac{80}{24}$

2. $\frac{49}{64}$ దాని యొక్క సూక్ష్మరూపం లో ఉందా?

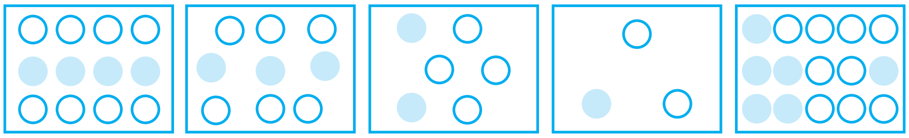
అభ్యాసం 7.3

1. భిన్నాలను రాయండి. ఈ భిన్నాలు సమాన భిన్నాలేనా?

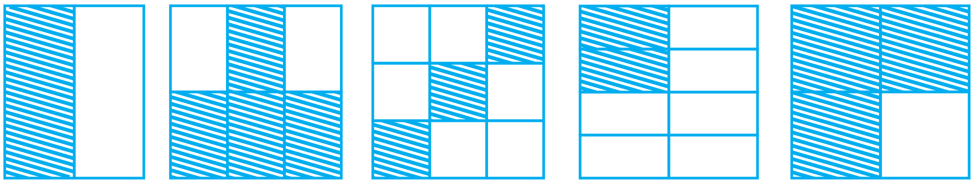
(a)



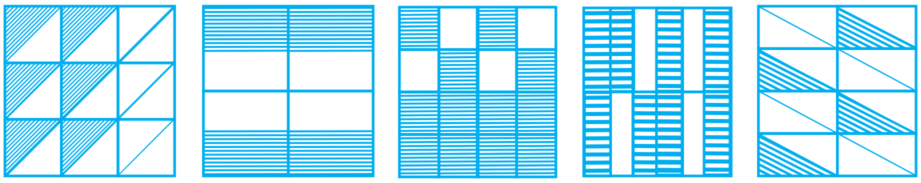
(b)



2. భిన్నాలు వ్రాసి ప్రతి వరుసలోని సమాన భిన్నాలతో జత చేయండి.



(a) (b) (c) (d) (e)



(i) (ii) (iii) (iv) (v)

3. Replace $\square$ in each of the following by the correct number :

(a) $\frac{2}{7} = \frac{8}{\square}$ (b) $\frac{5}{8} = \frac{10}{\square}$ (c) $\frac{3}{5} = \frac{\square}{20}$ (d) $\frac{45}{60} = \frac{15}{\square}$ (e) $\frac{18}{24} = \frac{\square}{4}$

4. Find the equivalent fraction of $\frac{3}{5}$ having

(a) denominator 20 (b) numerator 9

(c) denominator 30 (d) numerator 27

5. Find the equivalent fraction of $\frac{36}{48}$ with

(a) numerator 9 (b) denominator 4

6. Check whether the given fractions are equivalent :

(a) $\frac{5}{9}, \frac{30}{54}$ (b) $\frac{3}{10}, \frac{12}{50}$ (c) $\frac{7}{13}, \frac{5}{11}$

7. Reduce the following fractions to simplest form :

(a) $\frac{48}{60}$ (b) $\frac{150}{60}$ (c) $\frac{84}{98}$ (d) $\frac{12}{52}$ (e) $\frac{7}{28}$

8. Ramesh had 20 pencils, Sheelu had 50 pencils and Jamaal had 80 pencils. After 4 months, Ramesh used up 10 pencils, Sheelu used up 25 pencils and Jamaal used up 40 pencils. What fraction did each use up? Check if each has used up an equal fraction of her/his pencils?

9. Match the equivalent fractions and write two more for each.

(i)	$\frac{250}{400}$	(a)	$\frac{2}{3}$	(iv)	$\frac{180}{360}$	(d)	$\frac{5}{8}$
(ii)	$\frac{180}{200}$	(b)	$\frac{2}{5}$	(v)	$\frac{220}{550}$	(e)	$\frac{9}{10}$
(iii)	$\frac{660}{990}$	(c)	$\frac{1}{2}$				

7.8 Like Fractions

Fractions with same denominators are called **like fractions**.

Thus, $\frac{1}{15}, \frac{2}{15}, \frac{3}{15}, \frac{8}{15}$ are all like fractions. Are $\frac{7}{27}$ and $\frac{7}{28}$ like fractions?

Their denominators are different. Therefore, they are not like fractions. They are called **unlike fractions**.

Write five pairs of like fractions and five pairs of unlike fractions.

3. దిగువ పేర్కొన్న ప్రతిదానిని సరైన సంఖ్య తో భర్తీ చేయండి.

(a) $\frac{2}{7}=\frac{8}{\square}$ (b) $\frac{5}{8}=\frac{10}{\square}$ (c) $\frac{3}{5}=\frac{\square}{20}$ (d) $\frac{45}{60}=\frac{15}{\square}$ (e) $\frac{18}{24}=\frac{\square}{4}$

4. $\frac{3}{5}$ కు సమాన భిన్నాలను కిందివి కలిగి ఉండేలా కనుగొనుము

(a) హారము 20 (b) లవము9

(c) హారము30 (d) లవము27

5. క్రింది వాటితో $\frac{36}{48}$ కు సమానమైన భిన్నాన్ని కనుగొనండి :

(a) లవము 9 (b) హారము 4

6. ఇవ్వబడిన భిన్నాలు సమానమా కాదా అని పరిశీలించండి :

(a) $\frac{5}{9}, \frac{30}{54}$ (b) $\frac{3}{10}, \frac{12}{50}$ (c) $\frac{7}{13}, \frac{5}{11}$

7. కింది భిన్నాలను సూక్ష్మ రూపంలో రాయండి :

(a) $\frac{48}{60}$ (b) $\frac{150}{60}$ (c) $\frac{84}{98}$ (d) $\frac{12}{52}$ (e) $\frac{7}{28}$

8.రమేష్ వద్ద 20 పెన్సిళ్లు, షీలువద్ద 50 పెన్సిళ్లు మరియు జమాల్ వద్ద 80 పెన్సిళ్లుఉన్నాయి. 4 నెలలతరువాత, రమేష్ 10 పెన్సిళ్లు, షీలు 25 పెన్సిళ్లు మరియు జమాల్ 40 పెన్సిళ్లను ఉపయోగించాడు. ప్రతి ఒక్కరూ ఏ భిన్నాన్ని ఉపయోగించారు? ప్రతిఒక్కరూ తన పెన్సిళ్ల యొక్క సమాన భిన్నాన్ని ఉపయోగించారా అని సరిచూడండి ?

9. సమాన భాగాలను జతచేసి ప్రతిదానికి మరో రెండు రాయండి.

(i) $\frac{250}{400}$	(a) $\frac{2}{3}$	(iv) $\frac{180}{360}$	(d) $\frac{5}{8}$
(ii) $\frac{180}{200}$	(b) $\frac{2}{5}$	(v) $\frac{220}{550}$	(e) $\frac{9}{10}$
(iii) $\frac{660}{990}$	(c) $\frac{1}{2}$		

7.8 సజాతి భిన్నాలు

ఒకే హారాలు కలిగిన భిన్నాలను **సజాతి భిన్నాలు** అంటారు..

$\frac{1}{15}, \frac{2}{15}, \frac{3}{15}, \frac{8}{15}$ అన్నీ సజాతి భిన్నాలు. $\frac{7}{27}$ మరియు $\frac{7}{28}$ సజాతి భిన్నాలా ?

వాటి హారాలు వేరుగా ఉన్నాయి. అందువల్ల, అవి సజాతి భిన్నాలుకావు.
వీటిని **విజాతి భిన్నాలు** అని అంటారు.

ఐదు జతల సజాతి భిన్నాలు మరియు ఐదు జతల విజాతి భిన్నాలను రాయండి.

7.9 Comparing Fractions

Sohni has $3\frac{1}{2}$ rotis in her plate and Rita has $2\frac{3}{4}$ rotis in her plate. Who has more rotis in her plate? Clearly, Sohni has 3 full rotis and more and Rita has less than 3 rotis. So, Sohni has more rotis.

Consider $\frac{1}{2}$ and $\frac{1}{3}$ as shown in Fig. 7.12. The portion of the whole corresponding to $\frac{1}{2}$ is clearly larger than the portion of the same whole corresponding to $\frac{1}{3}$.

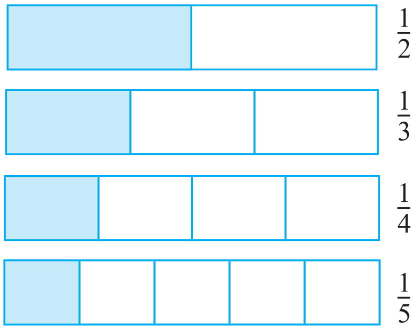


Fig 7.12

So $\frac{1}{2}$ is greater than $\frac{1}{3}$.

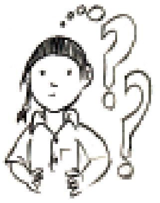
But often it is not easy to say which one out of a pair of fractions is larger. For example, which is greater, $\frac{1}{4}$ or $\frac{3}{10}$? For this, we may wish to show the fractions using figures (as in fig. 7.12), but drawing figures may not be easy especially with denominators like 13. We should therefore like to have a systematic procedure to compare fractions. It is particularly easy to compare like fractions. We do this first.

Try These

1. You get one-fifth of a bottle of juice and your sister gets one-third of the same size of a bottle of juice. Who gets more?

7.9.1 Comparing like fractions

Like fractions are fractions with the same denominator. Which of these are like fractions?

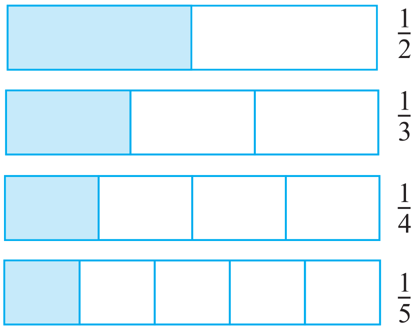


$\frac{2}{5}, \frac{3}{4}, \frac{1}{5}, \frac{7}{2}, \frac{3}{5}, \frac{4}{5}, \frac{4}{7}$

7.9 భిన్నాలను పోల్చడం

సోఫ్ని తన ప్లేట్ లో $3\frac{1}{2}$ రొట్టెలను మరియు రీటా తన ప్లేట్ లో $2\frac{3}{4}$ రొట్టెలను కలిగి ఉన్నారు. ఎక్కువ రొట్టెలు ఎవరి ప్లేట్ లో ఉన్నాయి? స్పష్టంగా, సోఫ్ని వద్ద 3 పూర్తి రొట్టెలు మరియు అంత కంటే ఎక్కువ రొట్టెలు ఉన్నాయి మరియు రీటా వద్ద 3 కంటే తక్కువ రోటీలు ఉన్నాయి. కాబట్టి, సోఫ్ని ఎక్కువ రొట్టెలు కలిగి ఉంది.

పటం 7.12 లో చూపిన $\frac{1}{2}$ మరియు $\frac{1}{3}$ ల గురించి ఆలోచించు. స్పష్టంగా మొత్తం లో $\frac{1}{2}$ సూచించు భాగం, $\frac{1}{3}$ సూచించు భాగం కంటే పెద్దది



పటం 7.12

అందువల్ల $\frac{1}{2}$ అనేది $\frac{1}{3}$ కంటే పెద్దది.

కానీ తరచుగా ఒక జత భిన్నాలలో ఏది పెద్దది అని చెప్పడం అంత సులభం కాదు. ఉదాహరణకు, ఏది పెద్దది, $\frac{1}{4}$ లేదా $\frac{3}{10}$? దీని కొరకు, మనం భిన్నాలను పటాలను ఉపయోగించి చూపించాలని అనుకోవచ్చు. (పటం. 7.12లో ఉన్నట్లుగా), కానీ ముఖ్యంగా 13 వంటి హారాలతో ఉన్న వాటిని గీయడం అంత సులభం కాకపోవచ్చు. అందువల్ల భిన్నాలను పోల్చడానికి ఒక క్రమబద్ధమైన పద్ధతిని కలిగి ఉండాలి. సజాతి భిన్నాలను పోల్చడం చాలా సులభం. ఇప్పుడు మనం దీన్ని చేస్తాము.

ప్రయత్నించండి

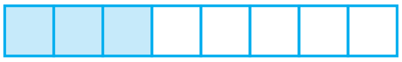
1. మీరు ఒక సీసా రసంలో ఐదవ వంతు పొందుతారు మరియు మీ సోదరి అదే పరిమాణంలోని రసంలో మూడింట ఒక వంతు పొందుతుంది. ఎవరికి ఎక్కువ లభిస్తుంది?

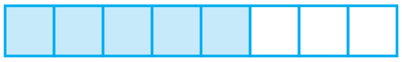
7.91 సజాతి భిన్నాల పోలిక

సజాతి భిన్నాలు ఒకే హారము కలిగిన భిన్నాలు. వీటిలో ఏవి సజాతి భిన్నాలు?

$\frac{2}{5}, \frac{3}{4}, \frac{1}{5}, \frac{7}{2}, \frac{3}{5}, \frac{4}{5}, \frac{4}{7}$

Let us compare two like fractions: $\frac{3}{8}$ and $\frac{5}{8}$.


$\frac{3}{8}$


$\frac{5}{8}$

In both the fractions the whole is divided into 8 equal parts. For $\frac{3}{8}$ and $\frac{5}{8}$, we take 3 and 5 parts respectively out of the 8 equal parts. Clearly, out of 8 equal parts, the portion corresponding to 5 parts is larger than the portion corresponding to 3 parts. Hence, $\frac{5}{8} > \frac{3}{8}$. Note the number of the parts taken is given by the numerator. It is, therefore, clear that for two fractions with the same denominator, the fraction with the greater numerator is greater. Between $\frac{4}{5}$ and $\frac{3}{5}$, $\frac{4}{5}$ is greater. Between $\frac{11}{20}$ and $\frac{13}{20}$, $\frac{13}{20}$ is greater and so on.

Try These

1. Which is the larger fraction?

   (i) $\frac{7}{10}$ or $\frac{8}{10}$ (ii) $\frac{11}{24}$ or $\frac{13}{24}$ (iii) $\frac{17}{102}$ or $\frac{12}{102}$

   Why are these comparisons easy to make?
2. Write these in ascending and also in descending order.

   (a) $\frac{1}{8}, \frac{5}{8}, \frac{3}{8}$ (b) $\frac{1}{5}, \frac{11}{5}, \frac{4}{5}, \frac{3}{5}, \frac{7}{5}$ (c) $\frac{1}{7}, \frac{3}{7}, \frac{13}{7}, \frac{11}{7}, \frac{7}{7}$

7.9.2 Comparing unlike fractions

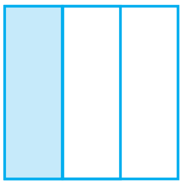
Two fractions are unlike if they have different denominators. For example, $\frac{1}{3}$ and $\frac{1}{5}$ are unlike fractions. So are $\frac{2}{3}$ and $\frac{3}{5}$.

Unlike fractions with the same numerator :

Consider a pair of unlike fractions $\frac{1}{3}$ and $\frac{1}{5}$, in which the numerator is the same.

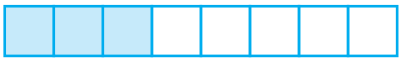
Which is greater $\frac{1}{3}$ or $\frac{1}{5}$?

$\frac{1}{3}$



$\frac{1}{5}$

మనం ఇప్పుడు రెండు భిన్నాలు $\frac{3}{8}$ మరియు $\frac{5}{8}$ లను పోల్చిచూద్దాం.


$\frac{3}{8}$

$\frac{5}{8}$

ఈ రెండు భిన్నాలలో మొత్తాన్ని 8 సమాన భాగాలుగా విభజించబడింది.

$\frac{3}{8}$ మరియు $\frac{5}{8}$ ల కోసం , 8 సమాన భాగాలలో మనం వరుసగా 3 మరియు5 భాగాలను తీసుకుంటాం. స్పష్టంగా 8 సమాన భాగాలలో, 5 భాగాలకు సంబంధించిన ప్రాంతం 3 భాగాలకు సంబంధించిన ప్రాంతం కంటే పెద్దది. అందువల్ల $\frac{5}{8} > \frac{3}{8}$ తీసుకున్న భాగాల సంఖ్య లవమును ఇస్తుంది. అని గమనించండి. అందువల్ల, ఒకే హారములు కలిగిన రెండు భిన్నాలలో, ఎక్కువ లవము కలిగిన భిన్నం పెద్దగా ఉంటుందని స్పష్టమైంది.

$\frac{4}{5}$ మరియు $\frac{3}{5}$ లలో, $\frac{4}{5}$ పెద్దది. $\frac{11}{20}$ మరియు $\frac{13}{20}$ లలో, $\frac{13}{20}$ పెద్దది.

ప్రయత్నించండి

1. ఏది పెద్ద భిన్నం?

   (i) $\frac{7}{10}$ or $\frac{8}{10}$ (ii) $\frac{11}{24}$ or $\frac{13}{24}$ (iii) $\frac{17}{102}$ or $\frac{12}{102}$

   ఈ పోలికలు ఎందుకు సులభం?

2. వీటిని ఆరోహణ క్రమంలోను మరియు అవరోహణ క్రమంలో రాయండి.

   (a) $\frac{1}{8}, \frac{5}{8}, \frac{3}{8}$ (b) $\frac{1}{5}, \frac{11}{5}, \frac{4}{5}, \frac{3}{5}, \frac{7}{5}$ (c) $\frac{1}{7}, \frac{3}{7}, \frac{13}{7}, \frac{11}{7}, \frac{7}{7}$

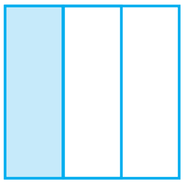
7.9.2 విజాతి భిన్నాలను పోల్చడం

రెండు భిన్నాలు వేర్వేరు హారాలను కలిగి ఉంటే అవి విజాతి భిన్నాలు. ఉదాహరణకు, $\frac{1}{3}$ మరియు $\frac{1}{5}$ లు విజాతి భిన్నాలు. అలాగే $\frac{2}{3}$ మరియు $\frac{3}{5}$

ఒకే లవము కలిగిన విజాతి భిన్నాలు:

విజాతి భిన్నాలు $\frac{1}{3}$ మరియు $\frac{1}{5}$ లను పరిశీలించండి. దీనిలో లవము ఒకే విధంగా ఉంది

వీటిలో ఏది పెద్దది $\frac{1}{3}$ లేదా $\frac{1}{5}$?

$\frac{1}{3}$


$\frac{1}{5}$

In $\frac{1}{3}$, we divide the whole into 3 equal parts and take one. In $\frac{1}{5}$, we divide the whole into 5 equal parts and take one. Note that in $\frac{1}{3}$, the whole is divided into a smaller number of parts than in $\frac{1}{5}$. The equal part that we get in $\frac{1}{3}$ is, therefore, larger than the equal part we get in $\frac{1}{5}$. Since in both cases we take the same number of parts (i.e. one), the portion of the whole showing $\frac{1}{3}$ is larger than the portion showing $\frac{1}{5}$, and therfore $\frac{1}{3} > \frac{1}{5}$.

In the same way we can say $\frac{2}{3} > \frac{2}{5}$. In this case, the situation is the same as in the case above, except that the common numerator is 2, not 1. The whole is divided into a large number of equal parts for $\frac{2}{5}$ than for $\frac{2}{3}$. Therefore, each equal part of the whole in case of $\frac{2}{3}$ is larger than that in case of $\frac{2}{5}$. Therefore, the portion of the whole showing $\frac{2}{3}$ is larger than the portion showing $\frac{2}{5}$ and hence, $\frac{2}{3} > \frac{2}{5}$.

We can see from the above example that **if the numerator is the same in two fractions, the fraction with the smaller denominator is greater of the two**.

Thus, $\frac{1}{8} > \frac{1}{10}$, $\frac{3}{5} > \frac{3}{7}$, $\frac{4}{9} > \frac{4}{11}$ and so on.

Let us arrange $\frac{2}{1}, \frac{2}{13}, \frac{2}{9}, \frac{2}{5}, \frac{2}{7}$ in increasing order. All these fractions are unlike, but their numerator is the same. Hence, in such case, the larger the denominator, the smaller is the fraction. The smallest is $\frac{2}{13}$, as it has the largest denominator. The next three fractions in order are $\frac{2}{9}, \frac{2}{7}, \frac{2}{5}$. The greatest fraction is $\frac{2}{1}$ (It is with the smallest denominator). The arrangement in increasing order, therefore, is $\frac{2}{13}, \frac{2}{9}, \frac{2}{7}, \frac{2}{5}, \frac{2}{1}$.

$\frac{1}{3}$ లో మనం మొత్తాన్ని 3 సమాన భాగాలుగా విభజించి ఒక దానిని తీసుకోండి. $\frac{1}{5}$ లో మొత్తాన్ని 5 సమాన భాగాలుగా విభజించి ఒక దానిని తీసుకోండి. $\frac{1}{5}$ లో కంటే $\frac{1}{3}$ లో మొత్తానికి చేసిన భాగాల సంఖ్య తక్కువ అని గమనించండి. కాబట్టి $\frac{1}{3}$ లో పొందిన భాగం $\frac{1}{5}$ లో పొందిన భాగం కంటే పెద్దది. పై రెండు సంధర్భాలలో మనం సామాన్య సంఖ్య గల భాగాలు తీసుకున్నాము. (అది ఒకటి) $\frac{1}{3}$ లో చూపించే మొత్తములోని భాగం $\frac{1}{5}$ లో చూపించే మొత్తం భాగం కంటే పెద్దది. అందువలన $1\frac{1}{3} > \frac{1}{5}$.

ఇదే విధంగా మనం, $\frac{2}{3} > \frac{2}{5}$ అని చెప్పవచ్చు. ఈసందర్భంలో 2 అనేది ఉమ్మడి లవము, 1 కాదు. ఇది కూడ పైన చెప్పిన సందర్భంలా ఉంటుంది కాని

ఇక్కడ లవము 2 కానీ 1 కాదు. $\frac{2}{3}$ కంటే $\frac{2}{5}$ కొరకు మొత్తం ఎక్కువ భాగాలుగా విభజించబడింది. కాబట్టి $\frac{2}{5}$ చూపించు సమాన భాగం కంటే $\frac{2}{3}$ చూపించు సమాన భాగం ఎక్కువ. కాబట్టి $\frac{2}{3} > \frac{2}{5}$.

పై ఉదాహరణలో మనం **ఇచ్చిన భిన్నాలలో లవాలు సమానమైన హారము చిన్నదిగా గల భిన్నము రెండు భిన్నాలలో పెద్దది.**

అందువలన, $\frac{1}{8} > \frac{1}{10}$, $\frac{3}{5} > \frac{3}{7}$, $\frac{4}{9} > \frac{4}{11}$ మొదలైనవి.

ఆరోహణ క్రమంలో ఈ భిన్నాలను అమర్చండి. ఈ భిన్నాలన్నీ విజాతి భిన్నాలు, కానీ వాటి లవము ఒకే విధంగా ఉంది. కాబట్టి, అటువంటి సందర్భంలో, ఎంత పెద్దహారము ఉంటే భిన్నము అంత చిన్నదిగా ఉంటుంది. $\frac{2}{13}$ అతి చిన్నది ఎందుకంటే అతి పెద్ద హారము 13 కలిగి ఉంది.

తరువాతి మూడు భిన్నాల క్రమం: $\frac{2}{9}, \frac{2}{7}, \frac{2}{5}$ అతి పెద్ద భాగం ఏమిటంటే $\frac{2}{1}$ (ఇది అతిచిన్న హారముతో ఉంది). ఆరోహణ క్రమం లో అమర్చగా $\frac{2}{13}, \frac{2}{9}, \frac{2}{7}, \frac{2}{5}, \frac{2}{1}$ గా ఉంటాయి.

.

Try These :

1. Arrange the following in ascending and descending order :

   (a) $\frac{1}{12}, \frac{1}{23}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{50}, \frac{1}{9}, \frac{1}{17}$

   (b) $\frac{3}{7}, \frac{3}{11}, \frac{3}{5}, \frac{3}{2}, \frac{3}{13}, \frac{3}{4}, \frac{3}{17}$

   (c) Write 3 more similar examples and arrange them in ascending and descending order.

Suppose we want to compare $\frac{2}{3}$ and $\frac{3}{4}$. Their numerators are different and so are their denominators. We know how to compare like fractions, i.e. fractions with the same denominator. We should, therefore, try to change the denominators of the given fractions, so that they become equal. For this purpose, we can use the method of equivalent fractions which we already know. Using this method we can change the denominator of a fraction without changing its value.

Let us find equivalent fractions of both $\frac{2}{3}$ and $\frac{3}{4}$.

$\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{6}{9} = \frac{8}{12} = \frac{10}{15} = ...$ Similarly, $\frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \frac{9}{12} = \frac{12}{16} = ...$

The equivalent fractions of $\frac{2}{3}$ and $\frac{3}{4}$ with the same denominator 12 are $\frac{8}{12}$ and $\frac{9}{12}$ repectively.

i.e. $\frac{2}{3} = \frac{8}{12}$ and $\frac{3}{4} = \frac{9}{12}$. Since, $\frac{9}{12} > \frac{8}{12}$ we have, $\frac{3}{4} > \frac{2}{3}$.

Example 6 : Compare $\frac{4}{5}$ and $\frac{5}{6}$.

Solution : The fractions are unlike fractions. Their numerators are different too. Let us write their equivalent fractions.

$$\frac{4}{5} = \frac{8}{10} = \frac{12}{15} = \frac{16}{20} = \frac{20}{25} = \frac{24}{30} = \frac{28}{35} = ...$$

and $\frac{5}{6} = \frac{10}{12} = \frac{15}{18} = \frac{20}{24} = \frac{25}{30} = \frac{30}{36} = ...$

ప్రయత్నించండి

1. కింది వాటిని ఆరోహణ మరియు అవరోహణ క్రమంలో అమర్చండి:

(a) $\frac{1}{12}, \frac{1}{23}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{50}, \frac{1}{9}, \frac{1}{17}$

(b) $\frac{3}{7}, \frac{3}{11}, \frac{3}{5}, \frac{3}{2}, \frac{3}{13}, \frac{3}{4}, \frac{3}{17}$

(c) ఇలాంటి మరో 3 ఉదాహరణలను రాయండి మరియు వాటిని ఆరోహణ మరియు అవరోహణ క్రమంలో అమర్చండి.

మనం $\frac{2}{3}$ మరియు $\frac{3}{4}$ లను పోల్చాలని అనుకుందాం. వీటి లవములు భిన్నంగా ఉన్నా యి మరియు వాటి హారములు కూడా అలాగే ఉన్నాయి. సజాతి భిన్నాల ను ఎలా పోల్చాలో మనకు తెలుసు, అనగా. ఒకే హారము కలిగిన భిన్నాలు. కాబట్టి, ఇవ్వబడ్డ భిన్నాల యొక్క హారములను మార్చడానికి మనం ప్రయత్నించాలి, తద్వారా అవి సమానంగా మారతాయి. దీని కొరకు, మనకు ఇప్పటికే తెలిసిన సమాన భిన్నాల పద్ధతిని మనం ఉపయోగించవచ్చు. ఈ పద్ధతిని ఉపయోగించి మనం ఒక భిన్నం యొక్క విలువను మార్చకుండానే దాని హారమును మార్చవచ్చు.

మనం ఇప్పుడు $\frac{2}{3}$ మరియు $\frac{3}{4}$ ల రెండింటి యొక్క సమాన భిన్నాలను కనుగొందాం

$\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{6}{9} = \frac{8}{12} = \frac{10}{15} = ...$ అదేవిధంగా, $\frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \frac{9}{12} = \frac{12}{16} = ...$

$\frac{2}{3}$ మరియు $\frac{3}{4}$ యొక్క సమాన భిన్నాలు ఒకే హారము 12 తోవరుసగా $\frac{8}{12}$ మరియు $\frac{9}{12}$

i.e. $\frac{2}{3} = \frac{8}{12}$ మరియు $\frac{3}{4} = \frac{9}{12}$. $\frac{9}{12} > \frac{8}{12}$ కావున, $\frac{3}{4} > \frac{2}{3}$.

ఉదాహరణ 6 : $\frac{4}{5}$ మరియు $\frac{5}{6}$ లను పోల్చుము

సాధన: ఈభిన్నాలు విజాతి భిన్నాలు. వాటి లవములు కూడా భిన్నంగా ఉన్నాయి. వాటికి సమానమైన భిన్నాలను మనం ఇప్పుడు రాద్దాం.

$$\frac{4}{5} = \frac{8}{10} = \frac{12}{15} = \frac{16}{20} = \frac{20}{25} = \frac{24}{30} = \frac{28}{35} = ...$$

మరియు $\frac{5}{6} = \frac{10}{12} = \frac{15}{18} = \frac{20}{24} = \frac{25}{30} = \frac{30}{36} = ...$

The equivalent fractions with the same denominator are :

$$\frac{4}{5}=\frac{24}{30} \text{ and } \frac{5}{6}=\frac{25}{30}$$

Since, $\frac{25}{30}>\frac{24}{30}$ so, $\frac{5}{6}>\frac{4}{5}$

Note that the common denominator of the equivalent fractions is 30 which is 5×6. It is a common multiple of both 5 and 6.

So, when we compare two unlike fractions, we first get their equivalent fractions with a denominator which is a common multiple of the denominators of both the fractions.

Example 7 : Compare $\frac{5}{6}$ and $\frac{13}{15}$.

Solution : The fractions are unlike. We should first get their equivalent fractions with a denominator which is a common multiple of 6 and 15.

Now, $\frac{5\times5}{6\times5}=\frac{25}{30}, \frac{13\times2}{15\times2}=\frac{26}{30}$

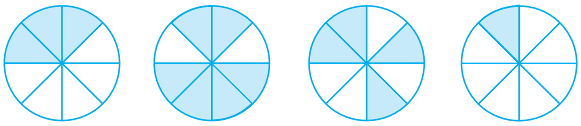
Since $\frac{26}{30}>\frac{25}{30}$ we have $\frac{13}{15}>\frac{5}{6}$.

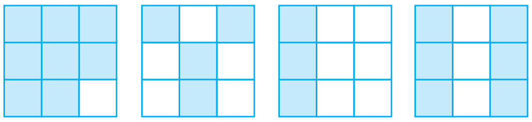
Why LCM?

The product of 6 and 15 is 90; obviously 90 is also a common multiple of 6 and 15. We may use 90 instead of 30; it will not be wrong. But we know that it is easier and more convenient to work with smaller numbers. So the common multiple that we take is as small as possible. This is why the LCM of the denominators of the fractions is preferred as the common denominator.

EXERCISE 7.4

1. Write shaded portion as fraction. Arrange them in ascending and descending order using correct sign '<', '=', '>' between the fractions:

(a) 

(b) 

ఒకే హారము కలిగిన సమాన భిన్నాలు:

$$\frac{4}{5}=\frac{24}{30} \text{ మరియు } \frac{5}{6}=\frac{25}{30}$$

నుండి, $\frac{25}{30}>\frac{24}{30}$ అందువల్ల , $\frac{5}{6}>\frac{4}{5}$

సమాన భిన్నాల యొక్క ఉమ్మడి హారము 30 అని గమనించండి, ఇది 5×6. ఇది5 మరియు 6 రెండింటి యొక్క ఉమ్మడి గుణిజము.

కాబట్టి, మనం రెండు భిన్నాలను పోల్చినప్పుడు, మనం మొదట వాటి సమాన భిన్నాలను ఒక హారముతో పొందుతాము, ఇది రెండు భిన్నాల హారముల యొక్క ఉమ్మడి గుణిజము.

ఉదాహరణ 7 : $\frac{5}{6}$ మరియు $\frac{13}{15}$ లను పోల్చుము.

సాధన : ఇచ్చిన భిన్నాలు విజాతి భిన్నాలు మొదట మనం హారములు 6 మరియు15 యొక్క ఉమ్మడి గుణిజము హారముగా గల సజాతి భిన్నాలను పొందాలి.

ఇప్పుడు $\frac{5\times5}{6\times5}=\frac{25}{30}$, $\frac{13\times2}{15\times2}=\frac{26}{30}$

కానీ $\frac{26}{30}>\frac{25}{30}$ అందువల్ల $\frac{13}{15}>\frac{5}{6}$.

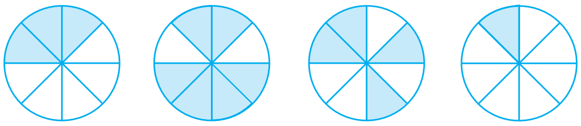
క.సా.గు ఎందుకు ?

6 మరియు 15 ల లబ్ధం 90. స్పష్టంగా 90 అనునది 6 మరియు 15 ల యొక్క ఉమ్మడి గుణిజము. మనం 30 బదులు 90 ఉపయోగించవచ్చు. ఆది తప్పేమీ కాదు. చిన్న సంఖ్యలలో పనిచేయటం సులభం మరియు సాధ్యం అని మనకు తెలుసు కాబట్టి మనం తీసుకునే ఉమ్మడి గుణిజము వీలైనంత చిన్నదై ఉండాలి. అందువల్ల హారాల యొక్క క.సా.గును ఉమ్మడి హారంగా తీసుకోవటం జరుగుతుంది.

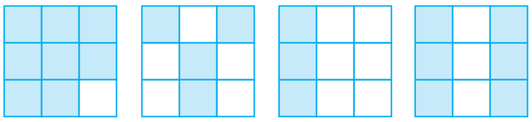
అభ్యాసం 7.4

1. ఛాయావృత్తం చేసిన భాగాన్ని భిన్న రూపంలో వ్రాయండి. వాటి మధ్య సరైన గుర్తు‘$<$’, ‘$=$’, ‘$>$’ ఉపయోగిస్తూ వాటిని ఆరోహణ అవరోహణ క్రమంలో వ్రాయండి.

(a)



(b)



(c) Show $\frac{2}{6}$, $\frac{4}{6}$, $\frac{8}{6}$ and $\frac{6}{6}$ on the number line. Put appropriate signs between the fractions given.

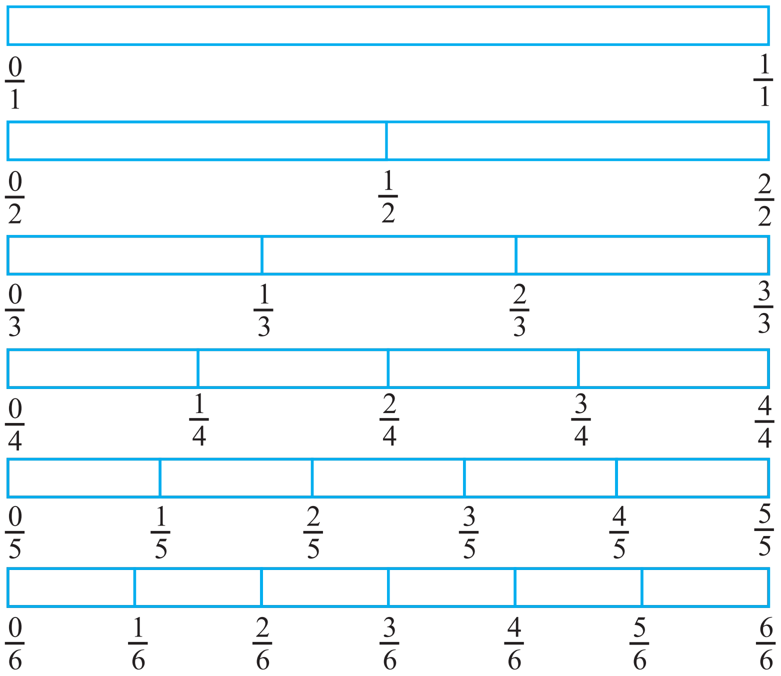
$\frac{5}{6} \square \frac{2}{6}$, $\frac{3}{6} \square 0$, $\frac{1}{6} \square \frac{6}{6}$, $\frac{8}{6} \square \frac{5}{6}$

2. Compare the fractions and put an appropriate sign.

(a) $\frac{3}{6} \square \frac{5}{6}$ (b) $\frac{1}{7} \square \frac{1}{4}$ (c) $\frac{4}{5} \square \frac{5}{5}$ (d) $\frac{3}{5} \square \frac{3}{7}$

3. Make five more such pairs and put appropriate signs.

4. Look at the figures and write '<' or '>', '=' between the given pairs of fractions.



(a) $\frac{1}{6} \square \frac{1}{3}$ (b) $\frac{3}{4} \square \frac{2}{6}$ (c) $\frac{2}{3} \square \frac{2}{4}$ (d) $\frac{6}{6} \square \frac{3}{3}$ (e) $\frac{5}{6} \square \frac{5}{5}$

Make five more such problems and solve them with your friends.

5. How quickly can you do this? Fill appropriate sign. ('<', '=', '>')

(a) $\frac{1}{2} \square \frac{1}{5}$ (b) $\frac{2}{4} \square \frac{3}{6}$ (c) $\frac{3}{5} \square \frac{2}{3}$

(d) $\frac{3}{4} \square \frac{2}{8}$ (e) $\frac{3}{5} \square \frac{6}{5}$ (f) $\frac{7}{9} \square \frac{3}{9}$

(c) $\frac{2}{6}$, $\frac{4}{6}$, $\frac{8}{6}$ మరియు $\frac{6}{6}$ లను సంఖ్యా రేఖ పై సూచించుము. ఇచ్చిన భిన్నాల మధ్య సరైన గుర్తులు ఉంచండి.

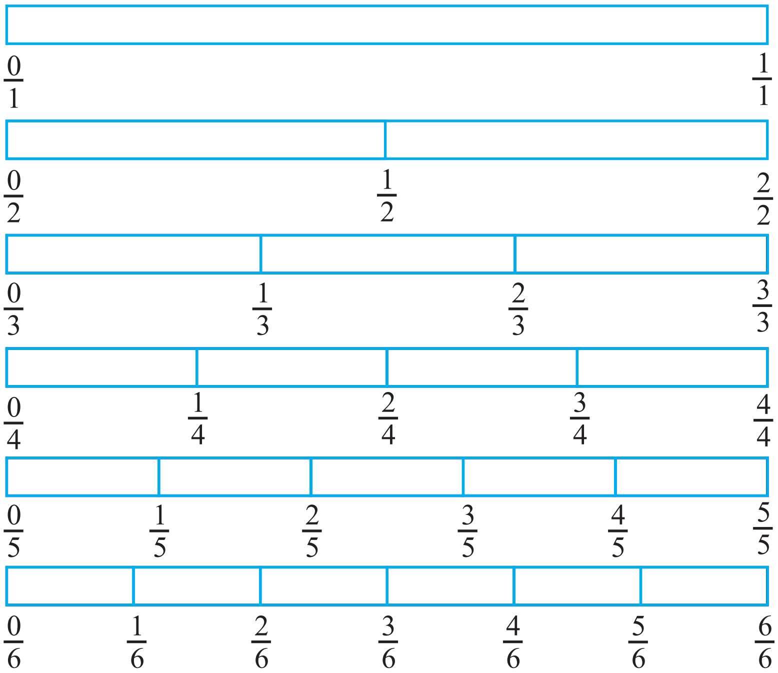
$\frac{5}{6}$ □ $\frac{2}{6}$, $\frac{3}{6}$ □ 0, $\frac{1}{6}$ □ $\frac{6}{6}$, $\frac{8}{6}$ □ $\frac{5}{6}$

2. భిన్నాలను పోల్చుము మరియు సరైన గుర్తును ఉంచండి.

(a) $\frac{3}{6}$ □ $\frac{5}{6}$ (b) $\frac{1}{7}$ □ $\frac{1}{4}$ (c) $\frac{4}{5}$ □ $\frac{5}{5}$ (d) $\frac{3}{5}$ □ $\frac{3}{7}$

3. అటువంటి మరో 5 జతలను తయారు చేయండి మరియు సరైన గుర్తులను ఉంచండి.

4. పటాలను చూడండి మరియు ఇవ్వబడిన భిన్నాల జతల మధ్య '<' లేదా '>', '=' అని రాయండి



(a) $\frac{1}{6}$ □ $\frac{1}{3}$ (b) $\frac{3}{4}$ □ $\frac{2}{6}$ (c) $\frac{2}{3}$ □ $\frac{2}{4}$ (d) $\frac{6}{6}$ □ $\frac{3}{3}$ (e) $\frac{5}{6}$ □ $\frac{5}{5}$

ఇటువంటి మరో 5 సమస్యలను తయారు చేయండి మరియు మీ స్నేహితులతో పరిష్కరించండి

5. మీరు దీన్ని ఎంత త్వరగా చేయగలరు ? తగిన గుర్తులతో పూరించండి ('<', '=', '>')

(a) $\frac{1}{2}$ □ $\frac{1}{5}$ (b) $\frac{2}{4}$ □ $\frac{3}{6}$ (c) $\frac{3}{5}$ □ $\frac{2}{3}$

(d) $\frac{3}{4}$ □ $\frac{2}{8}$ (e) $\frac{3}{5}$ □ $\frac{6}{5}$ (f) $\frac{7}{9}$ □ $\frac{3}{9}$

(g) $\frac{1}{4} \square \frac{2}{8}$ (h) $\frac{6}{10} \square \frac{4}{5}$ (i) $\frac{3}{4} \square \frac{7}{8}$

(j) $\frac{6}{10} \square \frac{3}{5}$ (k) $\frac{5}{7} \square \frac{15}{21}$

6. The following fractions represent just three different numbers. Separate them into three groups of equivalent fractions, by changing each one to its simplest form.

(a) $\frac{2}{12}$ (b) $\frac{3}{15}$ (c) $\frac{8}{50}$ (d) $\frac{16}{100}$ (e) $\frac{10}{60}$ (f) $\frac{15}{75}$

(g) $\frac{12}{60}$ (h) $\frac{16}{96}$ (i) $\frac{12}{75}$ (j) $\frac{12}{72}$ (k) $\frac{3}{18}$ (l) $\frac{4}{25}$

7. Find answers to the following. Write and indicate how you solved them.

(a) Is $\frac{5}{9}$ equal to $\frac{4}{5}$? (b) Is $\frac{9}{16}$ equal to $\frac{5}{9}$?

(c) Is $\frac{4}{5}$ equal to $\frac{16}{20}$? (d) Is $\frac{1}{15}$ equal to $\frac{4}{30}$?

8. Ila read 25 pages of a book containing 100 pages. Lalita read $\frac{2}{5}$ of the same book. Who read less?

9. Rafiq exercised for $\frac{3}{6}$ of an hour, while Rohit exercised for $\frac{3}{4}$ of an hour. Who exercised for a longer time?

10. In a class A of 25 students, 20 passed with 60% or more marks; in another class B of 30 students, 24 passed with 60% or more marks. In which class was a greater fraction of students getting with 60% or more marks?

7.10 Addition and Subtraction of Fractions

So far in our study we have learnt about natural numbers, whole numbers and then integers. In the present chapter, we are learning about fractions, a different type of numbers.

Whenever we come across new type of numbers, we want to know how to operate with them. Can we combine and add them? If so, how? Can we take away some number from another? i.e., can we subtract one from the other? and so on. Which of the properties learnt earlier about the numbers hold now? Which are the new properties? We also see how these help us deal with our daily life situations.

(g) $\frac{1}{4} \square \frac{2}{8}$ (h) $\frac{6}{10} \square \frac{4}{5}$ (i) $\frac{3}{4} \square \frac{7}{8}$

(j) $\frac{6}{10} \square \frac{3}{5}$ (k) $\frac{5}{7} \square \frac{15}{21}$

6. కింది భిన్నాలు కేవలం మూడు వేర్వేరు సంఖ్యలను సూచిస్తాయి. ప్రతిదానిని దాని సూక్ష్మ రూపానికి మార్చడం ద్వారా వాటిని సమాన భిన్నాల యొక్క మూడు గ్రూపులుగా విభజించండి.

(a) $\frac{2}{12}$ (b) $\frac{3}{15}$ (c) $\frac{8}{50}$ (d) $\frac{16}{100}$ (e) $\frac{10}{60}$ (f) $\frac{15}{75}$

(g) $\frac{12}{60}$ (h) $\frac{16}{96}$ (i) $\frac{12}{75}$ (j) $\frac{12}{72}$ (k) $\frac{3}{18}$ (l) $\frac{4}{25}$

7. కింది ప్రశ్నలకు సమాధానాలు కనుగొనండి. వాటిని మీరు ఏవిధంగా పరిష్కరించారో రాయండి మరియు సూచించండి.

(a) $\frac{5}{9}$ అనేది $\frac{4}{5}$ కు సమానమా? (b) $\frac{9}{16}$ అనేది $\frac{5}{9}$ కు సమానమా?

(c) $\frac{4}{5}$ అనేది $\frac{16}{20}$ కు సమానమా ? (d) $\frac{1}{15}$ అనేది $\frac{4}{30}$ కు సమానమా?

8. ఐలా 100 పేజీలున్న పుస్తకంలో 25 పేజీలు చదివింది. లలిత అదే పుస్తకములో $\frac{2}{5}$ వ వంతు చదివింది. ఎవరు తక్కువ చదివారు.

9. రఫీక్ $\frac{3}{6}$ గంటలు వ్యాయామం చేశాడు, రోహిత్ ఒక గంటలో $\frac{3}{4}$ వ భాగం వ్యాయామంచేశాడు ఎక్కువసేపువ్యాయామంచేసినవ్యక్తి ఎవరు ?

10. 25మంది విద్యార్థులున్న A తరగతిలో, 20 మంది 60% లేదా అంతకంటే ఎక్కువ మార్కులతో ఉత్తీర్ణులయ్యారు; 30 మంది విద్యార్థులున్న మరో తరగతి Bలో, 24 మంది 60% లేదా అంతకంటే ఎక్కువ మార్కులతో ఉత్తీర్ణులయ్యారు. ఏ తరగతిలో 60% లేదా అంతకంటే ఎక్కువ మార్కులతో విద్యార్థులు ఎక్కువ మార్కులు సాధించారు?

7.10 భిన్నాల సంకలనం మరియు వ్యవకలనం

ఇప్పటి వరకు ఈ అధ్యయనంలో మనం సహజ సంఖ్యలు, పూర్ణాంకములు మరియు తరువాత పూర్ణ సంఖ్యలు గురించి నేర్చుకున్నాము. ప్రస్తుత అధ్యాయంలో, భిన్నాలు, విభిన్న రకాల సంఖ్యల గురించి నేర్చుకుంటున్నాము.

మనకు కొత్త రకం సంఖ్యలు కనిపించినప్పుడల్లా, వాటితో ప్రక్రియలు ఎలా చేయాలో తెలుసుకోవలనుకుటాం. మనం వీటిని ఉపయోగించి సంకలనం చేయగలమా? అయితే, ఎలా? మనం ఒక సంఖ్య నుండి మరొక సంఖ్యను తీసివేయవచ్చా? సంఖ్యల గురించి ఇంతకు ముందు తెలుసుకున్న ధర్మాలు ఇప్పుడు వర్తిస్తాయా? కొత్త ధర్మాలు ఏమిటి? మన రోజువారీ జీవిత పరిస్థితులతో వ్యవహరించడానికి ఇవి ఎలా సహాయపడతాయో కూడా మేము చూస్తాము.

Try These

1. My mother divided an apple into 4 equal parts. She gave me two parts and my brother one part. How much apple did she give to both of us together?
2. Mother asked Neelu and her brother to pick stones from the wheat. Neelu picked one fourth of the total stones in it and her brother also picked up one fourth of the stones. What fraction of the stones did both pick up together?
3. Sohan was putting covers on his note books. He put one fourth of the covers on Monday. He put another one fourth on Tuesday and the remaining on Wednesday. What fraction of the covers did he put on Wednesday?

Look at the following examples: A tea stall owner consumes in her shop $2\frac{1}{2}$ litres of milk in the morning and $1\frac{1}{2}$ litres of milk in the evening in preparing tea. What is the total amount of milk she uses in the stall?

Or Shekhar ate 2 chapatis for lunch and $1\frac{1}{2}$ chapatis for dinner. What is the total number of chapatis he ate?

Clearly, both the situations require the fractions to be added. Some of these additions can be done orally and the sum can be found quite easily.

Do This

Make five such problems with your friends and solve them.

7.10.1 Adding or subtracting like fractions

All fractions cannot be added orally. We need to know how they can be added in different situations and learn the procedure for it. We begin by looking at addition of like fractions.

Take a 7 × 4 grid sheet (Fig 7.13). The sheet has seven boxes in each row and four boxes in each column.

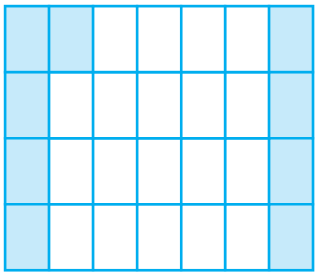


Fig 7.13

How many boxes are there in total?

Colour five of its boxes in green.

What fraction of the whole is the green region?

Now colour another four of its boxes in yellow.

What fraction of the whole is this yellow region?

What fraction of the whole is coloured altogether?

Does this explain that $\frac{5}{28}+\frac{4}{28}=\frac{9}{28}$?

ప్రయత్నించండి

1. మా అమ్మ ఒక ఆపిల్ ను 4 సమాన భాగాలుగా విభజించింది. ఆమె నాకు రెండు భాగాలు మరియు నా సోదరుడికి ఒక భాగం ఇచ్చింది. ఆమె మా ఇద్దరికీ కలిపి ఎంత ఆపిల్ ఇచ్చింది?
2. గోధుమల నుండి రాళ్ళు తీయమని నీలు మరియు ఆమె సోదరుడిని తల్లి కోరింది. నీలు దానిలోని మొత్తం రాళ్లలో నాలుగింట ఒక వంతును తీసుకుంది మరియు ఆమె సోదరుడు కూడా రాళ్ళలో నాలుగింట ఒక వంతు తీసుకున్నాడు. ఇద్దరూ కలిసి తీసిన రాళ్లలో ఎంత భాగం?
3. సోహన్ తన నోటు పుస్తకాలపై కవర్లు వేస్తున్నాడు. అతను సోమవారం కవర్లలో నాలుగో వంతు ఉంచడం జరిగింది. అతను మంగళవారం మరో నాలుగవ వంతు, మిగిలినది బుధవారం. బుధవారం అతడు కవర్లలో ఎంత భాగాన్ని ఉంచాడు?

ఈ క్రింది ఉదాహరణలు చూడండి : ఒక టీ స్టాల్ యజమాని తన షాపులో టీ తయారు చేయడానికి ఉదయం $2\frac{1}{2}$ లీ పాలు మరియు సాయంత్రం $1\frac{1}{2}$ లీ పాలు వినియోగించుకుంటుంది స్టాల్‌లో ఆమె ఉపయోగించే మొత్తం పాలు ఎంత? లేదా శేఖర్ మధ్యాహ్న భోజనం కోసం 2 చపాతీలు తిన్నాడు మరియు సాయంత్రం భోజనం కోసం $1\frac{1}{2}$ చపాతీలుతిన్నాడు. అతను మొత్తం తిన్నచపాతీల సంఖ్య ఎంత? స్పష్టంగా, రెండు పరిస్థితులకు భిన్నాలను సంకలనం చేయాల్సిన అవసరం ఉంది. ఈ సంకలనాలు కొన్నింటిని మౌఖికంగా చేయగలం మరియు మొత్తాన్ని చాలా సులభంగా కనుగొనవచ్చు.

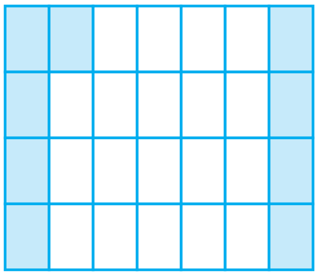
ఇది చేయండి

అలాంటి ఐదు సమస్యలను మీ స్నేహితులతో చర్చించి పరిష్కరించండి

7.10.1 సజాతి భిన్నాల సంకలనం లేదా వ్యవకలనం

అన్ని భిన్నాలను మౌఖికంగా సంకలనంచేయలేం. విభిన్న సందర్భాల్లో వాటిని ఎలా కలపవచ్చో మనం తెలుసుకోవాలి మరియు దాని యొక్క విధానాన్ని నేర్చుకోవాలి. సజాతి భిన్నాల సంకలనంను చూడటం ద్వారా మనం ప్రారంభిస్తాము..

7×4 గ్రిడ్ షీట్ తీసుకోండి (పటం 7.13). షీట్ లో ప్రతి వరుసలో ఏడు గడులు మరియు ప్రతి అడ్డువరుసలో నాలుగు గడులు ఉంటాయి. మొత్తం ఎన్ని బాక్సులు ఉన్నాయి?



పటం 7.13

దాని ఐదు బాక్సులకు ఆకుపచ్చ రంగు వేయండి.మొత్తం మీద ఆకుపచ్చ ప్రాంతం ఎంత భాగం?
ఇప్పుడు దాని మరో నాలుగు పెట్టెలకు పసుపు రంగు వేయండి.
ఈ పసుపు ప్రాంతం మొత్తంలో ఎంత భాగం?
మొత్తం మీద ఎంత భాగం పూర్తిగా రంగు వేయబడుతుంది?

$\frac{5}{28}+\frac{4}{28}=\frac{9}{28}$ అని ఇది వివరిస్తుందా ?

Look at more examples

In Fig 7.14 (i) we have 2 quarter parts of the figure shaded. This means we have 2 parts out of 4 shaded or $\frac{1}{2}$ of the figure shaded.

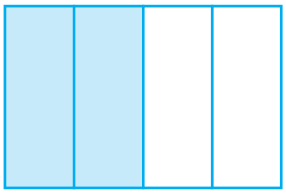


Fig. 7.14 (i)

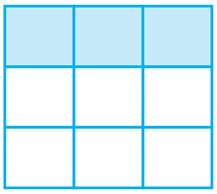


Fig. 7.14 (ii)

That is, $\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=\frac{1+1}{4}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$.

Look at Fig 7.14 (ii)

Fig 7.14 (ii) demonstrates $\frac{1}{9}+\frac{1}{9}+\frac{1}{9}=\frac{1+1+1}{9}=\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$.

What do we learn from the above examples? The sum of two or more like fractions can be obtained as follows :

Step 1 Add the numerators.

Step 2 Retain the (common) denominator.

Step 3 Write the fraction as : $\dfrac{\text{Result of Step 1}}{\text{Result of Step 2}}$

Try These

1. Add with the help of a diagram.
   (i) $\frac{1}{8}+\frac{1}{8}$ (ii) $\frac{2}{5}+\frac{3}{5}$ (iii) $\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}$
2. Add $\frac{1}{12}+\frac{1}{12}$. How will we show this pictorially? Using paper folding?
3. Make 5 more examples of problems given in 1 and 2 above.
   Solve them with your friends.

Let us, thus, add $\frac{3}{5}$ and $\frac{1}{5}$.

We have $\frac{3}{5}+\frac{1}{5}=\frac{3+1}{5}=\frac{4}{5}$

So, what will be the sum of $\frac{7}{12}$ and $\frac{3}{12}$?

Finding the balance

Sharmila had $\frac{5}{6}$ of a cake. She gave $\frac{2}{6}$ out of that to her younger brother. How much cake is left with her?

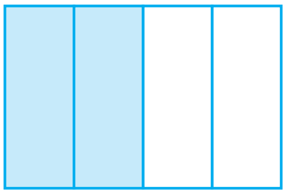
A diagram can explain the situation (Fig 7.15). (Note that, here the given fractions are like fractions).

We find that $\frac{5}{6}-\frac{2}{6}=\frac{5-2}{6}=\frac{3}{6}$ or $\frac{1}{2}$

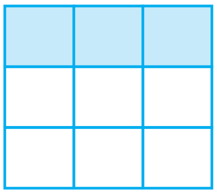
(Is this not similar to the method of adding like fractions?)

మరిన్ని ఉదాహరణలు చూడండి

పటం 7.14 (i) లో పటం యొక్క 2 పావు భాగాలు ఛాయవృతంచేసిఉన్నాయి. దీని అర్థం మనకు 4 భాగాలలో 2 ఛాయవృతం చేసి ఉన్నాయి లేదా పటంలో $\frac{1}{2}$ ఛాయవృతం చేయ బడింది.



పటం 7.14(i)



పటం 7.14(ii)

అది, $\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=\frac{1+1}{4}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$.

పటం 7.14 (ii) చూడండి

పటం 7.14 (ii) $\frac{1}{9}+\frac{1}{9}+\frac{1}{9}=\frac{1+1+1}{9}=\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$ ను తెలియచేస్తుంది.

ప్రయత్నించండి

1. పట సహాయంతో సంకలనం చేయండి.
   (i) $\frac{1}{8}+\frac{1}{8}$ (ii) $\frac{2}{5}+\frac{3}{5}$ (iii) $\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}$
2. $\frac{1}{12}+\frac{1}{12}$ ను సంకలనం చేయండి. దీనిని చిత్రంగా మనం ఏవిధంగా చూపిస్తాం? పేపర్ ఫోల్డింగ్ ఉపయోగిస్తున్నారా?
3. పైన పేర్కొన్న 1 మరియు 2లో ఇవ్వబడ్డ సమస్యలకు మరో 5 ఉదాహరణలు ఇవ్వండి.

పై ఉదాహరణల నుండి మనం ఏమి నేర్చుకున్నాము? రెండు లేదా అంతకంటే ఎక్కువ సజాతిభిన్నాల మొత్తాన్ని ఈ క్రింది విధంగా పొందవచ్చు::

సోపానం1 అంకెలను జోడించండి.

సోపానం 2 (ఉమ్మడి) హారమును అలాగే ఉంచండి

సోపానం 3 భిన్నాన్ని ఇలా రాయండి:

$$\frac{(\text{సోపానం 1యొక్క ఫలితం})}{(\text{సోపానం 2యొక్క ఫలితం})}$$

ఈ విధంగా $\frac{3}{5}$ మరియు $\frac{1}{5}$ లను సంకలనం చేయండి. $\frac{3}{5}+\frac{1}{5}=\frac{3+1}{5}=\frac{4}{5}$

$\frac{7}{12}$ మరియు $\frac{3}{12}$ ల మొత్తం ఎంత అవుతుంది.

సమతుల్యతను కనుగొనడం

షర్మిల $\frac{5}{6}$ వంతు కేక్ కలిగి ఉంది. ఆమె దాని నుండి $\frac{2}{6}$ వంతు ఆమె తమ్ముడికి ఇచ్చింది. ఆమె వద్ద ఎంత కేక్ మిగిలి ఉంది?

ఒక పటం ఈ పరిస్థితిని వివరించగలదు (పటం 7.15).(ఇక్కడ ఇవ్వబడ్డ భిన్నాలు సజాతి భిన్నాలుఅని గమనించండి).

మనము దీనిని $\frac{5}{6}-\frac{2}{6}=\frac{5-2}{6}=\frac{3}{6}$ or $\frac{1}{2}$ గా రాయవచ్చు.

(ఇది సజాతి భిన్నాలను కలిపే పద్ధతితో సమానంగా ఉందా? లేదా?)

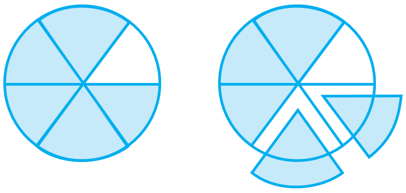


Fig 7.15

Thus, we can say that the difference of two like fractions can be obtained as follows:

Step 1 Subtract the smaller numerator from the bigger numerator.

Step 2 Retain the (common) denominator.

Step 3 Write the fraction as : $\dfrac{\text{Result of Step 1}}{\text{Result of Step 2}}$

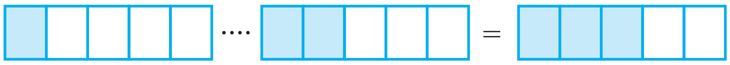
Can we now subtract $\dfrac{3}{10}$ from $\dfrac{8}{10}$?

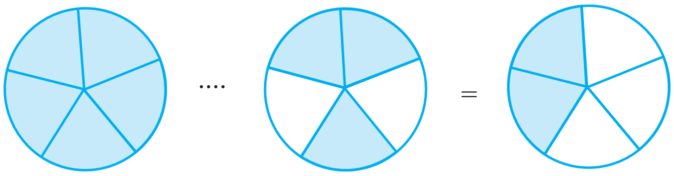
ప్రయత్నించండి

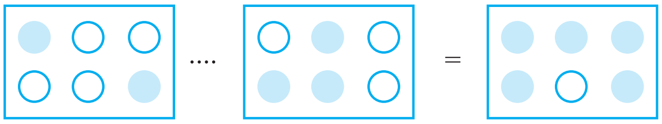
1. Find the difference between $\dfrac{7}{8}$ and $\dfrac{3}{8}$.
2. Mother made a gud patti in a round shape. She divided it into 5 parts. Seema ate one piece from it. If I eat another piece then how much would be left?
3. My elder sister divided the watermelon into 16 parts. I ate 7 out them. My friend ate 4. How much did we eat between us? How much more of the watermelon did I eat than my friend? What portion of the watermelon remained?
4. Make five problems of this type and solve them with your friends.

EXERCISE 7.5

1. Write these fractions appropriately as additions or subtractions :

(a) 

(b) 

(c) 

పటం 7.15

అందువల్ల, రెండు సజాతి భిన్నాల వ్యవకలనాన్ని ఈ క్రింది విధంగా పొందవచ్చు:

సోపానం 1 పెద్ద లవం నుంచి చిన్న లవాన్ని తీసివేయండి.

సోపానం 2 (ఉమ్మడి) హారాన్ని అలాగే ఉంచండి.

సోపానం 3 భిన్నాన్ని ఇలా రాయండి: $\dfrac{(\text{సోపానం 1యొక్క ఫలితం})}{(\text{సోపానం 2యొక్క ఫలితం})}$

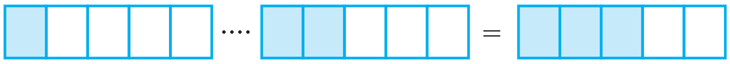
$\dfrac{3}{10}$ నుండి $\dfrac{8}{10}$ నుండి ను తీసివేయ గలమా?

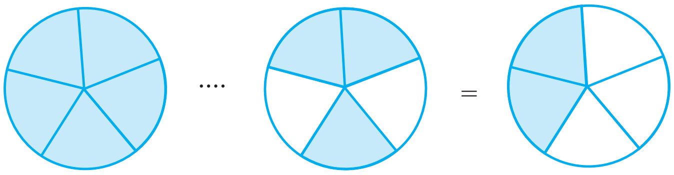
ప్రయత్నించండి

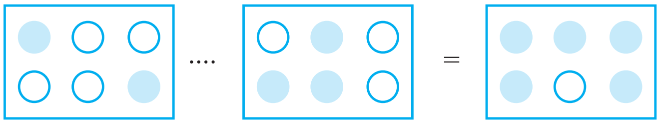
1. $\dfrac{7}{8}$ మరియు $\dfrac{3}{8}$ మధ్య తేడాను కనుగొనండి.
2. గుండ్రని ఆకారంలో గుడ్డి పట్టీని అమ్మ తయారు చేసింది. ఆమె దానిని 5 భాగాలుగా విభజించింది. సీమ అందులోని ఒక ముక్క తినడం జరిగింది. నేను మరో ముక్క తింటే అప్పుడు ఇంక ఎంత మిగిలి ఉంటుంది?
3. మా అక్క పుచ్చకాయను 16 భాగాలుగా విభజించింది. నేను వాటిలో 7 తిన్నాను. నా స్నేహితుడు 4 తిన్నాడు. మేము ఇద్దరం కలిసి తిన్న భాగం ఎంత? నా స్నేహితుడి కంటే నేను ఎంత ఎక్కువ పుచ్చకాయ తిన్నాను? పుచ్చకాయలో ఎంత భాగం మిగిలి ఉంది?
4. ఇలాంటి 5 సమస్యలను మీ స్నేహితుల సహాయంతో తయారు చేసి వాటికి సాధనలు రాయండి.

అభ్యాసం 7.5

1. ఈ భిన్నభాగాలకు సరిపడా సంకలనం లేక వ్యవకలనం లను రాయండి.:

(a) 

(b) 

(c) 

2. Solve :

(a) $\frac{1}{18}+\frac{1}{18}$ (b) $\frac{8}{15}+\frac{3}{15}$ (c) $\frac{7}{7}-\frac{5}{7}$ (d) $\frac{1}{22}+\frac{21}{22}$ (e) $\frac{12}{15}-\frac{7}{15}$

(f) $\frac{5}{8}+\frac{3}{8}$ (g) $1-\frac{2}{3}\left(1=\frac{3}{3}\right)$ (h) $\frac{1}{4}+\frac{0}{4}$ (i) $3-\frac{12}{5}$

3. Shubham painted $\frac{2}{3}$ of the wall space in his room. His sister Madhavi helped and painted $\frac{1}{3}$ of the wall space. How much did they paint together?

4. Fill in the missing fractions.

(a) $\frac{7}{10}-\square=\frac{3}{10}$ (b) $\square-\frac{3}{21}=\frac{5}{21}$ (c) $\square-\frac{3}{6}=\frac{3}{6}$ (d) $\square+\frac{5}{27}=\frac{12}{27}$

5. Javed was given $\frac{5}{7}$ of a basket of oranges. What fraction of oranges was left in the basket?

7.10.2 Adding and subtracting fractions

We have learnt to add and subtract like fractions. It is also not very difficult to add fractions that do not have the same denominator. When we have to add or subtract fractions we first find equivalent fractions with the same denominator and then proceed.

What added to $\frac{1}{5}$ gives $\frac{1}{2}$? This means subtract $\frac{1}{5}$ from $\frac{1}{2}$ to get the required number.

Since $\frac{1}{5}$ and $\frac{1}{2}$ are unlike fractions, in order to subtract them, we first find their equivalent fractions with the same denominator. These are $\frac{2}{10}$ and $\frac{5}{10}$ respectively.

This is because $\frac{1}{2}=\frac{1\times5}{2\times5}=\frac{5}{10}$ and $\frac{1}{5}=\frac{1\times2}{5\times2}=\frac{2}{10}$

Therefore, $\frac{1}{2}-\frac{1}{5}=\frac{5}{10}-\frac{2}{10}=\frac{5-2}{10}=\frac{3}{10}$

Note that 10 is the least common multiple (LCM) of 2 and 5.

Example 8 : Subtract $\frac{3}{4}$ from $\frac{5}{6}$.

Solution : We need to find equivalent fractions of $\frac{3}{4}$ and $\frac{5}{6}$, which have the

2. సాధించండి :

(a) $\frac{1}{18}+\frac{1}{18}$ (b) $\frac{8}{15}+\frac{3}{15}$ (c) $\frac{7}{7}-\frac{5}{7}$ (d) $\frac{1}{22}+\frac{21}{22}$ (e) $\frac{12}{15}-\frac{7}{15}$

(f) $\frac{5}{8}+\frac{3}{8}$ (g) $1-\frac{2}{3}\left(1=\frac{3}{3}\right)$ (h) $\frac{1}{4}+\frac{0}{4}$ (i) $3-\frac{12}{5}$

3. శుభమ్ తన గదిలో $\frac{2}{3}$ వంతు గోడ స్థలంకు రంగు చేశాడు .అతని సోదరి మాధవి $\frac{1}{3}$ వంతు గోడ స్థలంకు రంగు చేసి సహాయం చేసింది. వారు ఇద్దరు కలిసి ఎంత భాగం రంగు వేశారు?

4. లోపించిన భిన్నా లను పూరించండి

(a) $\frac{7}{10}-\square=\frac{3}{10}$ (b) $\square-\frac{3}{21}=\frac{5}{21}$ (c) $\square-\frac{3}{6}=\frac{3}{6}$ (d) $\square+\frac{5}{27}=\frac{12}{27}$

5. నారింజ పండ్ల బుట్టలో $\frac{5}{7}$ భాగం జావేద్ కు ఇచ్చారు. .బుట్టలోఎంత భాగం నారింజపండ్లు మిగిలి ఉన్నాయి ?

7.10.2 భిన్నాల సంకలనం మరియు వ్యవకలనం

సజాతి భిన్నాల సంకలనం మరియు వ్యవకలనం మనం నేర్చుకున్నాం. ఒకే హారము లేని భిన్నాలను కలపడం కొంచం కష్టం. మనం భిన్నాలను కలపాల్సినప్పుడు లేదా తీసివేయాల్సి వచ్చినప్పుడు మనం మొదట సమాన హారాలు గల భిన్నాలను కనుగొని తరువాత ముందుకు సాగుతాము.

$\frac{1}{5}$ కు ఎంత కలిపిన $\frac{1}{2}$ వస్తుంది? దీని అర్థం $\frac{1}{2}$ నుండి $\frac{1}{5}$ ను తీసివేసిన కావలసిన సంఖ్య వస్తుంది . $\frac{1}{5}$ మరియు $\frac{1}{2}$ లు విజాతి భిన్నాలు, వాటిని తీసివేయడానికి, మొదట మనం ఒకే హారముతో వాటి సమాన భిన్నాలు కనుగొంటాము. ఇవి $\frac{2}{10}$ మరియు $\frac{5}{10}$

ఈ విధంగా, $\frac{1}{2}=\frac{1\times 5}{2\times 5}=\frac{5}{10}$ మరియు $\frac{1}{5}=\frac{1\times 2}{5\times 2}=\frac{2}{10}$

అందువల్ల, $\frac{1}{2}-\frac{1}{5}=\frac{5}{10}-\frac{2}{10}=\frac{5-2}{10}=\frac{3}{10}$

10 అనేది 2 మరియు 5 యొక్క కనిష్ఠ సామాన్య గుణిజం (క. సా. గు) అని గమనించండి.

ఉదాహరణ 8 : $\frac{5}{6}$ నుండి $\frac{3}{4}$ ను తీసివేయుము.

సాధన: $\frac{3}{4}$ మరియు $\frac{5}{6}$ లకు ఒకే హారం కలిగిన సమాన భిన్నాలను మనం కనుగొనాల్సి ఉంటుంది.

same denominator. This denominator is given by the LCM of 4 and 6., required LCM is 12.

Therefore, $\frac{5}{6}-\frac{3}{4}=\frac{5\times 2}{6\times 2}-\frac{3\times 3}{4\times 3}=\frac{10}{12}-\frac{9}{12}=\frac{1}{12}$

Example 9 : Add $\frac{2}{5}$ to $\frac{1}{3}$.

Solution : The LCM of 5 and 3 is 15.

Therefore, $\frac{2}{5}+\frac{1}{3}=\frac{2\times 3}{5\times 3}+\frac{1\times 5}{3\times 5}=\frac{6}{15}+\frac{5}{15}=\frac{11}{15}$

Example 10 : Simplify $\frac{3}{5}-\frac{7}{20}$

Solution : The LCM of 5 and 20 is 20.

Therefore, $\frac{3}{5}-\frac{7}{20}=\frac{3\times 4}{5\times 4}-\frac{7}{20}=\frac{12}{20}-\frac{7}{20}$

$=\frac{12-7}{20}=\frac{5}{20}=\frac{1}{4}$

Try These

1. Add $\frac{2}{5}$ and $\frac{3}{7}$.
2. Subtract $\frac{2}{5}$ from $\frac{5}{7}$.

How do we add or subtract mixed fractions?

Mixed fractions can be written either as a whole part plus a proper fraction or entirely as an improper fraction. One way to add (or subtract) mixed fractions is to do the operation seperately for the whole parts and the other way is to write the mixed fractions as improper fractions and then directly add (or subtract) them.

Example 11 : Add $2\frac{4}{5}$ and $3\frac{5}{6}$

Solution : $2\frac{4}{5}+3\frac{5}{6}=2+\frac{4}{5}+3+\frac{5}{6}=5+\frac{4}{5}+\frac{5}{6}$

Now $\frac{4}{5}+\frac{5}{6}=\frac{4\times 6}{5\times 6}+\frac{5\times 5}{6\times 5}$ (Since LCM of 5 and 6 = 30)

$=\frac{24}{30}+\frac{25}{30}=\frac{49}{30}=\frac{30+19}{30}=1+\frac{19}{30}$

Thus, $5+\frac{4}{5}+\frac{5}{6}=5+1+\frac{19}{30}=6+\frac{19}{30}=6\frac{19}{30}$

And, therefore, $2\frac{4}{5}+3\frac{5}{6}=6\frac{19}{30}$

4 మరియు 6 ల యొక్క క. సా . గు నుండి హారం వస్తుంది. కావలసిన క. సా . గు 12.

అందువల్ల, $\frac{5}{6}-\frac{3}{4}=\frac{5\times2}{6\times2}-\frac{3\times3}{4\times3}=\frac{10}{12}-\frac{9}{12}=\frac{1}{12}$

ఉదాహరణ 9 : $\frac{2}{5}$ కు $\frac{1}{3}$ ను కలపండి.

సాధన: 5 మరియు3 యొక్క క. సా. గు 15

అందువల్ల, $\frac{2}{5}+\frac{1}{3}=\frac{2\times3}{5\times3}+\frac{1\times5}{3\times5}=\frac{6}{15}+\frac{5}{15}=\frac{11}{15}$

ఉదాహరణ 10 : సూక్ష్మీకరించండి $\frac{3}{5}-\frac{7}{20}$

సాధన: 5 మరియు20 యొక్క క. సా. గు 20

అందువల్ల, $\frac{3}{5}-\frac{7}{20}=\frac{3\times4}{5\times4}-\frac{7}{20}=\frac{12}{20}-\frac{7}{20}$

$=\frac{12-7}{20}=\frac{5}{20}=\frac{1}{4}$

ప్రయత్నించండి

1. $\frac{2}{5}$ మరియు $\frac{3}{7}$ ను కలపండి.
2. $\frac{2}{5}$ నుండి $\frac{5}{7}$ తీసివేయండి.

మిశ్రమ భిన్నాలను ఎలా సంకలనం లేదా వ్యవకలనం చేయవచ్చు?

మిశ్రమ భిన్నాలను పూర్ణాంకం మరియు క్రమ భిన్నం లేదా పూర్తిగా అపక్రమ భిన్నంగా రాయవచ్చు. మిశ్రమ భిన్నాలను కలప డానికి (లేదా తీసివేయడానికి) ఒక మార్గం ఏమిటంటే, పూర్ణాంక భాగాలను విడిగా కలపడం లేదా మరొక మార్గం మిశ్రమ భిన్నాలను అపక్రమ భిన్నాలుగా రాయడం మరియు తరువాత వాటిని నేరుగా కలపడం (లేదా తీసివేయడం).

ఉదాహరణ 11 : $2\frac{4}{5}$ మరియు $3\frac{5}{6}$ ను కలపండి.

సాధన: $2\frac{4}{5}+3\frac{5}{6}=2+\frac{4}{5}+3+\frac{5}{6}=5+\frac{4}{5}+\frac{5}{6}$

ఇప్పుడు $\frac{4}{5}+\frac{5}{6}=\frac{4\times6}{5\times6}+\frac{5\times5}{6\times5}$ (5 మరియు 6 ల క. సా. గు.= 30)

$=\frac{24}{30}+\frac{25}{30}=\frac{49}{30}=\frac{30+19}{30}=1+\frac{19}{30}$

అందువల్ల, $5+\frac{4}{5}+\frac{5}{6}=5+1+\frac{19}{30}=6+\frac{19}{30}=6\frac{19}{30}$

మరియు, అందువల్ల, $2\frac{4}{5}+3\frac{5}{6}=6\frac{19}{30}$

Think, discuss and write

Can you find the other way of doing this sum?

Example 12 : Find $4\frac{2}{5} - 2\frac{1}{5}$

Solution : The whole numbers 4 and 2 and the fractional numbers $\frac{2}{5}$ and $\frac{1}{5}$ can be subtracted separately. (Note that $4 > 2$ and $\frac{2}{5} > \frac{1}{5}$)

$$\text{So, } 4\frac{2}{5} - 2\frac{1}{5} = (4-2) + \left(\frac{2}{5} - \frac{1}{5}\right) = 2 + \frac{1}{5} = 2\frac{1}{5}$$

Example 13 : Simplify: $8\frac{1}{4} - 2\frac{5}{6}$

Solution : Here $8 > 2$ but $\frac{1}{4} < \frac{5}{6}$. We proceed as follows:

$$8\frac{1}{4} = \frac{(8\times4)+1}{4} = \frac{33}{4} \text{ and } 2\frac{5}{6} = \frac{2\times6+5}{6} = \frac{17}{6}$$

$$\text{Now, } \frac{33}{4} - \frac{17}{6} = \frac{33\times3}{12} - \frac{17\times2}{12} \quad \text{(Since LCM of 4 and 6 = 12)}$$

$$= \frac{99-34}{12} = \frac{65}{12} = 5\frac{5}{12}$$

EXERCISE 7.6

1. Solve

(a) $\frac{2}{3} + \frac{1}{7}$ (b) $\frac{3}{10} + \frac{7}{15}$ (c) $\frac{4}{9} + \frac{2}{7}$ (d) $\frac{5}{7} + \frac{1}{3}$ (e) $\frac{2}{5} + \frac{1}{6}$

(f) $\frac{4}{5} + \frac{2}{3}$ (g) $\frac{3}{4} - \frac{1}{3}$ (h) $\frac{5}{6} - \frac{1}{3}$ (i) $\frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \frac{1}{2}$ (j) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}$

(k) $1\frac{1}{3} + 3\frac{2}{3}$ (l) $4\frac{2}{3} + 3\frac{1}{4}$ (m) $\frac{16}{5} - \frac{7}{5}$ (n) $\frac{4}{3} - \frac{1}{2}$

2. Sarita bought $\frac{2}{5}$ metre of ribbon and Lalita $\frac{3}{4}$ metre of ribbon. What is the total length of the ribbon they bought?

3. Naina was given $1\frac{1}{2}$ piece of cake and Najma was given $1\frac{1}{3}$ piece of cake. Find the total amount of cake was given to both of them.

ఆలోచించి ,చర్చించి రాయండి.
ఈ మొత్తాన్ని చేయడానికి మీరు వేరే పద్ధతిని కనుగొనగలరా?

ఉదాహరణ 12 : $4\frac{2}{5}-2\frac{1}{5}$ కనుగొనుము.

సాధన: 4 మరియు 2 లు పూర్ణాంక భాగాలు మరియు భిన్న సంఖ్యలు $\frac{2}{5}$ and $\frac{1}{5}$ విడిగా తీసివేయవచ్చు. ($4 > 2$ మరియు $\frac{2}{5} > \frac{1}{5}$ అని గమనించండి)

అందువల్ల, $4\frac{2}{5}-2\frac{1}{5}=(4-2)+\left(\frac{2}{5}-\frac{1}{5}\right)=2+\frac{1}{5}=2\frac{1}{5}$

ఉదాహరణ 13 : సూక్ష్మీకరించండి $8\frac{1}{4}-2\frac{5}{6}$

సాధన: ఇక్కడ $8 > 2$ కానీ $\frac{1}{4} < \frac{5}{6}$ మనం ఈ క్రింది విధంగా కొనసాగుతాము:

$$8\frac{1}{4}=\frac{(8\times4)+1}{4}=\frac{33}{4} \text{ మరియు } 2\frac{5}{6}=\frac{2\times6+5}{6}=\frac{17}{6}$$

ఇప్పుడు $\frac{33}{4}-\frac{17}{6}=\frac{33\times3}{12}-\frac{17\times2}{12}$ (4 మరియు 6 ల క. సా. గు.= 12)

$$=\frac{99-34}{12}=\frac{65}{12}=5\frac{5}{12}$$

అభ్యాసం 7.6

1. సాధించండి

(a) $\frac{2}{3}+\frac{1}{7}$ (b) $\frac{3}{10}+\frac{7}{15}$ (c) $\frac{4}{9}+\frac{2}{7}$ (d) $\frac{5}{7}+\frac{1}{3}$ (e) $\frac{2}{5}+\frac{1}{6}$

(f) $\frac{4}{5}+\frac{2}{3}$ (g) $\frac{3}{4}-\frac{1}{3}$ (h) $\frac{5}{6}-\frac{1}{3}$ (i) $\frac{2}{3}+\frac{3}{4}+\frac{1}{2}$ (j) $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}$

(k) $1\frac{1}{3}+3\frac{2}{3}$ (l) $4\frac{2}{3}+3\frac{1}{4}$ (m) $\frac{16}{5}-\frac{7}{5}$ (n) $\frac{4}{3}-\frac{1}{2}$

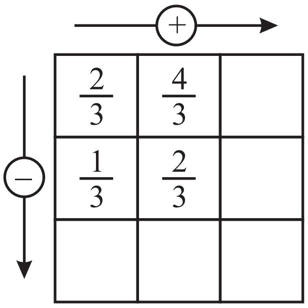
2. సరిత $\frac{2}{5}$ మీటర్ల రిబ్బను మరియు లలిత $\frac{3}{4}$ మీటర్ల రిబ్బను కొనుగోలు చేసారు. వారిద్దరూ కొన్న మొత్తం రిబ్బన్ పొడవు ఎంత?

3. నైనాకు $1\frac{1}{2}$ కేకు ముక్క, నజ్మాకు $1\frac{1}{3}$ కేకు ముక్క ఇచ్చారు. వారిద్దరికీ ఇచ్చిన కేకు మొత్తాన్ని కనుగొనండి.

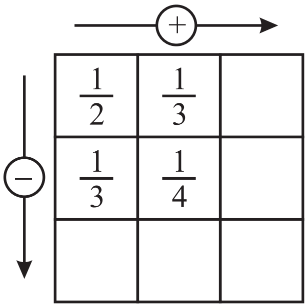
4. Fill in the boxes : (a) $\square - \frac{5}{8} = \frac{1}{4}$ (b) $\square - \frac{1}{5} = \frac{1}{2}$ (c) $\frac{1}{2} - \square = \frac{1}{6}$

5. Complete the addition-subtraction box.

(a)



(b)



6. A piece of wire $\frac{7}{8}$ metre long broke into two pieces. One piece was $\frac{1}{4}$ metre long. How long is the other piece?

7. Nandini's house is $\frac{9}{10}$ km from her school. She walked some distance and then took a bus for $\frac{1}{2}$ km to reach the school. How far did she walk?

8. Asha and Samuel have bookshelves of the same size partly filled with books. Asha's shelf is $\frac{5}{6}$th full and Samuel's shelf is $\frac{2}{5}$th full. Whose bookshelf is more full? By what fraction?

9. Jaidev takes $2\frac{1}{5}$ minutes to walk across the school ground. Rahul takes $\frac{7}{4}$ minutes to do the same. Who takes less time and by what fraction?

4. ఖాళీలను పూరించండి : (a) $\square - \frac{5}{8} = \frac{1}{4}$ (b) $\square - \frac{1}{5} = \frac{1}{2}$ (c) $\frac{1}{2} - \square = \frac{1}{6}$

5. కూడిక – తీసివేత ద్వారా పెట్టెలను పూర్తి చేయండి..

(a) (+ →, − ↓)

$\frac{2}{3}$	$\frac{4}{3}$	
$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	

(b) (+ →, − ↓)

$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	
$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	

6. $\frac{7}{8}$ మీటర్ల పొడవు గల తీగను రెండు ముక్కలుగా విభజించారు. ఒక ముక్క పొడవు $\frac{1}{4}$ మీటర్లు అయిన రెండవ ముక్క పొడవు ఎంత?

7. నందిని వాళ్ళ ఇల్లు ఆమె పాఠశాల నుండి $\frac{9}{10}$ కిలోమీటర్ల దూరంలో ఉంది. ఆమె కొంత దూరం నడిచిన తరువాత పాఠశాలకు చేరుకోవడానికి బస్సులో $\frac{1}{2}$ కిలోమీటర్లు ప్రయాణించారు. ఆమె ఎంత దూరం నడిచింది?

8. ఆశా మరియు శామ్యూల్ వద్ద పాక్షికంగా పుస్తకాలతో నిండిన ఒకే పరిమాణంలో ఉన్న పుస్తకాల షెల్ఫ్‌లు ఉన్నాయి. ఆశా యొక్క షెల్ఫ్ $\frac{5}{6}$ వ భాగం నిండి ఉంది. మరియు శామ్యూల్ షెల్ఫ్ $\frac{2}{5}$ వ భాగం నిండి ఉంది. ఎవరి బుక్ షెల్ఫ్ ఎక్కువగా నిండి ఉంది? ఎంత భాగం?

9. జైదేవ్ పాఠశాల మైదానం దాటడానిక $2\frac{1}{5}$ నిమిషాలు తీసుకుంటాడు. అదే చేయడానికి రాహుల్ కు $\frac{7}{4}$ నిమిషాలు పడుతుంది.ఎవరు తక్కువ సమయం తీసుకుంటారు మరియు ఎంత భాగం?

What have we discussed?

1. (a) A fraction is a number representing a part of a whole. The whole may be a single object or a group of objects.

   (b) When expressing a situation of counting parts to write a fraction, it must be ensured that all parts are equal.

2. In $\frac{5}{7}$, 5 is called the numerator and 7 is called the denominator.

3. Fractions can be shown on a number line. Every fraction has a point associated with it on the number line.

4. In a proper fraction, the numerator is less than the denominator. The fractions, where the numerator is greater than the denominator are called improper fractions. An improper fraction can be written as a combination of a whole and a part, and such fraction then called mixed fractions.

5. Each proper or improper fraction has many equivalent fractions. To find an equivalent fraction of a given fraction, we may multiply or divide both the numerator and the denominator of the given fraction by the same number.

6. A fraction is said to be in the simplest (or lowest) form if its numerator and the denominator have no common factor except 1.

మనం ఏమి చర్చించాము?

1. (a) భిన్నం అనేది మొత్తం యొక్క ఒక భాగాన్ని సూచించే సంఖ్య. మొత్తం ఒకే వస్తువు లేదా వస్తువుల సముదాయం సమూహం కావచ్చు

   (b) భాగాలను లెక్కించే సందర్భమును వ్యక్తీకరించేటప్పుడు, ఒక భాగాన్ని రాయడానికి,అన్ని భాగాలు సమానముగా ఉన్నాయని నిర్ధారించుకోవాలి.

2. $\frac{5}{7}$ లో, 5 ను లవము అని 7 ను హారము అని అంటారు.

2. భిన్నాలను సంఖ్యా రేఖపై చూపవచ్చు ప్రతి భిన్నానికి సంఖ్యా రేఖపై ఒక బిందువు ఉంటుంది.

3. ఒక క్రమ భిన్నములో, లవం హారం కంటే తక్కువ, హారం లవం కంటే ఎక్కువైనా వాటిని అపక్రమ భిన్నాలు అని అంటారు. ఒక అపక్రమ భిన్నాన్ని ఒక పూర్ణాంకం మరియు క్రమ భిన్నాల కలయికగా రాయవచ్చు. అటువంటి భిన్నాలను మిశ్రమ భిన్నాలని అంటారు.

4. ప్రతి క్రమ మరియు అపక్రమ భిన్నాలకు అనంతమైన సమాన భిన్నాలను కలిగి ఉంటాయి. ఇచ్చిన భిన్నం యొక్క సమాన భిన్నాన్ని కనుగొనుటకు మనం ఇచ్చిన భిన్నం యొక్క లవం మరియు హారంను ఒకే సంఖ్య చే గుణిస్తాము.(లేదా) భాగిస్తాము.

5. ఒక భిన్నం దాని కనిష్ఠ రూపంలో ఉన్నది అని చెప్పవలెనన్న, ఆ భిన్నం యొక్క లవము మరియు హారము కు 1 తప్ప మరి ఏ ఇతర కారణాంకము ఉండరాదు.

Decimals

Chapter 8

8.1 Introduction

Savita and Shama were going to market to buy some stationary items. Savita said, “I have 5 rupees and 75 paise”. Shama said, “I have 7 rupees and 50 paise”.

They knew how to write rupees and paise using decimals.

So Savita said, I have ₹ 5.75 and Shama said, “I have ₹ 7.50”.

Have they written correctly?

We know that the dot represents a decimal point.

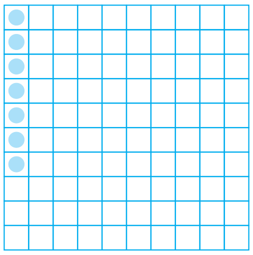
In this chapter, we will learn more about working with decimals.

8.2 Comparing Decimals

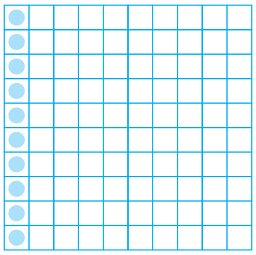
Can you tell which is greater, 0.07 or 0.1?

Take two pieces of square papers of the same size. Divide them into 100 equal parts. For 0.07 we have to shade 7 parts out of 100.

Now, $0.1 = \frac{1}{10} = \frac{10}{100}$, so, for 0.1, shade 10 parts out 100.



$0.07 = \frac{7}{100}$



$0.1 = \frac{1}{10} = \frac{10}{100}$

దశాంశాలు

అధ్యాయం 8

M5V7X3

8.1 పరిచయం

సవిత మరియు శ్యామ వారికి కావలసిన కొన్ని సామాన్లు కొనేందుకు సంతకు వెళుతున్నారు. సవిత "నా దగ్గర ఐదు రూపాయలు మరియు 75 పైసలు ఉన్నాయి" అని చెప్పింది. శ్యామ "నా దగ్గర 7 రూపాయలు మరియు 50 పైసలు ఉన్నాయి" అని చెప్పాడు.

రూపాయలను మరియు పైసలను దశాంశ భిన్నాలను ఉపయోగించి ఎలా రాయాలో వారికి తెలుసు. అందువల్ల సవిత నాదగ్గర ₹ 5.75 ఉన్నాయని చెప్పింది. శ్యామ నా దగ్గర ₹ 7.50 ఉన్నాయి" అని చెప్పాడు.

వాళ్లు ఇద్దరూ సరిగా రాశారా?

బిందువు దశాంశ బిందువును సూచిస్తుంది అని మనకు తెలుసు.

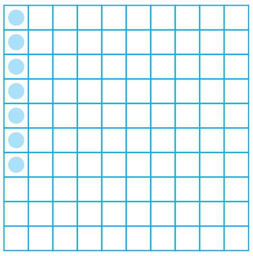
ఈ అధ్యాయంలో, దశాంశ భిన్నాలతో పనిచేయడం గురించి మనం మరింత నేర్చుకుంటాము.

8.2 దశాంశాలను పోల్చడం

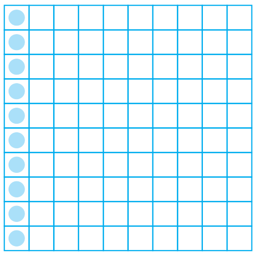
0.07 లేదా 0.1 లలో ఏది పెద్దదో మీరు చెప్పగలరా?

ఒకే పరిమాణంలో ఉన్న రెండు చతురస్రాకార కాగితాలు తీసుకోండి. వాటిని 100 సమ భాగాలుగావిభజించండి. 0.07 కొరకు మనం 100 లో 7 భాగాలను షేడ్ చేయండి.

ఇప్పుడు, $0.1 = \frac{1}{10} = \frac{10}{100}$, 100 లో 10 భాగాలను షేడ్ చేయండి.



$0.07 = \frac{7}{100}$



$0.1 = \frac{1}{10} = \frac{10}{100}$

This means 0.1>0.07

Let us now compare the numbers 32.55 and 32.5. In this case , we first compare the whole part. We see that the whole part for both the numbers is 32 and, hence, equal.

We, however, know that the two numbers are not equal. So, we now compare the tenth part. We find that for 32.55 and 32.5, the tenth part is also equal, then we compare the hundredth part.

We find,

$32.55 = 32 + \frac{5}{10} + \frac{5}{100}$ and $32.5 = 32 + \frac{5}{10} + \frac{0}{100}$, therefore, 32.55>32.5 as the hundredth part of 32.55 is more.

Example 1 : Which is greater?

(a) 1 or 0.99 (b) 1.09 or 1.093

Solution : (a) $1 = 1 + \frac{0}{10} + \frac{0}{100}$; $0.99 = 0 + \frac{9}{10} + \frac{9}{100}$

The whole part of 1 is greater than that of 0.99.

Therefore, 1 > 0.99

(b) $1.09 = 1 + \frac{0}{10} + \frac{9}{100} + \frac{0}{1000}$; $1.093 = 1 + \frac{0}{10} + \frac{9}{100} + \frac{3}{1000}$

In this case, the two numbers have same parts upto hundredth.

But the thousandths part of 1.093 is greater than that of 1.09.

Therefore, 1.093 > 1.09.

EXERCISE 8.1

1. Which is greater?

(a) 0.3 or 0.4 (b) 0.07 or 0.02 (c) 3 or 0.8 (d) 0.5 or 0.05

(e) 1.23 or 1.2 (f) 0.099 or 0.19 (g) 1.5 or 1.50 (h) 1.431 or 1.490

(i) 3.3 or 3.300 (j) 5.64 or 5.603

2. Make five more examples and find the greater number from them.

Try These

(i) Write 2 rupees 5 paise and 2 rupees 50 paise in decimals.

(ii) Write 20 rupees 7 paise and 21 rupees 75 paise in decimals?

8.3 Using Decimals

8.3.1 Money

We know that 100 paise = ₹ 1

Therefore, 1 paise $= ₹\ \frac{1}{100} = ₹\ 0.01$

అంటే 0.1 > 0.07

ఇప్పుడు మనం 32.55 మరియు 32.5 అనే సంఖ్యలను పోల్చి చూద్దాం. ఈ సందర్భంలో, మొదట మనం పూర్ణాంక భాగాన్ని పోల్చుతాము రెండు సంఖ్యలలో పూర్ణాంక భాగం 32 అందువలన అవి సమానంగా ఉండటం మనం గమనిస్తాం.

అయితే ఆ రెండు సంఖ్యలు సమానం కాదని మనకు తెలుసు.కాబట్టి మనం ఇప్పుడు దశాంశ భాగాలను పోల్చుతాం.32.55 మరియు 32.5 లలో దశాంశ భాగం సమానమని మనం గమనిస్తాం. అప్పుడు మనం శతాంశ భాగమును పోల్చుతాం.

మనం కనుగొంటాం,

$$32.55 = 32 + \frac{5}{10} + \frac{5}{100} \text{ మరియు } 32.5 = 32 + \frac{5}{10} + \frac{0}{100}, \text{ అందువల్ల }, 32.55 > 32.5$$

32.55 యొక్క శతాంశ భాగం ఎక్కువ.

ఉదాహరణ 1 : ఏది పెద్దది?

(a) 1 లేదా 0.99 (b) 1.09 లేదా 1.093

సాధన : (a) $1 = 1 + \frac{0}{10} + \frac{0}{100}$; $0.99 = 0 + \frac{9}{10} + \frac{9}{100}$

1 యొక్క పూర్ణాంక భాగం 0.99 యొక్క పూర్ణాంక భాగం కంటే ఎక్కువ

కాబట్టి, 1 > 0.99

(b) $1.09 = 1 + \frac{0}{10} + \frac{9}{100} + \frac{0}{1000}$; $1.093 = 1 + \frac{0}{10} + \frac{9}{100} + \frac{3}{1000}$

ఈ సందర్భంలో, రెండు సంఖ్యలు శతాంశ స్థానాల వరకు ఒకే అంకెలను కలిగి ఉన్నాయి.

కానీ 1.093యొక్క సహస్రాంశాల భాగం1.09 కంటే ఎక్కువ.

అందువలన 1.093 > 1.09.

అభ్యాసం 1.1

1. ఏది పెద్దది ?

(a) 0.3 or 0.4 (b) 0.07 or 0.02 (c) 3 or 0.8 (d) 0.5 or 0.05

(e) 1.23 or 1.2 (f) 0.099 or 0.19 (g) 1.5 or 1.50 (h) 1.431 or 1.490

(i) 3.3 or 3.300 (j) 5.64 or 5.603

2. మరో ఐదు ఉదాహరణలు ఇవ్వండి మరియు వాటి నుండి పెద్ద సంఖ్యను కనుగొనండి.

ప్రయత్నించండి

(i) 2 రు. 5 పైసలు మరియు 2 రు. 50 పైసలన దశాంశాలలో రాయండి ?

(ii) 20 రు. 7 పై మరియు 21 రు.75పై లను దశాంశాలలో

8.3 దశాంశాలను ఉపయోగించడం

8.3.1 డబ్బు

మనకు తెలుసు,100 పైసలు = ₹ 1

కాబట్టి, 1 పైసలు = ₹ $\frac{1}{100}$ = ₹ 0.01

So, 65 paise $= ₹\ \frac{65}{100} = ₹\ 0.65$

and 5 paise $= ₹\ \frac{5}{100} = ₹\ 0.05$

What is 105 paise? It is ₹ 1 and 5 paise = ₹ 1.05

8.3.2 Length

Mahesh wanted to measure the length of his table top in metres. He had a 50 cm scale. He found that the length of the table top was 156 cm. What will be its length in metres?

Mahesh knew that

$$1 \text{ cm} = \frac{1}{100} \text{ m} \quad \text{or} \quad 0.01 \text{ m}$$

$$\text{Therefore, } 56 \text{ cm} = \frac{56}{100} \text{ m} = 0.56 \text{ m}$$

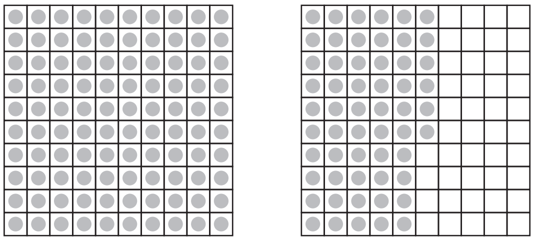
Thus, the length of the table top is 156 cm = 100 cm + 56 cm

$$= 1 \text{ m} + \frac{56}{100} \text{ m} = 1.56 \text{ m.}$$

Try These

1. Can you write 4 mm in 'cm' using decimals?
2. How will you write 7cm 5 mm in 'cm' using decimals?
3. Can you now write 52 m as 'km' using decimals? How will you write 340 m as 'km' using decimals? How will you write 2008 m in 'km'?

Mahesh also wants to represent this length pictorially. He took squared papers of equal size and divided them into 100 equal parts. He considered each small square as one cm.



100 cm　　　56 cm

8.3.3 Weight

Nandu bought 500g potatoes, 250g capsicum, 700g onions, 500g tomatoes, 100g ginger and 300g radish. What is the total weight of the vegetables in the bag? Let us add the weight of all the vegetables in the bag.

500 g + 250 g + 700 g + 500 g + 100 g + 300 g
= 2350 g

Try These

1. Can you now write 456g as 'kg' using decimals?
2. How will you write 2kg 9g in 'kg' using decimals?

అంటే, 65 పైసలు $= ₹\ \frac{65}{100} = ₹\ 0.65$

అంటే, 65 పైసలు. $= ₹\ \frac{5}{100} = ₹\ 0.05$

105 పైసలు అంటే ఏమిటి? ఇది ₹ 1 మరియు 5 పైసలు = ₹ 1.05

8.3.2 పొడవు

మహేష్ తన టేబుల్ టాప్ యొక్క పొడవును మీటర్లలో కొలవాలనుకున్నాడు. అతని వద్ద ఒక 50 సెం.మీ స్కేలు ఉంది. టేబుల్ టాప్ యొక్క పొడవు 156 సెంమీ అని అతను కనుగొన్నాడు. మీటర్లలో దాని పొడవు ఎంత?

మహేష్‌కి తెలుసు

$$1 \text{ సెం.మీ} = \frac{1}{100} \text{ మీ లేదా } 0.01 \text{ మీ}$$

$$\text{అందువల్ల },56 \text{ సెం.మీ} = \frac{56}{100} \text{ మీ} = 0.56 \text{ మీ}$$

అందుకని టేబుల్ టాప్ యొక్క పొడవు =

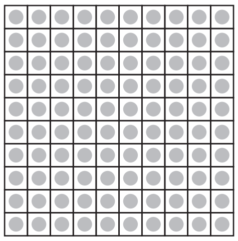
$$156 \text{ సెం.మీ} = 100 \text{ సెం.మీ} + 56 \text{ సెం.మీ}$$

$$= 1 \text{ మీ} + \frac{56}{100} \text{ మీ} = 1.56 \text{ మీ.}$$

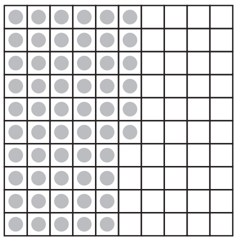
ప్రయత్నించండి

1. దశాంశాలనుపయోగించి 4 మి.మీ ను 'సెం.మీ' లలో మీరు రాయగలరా?
2. దశాంశాలను ఉపయోగించి 5 మి.మీ ను 'సెం.మీ' లలో మీరు రాయగలరా?
3. దశాంశ ములను ఉపయోగించి 52 మీ ను కి. మీ లో రాయగలరా? దశాంశములను ఉపయోగించి 340 మీ ను కి. మీ లో ఎలా రాస్తారు? 2008 మీ ను కి. మీ లో ఎలా రాస్తారు?

మహేష్ కూడా ఈ పొడవును పటరూపంలో చూపించాలనుకుంటున్నాడు. అతను సమాన పరిమాణంలో ఉన్న చతురస్రాకార కాగితాలను తీసుకొని వాటిని 100 సమాన భాగాలుగా విభజించాడు 100. అతను ప్రతి చిన్న చతురస్రాన్ని ఒక సెం.మీగా పరిగణించాడు.



100 cm



56 cm

8.3.3 బరువు

500 గ్రా బంగాళాదుంపలు, 250గ్రా క్యాప్సికమ్, 700 గ్రా ఉల్లిపాయలు, 500 గ్రా టమోటాలు, 100 గ్రా అల్లం మరియు 300 గ్రా ముల్లంగి కొనుగోలు చేశాడు. సంచి లోని కాయగూరల మొత్తం బరువు ఎంత? సంచి లోని కాయగూరల మొత్తం బరువు ను కూడదాం.

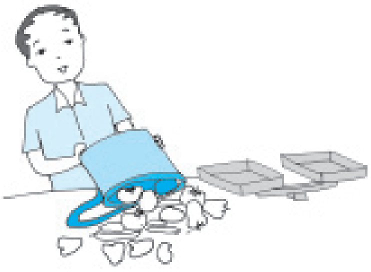
500 గ్రా + 250 గ్రా + 700 గ్రా + 500 గ్రా + 100 గ్రా+ 300 గ్రా = 2350 గ్రా

ప్రయత్నించండి

1. దశాంశాలనుపయోగించి 456గ్రా లను కి.గ్రా గా రాయగలమా?
2. దశాంశాలనుపయోగించి 2 కి.గ్రా 9 గ్రా లను కి.గ్రా గా ఎలా రాస్తాము?

We know that 1000 g = 1 kg

Therefore, 1 g $= \frac{1}{1000}$ kg $= 0.001$ kg



Thus, 2350 g = 2000 g + 350 g

$= \frac{2000}{1000}$ kg + $\frac{350}{1000}$ kg

= 2 kg + 0.350 kg = 2.350 kg

i.e. 2350 g = 2 kg 350 g = 2.350 kg

Thus, the weight of vegetables in Nandu's bag is 2.350 kg.

EXERCISE 8.2

1. Express as rupees using decimals.
   (a) 5 paise (b) 75 paise (c) 20 paise
   (d) 50 rupees 90 paise (e) 725 paise
2. Express as metres using decimals.
   (a) 15 cm (b) 6 cm (c) 2 m 45 cm
   (d) 9 m 7 cm (e) 419 cm
3. Express as cm using decimals.
   (a) 5 mm (b) 60 mm (c) 164 mm
   (d) 9 cm 8 mm (e) 93 mm
4. Express as km using decimals.
   (a) 8 m (b) 88 m (c) 8888 m
   (d) 70 km 5 m
5. Express as kg using decimals.
   (a) 2 g (b) 100 g (c) 3750 g
   (d) 5 kg 8 g (e) 26 kg 50 g

8.4 Addition of Numbers with Decimals

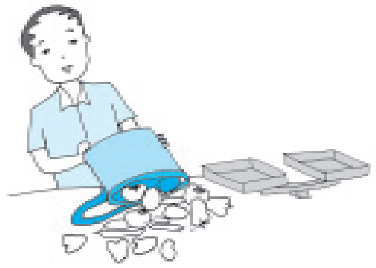
Do This

Add 0.35 and 0.42.

Take a square and divide it into 100 equal parts.

1000 గ్రా = 1 కి.గ్రా అని మనకు తెలుసు

అందువలన, 1 గ్రా. = $\frac{1}{1000}$ kg = 0.001 కి.గ్రా



అందువలన, 2350 గ్రా. = 2000 గ్రా. + 350 గ్రా.

= $\frac{2000}{1000}$ kg + $\frac{350}{1000}$ kg

= 2 కి.గ్రా + 0.350 కి.గ్రా = 2.350 కి.గ్రా

i.e. 2350 గ్రా.= 2 కి.గ్రా. 350 గ్రా. = 2.350 కి.గ్రా

అందువల్ల, నందు బ్యాగులో ఉన్న కూరగాయల బరువు 2.350 కి.గ్రా.

అభ్యాసం 8.2

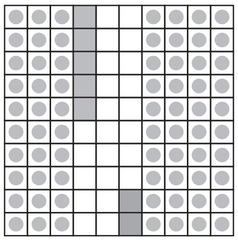
1. దశాంశాలను ఉపయోగించి రూపాయలలో వ్యక్తపరచండి.
   (a) 5 పైసలు (b) 75 పైసలు (c) 20 పైసలు
   (d) 50 రూపాయల 90 పైసలు (e) 725 పైసలు
2. దశాంశాలను ఉపయోగించి మీటర్లలలో వ్యక్తపరచండి.
   (a)15 సెంమీ (b) 6 సెంమీ (c) 2 మీ 45 సెంమీ
   (d) 9 మీ 7 సెంమీ (e) 419 సెంమీ
3. దశాంశాలను ఉపయోగించి సెం.మీ లలో వ్యక్తపరచండి.
   (a) 5 మిమీ (b) 60 మిమీ (c) 164 మిమీ
   (d) 9 సెంమీ 8 మిమీ (e) 93 మిమీ
4. దశాంశాలను ఉపయోగించి కి.మీ లలో వ్యక్తపరచండి.
   (a) 8 మీ (b) 88 మీ (c) 8888 మీ
   (d) 70 కిమీ 5 మీ
5. దశాంశాలను ఉపయోగించి కి.గ్రా లలో వ్యక్తీకరించండి.
   (a) 2గ్రా (b) 100 గ్రా (c) 3750 గ్రా
   (d) 5 కి.గ్రా 8 గ్రా (e) 26 కి.గ్రా 50 గ్రా

8.4 దశాంశ సంఖ్యల సంకలనం

ఇది చేయండి

0.35 మరియు 0.42 లను కూడండి

ఒక చతురస్రాన్ని తీసుకొని దానిని 100 సమాన భాగాలుగా విభజించండి.



Mark 0.35 in this square by shading 3 tenths and colouring 5 hundredths.

Mark 0.42 in this square by shading 4 tenths and colouring 2 hundredths.

Now count the total number of tenths in the square and the total number of hundredths in the square.

	Ones	Tenths	Hundredths
	0	3	5
+	0	4	2
	0	7	7

Therefore, 0.35 + 0.42 = 0.77

Thus, we can add decimals in the same way as whole numbers.

Can you now add 0.68 and 0.54?

Try These

Find

(i) 0.29 + 0.36 (ii) 0.7 + 0.08

(iii) 1.54 + 1.80 (iv) 2.66 + 1.85

	Ones	Tenths	Hundredths
	0	6	8
+	0	5	4
	1	2	2

Thus, 0.68 + 0.54 = 1.22

Example 2 : Lata spent ₹ 9.50 for buying a pen and ₹ 2.50 for one pencil. How much money did she spend?

Solution : Money spent for pen = ₹ 9.50

Money spent for pencil = ₹ 2.50

Total money spent = ₹ 9.50 + ₹ 2.50

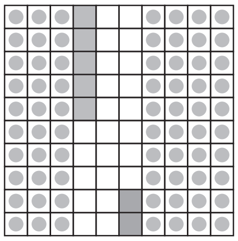
Total money spent = ₹ 12.00

Example 3 : Samson travelled 5 km 52 m by bus, 2 km 265 m by car and the rest 1km 30 m he walked. How much distance did he travel in all?

Solution: Distance travelled by bus = 5 km 52 m = 5.052 km

Distance travelled by car = 2 km 265 m = 2.265 km

Distance travelled on foot = 1 km 30 m = 1.030 km



ఈ చతురస్రంలో 3 దశాంశాలు మరియు 5 శతాంశాలను షేడ్ చేయడంద్వారా 0.35 ను గుర్తించండి. ఈ చతురస్రంలో 0.42 ను 4దశాంశాలు 2 శతాంశాలను షేడ్ చేయడంద్వారా గుర్తించండి.

ఇపుడు చతురస్రంలోని మొత్తం దశాంశాల సంఖ్యను మరియు చతురస్రంలోని మొత్తం శతాంశాల సంఖ్యను లెక్కించండి.

	ఒకట్లు	దశాంశం	శతాంశం
	0	3	5
+	0	4	2
	0	7	7

కాబట్టి, $0.35 + 0.42 = 0.77$

అందువలన,మనం పూర్ణాంకాల సంకలనం మాదిరిగానే దశాంశాలను కూడవచ్చును.

ఇప్పుడు మీరు 0.68 మరియు 0.54లను కూడగలరా?

ప్రయత్నించండి

కనుగొనుము

(i) $0.29 + 0.36$ (ii) $0.7 + 0.08$

(iii) $1.54 + 1.80$ (iv) $2.66 + 1.85$

	ఒకట్లు	దశాంశం	శతాంశం
	0	6	8
+	0	5	4
	1	2	2

ఆ విధంగా, $0.68 + 0.54 = 1.22$

ఉదాహరణ 2: లత ఒక పెన్ను కొనుగోలు చేయడానికి ₹ 9.50 మరియు ఒక పెన్సిల్ కొనుగోలు చేయడానికి ₹ 2.50 ఖర్చు చేసింది. ఆమె ఎంత డబ్బు ఖర్చు చేసింది?

సాధన : పెన్ను కోసం ఖర్చు పెట్టిన డబ్బు = ₹ 9.50

పెన్సిల్ కోసం ఖర్చు చేసిన డబ్బు = ₹ 2.50

ఖర్చు పెట్టిన మొత్తం = ₹ 9.50 + ₹ 2.50

ఖర్చు పెట్టిన మొత్తం డబ్బు = ₹ 12.00

ఉదాహరణ 3 : సాంసన్ బస్సులో 5 కి.మీ 52 మీ , కారు ద్వారా 2కి.మీ 265 మీ మిగిలిన 1 కి. మీ 30 మీ నడిచాడు. అతను మొత్తం ఎంత దూరం ప్రయాణించాడు ?

సాధన: బస్సు ద్వారా ప్రయాణించిన దూరం = 5 కి.మీ 52 కి.మీ = 5.052 కి.మీ

కారు ద్వారా ప్రయాణించిన దూరం = 2 కిమీ 265 మీ = 2.265 కిమీ

కాలినడకన ప్రయాణించిన దూరం = 1 కి.మీ 30 మీ = 1.030 కి.మీ

Therefore, total distance travelled is

$$\begin{array}{r} 5.052 \text{ km} \\ 2.265 \text{ km} \\ +\ 1.030 \text{ km} \\ \hline 8.347 \text{ km} \\ \hline \end{array}$$

Therefore, total distance travelled = 8.347 km

Example 4 : Rahul bought 4 kg 90 g of apples, 2 kg 60 g of grapes and 5 kg 300 g of mangoes. Find the total weight of all the fruits he bought.

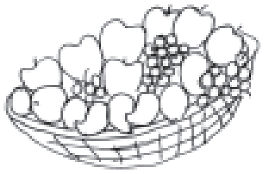
Solution : Weight of apples = 4 kg 90 g = 4.090 kg

Weight of grapes = 2 kg 60 g = 2.060 kg

Weight of mangoes = 5 kg 300 g = 5.300 kg

Therefore, the total weight of the fruits bought is

$$\begin{array}{r} 4.090 \text{ kg} \\ 2.060 \text{ kg} \\ +\ 5.300 \text{ kg} \\ \hline 11.450 \text{ kg} \\ \hline \end{array}$$



Total weight of the fruits bought = 11.450 kg.

EXERCISE 8.3

1. Find the sum in each of the following :
   (a) 0.007 + 8.5 + 30.08
   (b) 15 + 0.632 + 13.8
   (c) 27.076 + 0.55 + 0.004
   (d) 25.65 + 9.005 + 3.7
   (e) 0.75 + 10.425 + 2
   (f) 280.69 + 25.2 + 38
2. Rashid spent ₹ 35.75 for Maths book and ₹ 32.60 for Science book. Find the total amount spent by Rashid.
3. Radhika's mother gave her ₹ 10.50 and her father gave her ₹ 15.80, find the total amount given to Radhika by the parents.
4. Nasreen bought 3 m 20 cm cloth for her shirt and 2 m 5 cm cloth for her trouser. Find the total length of cloth bought by her.
5. Naresh walked 2 km 35 m in the morning and 1 km 7 m in the evening. How much distance did he walk in all?

అందువల్ల, ప్రయాణించిన మొత్తం దూరం

$$\begin{array}{r} 5.052 \text{ కి.మీ} \\ 2.265 \text{ కి.మీ} \\ +\ 1.030 \text{ కి.మీ} \\ \hline 8.347 \text{ కి.మీ} \\ \hline \end{array}$$

అందువల్ల, ప్రయాణించిన మొత్తం దూరం = 8.347 కి.మీ

ఉదాహరణ 14 : రాహుల్4 కి.గ్రా 90 గ్రా ఆపిళ్ళు 2 కిలోల 60 గ్రాముల ద్రాక్ష మరియు 5 కిలోల 300 గ్రా మామిడి పండ్లను కొన్నడు. అతడు కొనుగోలు చేసిన అన్ని పండ్ల మొత్తం బరువును కనుగొనండి.

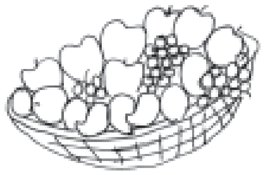
సాధన : ఆపిల్ పండ్ల బరువు = 4 కి.గ్రా 90గ్రా = 4.090 కి.గ్రా

ద్రాక్ష పండ్ల బరువు = 2 కి.గ్రా 60 గ్రా = 2.060 కి.గ్రా

మామిడిపండ్ల బరువు = కి.గ్రా 300 గ్రా = 5.300 కి.గ్రా

అందువల్ల, కొనుగోలు చేసిన పండ్ల మొత్తం బరువు

$$\begin{array}{r} 4.090 \text{ కి.గ్రా} \\ 2.060 \text{ కి.గ్రా} \\ +\ 5.300 \text{ కి.గ్రా} \\ \hline 11.450 \text{ కి.గ్రా} \\ \hline \end{array}$$



కొనుగోలు చేసిన పండ్ల యొక్క మొత్తం బరువు = 11.450 కి.గ్రా

అభ్యాసం 8.3

1. దిగువ పేర్కొన్న ప్రతి మొత్తాన్ని కనుగొనండి:
   (a) 0.007 + 8.5 + 30.08
   (b) 15 + 0.632 + 13.8
   (c) 27.076 + 0.55 + 0.004
   (d) 25.65 + 9.005 + 3.7
   (e) 0.75 + 10.425 + 2
   (f) 280.69 + 25.2 + 38
2. రషీద్ గణితం పుస్తకానికి ₹ 35.75 మరియు సైన్స్ పుస్తకానికి ₹ 32.60 ఖర్చు చేశాడు. రషీద్ మొత్తం ఎంత ఖర్చు పెట్టాడు?.
3. రాధిక తల్లి ఆమెకు ₹ 10.50 ఇచ్చింది మరియు ఆమె తండ్రి ఆమెకు ₹ 15.80 ఇచ్చారు, తల్లిదండ్రులు రాధికకు మొత్తం ఎంత ఇచ్చారు?
4. నస్రీన్ తన చొక్కాకు 3 మీ 20 సెం. మీ బట్టను మరియు ప్యాంటుకు 2 మీ 5 సెం.మీ బట్టను కొనుగోలు చేసింది. ఆమె కొనుగోలు చేసిన బట్ట యొక్క మొత్తం పొడవును కనుగొనండి
5. నరేష్ ఉదయం 2 కి. మీ 35 మీ మరియు సాయంత్రం 1 కి. మీ 7 మీ నడిచాడు. అతను మొత్తం ఎంత దూరం నడిచాడు ?

6. Sunita travelled 15 km 268 m by bus, 7 km 7 m by car and 500 m on foot in order to reach her school. How far is her school from her residence?
7. Ravi purchased 5 kg 400 g rice, 2 kg 20 g sugar and 10 kg 850g flour. Find the total weight of his purchases.

8.5 Subtraction of Decimals

Do This

Subtract 1.32 from 2.58

This can be shown by the table.

	Ones	Tenths	Hundredths
	2	5	8
–	1	3	2
	1	2	6

Thus, 2.58 – 1.32 = 1.26

Therefore, we can say that, subtraction of decimals can be done by subtracting hundredths from hundredths, tenths from tenths, ones from ones and so on, just as we did in addition.

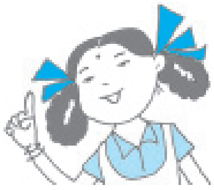
Sometimes while subtracting decimals, we may need to regroup like we did in addition.

Let us subtract 1.74 from 3.5.

	Ones	Tenths	Hundredths
	3	5	0
–	1	7	4
	1	7	6

Subtract in the hundredth place.
Can't subtract !
so regroup

```
 2   14 10
 3̸ .  5̸  0
-1 .  7  4
----------
 1 .  7  6
----------
```



Thus, 3.5 – 1.74 = 1.76

Try These

1. Subtract 1.85 from 5.46 ;
2. Subtract 5.25 from 8.28 ;
3. Subtract 0.95 from 2.29 ;
4. Subtract 2.25 from 5.68.

6. సునీత తన పాఠశాలకు చేరుకోవడానికి బస్సులో 15 కి,మీ 268 మీ , కారులో 7 కి. మీ 7 మీ మరియు 500 మీ కాలినడక ప్రయాణించింది. ఆమె ఇంటి నుంచి స్కూలు ఎంత దూరంలో ఉంది?
7. రవి 5 కి.గ్రా 400 గ్రా బియ్యం, 2 కి. గ్రా 20 గ్రా పంచదార మరియు 10 కి. గ్రా 850 గ్రా పిండిని కొన్నదు. అతడి కొనుగోలు యొక్క మొత్తం బరువును కనుగొనండి.

8.5 దశాంశాల వ్యవకలనం

ఇది చేయండి

2.58 నుండి 1.32 ను తీసివేయండి.

దీనిని పట్టిక ద్వారా చూపవచ్చు.

	ఒకట్లు	దశాంశం	శతాంశం
	2	5	8
–	1	3	2
	1	2	6

అందువలన, $2.58 - 1.32 = 1.26$

అందువల్ల, దశాంశాలను తీసివేయడం అనేది సంకలనంలో చేసినట్లు శతాంశముల నుండి శతాంశములను దశాంశముల నుండి దశాంశములను మరియు ఒకట్ల నుండి ఒకట్లను అదేవిధంగా తీసివేయవలెను.

కొన్నిసార్లు దశాంశాలను తీసివేసేటప్పుడు, మనం సంకలనంలో చేసినట్లుగా తిరిగి సంఘటితం చేయవలసి ఉంటుంది.

ఇప్పుడు మనం 3.5 నుండి 1.74ను తీసివేద్దాం

	ఒకట్లు	దశాంశం	శతాంశం
	3	5	0
–	1	7	4
	1	7	6

శతాంశ స్థానాలను తీసివేయండి
తీసివేయలేమా!
కాబట్టి తిరిగి సమూహం ఏర్పరచండి

  2   14 10
  ~~3~~ . ~~5~~ 0
– 1 . 7 4
  1 . 7 6

ప్రయత్నించండి

1. 5.46 నుండి 1.85 ను తీసివేయుము
2. 8.28 నుండి 5.25 ను తీసివేయుము
3. 2.29 నుండి 0.95 ను తీసివేయుము
4. 5.68 నుండి 2.25 ను తీసివేయుము

అందువల్ల, $3.5 - 1.74 = 1.76$

Example 5 : Abhishek had ₹ 7.45. He bought toffees for ₹ 5.30. Find the balance amount left with Abhishek.

Solution : Total amount of money = ₹ 7.45

Amount spent on toffees = ₹ 5.30

Balance amount of money = ₹ 7.45 – ₹ 5.30 = ₹ 2.15

Example 6 : Urmila's school is at a distance of 5 km 350 m from her house. She travels 1 km 70 m on foot and the rest by bus. How much distance does she travel by bus?

Solution : Total distance of school from the house = 5.350 km

Distance travelled on foot = 1.070 km

Therefore, distance travelled by bus = 5.350 km – 1.070 km

= 4.280 km

Thus, distance travelled by bus = 4.280 km or 4 km 280 m

Example 7 : Kanchan bought a watermelon weighing 5 kg 200 g. Out of this she gave 2 kg 750 g to her neighbour. What is the weight of the watermelon left with Kanchan?

Solution : Total weight of the watermelon = 5.200 kg

Watermelon given to the neighbour = 2.750 kg

Therefore, weight of the remaining watermelon

= 5.200 kg – 2.750 kg = 2.450 kg

EXERCISE 8.4

1. Subtract :
   (a) ₹ 18.25 from ₹ 20.75
   (b) 202.54 m from 250 m
   (c) ₹ 5.36 from ₹ 8.40
   (d) 2.051 km from 5.206 km
   (e) 0.314 kg from 2.107 kg

2. Find the value of :
   (a) 9.756 – 6.28
   (b) 21.05 – 15.27
   (c) 18.5 – 6.79
   (d) 11.6 – 9.847

ఉదాహరణ 5 : అభిషేక్ వద్ద ₹ 7.45 ఉంది. అతడు మిఠాయిలను 5.30లకు కొనుగోలు చేశాడు. అభిషేక్ వద్ద మిగిలి ఉన్న మొత్తాన్ని కనుగొనండి.

సాధన : మొత్తం సొమ్ము = ₹ 7.45

మిఠాయిల కోసం ఖర్చు చేసిన మొత్తం = ₹ 5.30

మిగిలిన సొమ్ము మొత్తం = ₹ 7.45 – ₹ 5.30 = ₹ 2.15

ఉదాహరణ 6 : ఊర్మిళ యొక్క పాఠశాల ఆమె ఇంటి నుండి 5 కి. మీ 350 మీ దూరంలో ఉంది. ఆమె1 కి. మీ 70 మీ కాలినడకన ప్రయాణిస్తుంది మరియు మిగిలినది బస్సులో ప్రయాణిస్తుంది. బస్సులో ఆమె ఎంత దూరం ప్రయాణిస్తుంది ?

సాధన : ఇంటి నుంచి స్కూలు గల మొత్తం దూరం = 5.350 కి.మీ

కాలినడకన ప్రయాణించిన దూరం = 1.070 కి.మీ

అందువల్ల, బస్సులో ప్రయాణించిన దూరం = 5.350 కి.మీ - 1.070 కి.మీ

= 4.280 కి.మీ

అందువల్ల, బస్సులో ప్రయాణించిన దూరం = 4.280 కి.మీ లేదా 4 కి.మీ 280 మీ

ఉదాహరణ 7 : కాంచన్ 5 కి. గ్రా 200గ్రాముల బరువున్న పుచ్చకాయను కొనుగోలు చేసింది. అందులో 2 కి. గ్రా 750 గ్రా ఆమె తన పొరుగువారికి ఇచ్చింది. కాంచన్ వద్ద మిగిలి ఉన్న పుచ్చకాయ యొక్క బరువు ఎంత?

సాధన : పుచ్చకాయ యొక్క మొత్తం బరువు = 5.200 కిగ్రా

పొరుగువారికి ఇవ్వబడిన పుచ్చకాయ = 2.750 కిగ్రా

అందువల్ల, మిగిలిన పుచ్చకాయ యొక్క బరువు = 5.200 కి.గ్రా - 2.750 కి.గ్రా = 2.450 కి.గ్రా

అభ్యాసం 8.4

1. తీసివేయుము :

(a) ₹ 20.75 నుండి ₹ 18.25

(b) 202.54 మీ. నుండి 250 మీ.

(c) ₹ 5.36 నుండి ₹ 8.40

(d) 2.051 కి.మీ నుండి 5.206 కి.మీ

(e) 0.314 కి.గ్రా నుండి 2.107 కి.గ్రా

2. విలువ కనుగొనుము :

(a) 9.756 – 6.28

(b) 21.05 – 15.27

(c) 18.5 – 6.79

(d) 11.6 – 9.847

3. Raju bought a book for ₹ 35.65. He gave ₹ 50 to the shopkeeper. How much money did he get back from the shopkeeper?
4. Rani had ₹ 18.50. She bought one ice-cream for ₹ 11.75. How much money does she have now?
5. Tina had 20 m 5 cm long cloth. She cuts 4 m 50 cm length of cloth from this for making a curtain. How much cloth is left with her?

6. Namita travels 20 km 50 m every day. Out of this she travels 10 km 200 m by bus and the rest by auto. How much distance does she travel by auto?

7. Aakash bought vegetables weighing 10 kg. Out of this, 3 kg 500 g is onions, 2 kg 75 g is tomatoes and the rest is potatoes. What is the weight of the potatoes?

What have we discussed?

1. Every decimal can be written as a fraction.
2. Any two decimal numbers can be compared among themselves. The comparison can start with the whole part. If the whole parts are equal then the tenth parts can be compared and so on.
3. Decimals are used in many ways in our lives. For example, in representing units of money, length and weight.

3. రాజు ఒక పుస్తకాన్ని ₹ 35.65లకు కొనుగోలు చేశాడు. అతడు దుకాణదారునికి ₹ 50 ఇచ్చాడు. దుకాణదారుడి నుంచి అతడు ఎంత డబ్బును తిరిగి పొందాడు?
4. రాణి వద్ద ₹ 18.50 ఉంది. ఆమె ఒక ఐస్-క్రీం ను ₹ 11.75లకు కొనుగోలు చేసింది. ఇప్పుడు ఆమె వద్ద ఎంత డబ్బు ఉంది?

5 టీనా వద్ద 20 మీ 5 సెం.మీ పొడవున్న వస్త్రం ఉంది. కర్టెన్ తయారు చేయడం కొరకు ఆమె దీని నుంచి 4 మీ 50 సెం.మీ పొడవున్న గుడ్డను కత్తిరించింది. ఆమె వద్ద ఎంత వస్త్రం మిగిలి ఉంది?

6. నమిత ప్రతిరోజూ 20 కిలోమీటర్ల 50 మీటర్లు ప్రయాణిస్తుంది. అందులో ఆమె 10 కి. మీ 200 మీ బస్సులో మిగిలినది ఆటోలో ప్రయాణిస్తుంది. ఆటోలో ఆమె ఎంత దూరం ప్రయాణిస్తుంది?

7. ఆకాష్ 10 కిలోల బరువున్న కూరగాయలను కొనుగోలు చేశాడు . ఇందులో 3 కి. గ్రా 500 గ్రాముల ఉల్లిపాయలు, 2 కిలోల 75 గ్రా టమాటాలు, మిగిలినవి బంగాళాదుంపలు. బంగాళాదుంపల బరువు ఎంత?

మనం ఏం చర్చించాం?

1. ప్రతి దశాంశాన్ని భిన్నంగా రాయవచ్చు.
2. ఏవేని రెండు దశాంశాలను ఒక దానితో ఒకటి పోల్చవచ్చు. పూర్ణాంకాలతో పోలికను ప్రారంభించవచ్చు. పూర్ణాంకాలు సమానమైన తరువాత దశాంశాలను ఆ తరువాత మిగతా వాటిని పోల్చవచ్చు..
3. దశాంశాలను మనం దైనందిన జీవితంలోఎన్నో రకాలుగా ఉపయోగిస్తాము. ఉదాహరణకు, వివిధ ప్రమాణాల డబ్బు, పొడవు మరియు బరువులను సూచించడంలో ఉపయోగిస్తాము.

Data Handling

Chapter 9

9.1 Introduction

You must have observed your teacher recording the attendance of students in your class everyday, or recording marks obtained by you after every test or examination. Similarly, you must have also seen a cricket score board. Two score boards have been illustrated here :

Name of the bowlers	Overs	Maiden overs	Runs given	Wickets taken
A	10	2	40	3
B	10	1	30	2
C	10	2	20	1
D	10	1	50	4

Name of the batsmen	Runs	Balls faced	Time (in min.)
E	45	62	75
F	55	70	81
G	37	53	67
H	22	41	55

You know that in a game of cricket the information recorded is not simply about who won and who lost. In the score board, you will also find some equally important information about the game. For instance, you may find out the time taken and number of balls faced by the highest run-scorer.

దత్తాంశ నిర్వహణ

G6S5F7

అధ్యాయం 9

9.1 పరిచయం

మీ ఉపాధ్యాయులు ప్రతిరోజూ మీ తరగతిలోని విద్యార్థుల హాజరును నమోదు చేయడం లేదా ప్రతి పరీక్ష తర్వాత మీరు పొందిన మార్కులను నమోదు చేయడం మీరు తప్పనిసరిగా గమనించి ఉంటారు. అదేవిధంగా, మీరు క్రికెట్ స్కోర్ బోర్డుని కూడా చూసి ఉంటారు. రెండు స్కోర్ బోర్డులు ఇక్కడ వివరించబడ్డాయి:

బౌలర్ పేరు	ఓవర్లు	మెయిడెన్ ఓవర్లు	ఇచ్చిన పరుగులు	తీసుకున్న వికెట్లు
A	10	2	40	3
B	10	1	30	2
C	10	2	20	1
D	10	1	50	4

బ్యాట్స్ మెన్ పేరు	పరుగులు	ఎదుర్కొన్న బంతులు	సమయం (నిమిషాలలో)
E	45	62	75
F	55	70	81
G	37	53	67
H	22	41	55

క్రికెట్ ఆటలో నమోదు చేయబడిన సమాచారం కేవలం ఎవరు గెలిచారు మరియు ఎవరు ఓడిపోయారు అనే దాని గురించి మాత్రమే కాదని మీకు తెలుసు. స్కోర్ బోర్డు లో, మీరు ఆట గురించి కొంత ముఖ్యమైన సమాచారాన్ని కూడా కనుగొంటారు. ఉదాహరణకు, అత్యధిక పరుగులు చేసిన స్కోరర్ ఎదుర్కొన్న సమయం మరియు బంతుల సంఖ్యను మీరు కనుగొనవచ్చు.

Similarly, in your day to day life, you must have seen several kinds of tables consisting of numbers, figures, names etc.

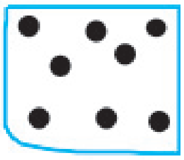
These tables provide 'Data'. *A data is a collection of numbers gathered to give some information.*

9.2 Recording Data

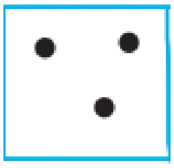
Let us take an example of a class which is preparing to go for a picnic. The teacher asked the students to give their choice of fruits out of banana, apple, orange or guava. Uma is asked to prepare the list. She prepared a list of all the children and wrote the choice of fruit against each name. This list would help the teacher to distribute fruits according to the choice.

Raghav	—	Banana	Bhawana	—	Apple
Preeti	—	Apple	Manoj	—	Banana
Amar	—	Guava	Donald	—	Apple
Fatima	—	Orange	Maria	—	Banana
Amita	—	Apple	Uma	—	Orange
Raman	—	Banana	Akhtar	—	Guava
Radha	—	Orange	Ritu	—	Apple
Farida	—	Guava	Salma	—	Banana
Anuradha	—	Banana	Kavita	—	Guava
Rati	—	Banana	Javed	—	Banana

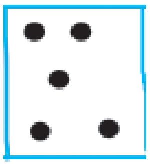
If the teacher wants to know the number of bananas required for the class, she has to read the names in the list one by one and count the total number of bananas required. To know the number of apples, guavas and oranges separately she has to repeat the same process for each of these fruits. How tedious and time consuming it is! It might become more tedious if the list has, say, 50 students.



Banana



Orange



Apple

So, Uma writes only the names of these fruits one by one like, banana, apple, guava, orange, apple, banana, orange, guava, banana, banana, apple, banana, apple, banana, orange, guava, apple, banana, guava, banana.

Do you think this makes the teacher's work easier? She still has to count the fruits in the list one by one as she did earlier.

Salma has another idea. She makes four squares on the floor. Every square is kept for fruit of one kind only. She asks the students to put one pebble in the square which

ఇదేవిధంగా, మీ రోజువారీ జీవితంలో, మీరు సంఖ్యలు, బొమ్మలు, పేర్లు మొదలైన వాటితో కూడిన అనేక రకాల పట్టికలను తప్పనిసరిగా చూసి ఉంటారు.

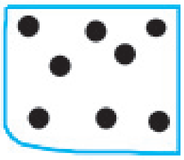
ఈ పట్టికలు 'దత్తాంశం' ను అందిస్తాయి. *కొంత సమాచారాన్ని అందించడానికి సేకరించిన సంఖ్యలే దత్తాంశం.*

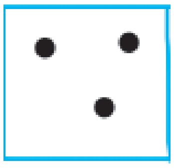
9.2 దత్తాంశం నమోదు చేయుట

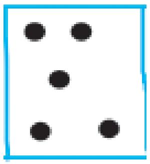
విహారయాత్రకు వెళ్లేందుకు సిద్ధమవుతున్న ఒక తరగతిని ఉదాహరణగా తీసుకుందాం. అరటిపండు, యాపిల్ నారింజ లేదా జామ లలో తమకు నచ్చిన పండ్ల ఎంపికను తెలపాలని ఉపాధ్యాయుడు విద్యార్థులను కోరారు. జాబితాను తయారు చేయాలని ఉమను కోరారు. ఆమె పిల్లలందరి జాబితాను తయారు చేసింది మరియు ప్రతి పేరుకు ఎదురుగా పండ్ల ఎంపికను వ్రాసింది. ఈ జాబితా ఉపాధ్యాయుని ఎంపిక ప్రకారం పండ్లు పంపిణీ చేయడానికి సహాయపడుతుంది.

రాఘవ్	—	అరటిపండు	భావన	—	ఆపిల్
ప్రీతి	—	ఆపిల్	మనోజ్	—	అరటిపండు
అమర్	—	జామ	డొనాల్డ్	—	ఆపిల్
ఫాతిమా	—	నారింజ	మారియా	—	అరటిపండు
అమిత	—	ఆపిల్	ఉమ	—	నారింజ
రామన్	—	అరటిపండు	అక్తర్	—	జామ
రాధ	—	నారింజ	రితు	—	ఆపిల్
ఫరీదా	—	జామ	సల్మా	—	అరటిపండు
అనురాధ	—	అరటిపండు	కవిత	—	జామ
రతి	—	అరటిపండు	జావేద్	—	అరటిపండు

టీచర్ తరగతికి ఎన్ని అరటిపండ్లు అవసరమో తెలుసుకోవాలంటే, ఆమె జాబితాలోని పేర్లను ఒక్కొక్కటిగా చదివి, మొత్తం అరటిపండ్లను లెక్కించాలి. ఆపిల్, జామ మరియు నారింజలను విడివిడిగా తెలుసుకోవాలంటే, ఆమె ఈ పండ్లలో ప్రతి దానికీ అదే విధానాన్ని పునరావృతం చేయాలి. ఇది ఎంత కష్టమైనది మరియు చాలా సమయం తీసుకుంటుంది! జాబితాలో 50 మంది విద్యార్థులు ఉన్నట్లయితే అది మరింత కష్టంగా మారవచ్చు.


అరటిపండు


నారింజ

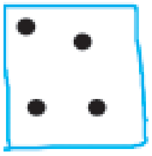

ఆపిల్

కాబట్టి, అరటి, యాపిల్, జామ, నారింజ, ఆపిల్, అరటి, నారింజ, జామ, అరటి, అరటి, ఆపిల్, అరటి, ఆపిల్, అరటి, నారింజ, జామ, ఆపిల్, అరటి, జామ, అరటి వంటి ఈ పండ్ల పేర్లను మాత్రమే ఉమ ఒక్కొక్కటిగా రాస్తుంది.

ఇది ఉపాధ్యాయుని పనిని సులభతరం చేస్తుందని మీరు అనుకుంటున్నారా? ఆమె ఇంతకుముందు చేసినట్లుగా ఇప్పటికీ జాబితాలోని పండ్లను ఒక్కొక్కటిగా లెక్కించాలి.

సల్మాకు మరో ఆలోచన ఉంది. ఆమె నేలపై నాలుగు చతురస్రాలు తయారు చేసింది. ప్రతి చతురస్రం ఒక రకమైన పండు కోసం మాత్రమే ఉంచబడుతుంది. చతురస్రాకారంలో వారి ఎంపికకు సరిపోయే ఒక గులకరాయిని వేయమని ఆమె విద్యార్థులను అడుగుతుంది.

matches their choices. i.e. a student opting for banana will put a pebble in the square marked for banana and so on.



Guava

By counting the pebbles in each square, Salma can quickly tell the number of each kind of fruit required. She can get the required information quickly by systematically placing the pebbles in different squares.

Try to perform this activity for 40 students and with names of any four fruits. Instead of pebbles you can also use bottle caps or some other tokens.

9.3 Organisation of Data

To get the same information which Salma got, Ronald needs only a pen and a paper. He does not need pebbles. He also does not ask students to come and place the pebbles. He prepares the following table.

Banana	✓ ✓ ✓ ✓ ✓ ✓ ✓ ✓	8
Orange	✓ ✓ ✓	3
Apple	✓ ✓ ✓ ✓ ✓	5
Guava	✓ ✓ ✓ ✓	4

Do you understand Ronald's table?

What does one (✓) mark indicate?

Four students preferred guava. How many (✓) marks are there against guava?

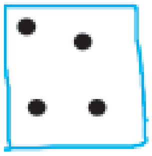
How many students were there in the class? Find all this information.

Discuss about these methods. Which is the best? Why? Which method is more useful when information from a much larger data is required?

Example 1 : A teacher wants to know the choice of food of each student as part of the mid-day meal programme. The teacher assigns the task of collecting this information to Maria. Maria does so using a paper and a pencil. After arranging the choices in a column, she puts against a choice of food one (|) mark for every student making that choice.

<table>
<tr><th>Choice</th><th>Number of students</th></tr>
<tr><td>Rice only</td><td>| | | | | | | | | | | | | | | | |</td></tr>
<tr><td>Chapati only</td><td>| | | | | | | | | | | | |</td></tr>
<tr><td>Both rice and chapati</td><td>| | | | | | | | | | | | | | | | | | | |</td></tr>
</table>

అనగా అరటిపండును ఎంచుకునే విద్యార్థి అరటిపండు కోసం గుర్తించబడిన చతురస్రంలో ఒక గులకరాయిని ఉంచుతాడు.


జామ

ప్రతి చతురస్రంలోని గులకరాళ్లను లెక్కించడం ద్వారా, సల్మా అవసరమైన ప్రతి రకమైన పండ్ల సంఖ్యను త్వరగా చెప్పగలదు. వివిధ చతురస్రాలల్లో గులకరాళ్ళని క్రమ పద్ధతిలో ఉంచడం ద్వారా ఆమె అవసరమైన సమాచారాన్ని త్వరగా పొందవచ్చు.

40 మంది విద్యార్థుల కోసం మరియు ఏదైనా నాలుగు పండ్ల పేర్లతో ఈ కృత్యాన్ని నిర్వహించడానికి ప్రయత్నించండి. గులకరాళ్ళకు బదులుగా మీరు బాటిల్ క్యాప్స్ లేదా కొన్ని ఇతర టోకెన్‌లను కూడా ఉపయోగించవచ్చు.

9.3 దత్తాంశ నిర్వహణ

సల్మాకు లభించిన అదే సమాచారాన్ని పొందడానికి, రోనాల్డ్‌కు పెన్ను మరియు కాగితం మాత్రమే అవసరం. అతనికి గులకరాళ్లు అవసరం లేదు. అతను విద్యార్థులను వచ్చి గులకరాళ్లు వేయమని కూడా అడగడు. అతను క్రింది పట్టికను సిద్ధం చేస్తాడు.

అరటిపండు	✓ ✓ ✓ ✓ ✓ ✓ ✓ ✓	8
నారింజ	✓ ✓ ✓	3
ఆపిల్	✓ ✓ ✓ ✓ ✓	5
జామ	✓ ✓ ✓ ✓	4

మీకు రోనాల్డ్ టేబుల్ అర్థమైందా?

ఒక (✓) గుర్తు దేనిని సూచిస్తుంది?

నలుగురు విద్యార్థులు జామపండుకు ప్రాధాన్యత ఇచ్చారు. జామకు ఎదురుగా ఎన్ని (✓) మార్కులు ఉన్నాయి? తరగతిలో ఎంత మంది విద్యార్థులు ఉన్నారు? ఈ మొత్తం సమాచారాన్ని కనుగొనండి.

ఈ పద్ధతుల గురించి చర్చించండి. ఏది ఉత్తమమైనది? ఎందుకు? చాలా పెద్ద దత్తాంశం నుండి సమాచారం అవసరమైనప్పుడు ఏ పద్ధతి మరింత ఉపయోగకరంగా ఉంటుంది?

ఉదాహరణ 1: మధ్యాహ్న భోజన కార్యక్రమంలో భాగంగా ప్రతి విద్యార్థి యొక్క ఆహార ఎంపికను ఉపాధ్యాయుడు తెలుసుకోవాలనుకుంటున్నాడు. ఉపాధ్యాయుడు ఈ సమాచారాన్ని సేకరించే పనిని మరియాకు అప్పగిస్తాడు. మరియా ఒక కాగితం మరియు పెన్సిల్ ఉపయోగించి చేస్తుంది. నిలువుగా ఎంపికలను ఏర్పాటు చేసిన తర్వాత, ఆమె ఆ ఎంపిక చేసే ప్రతి విద్యార్థి ఆహార ఎంపికకు ఎదురుగా ఒక (l) మార్కును ఉంచుతుంది.

<table>
<tr><th>ఎంపిక</th><th>విద్యార్థుల సంఖ్య</th></tr>
<tr><td>అన్నం మాత్రమే</td><td>| | | | | | | | | | | | | | | | |</td></tr>
<tr><td>చపాతీ మాత్రమే</td><td>| | | | | | | | | | | | |</td></tr>
<tr><td>అన్నం మరియు చపాతీ రెండూ</td><td>| | | | | | | | | | | | | | | | | | | |</td></tr>
</table>

after seeing the table Umesh suggested a better method to count the students. He asked Maria to organise the marks (∣) in a group of ten as shown below :

Choice	Tally marks	Number of students
Rice only	(∣∣∣∣∣∣∣∣∣∣) ∣∣∣∣∣∣∣	17
Chapati only	(∣∣∣∣∣∣∣∣∣∣) ∣∣∣	13
Both rice and chapati	(∣∣∣∣∣∣∣∣∣∣) (∣∣∣∣∣∣∣∣∣∣)	20

Rajan made it simpler by asking her to make groups of five instead of ten, as shown below :

Choice	Tally marks	Number of students
Rice only	(∣∣∣∣∣) (∣∣∣∣∣) (∣∣∣∣∣) ∣∣	17
Chapati only	(∣∣∣∣∣) (∣∣∣∣∣) ∣∣∣	13
Both rice and chapati	(∣∣∣∣∣) (∣∣∣∣∣) (∣∣∣∣∣) (∣∣∣∣∣)	20

Teacher suggested that the fifth mark in a group of five marks should be used as a cross, as shown by '𝍸'. These are **tally marks**. Thus, 𝍸 ∣∣ shows the count to be five plus two (i.e. seven) and 𝍸 𝍸 shows five plus five (i.e. ten).

With this, the table looks like :

Choice	Tally marks	Number of students
Rice only	𝍸 𝍸 𝍸 ∣∣	17
Chapati only	𝍸 𝍸 ∣∣∣	13
Both rice and chapati	𝍸 𝍸 𝍸 𝍸	20

Example 2 : Ekta is asked to collect data for size of shoes of students in her Class VI. Her finding are recorded in the manner shown below :

5	4	7	5	6	7	6	5	6	6	5
4	5	6	8	7	4	6	5	6	4	6
5	7	6	7	5	7	6	4	8	7	

ఉమేష్, టేబుల్ చూసిన తర్వాత విద్యార్థులను లెక్కించడానికి మంచి పద్ధతిని సూచించారు. అతను మారియాను మార్కులను (|) పది సమూహంలో క్రింద చూపిన విధంగా నిర్వహించమని అడిగాడు:

ఎంపిక	గణన చిహ్నాలు	విద్యార్థుల సంఖ్య
అన్నం మాత్రమే	(||||||||||) |||||||	17
చపాతీ మాత్రమే	(||||||||||) |||	13
అన్నం మరియు చపాతీ రెండూ	(||||||||||) (||||||||||)	20

దిగువ చూపిన విధంగా పదికి బదులుగా ఐదుగురితో కూడిన సమూహాలను తయారు చేయమని రాజన్ ఆమెను కోరడం ద్వారా దానిని సులభతరం చేశాడు:

ఎంపిక	గణన చిహ్నాలు	విద్యార్థుల సంఖ్య
అన్నం మాత్రమే	(|||||) (|||||) (|||||) ||	17
చపాతీ మాత్రమే	(|||||) (|||||) |||	13
అన్నం మరియు చపాతీ రెండూ	(|||||) (|||||) (|||||) (|||||)	20

ఐదు మార్కుల సమూహంలో ఐదవ మార్కును క్రాస్‌గా, '𝍸 'చూపిన విధంగా ఉపయోగించాలని ఉపాధ్యాయుడు సూచించారు. ఇవి **గణన చిహ్నాలు**. 𝍸 || అందువలన, గణనను ఐదు ప్లస్ రెండును (అంటే ఏడు) మరియు 𝍸 𝍸 ను ఐదు ప్లస్ ఐదును (అంటే పది) చూపుతుంది.

దీనితో, పట్టిక ఇలా కనిపిస్తుంది:

ఎంపిక	గణన చిహ్నాలు	విద్యార్థుల సంఖ్య
అన్నం మాత్రమే	𝍸 𝍸 𝍸 ||	17
చపాతీ మాత్రమే	𝍸 𝍸 |||	13
అన్నం మరియు చపాతీ రెండూ	𝍸 𝍸 𝍸 𝍸	20

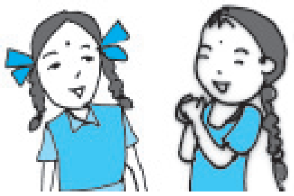
ఉదాహరణ 2 : ఏక్తా తన VI వ తరగతి లోని విద్యార్థుల బూట్ల పరిమాణానికి సంబంధించిన దత్తాంశంను సేకరించమని కోరింది. ఆమె తెలుసుకున్నవి క్రింద చూపిన పద్ధతిలో నమోదు చేయబడింది:

5	4	7	5	6	7	6	5	6	6	5
4	5	6	8	7	4	6	5	6	4	6
5	7	6	7	5	7	6	4	8	7	

Javed wanted to know (i) the size of shoes worn by the maximum number of students. (ii) the size of shoes worn by the minimum number of students. Can you find this information?

Ekta prepared a table using tally marks.

Shoe size	Tally marks	Number of students
4	||||/	5
5	||||/ |||	8
6	||||/ ||||/	10
7	||||/ ||	7
8				2



Now the questions asked earlier could be answered easily.

You may also do some such activity in your class using tally marks.

Do This

1. Collect information regarding the number of family members of your classmates and represent it in the form of a table. Find to which category most students belong.

Number of family members	Tally marks	Number of students with that many family members

Make a table and enter the data using tally marks. Find the number that appeared

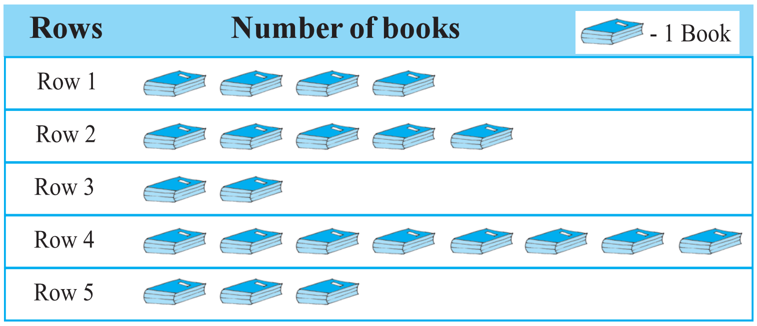
(a) the minimum number of times? (b) the maximum number of times?

(c) same number of times?

9.4 Pictograph

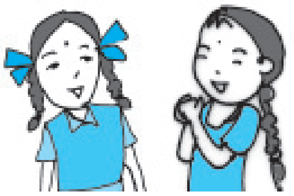
A cupboard has five compartments. In each compartment a row of books is arranged.

The details are indicated in the adjoining table :



జావేద్ (i) గరిష్ఠ సంఖ్యలో విద్యార్థులు ధరించే బూట్ల పరిమాణం (ii) కనీస సంఖ్యలో విద్యార్థులు ధరించే బూట్ల పరిమాణాన్ని తెలుసుకోవాలనుకున్నాడు. ఈ సమాచారాన్ని నీవు తెలుసుకోగలవా? ఏక్తా గణన చిహ్నాలను ఉపయోగించి పట్టికను సిద్ధం చేసింది.

బూట్ల పరిమాణం	గణన చిహ్నాలు	విద్యార్థుల సంఖ్య
4	~~IIII~~	5
5	~~IIII~~ III	8
6	~~IIII~~ ~~IIII~~	10
7	~~IIII~~ II	7
8	II	2



ఇప్పుడు ఇంతకుముందు అడిగిన ప్రశ్నలకు సులభంగా సమాధానాలు చెప్పవచ్చు. మీరు గణన చిహ్నాలను ఉపయోగించి మీ తరగతిలో అలాంటి కొన్ని కృత్యాలను కూడా చేయవచ్చు.

ఇది చేయండి

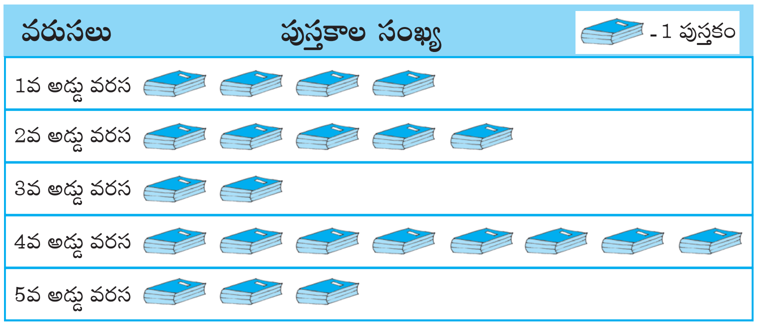
1. మీ తరగతిగదిలోని విద్యార్థుల కుటుంబ సభ్యుల సంఖ్యకు సంబంధించిన సమాచారాన్ని సేకరించి, దానిని పట్టిక రూపంలో సూచించండి. ఎక్కువ మంది విద్యార్థులు ఏ వర్గానికి చెందినవారో కనుగొనండి.

కుటుంబ సభ్యుల సంఖ్య	గణన చిహ్నాలు	కుటుంబ సభ్యులను కలిగి ఉన్న విద్యార్థుల సంఖ్య

పట్టికను తయారు చేసి, గణన చిహ్నాలను ఉపయోగించి దత్తాంశంను నమోదు చేయండి.
సంఖ్య (ఎ) కనిష్ఠంగా ఎన్నిసార్లు? (బి) గరిష్ఠంగా ఎన్నిసార్లు? (సి) అదే సంఖ్యలో ఎన్నిసార్లు వచ్చిందో కనుగొనండి.

9.4 పట చిత్రాలు:

ఒక అల్మారాలో ఐదు అరలు ఉన్నాయి. ప్రతి అడ్డ వరసలో పుస్తకాలను వరుసలలో అమర్చారు.
వివరాలు ప్రక్కనే ఉన్న పట్టికలో సూచించబడ్డాయి:



Which row has the greatest number of books? Which row has the least number of books? Is there any row which does not have books?

You can answer these questions by just studying the diagram. The picture visually helps you to understand the data. It is a **pictograph**.

A pictograph represents data through pictures of objects. It helps answer the questions on the data at a glance.

Do This

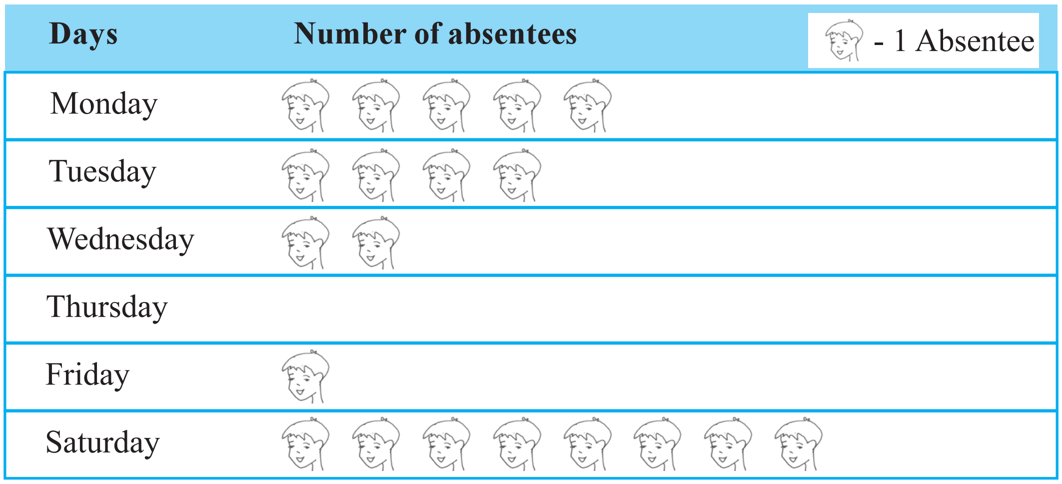
Pictographs are often used by dailies and magazines to attract readers attention.

Collect one or two such published pictographs and display them in your class. Try to understand what they say.

It requires some practice to understand the information given by a pictograph.

9.5 Interpretation of a Pictograph

Example 3 : The following pictograph shows the number of absentees in a class of 30 students during the previous week :



(a) On which day were the maximum number of students absent?

(b) Which day had full attendance?

(c) What was the total number of absentees in that week?

Solution : (a) Maximum absentees were on saturday. (There are 8 pictures in the row for saturday; on all other days, the number of pictures are less).

(b) Against thursday, there is no picture, i.e. no one is absent. Thus, on that day the class had full attendance.

(c) There are 20 pictures in all. So, the total number of absentees in that week was 20.

ఏ వరుసలో అత్యధిక సంఖ్యలో పుస్తకాలు ఉన్నాయి? ఏ వరుసలో అత్యల్ప సంఖ్యలో పుస్తకాలు ఉన్నాయి? పుస్తకాలు లేని వరుస ఏదైనా ఉందా?
పటచిత్రాన్ని అధ్యయనం చేయడం ద్వారా మీరు ఈ ప్రశ్నలకు సమాధానం ఇవ్వవచ్చు. దత్తాంశంను అర్థం చేసుకోవడానికి దృశ్యమానంగా మీకు పటం సహాయపడుతుంది. ఇది **పటచిత్రం.**

పటచిత్రం వస్తువుల చిత్రాల ద్వారా దత్తాంశంను సూచిస్తుంది. ఇది దత్తాంశంలోని ప్రశ్నలకు చూచిన వెంటనే సమాధానమివ్వడంలో సహాయపడుతుంది.

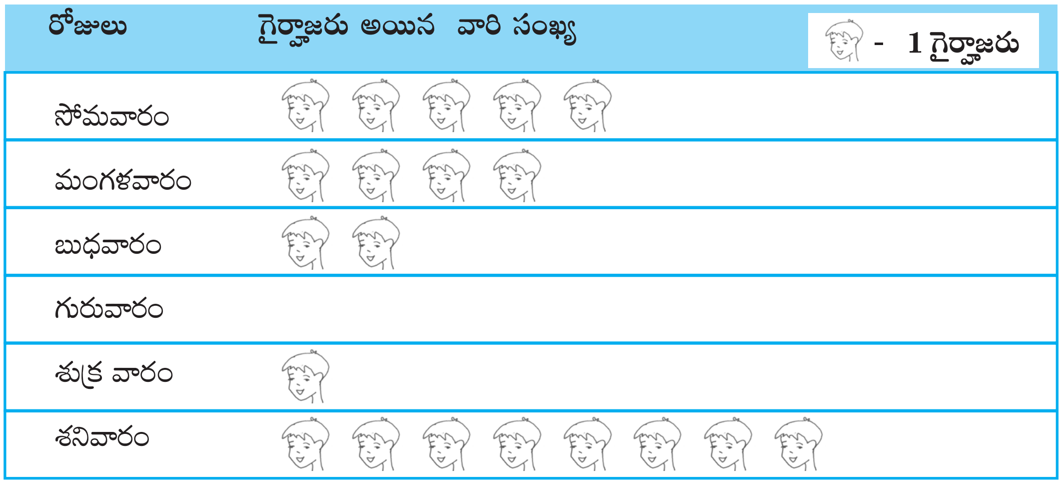
ఇది చేయండి

ఏ వరుసలో అత్యధిక సంఖ్యలో పుస్తకాలు ఉన్నాయి? ఏ వరుసలో అత్యల్ప సంఖ్యలో పుస్తకాలు ఉన్నాయి? పుస్తకాలు లేని వరుస ఏదైనా ఉందా?

పటచిత్రాన్ని అధ్యయనం చేయడం ద్వారా మీరు ఈ ప్రశ్నలకు సమాధానం ఇవ్వవచ్చు. దత్తాంశంను అర్థం చేసుకోవడానికి దృశ్యమానంగా మీకు పటం సహాయపడుతుంది. ఇది పటచిత్రం. పటచిత్రం వస్తువుల చిత్రాల ద్వారా దత్తాంశంను సూచిస్తుంది. ఇది దత్తాంశంలోని ప్రశ్నలకు చూచిన వెంటనే సమాధానమివ్వడంలో సహాయపడుతుంది.

9.5 పటచిత్రం యొక్క వివరణ

ఉదాహరణ 3: కింద ఇవ్వబడిన పటచిత్రం కిందటి వారంలో 30 మంది విద్యార్థులు గల తరగతిలో గైర్హాజరు అయిన వారి సంఖ్యను చూపుతున్నది:



(a) ఏ రోజున గరిష్ఠ సంఖ్యలో విద్యార్థులు గైర్హాజరయ్యారు?

(b) ఏ రోజు పూర్తి హాజరును కలిగి ఉంది?

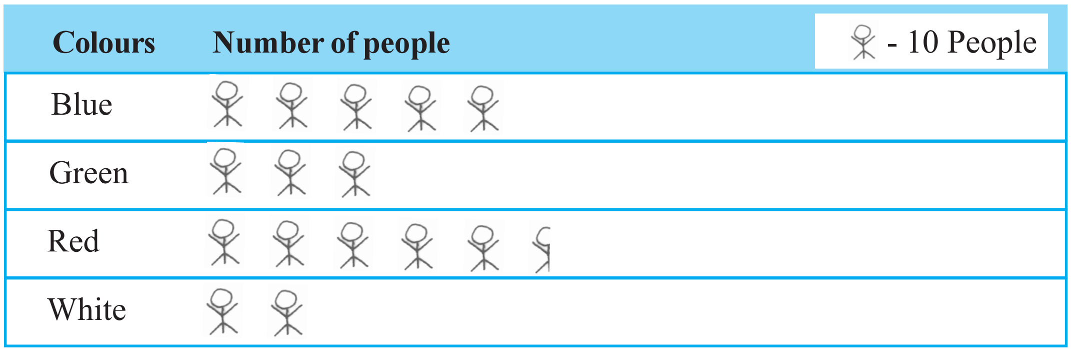
(c) ఆ వారంలో గైర్హాజరైన వారి సంఖ్య ఎంత?

సాధన : (a) శనివారం రోజున గరిష్ఠంగా గైర్హాజరు అయినారు. (శనివారానికి వరుసగా 8 చిత్రాలు ఉన్నాయి, మిగిలిన రోజుల్లో, చిత్రాల సంఖ్య తక్కువగా ఉంది).

(b) గురువారానికి ఎదురుగా, చిత్రం లేదు, అనగా ఎవరూ గైర్హాజరు కాలేదు. ఆ విధంగా, ఆ రోజు తరగతికి పూర్తి హాజరు ఉంది.

(c) మొత్తం 20 చిత్రాలు ఉన్నాయి. కాబట్టి, ఆ వారంలో గైర్హాజరైన వారి మొత్తంసంఖ్య 20.

Example 4 : The colours of fridges preferred by people living in a locality are shown by the following pictograph :



(a) Find the number of people preferring blue colour.

(b) How many people liked red colour?

Solution : (a) Blue colour is preferred by 50 people.

[= 10, so 5 pictures indicate 5 × 10 people].

(b) Deciding the number of people liking red colour needs more care.

For 5 complete pictures, we get 5 × 10 = 50 people.

For the last incomplete picture, we may roughly take it as 5.

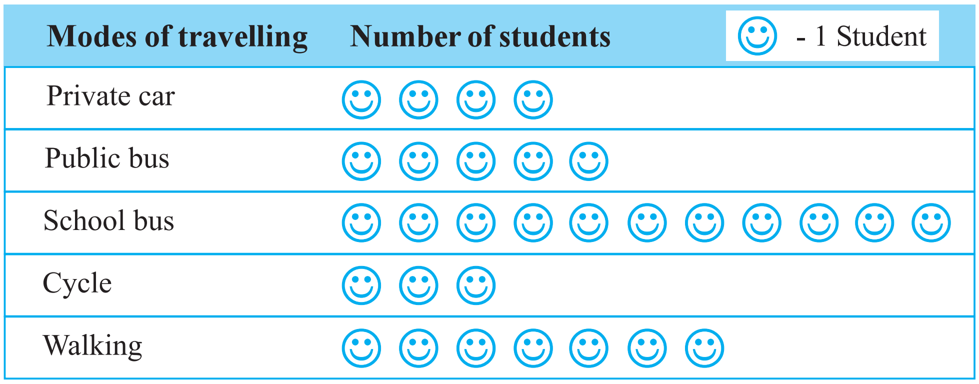
So, number of people preferring red colour is nearly 55.

Think, discuss and write

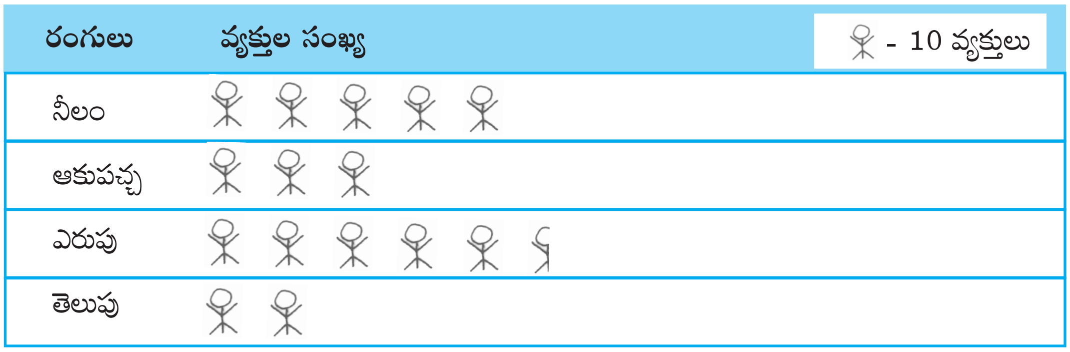
In the above example, the number of people who like red colour was taken as 50 + 5. If your friend wishes to take it as 50 + 8, is it acceptable?

Example 5 : A survey was carried out on 30 students of class VI in a school. Data about the different modes of transport used by them to travel to school was displayed as pictograph.

What can you conclude from the pictograph?



ఉదాహరణ 4: ఒక ప్రాంతంలో నివసించే వ్యక్తులు ఇష్టపడే ఫ్రిజ్‌ల రంగులు కింది పటచిత్రం ద్వారా చూపబడింది:



(a) నీలం రంగును ఇష్టపడే వ్యక్తుల సంఖ్యను కనుగొనండి.

(b) ఎంత మంది వ్యక్తులు ఎరుపు రంగును ఇష్టపడ్డారు?

సాధన : (a) నీలం రంగును 50 మంది ఇష్టపడ్డారు [= 10, కాబట్టి 5 చిత్రాలు, 5×10 మంది వ్యక్తులను సూచిస్తాయి.]

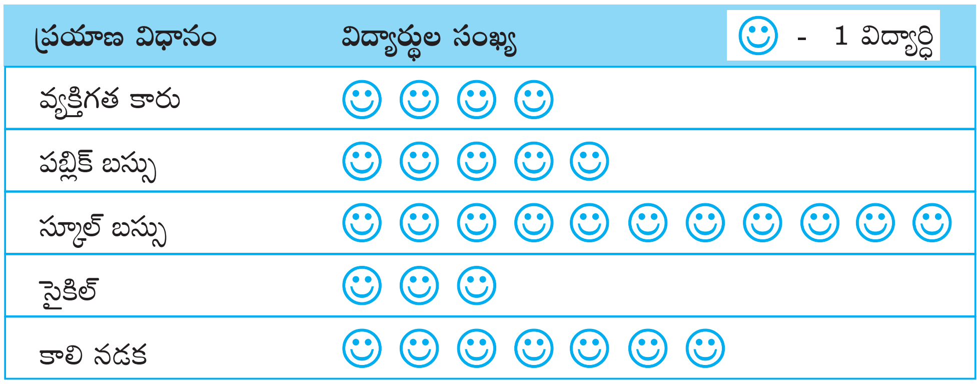
(b) ఎరుపు రంగును ఇష్టపడే వ్యక్తుల సంఖ్యను నిర్ణయించడానికి మరింత శ్రద్ధ అవసరం.
5 పూర్తి చిత్రాల కోసం, మనము $5 \times 10 = 50$ మందిని పొందుతాము.
చివరి అసంపూర్ణ చిత్రం కోసం, మనము దానిని సుమారుగా 5గా తీసుకోవచ్చు.
కాబట్టి, ఎరుపు రంగును ఇష్టపడే వారి సంఖ్య దాదాపు 55.

ఆలోచించి చర్చించి మరియు రాయండి.

పై ఉదాహరణలో, ఎరుపు రంగును ఇష్టపడే వ్యక్తుల సంఖ్య $50 + 5$ గా తీసుకోబడింది
మీ స్నేహితుడు దానిని $50 + 8$ గా తీసుకోవాలనుకుంటే, అది ఆమోదయోగ్యమేనా?

ఉదాహరణ 5: ఒక పాఠశాలలో VI వ తరగతికి చెందిన 30 మంది విద్యార్థులపై ఒక సర్వే నిర్వహించబడింది. పాఠశాలకు వెళ్లేందుకు వారు ఉపయోగించే వివిధ పద్ధతుల రవాణా మార్గాల గురించిన దత్తాంశాన్ని పటచిత్రంగా ప్రదర్శించబడింది.

పటచిత్రంనుండి మీరు ఏమి ముగిస్తారు?



What can you conclude from the pictograph?

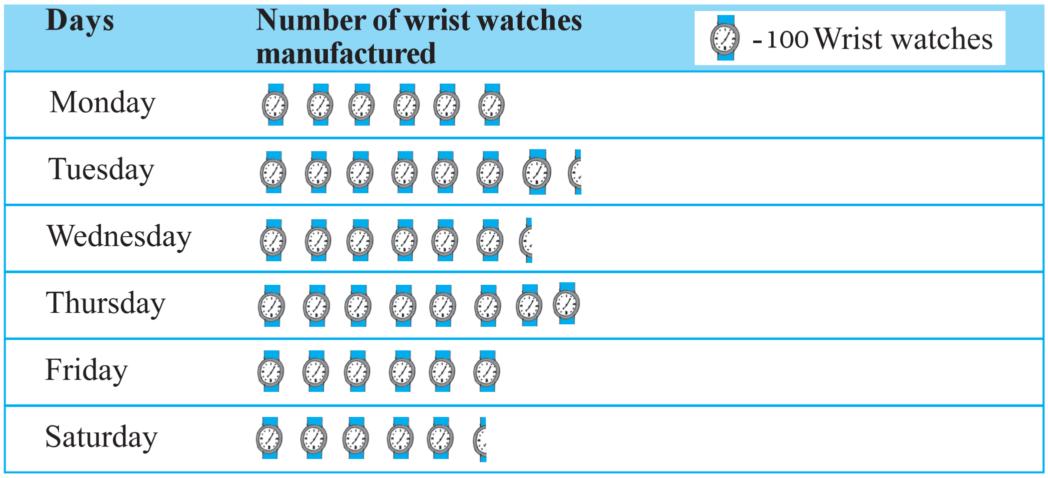
Solution : From the pictograph we find that:

(a) The number of students coming by private car is 4.

(b) Maximum number of students use the school bus. This is the most popular way.

(c) Cycle is used by only three students.

(d) The number of students using the other modes can be similarly found.



Example 6 : Following is the pictograph of the number of wrist watches manufactured by a factory in a particular week.

(a) On which day were the least number of wrist watches manufactured?

(b) On which day were the maximum number of wrist watches manufactured?

(c) Find out the approximate number of wrist watches manufactured in the particular week?

Solution : We can complete the following table and find the answers.

Days	Number of wrist watches manufactured
Monday	600
Tuesday	More than 700 and less than 800
Wednesday	....
Thursday	....
Friday	....

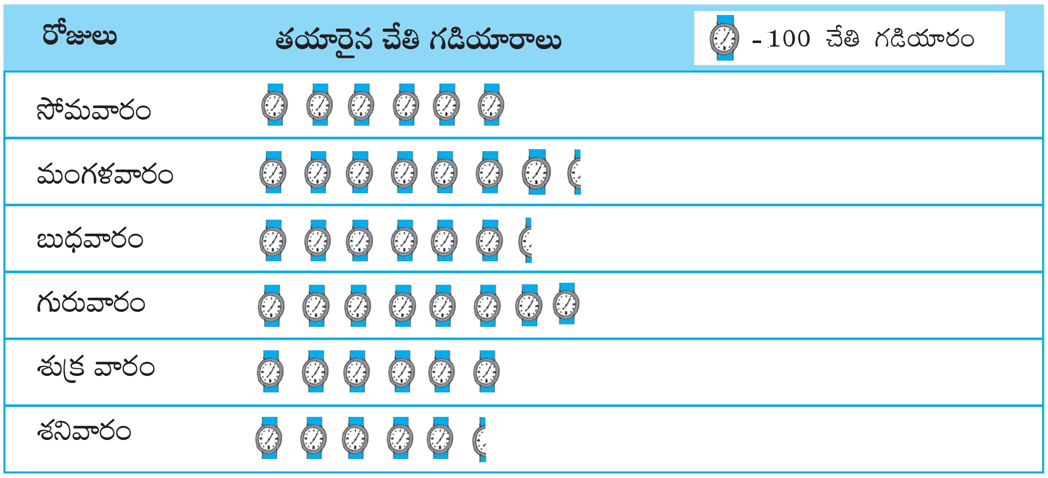
సాధన : పట చిత్రం నుండి మనం తెలుసుకొనే విషయాలు:

(a) వ్యక్తిగత కారులో వచ్చే విద్యార్థుల సంఖ్య 4.

(b) గరిష్ఠ సంఖ్యలో విద్యార్థులు పాఠశాల బస్సును ఉపయోగిస్తారు. ఇది చాలా ఎక్కువ జనాదరణ పొందిన మార్గం.

(c) సైకిల్‌ను ముగ్గురు విద్యార్థులు మాత్రమే ఉపయోగిస్తున్నారు.

(d) ఇతర పద్దతులను ఉపయోగించే విద్యార్థుల సంఖ్యను కూడా అదే విధంగా కనుగొనవచ్చు.



ఉదాహరణ 6 : ఒక నిర్దిష్ట వారంలో ఫ్యాక్టరీ ద్వారా తయారు చేయబడిన చేతి గడియారాల సంఖ్య యొక్క పటచిత్రం క్రింద ఇవ్వబడింది.

(a) ఏ రోజున అతి తక్కువ సంఖ్యలో చేతి గడియారాలు తయారు చేయబడ్డాయి?

(b) ఏ రోజున ఎక్కువ సంఖ్యలో చేతి గడియారాలు తయారు చేయబడ్డాయి?

(c) నిర్దిష్ట వారంలో తయారు చేయబడిన మణికట్టు వాచీల సంఖ్యను సుమారుగా కనుగొనండి.

సాధన : మనము ఈ క్రింది పట్టికను పూర్తి చేసి సమాధానాలను కనుగొనవచ్చు.

రోజు	తయారు చేయబడిన చేతి గడియారాల సంఖ్య
సోమవారం	600
మంగళవారం	700 కంటే ఎక్కువ 800 కంటే తక్కువ
బుధవారం	....
గురువారం	....
శుక్ర వారం	....
శనివారం	....

EXERCISE 9.1

1. In a Mathematics test, the following marks were obtained by 40 students. Arrange these marks in a table using tally marks.

8	1	3	7	6	5	5	4	4	2
4	9	5	3	7	1	6	5	2	7
7	3	8	4	2	8	9	5	8	6
7	4	5	6	9	6	4	4	6	6

(a) Find how many students obtained marks equal to or more than 7.

(b) How many students obtained marks below 4?

2. Following is the choice of sweets of 30 students of Class VI.

Ladoo, Barfi, Ladoo, Jalebi, Ladoo, Rasgulla, Jalebi, Ladoo, Barfi, Rasgulla, Ladoo, Jalebi, Jalebi, Rasgulla, Ladoo, Rasgulla, Jalebi, Ladoo, Rasgulla, Ladoo, Ladoo, Barfi, Rasgulla, Rasgulla, Jalebi, Rasgulla, Ladoo, Rasgulla, Jalebi, Ladoo.

(a) Arrange the names of sweets in a table using tally marks.

(b) Which sweet is preferred by most of the students?

3. Catherine threw a dice 40 times and noted the number appearing each time as shown below :

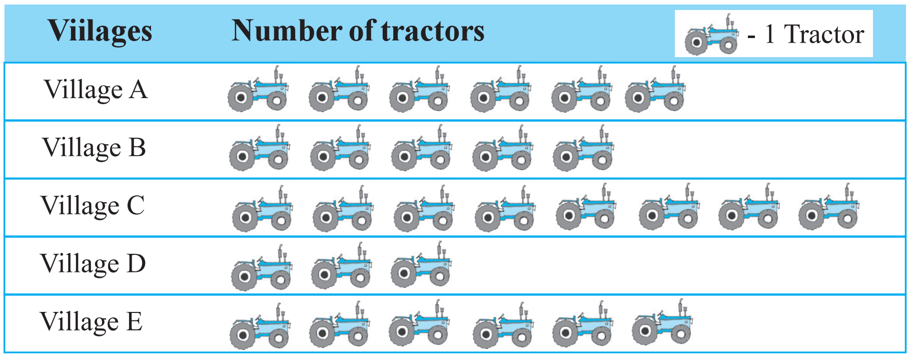
1	3	5	6	6	3	5	4	1	6
2	5	3	4	6	1	5	5	6	1
1	2	2	3	5	2	4	5	5	6
5	1	6	2	3	5	2	4	1	5

Make a table and enter the data using tally marks. Find the number that appeared.

(a) The minimum number of times (b) The maximum number of times

(c) Find those numbers that appear an equal number of times.

4. Following pictograph shows the number of tractors in five villages.



అభ్యాసం 9.1

1. గణిత పరీక్షలో, 40 మంది విద్యార్థులు ఈ క్రింది మార్కులను పొందారు. గణన చిహ్నాలను ఉపయోగించి కింది మార్కులను పట్టికలో అమర్చండి.

8	1	3	7	6	5	5	4	4	2
4	9	5	3	7	1	6	5	2	7
7	3	8	4	2	8	9	5	8	6
7	4	5	6	9	6	4	4	6	6

(a) ఎంత మంది విద్యార్థులు 7కి సమానంగా లేదా అంతకంటే ఎక్కువ మార్కులు పొందారో కనుగొనండి.

(b)ఎంత మంది విద్యార్థులు 4 కంటే తక్కువ మార్కులు పొందారు?

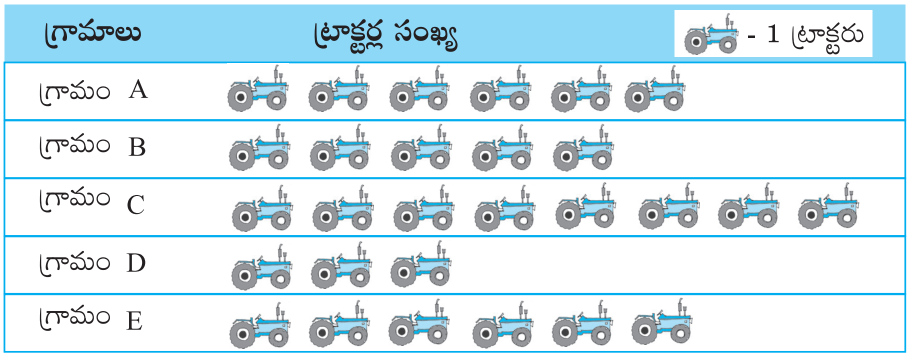
2. VI తరగతికి చెందిన 30 మంది విద్యార్థుల స్వీట్ల ఎంపిక ఈ క్రింది విధంగా ఉంది.
లడ్డూ, బర్ఫీ, లడ్డూ, జిలేబి, లడ్డూ, రసగుల్లా, జిలేబి, లడ్డూ, బర్ఫీ, రసగుల్లా, లడ్డూ, జిలేబి, జిలేబి, రసగుల్లా, లడ్డూ, రసగుల్లా, జిలేబి, లడ్డూ, రసగుల్లా, లడ్డూ, లడ్డూ. బర్ఫీ, రసగుల్లా, రసగుల్లా, జిలేబి. రసగుల్లా, లడ్డూ, రసగుల్లా, జిలేబి, లడ్డూ.
   (a) గణన చిహ్నాలను ఉపయోగించి స్వీట్ల పేర్లను పట్టికలో అమర్చండి.
   (b) చాలా మంది విద్యార్థులు ఏ స్వీట్ ని ఇష్టపడతారు?

3. కేథరీన్ ఒక పాచికను 40 సార్లు విసిరి, ప్రతీసారి కనిపించిన సంఖ్యను కింద చూపిన విధంగా గుర్తించింది:

1	3	5	6	6	3	5	4	1	6
2	5	3	4	6	1	5	5	6	1
1	2	2	3	5	2	4	5	5	6
5	1	6	2	3	5	2	4	1	5

గణన చిహ్నాలను ఉపయోగించి దత్తాంశాన్ని నమోదు చేసి పట్టికను తయారు చేయండి.
   (a) కనిష్ట పర్యాయాలు (b) గరిష్ట పర్యాయాలు
   (c)పర్యాయాలు సమాన సంఖ్యలో కనిపించే సంఖ్యలను కనుగొనండి.

4. కింది పట చిత్రం ఐదు గ్రామాలలోని ట్రాక్టర్ల సంఖ్యను చూపుతున్నది.



Observe the pictograph and answer the following questions.

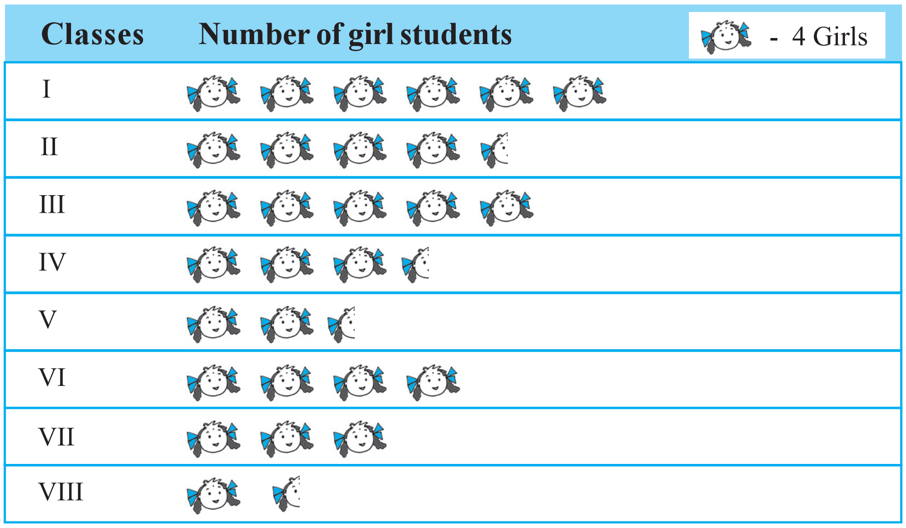
(i) Which village has the minimum number of tractors?

(ii) Which village has the maximum number of tractors?

(iii) How many more tractors village C has as compared to village B.

(iv) What is the total number of tractors in all the five villages?

5. The number of girl students in each class of a co-educational middle school is depicted



by the pictograph :

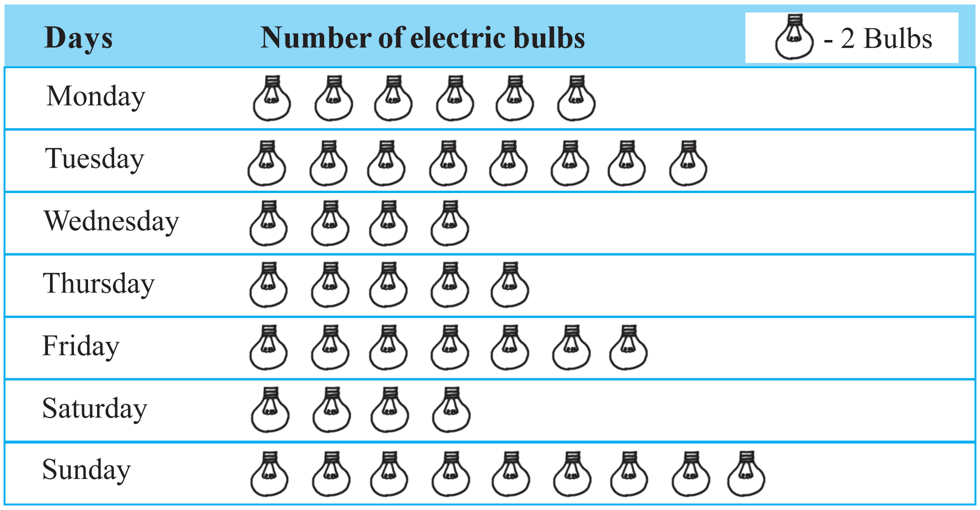
Observe this pictograph and answer the following questions :

(a) Which class has the minimum number of girl students?

(b) Is the number of girls in Class VI less than the number of girls in Class V?

(c) How many girls are there in Class VII?

6. The sale of electric bulbs on different days of a week is shown below :



పట చిత్రాన్ని గమనించి, ఈ క్రింది ప్రశ్నలకు సమాధానం ఇవ్వండి.

(i) ఏ గ్రామంలో కనీస సంఖ్యలో ట్రాక్టర్లు ఉన్నాయి?

(ii) ఏ గ్రామంలో అత్యధిక సంఖ్యలో ట్రాక్టర్లు ఉన్నాయి?

(iii) గ్రామం Bతో పోలిస్తే గ్రామం C లో ఎన్ని ట్రాక్టర్లు ఎక్కువగా ఉన్నాయి.

(iv) ఐదు గ్రామాలలో ఉన్న మొత్తం ట్రాక్టర్ల సంఖ్య ఎంత?

5. సహెూద్యాయ మాధ్యమిక పాఠశాల లోని ప్రతి తరగతిలోని బాలిక విద్యార్థుల సంఖ్య చిత్రీకరించబడింది:

తరగతులు	బాలిక విద్యార్థుల సంఖ్య - 4 బాలికలు
I	
II	
III	
IV	
V	
VI	
VII	
VIII	

చిత్రీకరించబడింది:

ఈ పట చిత్రాన్ని గమనించి, ఈ క్రింది ప్రశ్నలకు సమాధానం ఇవ్వండి:

(a) ఏ తరగతిలో కనీస సంఖ్యలో బాలికలు ఉన్నారు?

(b) VI తరగతిలోని బాలికల సంఖ్య V తరగతిలోని బాలికల సంఖ్య కంటే తక్కువగా ఉందా?

(c) VII తరగతిలో ఎంత మంది అమ్మాయిలు ఉన్నారు?

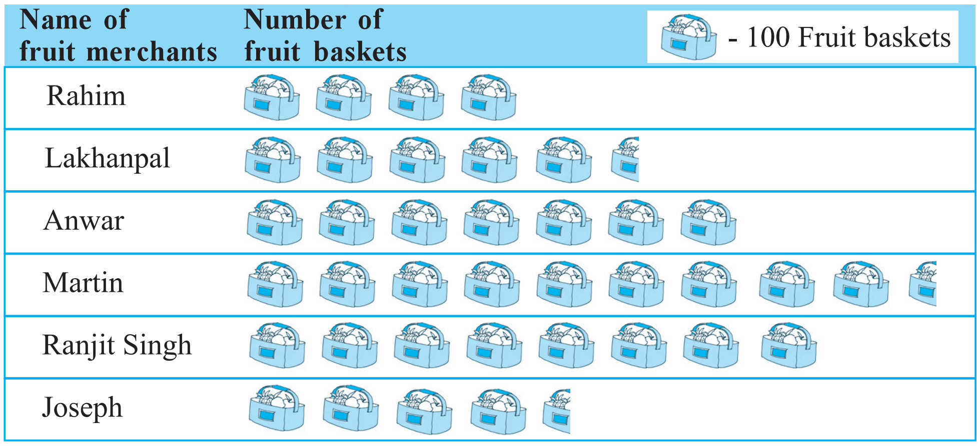
6. వారంలోని వివిధ రోజులలో విద్యుత్ బల్బుల విక్రయం క్రింద చూపబడింది.

రోజులు	విద్యుత్ బల్బుల సంఖ్య - 2 బల్బులు
సోమవారం	
మంగళవారం	
బుధవారం	
గురువారం	
శుక్ర వారం	
శనివారం	
ఆదివారం	

Observe the pictograph and answer the following questions :

(a) How many bulbs were sold on Friday?
(b) On which day were the maximum number of bulbs sold?
(c) On which of the days same number of bulbs were sold?
(d) On which of the days minimum number of bulbs were sold?
(e) If one big carton can hold 9 bulbs. How many cartons were needed in the given week?

7. In a village six fruit merchants sold the following number of fruit baskets in a particular season :



Observe this pictograph and answer the following questions :

(a) Which merchant sold the maximum number of baskets?
(b) How many fruit baskets were sold by Anwar?
(c) The merchants who have sold 600 or more number of baskets are planning to buy a godown for the next season. Can you name them?

What have we discussed?

1. We have seen that data is a collection of numbers gathered to give some information.
2. To get a particular information from the given data quickly, the data can be arranged in a tabular form using tally marks.

పట చిత్రాన్ని గమనించి, ఈ క్రింది ప్రశ్నలకు సమాధానం ఇవ్వండి:

(a) శుక్రవారం ఎన్ని బల్బులు అమ్ముడయ్యాయి?

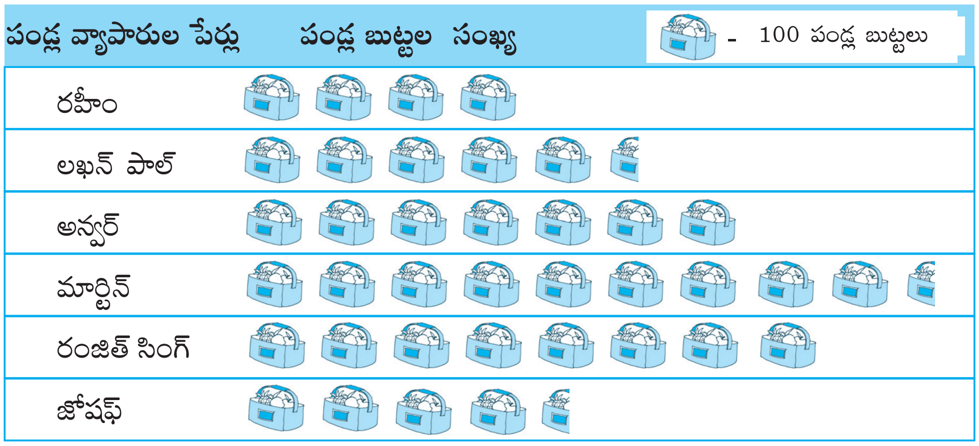
(b) ఏ రోజున అత్యధిక సంఖ్యలో బల్బులు విక్రయించబడ్డాయి?

(c) ఏ రోజుల్లో ఒకే సంఖ్యలో బల్బులు విక్రయించబడ్డాయి?

(d) ఏ రోజుల్లో కనీస సంఖ్యలో బల్బులు విక్రయించబడ్డాయి?

(e) ఒక పెద్ద కార్టన్ లో 9 బల్బులు ఉంచగలిగితే. ఇచ్చిన వారంలో ఎన్ని కార్టన్‌లు అవసరం అవుతాయి?

7. ఒక గ్రామంలోని ఆరుగురు పండ్ల వ్యాపారులు నిర్దిష్టమైన కాలంలో ఈ క్రింది సంఖ్యలో పండ్ల బుట్టలను విక్రయించారు:



ఈ పట చిత్రాన్ని గమనించి, ఈ క్రింది ప్రశ్నలకు సమాధానమివ్వండి:

(a) అత్యధిక సంఖ్యలో బుట్టలను విక్రయించిన వ్యాపారి ఎవరు?

(b) అన్వర్ ఎన్ని పండ్ల బుట్టలను విక్రయించాడు?

(c) 600 లేదా అంతకంటే ఎక్కువ సంఖ్యలో బుట్టలను విక్రయించిన వ్యాపారులు తదుపరి సీజన్‌లో గోడౌన్‌ను కొనుగోలు చేయాలని ఆలోచన చేస్తున్నారు. వారి పేర్లు చెప్పగలరా?

మనము ఏమి చర్చించాము ?

1. దత్తాంశం అనేది కొంత సమాచారాన్ని అందించడానికి సేకరించిన సంఖ్యల సమాహారమని మనము చూశాము.

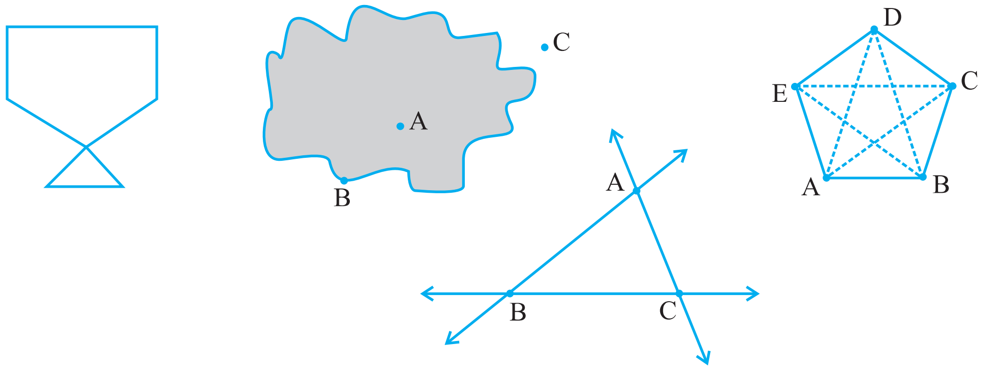
2. ఇచ్చిన దత్తాంశం నుండి నిర్దిష్ట సమాచారాన్ని త్వరగా పొందడానికి, దత్తాంశంను గణన చిహ్నాలను ఉపయోగించి పట్టిక రూపంలో అమర్చవచ్చు.

Mensuration

Chapter 10

10.1 Introduction

When we talk about some plane figures as shown below we think of their regions and their boundaries. We need some measures to compare them. We look into these now.



10.2 Perimeter

Look at the following figures (Fig. 10.1). You can make them with a wire or a string.

If you start from the point S in each case and move along the line segments then you again reach the point S. You have made a complete round of the

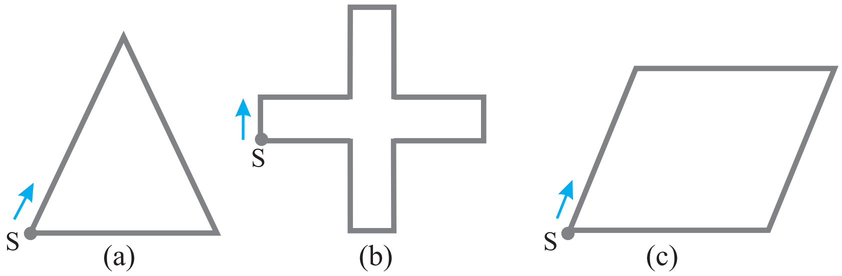


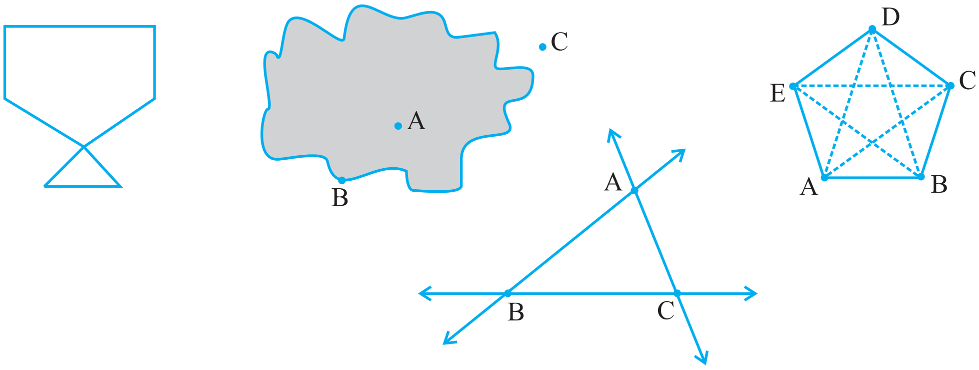
Fig 10.1

క్షేత్రమితి

అధ్యాయం 10

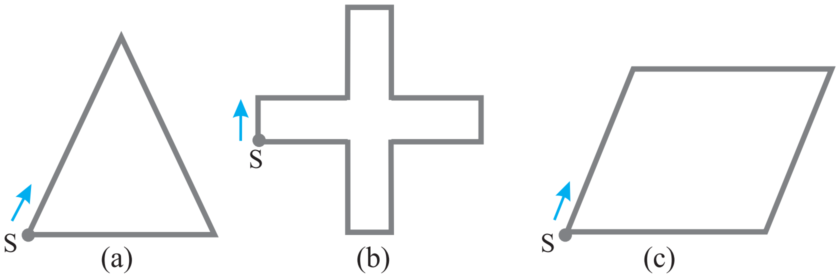
10.1 పరిచయం

క్రింద చూపిన విధంగా కొన్ని సమతల పటాల గురించి మనం మాట్లాడేటప్పుడు మనం వాటి ప్రాంతాలు మరియు వాటి సరిహద్దుల గురించి ఆలోచిస్తాము. వాటిని పోల్చడానికి మనకు కొన్ని కొలతలు అవసరం. మనము ఇప్పుడు వీటిని పరిశీలిద్దాం.



10.2 చుట్టుకొలత

కింది పటాలను చూడండి (పటం 10.1). మీరు వాటిని తీగ లేదా తాడుతో తయారు చేయగలరు. మీరు ప్రతి సందర్భంలోనూ (a), (b) & (c) లలో S బిందువు నుండి ప్రారంభించి, రేఖాఖండాల వెంట కదిలినట్లయితే, మీరు మళ్ళీ బిందువు S కు చేరుకుంటారు.



పటం 10.1

shape in each case (a), (b) & (c). The distance covered is equal to the length of wire used to draw the figure.

This distance is known as the **perimeter** of the closed figure. It is the length of the wire needed to form the figures.

The idea of perimeter is widely used in our daily life.

- A farmer who wants to fence his field.
- An engineer who plans to build a compound wall on all sides of a house.
- A person preparing a track to conduct sports.

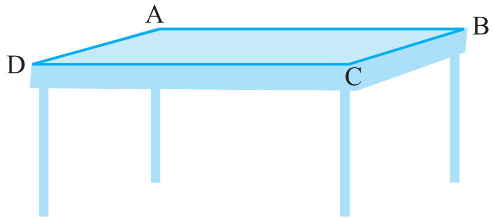
All these people use the idea of 'perimeter'.

Give five examples of situations where you need to know the perimeter.

Perimeter is the distance covered along the boundary forming a closed figure when you go round the figure once.

Try These

1. Measure and write the length of the four sides of the top of your study table.



AB = ____ cm
BC = ____ cm
CD = ____ cm
DA = ____ cm

Now, the sum of the lengths of the four sides
= AB + BC + CD + DA
= ___ cm + ___ cm + ___ cm + ___ cm
= _____ cm

What is the perimeter?

2. Measure and write the lengths of the four sides of a page of your notebook. The sum of the lengths of the four sides
= AB + BC + CD + DA
= ___ cm + ___ cm + ___ cm + ___ cm
= _____ cm
What is the perimeter of the page?

3. Meera went to a park 150 m long and 80 m wide. She took one complete round on its boundary. What is the distance covered by her?

ప్రయాణించిన దూరం, పటం గీయడానికి ఉపయోగించిన తీగ పొడవుకు సమానం.

ఈ దూరాన్ని సంవృత పటం యొక్క **చుట్టుకొలత** అంటారు. పటాలను రూపొందించడానికి అవసరమైన తీగ యొక్క పొడవు ఇది.

చుట్టుకొలత అనే ఆలోచన మన దైనందిన జీవితంలో విస్తృతంగా ఉపయోగించబడుతుంది.

- తన పొలానికి కంచె వేయాలనుకునే రైతు.
- ఒక ఇంటి యొక్క అన్ని వైపులా ప్రహారీ గోడను నిర్మించాలని యోచిస్తున్న ఇంజనీర్.
- క్రీడలు నిర్వహించడం కొరకు బాట ని సిద్ధం చేసే వ్యక్తి.

వీరందరూ 'చుట్టుకొలత' అనే ఆలోచనను ఉపయోగిస్తారు.

చుట్టుకొలత గురించి మీరు తెలుసుకోవాల్సిన సందర్భాలకు ఐదు ఉదాహరణలు ఇవ్వండి.

చుట్టుకొలత అనగా సంవృత పటం యొక్క సరిహద్దు వెంబడి ఒక సారి పూర్తిగా తిరగడానికి ప్రయాణించిన దూరం.

ప్రయత్నించండి

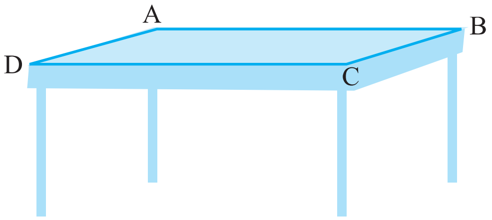
1. మీరు చదువు కోవటానికి ఉపయోగించే బల్ల యొక్క పైభాగానికి ఉండే నాలుగు భుజాల పొడవులను కొలచి నమోదు చేయండి.

AB = _____ సెం. మీ.

BC = _____ సెం. మీ.

CD = _____ సెం. మీ.

DA = _____ సెం. మీ.



ఇప్పుడు, నాలుగు భుజాల పొడవుల మొత్తం

= AB + BC + CD + DA

= ___ సెం. మీ. + ___ సెం. మీ. + ___ సెం. మీ. + ___ సెం. మీ.

= ______ సెం. మీ.

బల్ల చుట్టుకొలత ఎంత?

2. మీ నోట్ బుక్ లోని ఒక పేజీ యొక్క నాలుగు భుజాల పొడవులను కొలవండి మరియు రాయండి. నాలుగు భుజాల పొడవుల మొత్తం

= AB + BC + CD + DA

= ___ సెం. మీ. + ___ సెం. మీ. + ___ సెం. మీ. + ___ సెం. మీ.

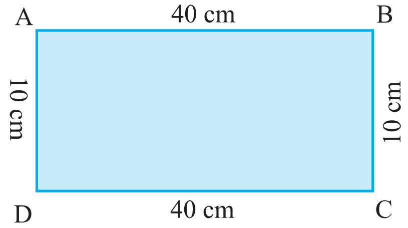
= ______ సెం. మీ.

పేజీ చుట్టుకొలత ఎంత?

3. మీరా 150 మీటర్ల పొడవు మరియు 80 మీటర్ల వెడల్పు ఉన్న పార్కుకు వెళ్ళింది. ఆమె దాని సరిహద్దు వెంబడి ఒకసారి పూర్తిగా తిరిగింది. ఆమె ప్రయాణించిన దూరం ఎంత?

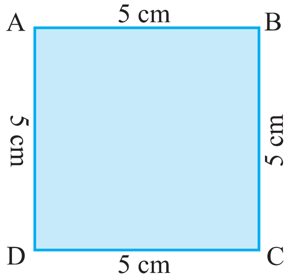
4. Find the perimeter of the following figures:

(a)



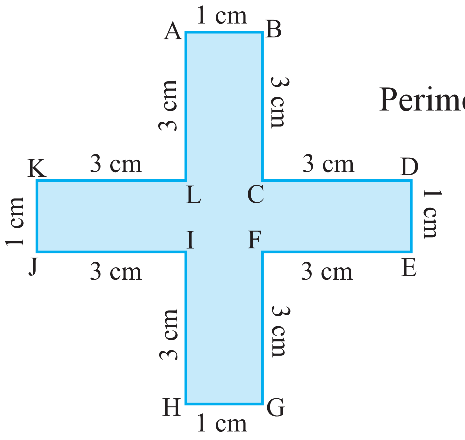
Perimeter = AB + BC + CD + DA
= ___+___+___+___
= ________

(b)



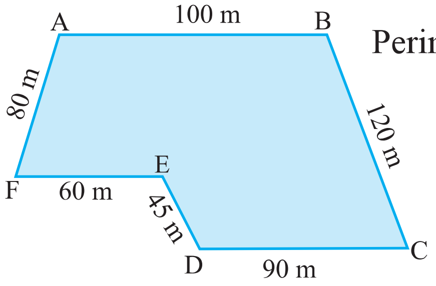
Perimeter = AB + BC + CD + DA
= ___ + ___ + ___+ ___
= ________

(c)

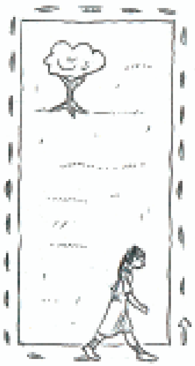


Perimeter = AB + BC + CD + DE
+ EF + FG + GH +HI
+ IJ + JK + KL + LA
= ___ + ___ + ___ + ___ + ___ +
___ + ___ + ___ + ___+ ___
+ ___ + ___
= ________

(d)



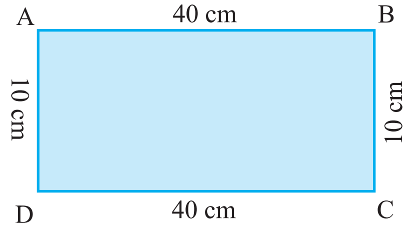
Perimeter = AB + BC + CD + DE + EF
+ FA
= ___ + ___ + ___ + ___ + ___ + ___
= ________



So, how will you find the perimeter of any closed figure made up entirely of line segments? Simply find the sum of the lengths of all the sides (which are line segments).

4. దిగువ పటాల చుట్టుకొలతను కనుగొనండి.

(a)

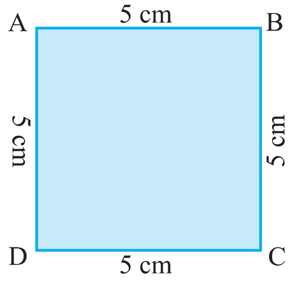


చుట్టుకొలత = AB + BC + CD + DA

= ___+___+___+___

= ________

(b)

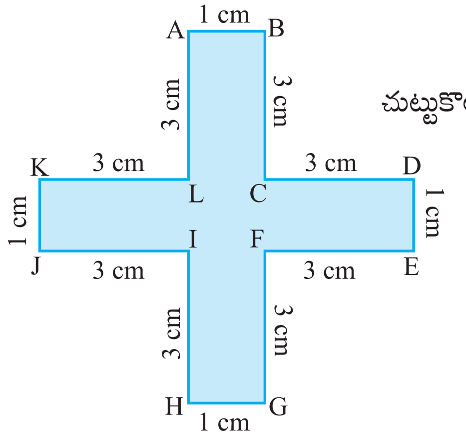


చుట్టుకొలత = AB + BC + CD + DA

= ___ + ___ + ___+ ___

= ________

(c)

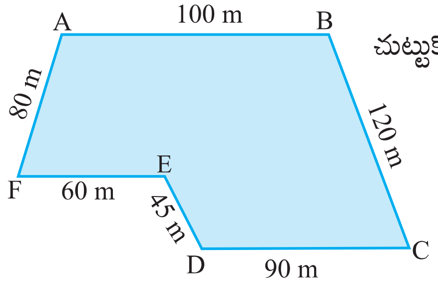


చుట్టుకొలత = AB + BC + CD + DE + EF + FG + GH +HI + IJ + JK + KL + LA

= ___ + ___ + ___ + ___ + ___ + ___ + ___ + ___ + ___ + ___ + ___ + ___

= ________

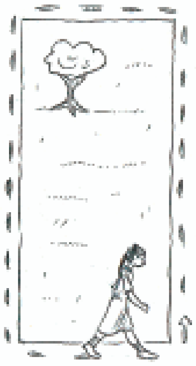
(d)



చుట్టుకొలత = AB + BC + CD + DE + EF + FA

= ___ + ___ + ___ + ___ + ___ + ___

= ______



కాబట్టి, పూర్తిగా రేఖాఖండాలతో ఏర్పడిన ఏదైనా సంవృత పటం యొక్క చుట్టుకొలతను మీరు ఎలా కనుగొంటారు? అన్ని భుజాల పొడవుల మొత్తాన్ని సులభంగా కనుగొనండి (అవి రేఖాఖండాలు).

10.2.1 Perimeter of a rectangle

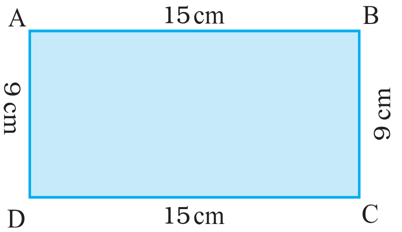
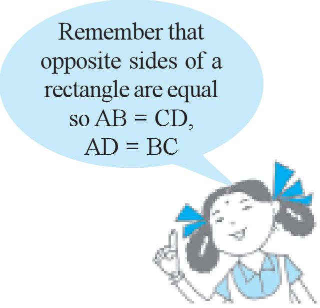


Fig 10.2

Let us consider a rectangle ABCD (Fig 10.2) whose length and breadth are 15 cm and 9 cm respectively. What will be its perimeter?

Perimeter of the rectangle = Sum of the lengths of its four sides.



$= AB + BC + CD + DA$

$= AB + BC + AB + BC$

$= 2 \times AB + 2 \times BC$

$= 2 \times (AB + BC)$

$= 2 \times (15\text{cm} + 9\text{cm})$

$= 2 \times (24\text{cm})$

$= 48$ cm

Try These

Find the perimeter of the following rectangles:

Length of rectangle	Breadth of rectangle	Perimeter by adding all the sides	Perimeter by 2 × (Length + Breadth)
25 cm	12 cm	= 25 cm + 12 cm + 25 cm + 12 cm = 74 cm	= 2 ×(25 cm + 12 cm) = 2 × (37 cm) = 74 cm
0.5 m	0.25 m		
18 cm	15 cm		
10.5 cm	8.5 cm		

Hence, from the said example, we notice that

Perimeter of a rectangle = length + breadth + length + breadth

i.e. **Perimeter of a rectangle = 2 × (length + breadth)**

Let us now see practical applications of this idea :

Example 1 : Shabana wants to put a lace border all around a rectangular table cover (Fig 10.3), 3 m long and 2 m wide. Find the length of the lace required by Shabana.

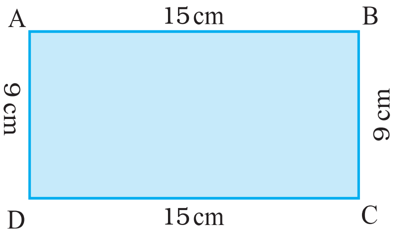
Solution : Length of the rectangular table cover = 3 m

Breadth of the rectangular table cover = 2 m

Shabana wants to put a lace border all around the table cover. Therefore, the length of the lace required will be equal to the perimeter of the rectangular table cover.

Fig 10.3

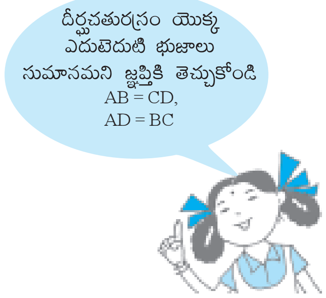
10.2.1 దీర్ఘచతురస్రం యొక్క చుట్టుకొలత



పటం 10.2

ఒక దీర్ఘచతురస్రాకార ABCD (పటం 10.2) ను పరిశీలిద్దాం, దీని పొడవు మరియు వెడల్పు వరుసగా 15 సెం,మీ మరియు 9 సెం. మీ. దాని చుట్టుకొలత ఎంత?

దీర్ఘచతురస్రం యొక్క చుట్టుకొలత = దాని నాలుగు భుజాల పొడవుల మొత్తం.



= AB + BC + CD + DA
= AB + BC + AB + BC
= 2 × AB + 2 × BC
= 2 × (AB + BC)
= 2 × (15 సెం. మీ. + 9 సెం. మీ.)
= 2 × (24 సెం.మీ.)
= 48 సెం.మీ.

ప్రయత్నించండి

క్రింది దిర్ఘచతురస్రాల చుట్టుకొలతలను కనుగొనండి.

దీర్ఘచతుస్రం పొడవు	దీర్ఘచతుస్రం వెడల్పు	అన్ని భుజాలను కలపడం ద్వారా చుట్టుకొలత	చుట్టుకొలత 2 × (పొడవు + వెడల్పు)
25 సెం.మీ.	12 సెం.మీ.	= 25 సెం.మీ. + 12 సెం.మీ. + 25 సెం.మీ. + 12 సెం.మీ. = 74 సెం.మీ.	=2×(25సెం.మీ.+12 సెం.మీ.) = 2 × (37 సెం.మీ.) = 74 సెం.మీ.
0.5 మీ.	0.25 మీ.		
18 సెం.మీ.	15 సెం.మీ.		
10.5 సెం.మీ.	8.5 సెం.మీ.		

అందువల్ల పైన చెప్పిన ఉదాహరణ నుండి, మనం వీటిన గమనించవచ్చు:
ఒకదీర్ఘచతురస్రంయొక్కచుట్టుకొలత = పొడవు + వెడల్పు + పొడవు + వెడల్పు
అనగా ఒక దీర్ఘచతురస్రం యొక్క చుట్టుకొలత = 2 × (పొడవు + వెడల్పు)
ఈ ఆలోచన యొక్క ఆచరణాత్మక అనువర్తనాలను మనం ఇప్పుడు చూద్దాం:

ఉదాహరణ 1: షబానా దీర్ఘచతురస్రాకార టేబుల్ కవర్ (పటం 10.3) చుట్టూ 3 మీటర్ల పొడవు, 2 మీటర్ల వెడల్పుతో లేస్ బోర్డర్ ఉంచాలని అనుకుంటుంది.షబానాకు అవసరమైన లేస్ పొడవును కనుగొనండి.

సాధన: దీర్ఘచతురస్రాకార టేబుల్ కవర్ యొక్క పొడవు = 3 మీ
దీర్ఘచతురస్రాకార టేబుల్ కవర్ యొక్క వెడల్పు = 2 మీ

షబానా టేబుల్ కవర్ చుట్టూ ఒక లేస్ బోర్డర్ పెట్టాలని కోరుకుంటుంది. అందువల్ల, అవసరమైన లేస్ యొక్క పొడవు దీర్ఘచతురస్రాకార టేబుల్ యొక్క చుట్టు కొలతకు సమానంగా ఉంటుంది.

పటం 10.3

Now, perimeter of the rectangular table cover
= 2 × (length + breadth) = 2 × (3 m + 2 m) = 2 × 5 m = 10 m
So, length of the lace required is 10 m.

Example 2 : An athlete takes 10 rounds of a rectangular park, 50 m long and 25 m wide. Find the total distance covered by him.

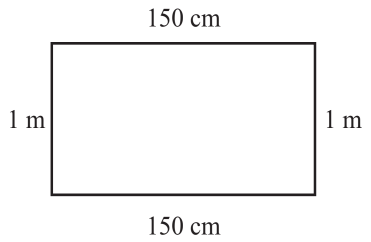
Solution : Length of the rectangular park = 50 m
Breadth of the rectangular park = 25 m

Total distance covered by the athlete in one round will be the perimeter of the park.

Now, perimeter of the rectangular park
= 2 × (length + breadth)= 2 × (50 m + 25 m)
= 2 × 75 m = 150 m
So, the distance covered by the athlete in one round is 150 m.
Therefore, distance covered in 10 rounds = 10 × 150 m = 1500m
The total distance covered by the athlete is 1500 m.

Example 3 : Find the perimeter of a rectangle whose length and breadth are 150 cm and 1 m respectively.

Solution : Length = 150 cm
Breadth = 1m = 100 cm
Perimeter of the rectangle
= 2 × (length + breadth)
= 2 × (150 cm + 100 cm)
= 2 × (250 cm) = 500 cm = 5 m



Example 4 : A farmer has a rectangular field of length and breadth 240 m and 180 m respectively. He wants to fence it with 3 rounds of rope as shown in figure 10.4. What is the total length of rope he must use?

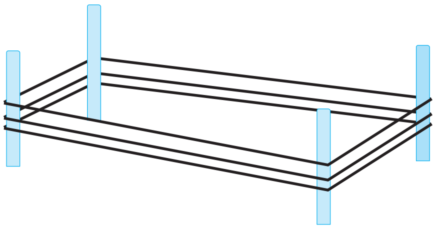


Fig 10.4

Solution : The farmer has to cover three times the perimeter of that field. Therefore, total length of rope required is thrice its perimeter.

Perimeter of the field = 2 × (length + breadth)
= 2 × (240 m + 180 m)
= 2 × 420 m = 840 m

Total length of rope required = 3 × 840 m = 2520 m

ఇప్పుడు, దీర్ఘచతురస్రాకార టేబుల్ కవర్ యొక్క చుట్టుకొలత
= 2 × (పొడవు + వెడల్పు) = 2 × (3 మీటర్లు + 2 మీటర్లు) = 2 × 5 మీటర్లు = 10 మీటర్లు
అందువల్ల, కావలసిన లేస్ యొక్క పొడవు 10 మీటర్లు.

ఉదాహరణ 2: ఒక అథ్లెట్ 50 మీటర్ల పొడవు మరియు 25 మీటర్ల వెడల్పు గల దీర్ఘచతురస్రాకార పార్కులో 10 భ్రమణాలు (రౌండ్లు) తిరిగాడు. అతడు ప్రయాణించిన మొత్తం దూరాన్ని కనుగొనండి.

సాధన: దీర్ఘచతురస్రాకార పార్కు పొడవు = 50 మీటర్లు
దీర్ఘచతురస్రాకార పార్కు వెడల్పు = 25 మీటర్లు

ఒక రౌండ్‌లో అథ్లెట్ ప్రయాణించిన మొత్తం దూరం పార్కు చుట్టుకొలత అవుతుంది.

ఇప్పుడు, దీర్ఘచతురస్రాకార పార్క్ యొక్క చుట్టుకొలత

= 2 × (పొడవు + వెడల్పు) = 2 × (50 మీ + 25 మీ)

= 2 × 75 మీ = 150 మీ

కాబట్టి, ఒక రౌండ్ లో అథ్లెట్ ప్రయాణించిన దూరం 150 మీటర్లు.

అందువల్ల, 10 రౌండ్లలో ప్రయాణించిన దూరం = 10 × 150 మీ = 1500 మీ.

అథ్లెట్ ప్రయాణించిన మొత్తం దూరం 1500 మీటర్లు.

ఉదాహరణ 3: పొడవు మరియు వెడల్పు వరుసగా 150 సెం.మీ మరియు 1 మీ ఉండే దీర్ఘ చతురస్రం యొక్క చుట్టుకొలతను కనుగొనండి.

సాధన: పొడవు = 150 సెం.మీ.
వెడల్పు = 1మీ = 100 సెం.మీ.

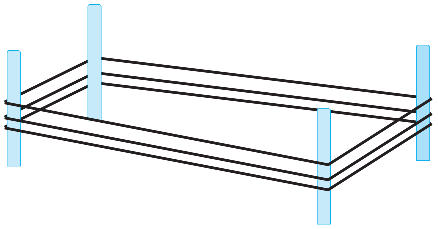
దీర్ఘచతురస్రం యొక్క చుట్టుకొలత

= 2 × (పొడవు + వెడల్పు)

= 2 × (150 సెం.మీ. + 100 సెం.మీ.)

= 2 × (250 సెం.మీ.) = 500 సెం.మీ. = 5 మీ.

ఉదాహరణ 4: ఒక రైతుకు పొడవు మరియు వెడల్పులు వరుసగా 240 మీ మరియు 180 మీ గల దీర్ఘచతురస్రాకార పొలం ఉంది. అతను పటం 10.4లో చూపిన విధంగా 3 వరుసలలో తాడుతో కంచె వేయాలనుకుంటున్నాడు. అతను ఉపయోగించాల్సిన మొత్తం తాడు పొడవు ఎంత?



పటం 10.4

సాధన: రైతు ఆ పొలం చుట్టుకొలతకు మూడు రెట్లు తాడు వేయాలి. అందువలన, తాడు యొక్క మొత్తం పొడవు దాని చుట్టుకొలతకు మూడు రెట్లు అవసరం.

పొలం చుట్టుకొలత = 2 × (పొడవు + వెడల్పు)

= 2 × (240 మీ + 180 మీ.)

= 2 × 420 మీ = 840 మీ.

కావలసిన తాడు మొత్తం పొడవు = 3 × 840 మీ = 2520 మీ.

Example 5 : Find the cost of fencing a rectangular park of length 250 m and breadth 175 m at the rate of ₹ 12 per metre.

Solution : Length of the rectangular park = 250 m

Breadth of the rectangular park = 175 m

To calculate the cost of fencing we require perimeter.

Perimeter of the rectangle = 2 × (length + breadth)

= 2 × (250 m + 175 m)

= 2 × (425 m) = 850 m

Cost of fencing 1m of park = ₹ 12

Therefore, the total cost of fencing the park

= ₹ 12 × 850 = ₹ 10200

10.2.2 Perimeter of regular shapes

Consider this example.

Biswamitra wants to put coloured tape all around a square picture (Fig 10.5) of side 1m as shown. What will be the length of the coloured tape he requires?

Since Biswamitra wants to put the coloured tape all around the square picture, he needs to find the perimeter of the picture frame.

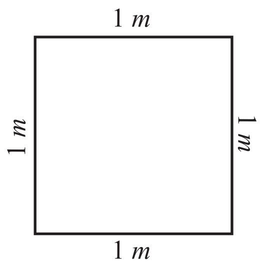


Fig 10.5

Thus, the length of the tape required

= Perimeter of square = 1m + 1 m + 1 m + 1 m = 4 m

Now, we know that all the four sides of a square are equal, therefore, in place of adding it four times, we can multiply the length of one side by 4. Thus, the length of the tape required = 4 × 1 m = 4 m

From this example, we see that

Perimeter of a square = 4 × length of a side

Draw more such squares and find the perimeters.

Now, look at equilateral triangle (Fig 10.6) with each side equal to 4 cm. Can we find its perimeter?

Perimeter of this equilateral triangle = 4 + 4 + 4 cm

= 3 × 4 cm = 12 cm

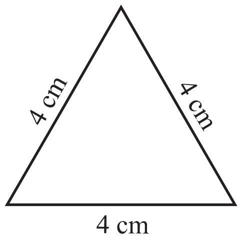


Fig 10.6

So, we find that

Perimeter of an equilateral triangle = 3 × length of a side

What is similar between a square and an equilateral triangle? They are figures having all the sides of equal length and all the angles of equal measure. Such

ఉదాహరణ 5: 250 మీ పొడవు మరియు 175 మీ వెడల్పు గల దీర్ఘచతురస్రాకార పార్కుకు కంచె(ఫెన్సింగ్ నిర్మించుటకు మీటరుకు ₹12 చొప్పున ఎంత ఖర్చగును?

సాధన: దీర్ఘచతురస్రాకార ఉద్యానవనం యొక్క పొడవు = 250 మీ.

దీర్ఘచతురస్రాకార ఉద్యానవనం యొక్క వెడల్పు = 175 మీ.

కంచె ఖర్చు లెక్కించేందుకు మనకు చుట్టుకొలత అవసరం.

దీర్ఘ చతురస్రం యొక్క చుట్టుకొలత = 2 × (పొడవు + వెడల్పు)

= 2 × (250 మీ + 175 మీ)

= 2 × (425 మీ) = 850 మీ.

పార్క్ కు కంచె వేయుటకు ఖర్చు 1మీ కు = ₹ 12

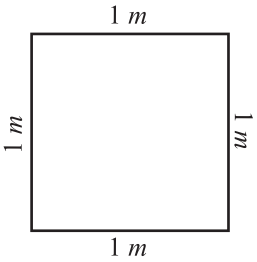
అందువలన, పార్క్ కు కంచె వేయుటకు మొత్తం ఖర్చు

= ₹12 × 850 = ₹10200

10.2.2 క్రమ ఆకారాల చుట్టుకొలత

ఈ ఉదాహరణను పరిగణించండి.

విశ్వామిత్ర 1 మీ. భుజం గల చతురస్రాకార (పటం . 10.5) చుట్టూ రంగు టేప్‌ను ఉంచాలనుకుంటున్నాడు. అతనికి అవసరమైన రంగు టేప్ పొడవు ఎంత?



పటం 10.5

విశ్వామిత్ర చతురస్రాకార పటం చుట్టూ రంగు టేప్ వేయాలనుకుంటున్నాడు కాబట్టి అతను పటం ఫ్రేమ్ చుట్టుకొలత కనుగొనాలి.

అందువలన, కావలసిన టేప్ యొక్క పొడవు

= చతురస్రం యొక్క చుట్టుకొలత = 1 మీ. + 1 మీ. +1 మీ. + 1 మీ. = 4 మీ.

ఇప్పుడు, ఒక చతురస్రం యొక్క నాలుగు భుజాలు సమానంగా ఉన్నాయని మనకు తెలుసు, కాబట్టి, దానిని నాలుగు సార్లు కూడే బదులు, మనం ఒక భుజం పొడవును 4 చే గుణించవచ్చు. అందువలన, అవసరమైన టేప్ యొక్క పొడవు = 4 × 1 మీ. = 4 మీ.

ఈ ఉదాహరణ నుండి, మనం గమనించిన విషయం

ఒక చతురస్రం చుట్టుకొలత = 4 × ఒక భుజం పొడవు

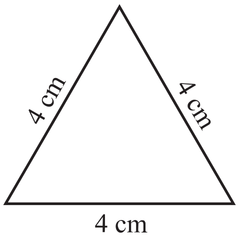
అలాంటి మరిన్ని చతురస్రాలను గీయండి మరియు చుట్టుకొలతలను కనుగొనండి.

ఇప్పుడు, 4 సెం. మీ. భుజంగాగల సమబాహు త్రిభుజాన్ని పరిశీలించండి (పటం. 10.6)

మనం దాని చుట్టుకొలతను కనుగొనగలమా?

ఈ సమబాహు త్రిభుజం చుట్టుకొలత = 4 × 4 × 4 సెం. మీ.

= 3 × 4 సెం. మీ. = 12 సెం. మీ.



పటం. 10.6

కాబట్టి,

సమబాహు త్రిభుజం చుట్టుకొలత = 3 × భుజం అని మనం కనుగొన్నాము.

చతురస్రం మరియు సమబాహు త్రిభుజం మధ్య సారూప్యత ఏమిటి? అవి అన్నీ సమాన పొడవు గల భుజాలు మరియు అన్ని సమాన కొలత గల కోణాలు కలిగిన పటాలు.

Try These

Find various objects from your surroundings which have regular shapes and find their perimeters.

figures are known as *regular closed figures*. Thus, a square and an equilateral triangle are regular closed figures.

You found that,

Perimeter of a square = 4 × length of one side

Perimeter of an equilateral triangle = 3 × length of one side

So, what will be the perimeter of a regular pentagon?

A regular pentagon has five equal sides.

Therefore, perimeter of a regular pentagon = 5 × length of one side and the perimeter of a regular hexagon will be ________ and of an octagon will be _______.

Example 6 : Find the distance travelled by Shaina if she takes three rounds of a square park of side 70 m.

Solution : Perimeter of the square park = 4 × length of a side = 4 × 70 m = 280 m

Distance covered in one round = 280 m

Therefore, distance travelled in three rounds = 3 × 280m = 840m

Example 7 : Pinky runs around a square field of side 75 m, Bob runs around a rectangular field with length 160 m and breadth 105 m. Who covers more distance and by how much?

Solution : Distance covered by Pinky in one round = Perimeter of the square
= 4 × length of a side
= 4 × 75 m = 300 m

Distance covered by Bob in one round = Perimeter of the rectangle
= 2 × (length + breadth)
= 2 × (160 m + 105 m)
= 2 × 265 m = 530 m

Difference in the distance covered = 530 m – 300 m = 230 m.

Therefore, Bob covers more distance by 230 m.

Example 8 : Find the perimeter of a regular pentagon with each side measuring 3 cm.

Solution : This regular closed figure has 5 sides, each with a length of 3 cm. Thus, we get

Perimeter of the regular pentagon = 5 × 3 cm = 15 cm

Example 9 : The perimeter of a regular hexagon is 18 cm. How long is its one side?

> **ప్రయత్నించండి**
>
> మీ పరిసరాల నుండి క్రమ ఆకారాలు కలిగిన వివిధ వస్తువులను కనుగొని వాటి చుట్టుకొలతలను కనుగొనండి

ఇటువంటి పటాలను క్రమ సంవృత పటాలు అంటారు. అందువల్ల, ఒక చతురస్రం మరియు ఒక సమబాహు త్రిభుజం క్రమ సంవృత పటాలు.

ఒక చతురస్రం యొక్క చుట్టుకొలత = 4×ఒక భుజం పొడవు ఒక సమబాహు త్రిభుజం యొక్క చుట్టుకొలత = 3 × ఒక భుజం యొక్క పొడవు అని మీరు కనుగొన్నారు.

కాబట్టి, క్రమ పంచభుజి యొక్క చుట్టుకొలత ఎంత?

ఒక క్రమ పంచభుజికి ఐదు సమాన భుజాలు ఉంటాయి.

అందువల్ల, ఒక క్రమ పంచభుజి యొక్క చుట్టుకొలత = 5 × ఒక భుజం యొక్క పొడవు మరియు

ఒక క్రమ షడ్భుజి యొక్క చుట్టుకొలత ________ మరియు క్రమ అష్టభుజి యొక్క చుట్టుకొలత ________

ఉదాహరణ 6: షైనా 70 మీటర్ల పొడవున్న ఒక చతురస్రాకార పార్కులో మూడు భ్రమణాలు (రౌండ్లు) తిరిగినట్లయితే ఆమె ప్రయాణించిన దూరాన్ని కనుగొనండి..

సాధన: చతురస్రాకార పార్కు యొక్క చుట్టుకొలత = 4 × ఒక భుజం పొడవు = 4 × 70 మీ. = 280 మీ

ఒక రౌండ్ లో ప్రయాణించిన దూరం = 280 మీటర్లు.

అందువల్ల, మూడు రౌండ్లలో ప్రయాణించిన దూరం = 3 × 280మీ = 840మీ

ఉదాహరణ 7: పింకీ 75 మీటర్ల భుజం గల చతురస్రాకార పొలం చుట్టూ పరిగెత్తుతుంది, బాబ్ 160 మీటర్ల పొడవు మరియు 105 మీటర్ల వెడల్పు గల దీర్ఘచతురస్రాకార పొలం చుట్టూ పరిగెడతాడు. ఎవరు ఎక్కువ దూరాన్ని ప్రయాణిస్తారు మరియు ఎంత దూరం ప్రయాణిస్తారు?

సాధన: ఒక రౌండ్‌లో పింకీ ప్రయాణించిన దూరం = చతురస్రం యొక్క చుట్టుకొలత

= 4 × ఒక భుజం యొక్క పొడవు

= 4 × 75 మీ = 300 మీ.

ఒక రౌండ్ లో బాబ్ ప్రయాణించిన దూరం = దీర్ఘచతురస్రం యొక్క చుట్టుకొలత

= 2 × (పొడవు + వెడల్పు)

= 2 × (160 మీ + 105 మీ)

= 2 × 265 మీ = 530 మీ

ప్రయాణించిన దూరములో తేడా = 530 మీ – 300 మీ = 230 మీ.

అందువల్ల, బాబ్ 230 మీటర్లు ఎక్కువ దూరాన్ని ప్రయాణిస్తాడు.

ఉదాహరణ 8: 3 సెం.మీ.భుజంగా గలఒక క్రమ పంచభుజి యొక్క చుట్టుకొలతను కనుగొనండి.

సాధన: ఒక క్రమ పంచభుజి కు 5 భుజాలుంటాయి, ప్రతి ఒక్కటి 3 సెంమీ పొడవు ఉంటుంది.

అందువలన, క్రమ పంచభుజి చుట్టుకొలత = 5 × 3 సెం.మీ = 15 సెం.మీ.

ఉదాహరణ 9: ఒక క్రమ షడ్భుజి యొక్క చుట్టుకొలత 18 సెం.మీ. దాని యొక్క ఒక భుజం పొడవు ఎంత?

Solution : Perimeter = 18 cm

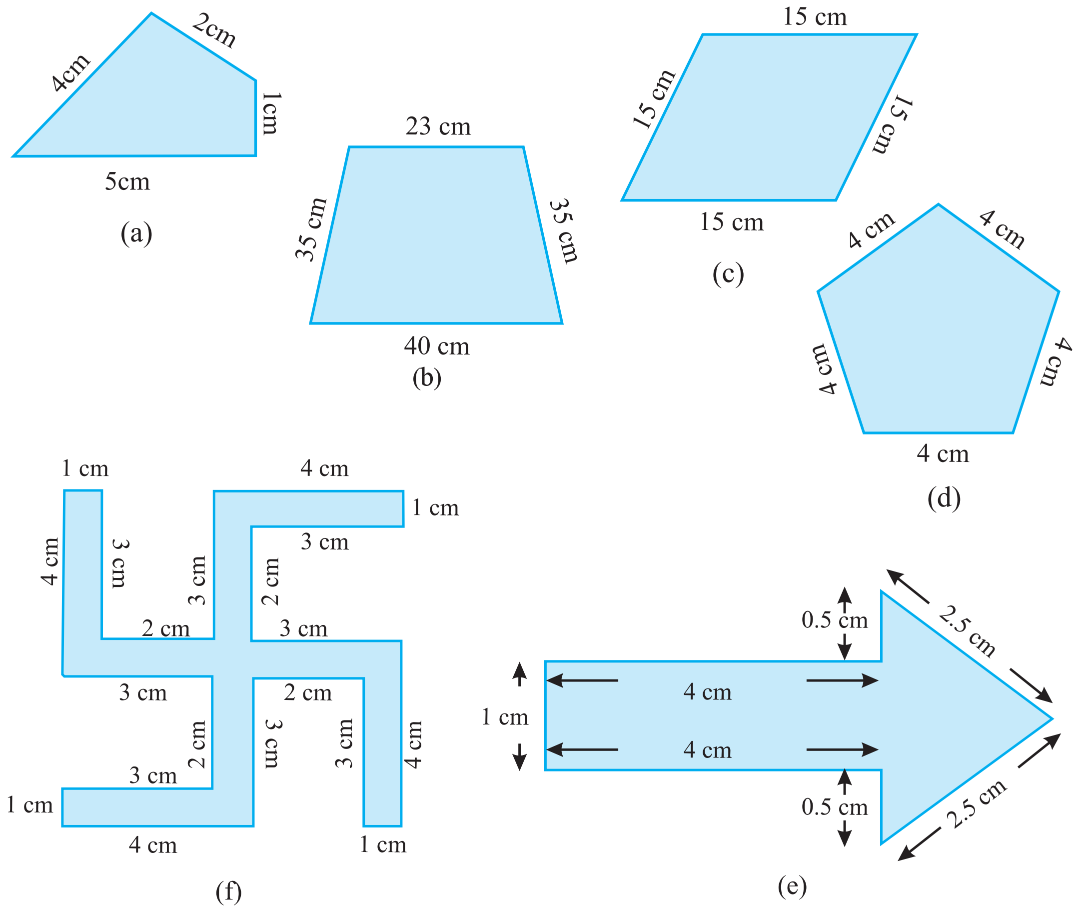
A regular hexagon has 6 sides, so we can divide the perimeter by 6 to get the length of one side.

One side of the hexagon = 18 cm ÷ 6 = 3 cm

Therefore, length of each side of the regular hexagon is 3 cm.

EXERCISE 10.1

1. Find the perimeter of each of the following figures :



2. The lid of a rectangular box of sides 40 cm by 10 cm is sealed all round with tape. What is the length of the tape required?
3. A table-top measures 2 m 25 cm by 1 m 50 cm. What is the perimeter of the table-top?
4. What is the length of the wooden strip required to frame a photograph of length and breadth 32 cm and 21 cm respectively?
5. A rectangular piece of land measures 0.7 km by 0.5 km. Each side is to be fenced with 4 rows of wires. What is the length of the wire needed?

సాధన: చుట్టుకొలత = 18 సెం.మీ

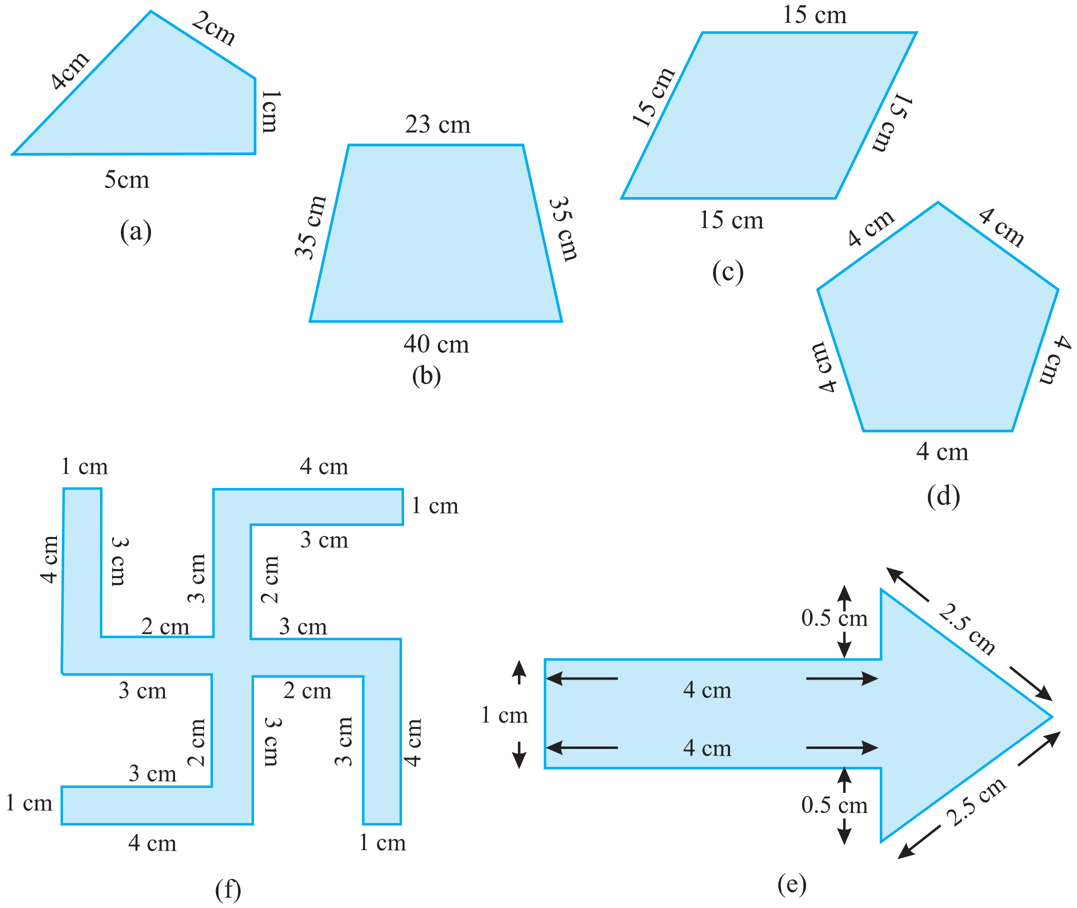
ఒక క్రమ షడ్భుజి కి 6 భుజాలుంటాయి, కాబట్టి ఒక భుజం యొక్క పొడవును పొందడం కొరకు చుట్టుకొలతను 6 చేభాగించవచ్చు.

క్రమ షడ్భుజి యొక్క ఒక భుజం = 18 సెం.మీ. ÷ 6 = 3 సెం.మీ

అందువల్ల, క్రమషడ్భుజి యొక్క ప్రతి భుజం యొక్క పొడవు 3 సెం.మీ

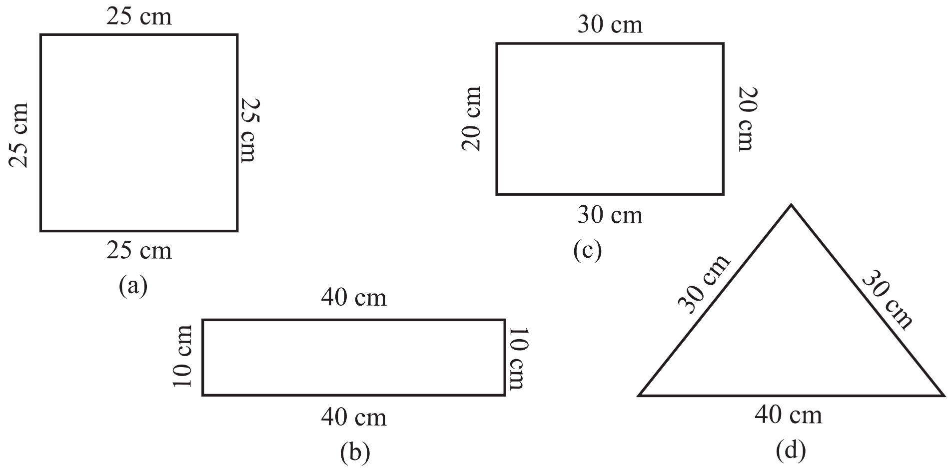
అభ్యాసం 10.1

1. దిగువన గల ప్రతిపటం యొక్క చుట్టుకొలతను కనుగొనండి.:



2. భుజాలు 40 సెం.మీ, 10 సెం.మీ ఉండే దీర్ఘచతురస్రాకారపు పెట్టె యొక్క మూతచుట్టూ టేప్‌తో చుట్టుటకు అవసరమైన టేప్ యొక్క పొడవు ఎంత?
3. ఒక టేబుల్ పై భాగం 2 మీ 25 సెం. మీ × 1 మీ 50 సెం. మీ కొలతను కలిగి ఉంది. టేబుల్ పై భాగం యొక్క చుట్టుకొలత ఎంత?
4. పొడవు మరియు వెడల్పు వరుసగా 32 సెం.మీ మరియు 21 సెం.మీ గా గల ఒక ఫోటోగ్రాఫ్ ఫ్రేమ్‌ను చేయడానికి కావలసిన చెక్క పట్టీ యొక్క పొడవు ఎంత?
5. దీర్ఘచతురస్రాకారపు భూమికొలతలు 0.7 కి.మీ × 0.5 కి.మీ. అయిన ప్రతి వైపు 4 వరుసల వైర్లతో కంచె వేయాలి. అవసరమైన వైరు యొక్క పొడవు ఎంత?

6. Find the perimeter of each of the following shapes :
   (a) A triangle of sides 3 cm, 4 cm and 5 cm.
   (b) An equilateral triangle of side 9 cm.
   (c) An isosceles triangle with equal sides 8 cm each and third side 6 cm.
7. Find the perimeter of a triangle with sides measuring 10 cm, 14 cm and 15 cm.
8. Find the perimeter of a regular hexagon with each side measuring 8 m.
9. Find the side of the square whose perimeter is 20 m.
10. The perimeter of a regular pentagon is 100 cm. How long is its each side?
11. A piece of string is 30 cm long. What will be the length of each side if the string is used to form :
    (a) a square? (b) an equilateral triangle? (c) a regular hexagon?
12. Two sides of a triangle are 12 cm and 14 cm. The perimeter of the triangle is 36 cm. What is its third side?
13. Find the cost of fencing a square park of side 250 m at the rate of ₹ 20 per metre.
14. Find the cost of fencing a rectangular park of length 175 m and breadth 125 m at the rate of ₹ 12 per metre.
15. Sweety runs around a square park of side 75 m. Bulbul runs around a rectangular park with length 60 m and breadth 45 m. Who covers less distance?
16. What is the perimeter of each of the following figures? What do you infer from the answers?



17. Avneet buys 9 square paving slabs, each with a side of $\frac{1}{2}$ m. He lays them in the form of a square.
    (a) What is the perimeter of his arrangement [Fig 10.7(i)]?

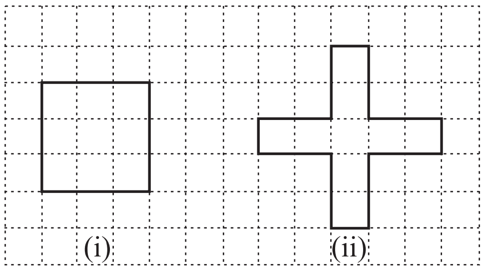
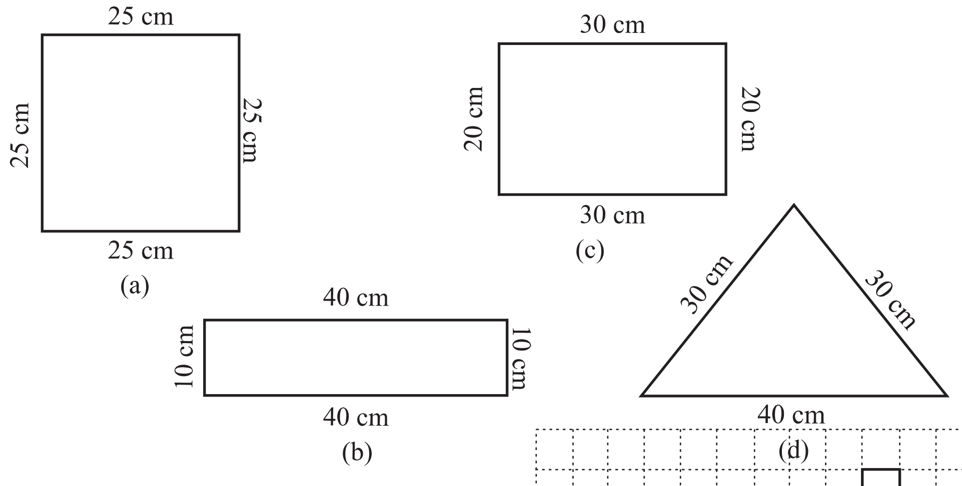
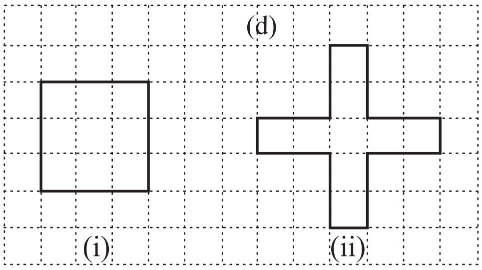


Fig 10.7

6. కింది ప్రతి ఆకారాల యొక్క చుట్టుకొలతను కనుగొనండి.:
   (a) 3 సెం. మీ , 4 సెం. మీ మరియు 5 సెం. మీ. భుజాలు గల ఒక త్రిభుజం
   (b) 9 సెం. మీ భుజం కలిగిన ఒక సమబాహు త్రిభుజం.
   (c) సమాన భుజాలు 8 సెం. మీ, మూడవ భుజం 6 సెం. మీ గల సమద్విబాహు త్రిభుజం
7. 10 సెంమీ, 14 సెంమీ, 15 సెంమీ భుజాలు కొలతలున్న త్రిభుజం యొక్క చుట్టుకొలతను కనుగొనండి.
8. ప్రతి భుజం యొక్క కొలత 8 మీటర్లు గా గల ఒక క్రమ షడ్భుజి యొక్క చుట్టుకొలతను కనుగొనండి
9. చుట్టుకొలత 20 మీటర్లుగా ఉన్న చతురస్రం యొక్క భుజాన్ని కనుగొనండి.
10. క్రమ పంచభుజి చుట్టుకొలత 100 సెం.మీ. దాని ప్రతి భుజం ఎంత పొడవు ఉంటుంది?
11. ఒక తీగ ముక్క పొడవు 30 సెం.మీ. ఒకవేళ ఈ తీగను క్రింది వాటిగా మార్చుటకు ఉపయోగించినట్లయితే, ప్రతి భుజం యొక్క పొడవు ఎంత?:
   (a) ఒక చతురస్రం? (b) ఒక సమబాహు త్రిభుజం? (c) ఒక క్రమ షడ్భుజి?
12. ఒక త్రిభుజం యొక్క రెండు భుజాలు 12 సెం. మీ మరియు 14 సెం. మీ. త్రిభుజం యొక్క చుట్టుకొలత 36 సెం. మీ. దాని మూడవ భుజము ఎంత ?
13. 250 మీటర్ల భుజం గల చతురస్రా కార పార్కుకు మీటరుకు రూ. 20 చొప్పున కంచె వేయడానికి అయ్యే ఖర్చును కనుగొనండి?
15. 175 మీటర్ల పొడవు మరియు 125 మీటర్ల వెడల్పు కలిగిన దీర్ఘచతురస్రాకార పార్కుకు మీటర్ కు 12 చొప్పున కంచె వేయడానికి అయ్యే ఖర్చును కనుగొనండి.
15. స్వీటీ 75 మీటర్ల భుజం గల చతురస్రాకార పార్కు చుట్టూ పరిగెడుతుంది. బుల్ బుల్ 60 మీటర్ల పొడవు మరియు 45 మీటర్ల వెడల్పు గల దీర్ఘచతురస్రాకార పార్కు చుట్టూ నడుస్తుంది.ఎవరు తక్కువ దూరం పరుగెడతారు?
16. దిగువ పేర్కొన్న ప్రతి పటం యొక్క చుట్టుకొలత ఎంత? సమాధానాల నుండి మీరు ఏమి గ్రహిస్తారు?



17. అవనీత్ $\frac{1}{2}$ మీ. భుజం గల 9 చదరపు పేవింగ్ స్లాబ్‌లను కొనుగోలు చేశాడు.
వాటిని చతురస్రాకారంలో ఉంచాడు.
   (a) ఆ అమరిక యొక్క చుట్టుకొలత ఎంత? [పటం 10.7(i)]?



పటం 10.7

(b) Shari does not like his arrangement. She gets him to lay them out like a cross. What is the perimeter of her arrangement [(Fig 10.7 (ii)]?

(c) Which has greater perimeter?

(d) Avneet wonders if there is a way of getting an even greater perimeter. Can you find a way of doing this? (The paving slabs must meet along complete edges i.e. they cannot be broken.)

10.3 Area

Look at the closed figures (Fig 10.8) given below. All of them occupy some region of a flat surface. Can you tell which one occupies more region?

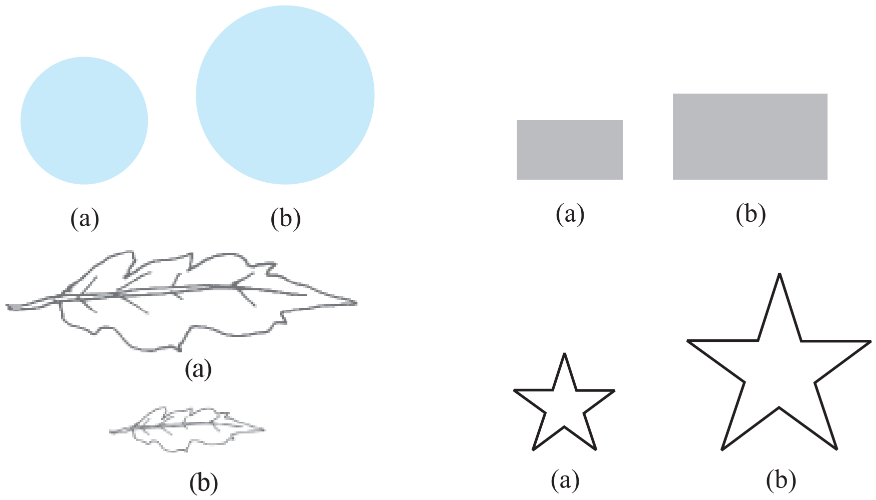


Fig 10.8

The amount of surface enclosed by a closed figure is called its **area.**

So, can you tell, which of the above figures has more area?

Now, look at the adjoining figures of Fig 10.9 :

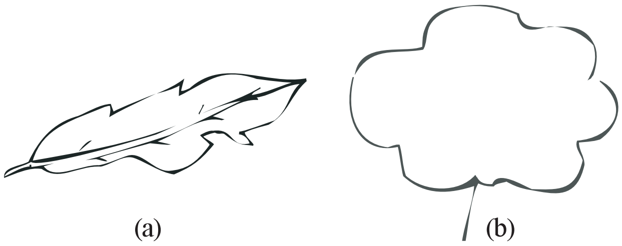


Fig 10.9

Which one of these has larger area? It is difficult to tell just by looking at these figures. So, what do you do?

Place them on a squared paper or graph paper where every square measures 1 cm × 1 cm.

Make an outline of the figure.

Look at the squares enclosed by the figure. Some of them are completely enclosed, some half, some less than half and some more than half.

The area is the number of centimetre squares that are needed to cover it.

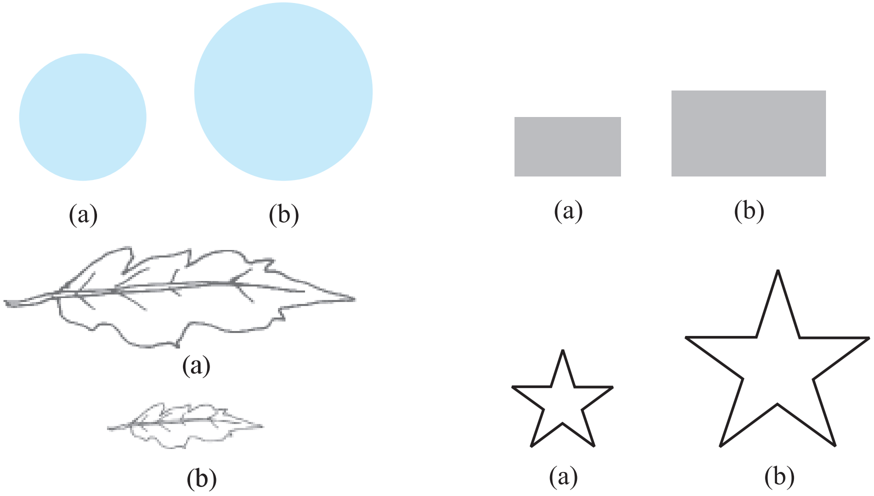
(b) అతని ఏర్పాటు షరీకి నచ్చలేదు. ఆమె అతన్ని క్రాస్ వలె వాటిని ఉంచమని చెప్పింది. ఆ అమరిక యొక్క చుట్టుకొలత ఎంత? [(పటం 10.7 (ii)]?

(c) ఎక్కువ చుట్టుకొలత కలిగినది ఏది?

(d) మరింత ఎక్కువ చుట్టుకొలతను పొందడానికి మార్గం ఉందా ?అని అన్వీత్ ఆశ్చర్యపోయాడు . దీన్ని చేయడానికి మీరు ఒక మార్గాన్ని కనుగొనగలరా? (పేవింగ్ శ్లాబులు పూర్తి అంచుల వెంట కలుస్తాయి, అంటే వాటిని ముక్కలు చేయలేం.)

10.3 వైశాల్యం

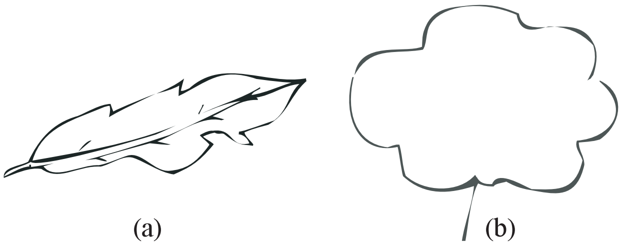
క్రింద ఇవ్వబడిన సంవృత పటాలను (పటం 10.8) చూడండి.. ఇవన్నీ చదునైన ఉపరితలం యొక్క కొంత ప్రాంతాన్ని ఆక్రమిస్తాయి. ఏది ఎక్కువ ప్రాంతాన్ని ఆక్రమిస్తుందో మీరు చెప్పగలరా?



పటం 10.8

ఒక సంవృత పటంచే ఆవరించబడిన ఉపరితలం ప్రాంత పరిమాణాన్ని దాని **వైశాల్యం** అంటారు.

కాబట్టి, పై పటాలలో ఏది ఎక్కువ వైశాల్యాన్ని కలిగి ఉందో మీరు చెప్పగలరా? ఇప్పుడు, ప్రక్కన ఉన్న పటాలను చూడండి.



పటం 10.9

కేవలం ఈ పటాలను చూడటం ద్వారా వీటిలో ఏది ఎక్కువ వైశాల్యాన్ని కలిగి ఉంది? అని చెప్పడం కష్టం

కాబట్టి, మీరు ఏమి చేస్తారు?

ప్రతి చదరపు కొలత 1 సెం.మీ × 1 సెం.మీ కొలిచే చదరపు కాగితం లేదా గ్రాఫ్ కాగితం పై వాటిని ఉంచండి.

పటం యొక్క ఆకారం(ఔట్ లైన్) రూపొందించండి..

పటం ద్వారా ఆవృతమైన చతురస్రాలను చూడండి. వాటిలో కొన్ని పూర్తిగా ఆవరించబడి ఉన్నాయి, కొన్ని సగం, కొన్ని సగం కంటే తక్కువ మరియు కొన్ని సగానికి పైగా ఉంటాయి. వైశాల్యం అనేది ఆ పటంచే ఆవరించబడిన చదరపు సెం. మీ ల సంఖ్య.

But there is a small problem : the squares do not always fit exactly into the area you measure. We get over this difficulty by adopting a convention :

- The area of one full square is taken as 1 sq unit. If it is a centimetre square sheet, then area of one full square will be 1 sq cm.
- Ignore portions of the area that are less than half a square.
- If more than half of a square is in a region, just count it as one square.
- If exactly half the square is counted, take its area as $\frac{1}{2}$ sq unit.

Such a convention gives a fair estimate of the desired area.

Example 10 : Find the area of the shape shown in the figure 10.10.

Solution : This figure is made up of line-segments. Moreover, it is covered by full squares and half squares only. This makes our job simple.

(i) Fully-filled squares = 3

(ii) Half-filled squares = 3

Area covered by full squares

= 3 × 1 sq units = 3 sq units

Total area = $4\frac{1}{2}$ sq units.

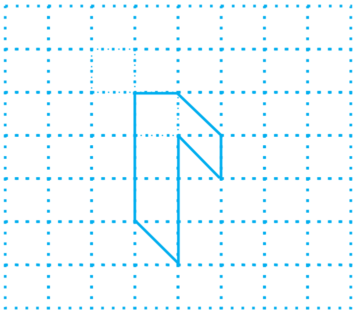


Fig 10.10

Example 11 : By counting squares, estimate the area of the figure 10.9 b.

Soultion : Make an outline of the figure on a graph sheet. (Fig 10.11)

Covered area	Number	Area estimate (sq units)
(i) Fully-filled squares	11	11
(ii) Half-filled squares	3	$3 \times \frac{1}{2}$
(iii) More than half-filled squares	7	7
(iv) Less than half-filled squares	5	0

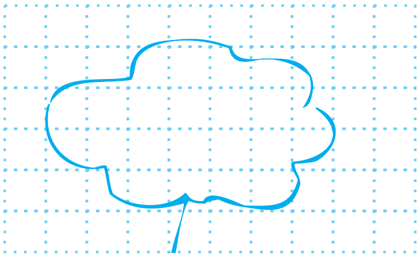


Fig 10.11

Total area = $11 + 3 \times \frac{1}{2} + 7 = 19\frac{1}{2}$ sq units.

How do the squares cover it?

Example 12 : By counting squares, estimate the area of the figure 10.9 a.

Soultion : Make an outline of the figure on a graph sheet. This is how the squares cover the figure (Fig 10.12).

Try These

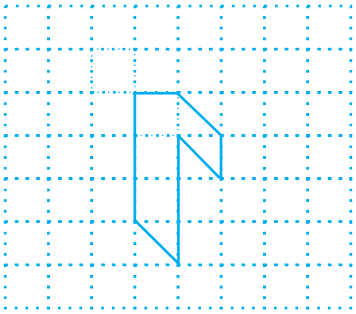
1. Draw any circle on a graph sheet. Count the squares and use them to estimate the area of the circular region.
2. Trace shapes of leaves, flower petals and other such objects on the graph paper and find their areas.

కానీ అక్కడ ఒక చిన్న సమస్య ఉంది: చతురస్రాలు మీరు కొలిచే వైశాల్యానికి ఎల్లప్పుడూ సరిగ్గా సరిపోవు. ఒక సంప్రదాయాన్ని అవలంభించడం ద్వారా మనం ఈ ఇబ్బందిని అధిగమించవచ్చు:

- ఒక పూర్తి చదరం యొక్క వైశాల్యాన్ని 1 చదరపు యూనిట్ గా తీసుకుంటారు. ఒకవేళ ఇది ఒక సెంటీమీటర్ చదరపు షీటు అయితే, అప్పుడు ఒక పూర్తి చతురస్రం యొక్క వైశాల్యం 1 చ.సెం.మీ.
- అరచదరం కంటే తక్కువ వైశాల్యం ఉన్న భాగాలను విస్మరించండి.
- ఒక అరచదరం కంటే ఎక్కువ ఉన్నట్లయితే, దానిని ఒక చదరంగా లెక్కించండి.
- ఒకవేళ చదరం సరిగ్గా సగం లెక్కించినట్లయితే, దాని వైశాల్యాన్ని $\frac{1}{2}$ సెం.మీ $\frac{1}{2}$ సెం.మీ చదరపు యూనిట్‌గా తీసుకోండి.

ఈ సాంప్రదాయం ద్వారా కావలసిన వైశాల్యాన్ని సరిగా అంచనా వేయవచ్చు.

ఉదాహరణ 10: పటం 10.10లో చూపించిన ఆకారం యొక్క వైశాల్యాన్ని కనుగొనండి.



పటం 10.10

సాధన: ఈ పటం రేఖ–ఖండాలతో రూపొందించబడింది. అంతేకాక, ఇది పూర్తి చతురస్రాలు మరియు సగం చతురస్రాలతో మాత్రమే కప్పబడి ఉంటుంది. ఇది మన పనిని సులభతరం చేస్తుంది.

(i) పూర్తిగా నిండిన చతురస్రాలు = 3

(ii) సగం నిండిన చతురస్రాలు = 3

పూర్తి చతురస్రాలతో కప్పబడిన ప్రాంతం

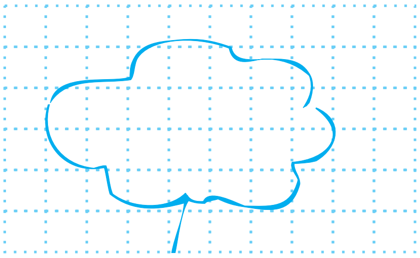
$= 3 \times 1$ చదరపు యూనిట్ = 3 చదరపు యూనిట్లు

మొత్తం వైశాల్యం $= 4\frac{1}{2}$ **చ. యూనిట్లు**

ఉదాహరణ 11: చతురస్రాలను లెక్కించడం ద్వారా, పటం యొక్క వైశాల్యం 10.9 b అంచనా వేయండి..

సాధన: ఒక గ్రాఫ్ కాగితంపై పటం యొక్క అవుట్ లైన్ రూపొందించండి. (పటం 10.11)

ఆవరించబడిన ప్రాంతం	సంఖ్య	అంచనా వైశాల్యం (చ.యూ.)
(i) పూర్తిగా నిండిన చతురస్రాలు	11	11
(ii) సగం నిండిన చతురస్రాలు	3	$3 \times \frac{1}{2}$
(iii) సగం కంటే ఎక్కువ నిండిన చతురస్రాలు	7	7
(iv) సగంకంటే తక్కువ నిండిన చతురస్రాలు	5	0



పటం 10.11

మొత్తం వైశాల్యం $= 11 + 3 \times \frac{1}{2} + 7 = 19\frac{1}{2}$ **చ. యూనిట్లు**

చతురస్రాలు దానిని ఎలా కవర్ చేస్తాయి?

ఉదాహరణ 12: చతురస్రాలను లెక్కించడం ద్వారా పటం యొక్క వైశాల్యం 10.9 a. అంచనా వేయండి.

సాధన: గ్రాఫ్ కాగితంపై పటం యొక్క అవుట్‌లైన్ రూపొందించండి. ఈ విధంగా చతురస్రాలు పట్టాన్ని ఆవరిస్తాయి. (పటం.10.12).

ప్రయత్నించండి

1. ఏదైనా వృత్తాన్ని గ్రాఫ్ కాగితంపై గీయండి. చతురస్రాలను లెక్కించండి. వృత్తాకార ప్రాంతం యొక్క వైశాల్యాన్ని అంచనా వేయడానికి వాటిని ఉపయోగించండి.
2. ఆకులు, పూలరేకులు, ఇతర వస్తువుల ఆకారాలను గ్రాఫ్ కాగితంపై గీయండి. వాటి వైశాల్యాన్ని కనుగొనండి.

Covered area		Number	Area estimate (sq units)
(i)	Fully-filled squares	1	1
(ii)	Half-filled squares	–	–
(iii)	More than half-filled squares	7	7
(iv)	Less than half-filled squares	9	0

Total area = 1 + 7 = 8 sq units.

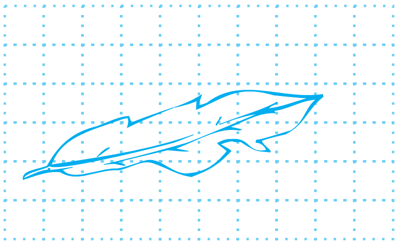
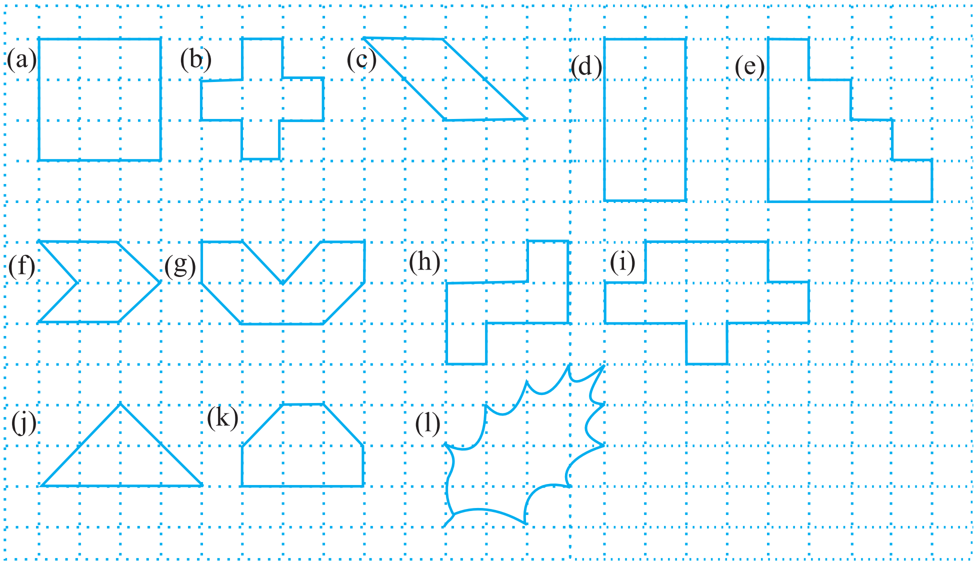
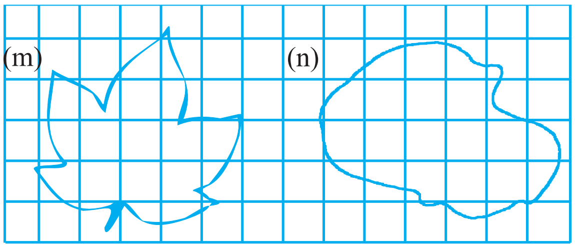


Fig 10.12

EXERCISE 10.2

1. Find the areas of the following figures by counting square:



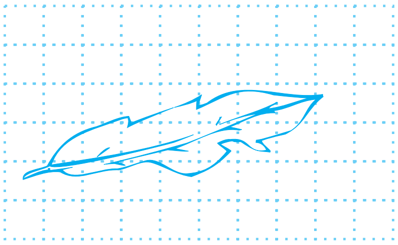


10.3.1 Area of a rectangle

With the help of the squared paper, can we tell, what will be the area of a rectangle whose length is 5 cm and breadth is 3 cm?

Draw the rectangle on a graph paper having 1 cm × 1 cm squares (Fig 10.13). The rectangle covers 15 squares completely.

ఆవరించబడిన ప్రాంతం	సంఖ్య	అంచనా వైశాల్యం (చ.యూ)
(i) పూర్తిగానిండిన చతురస్రాలు	1	1
(ii) సగం నిండిన చతురస్రాలు	–	–
(iii) సగం కంటే ఎక్కువ నిండిన చతురస్రాలు	7	7
(iv) సగం కంటే తక్కువ నిండిన చతురస్రాలు	9	0

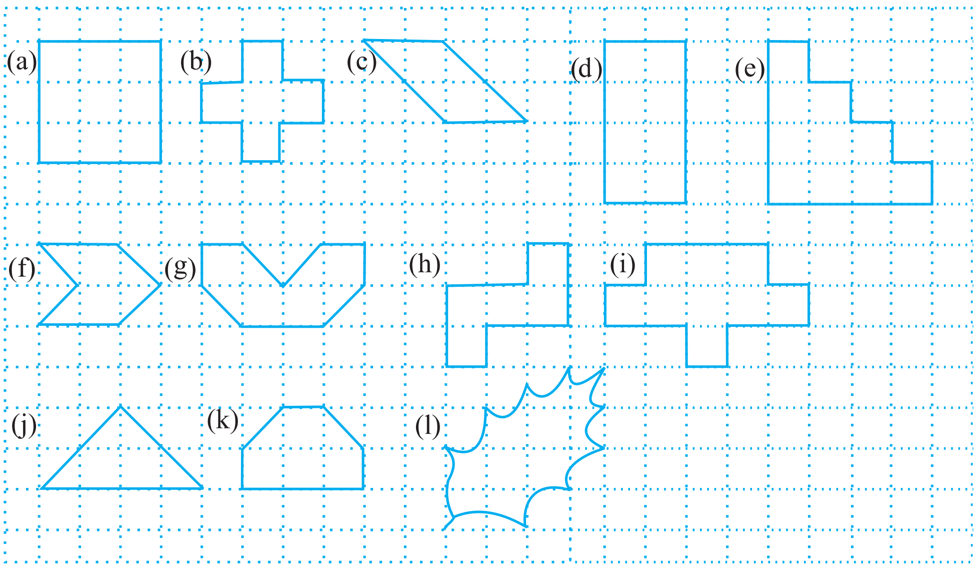


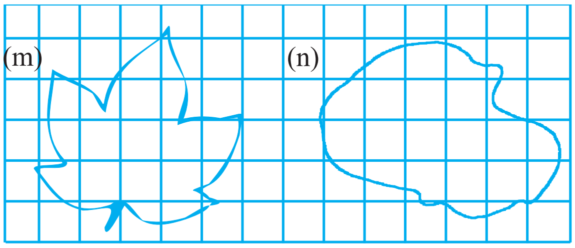
పటం 10.12

మొత్తం వైశాల్యం = 1 + 7 = 8 చ.యూనిట్లు

అభ్యాసం 10.2

1. కింది పటాల వైశాల్యాన్ని చతురస్రాలను లెక్కించడం ద్వారా కనుక్కోండి.





10.3.1 దీర్ఘచతురస్రం యొక్క వైశాల్యం

చదరపు కాగితం సహాయంతో, 5 సెం. మీ పొడవు మరియు 3 సెం. మీ. వెడల్పు కలిగిన ఒక దీర్ఘచతురస్రాకారం యొక్క వైశాల్యం ఎంత అని మనం చెప్పగలమా?

1 సెంమీ × 1 సెంమీ చతురస్రాలు ఉన్న గ్రాఫ్ కాగితంపై దీర్ఘచతురస్రం గీయండి (పటం 10.13). దీర్ఘచతురస్రం 15 చదరములను ఆవరిస్తుంది

The area of the rectangle = 15 sq cm which can be written as 5 × 3 sq cm i.e. (length × breadth).

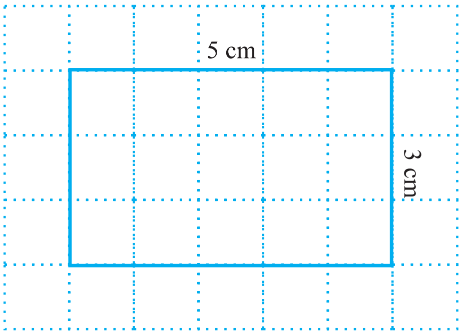


Fig 10.13

The measures of the sides of some of the rectangles are given. Find their areas by placing them on a graph paper and counting the number of square.

Length	Breadth	Area
3 cm	4 cm	----------
7 cm	5 cm	----------
5 cm	3 cm	----------

What do we infer from this?

We find,

Area of a rectangle = (length × breadth)

Without using the graph paper, can we find the area of a rectangle whose length is 6 cm and breadth is 4cm?

Yes, it is possible.

What do we infer from this?

We find that,

Area of the rectangle = length × breadth = 6 cm × 4 cm = 24 sq cm.

Try These

1. Find the area of the floor of your classroom.
2. Find the area of any one door in your house.

10.3.2 Area of a square

Let us now consider a square of side 4 cm (Fig 10.14).

What will be its area?

If we place it on a centimetre graph paper, then what do we observe?

It covers 16 squares i.e. the area of the square = 16 sq cm = 4 × 4 sq cm

Calculate areas of few squares by assuring length of one side of squares by yourself.

Find their areas using graph papers.

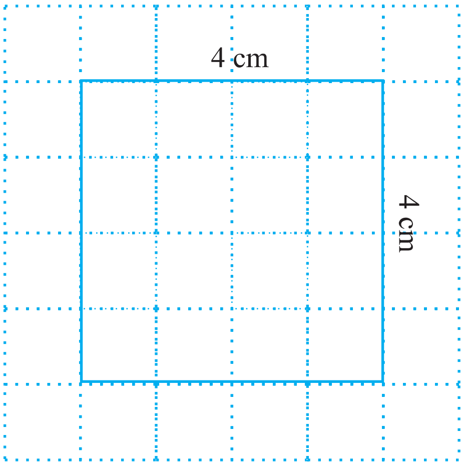
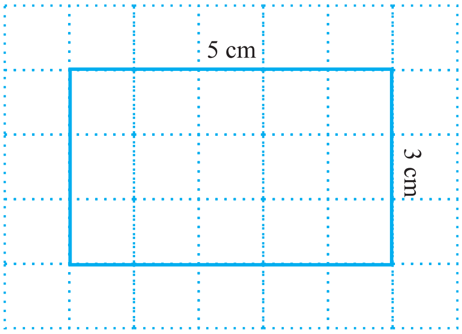


Fig 10.14

దీర్ఘచతురస్రాకారం యొక్క వైశాల్యరో 15 చ. సెం.మీ దీనిని ఇలా వ్రాయవచ్చు 5 × 3 చ. సెం.మీ అనగా (పొడవు × వెడల్పు).



పటం. 10.13

కొన్ని దీర్ఘచతురస్రాకార భుజాల కొలతలు ఇవ్వబడ్డాయి. వాటిని ఒక గ్రాఫ్ కాగితంపై ఉంచి చదరాలను లెక్కించడం ద్వారా వైశాల్యాలను కనుగొనండి.

పొడవు	వెడల్పు	వైశాల్యం
3 సెం.మీ.	4 సెం.మీ.	----------
7 సెం.మీ.	5 సెం.మీ.	----------
5 సెం.మీ.	3 సెం.మీ.	----------

దీని నుండి మనం ఏమి గ్రహించవచ్చు?

ఒక దీర్ఘచతురస్రం యొక్క వైశాల్యం = (పొడవు × వెడల్పు) అని మనం కనుగొన్నాం. గ్రాఫ్ కాగితం ఉపయోగించకుండానే, పొడవు 6 సెం.మీ. మరియు వెడల్పు 4 సెం.మీ. ఉన్న దీర్ఘచతురస్రం యొక్క వైశాల్యాన్ని మనం కనుగొనగలమా?

అవును, ఇది సాధ్యమే.

ప్రయత్నించండి

1. మీ తరగతి గది నేల యొక్క వైశాల్యాన్ని కనుగొనండి.
2. మీ ఇంటిలో ఏదైనా ఒక తలుపు యొక్క వైశాల్యం కనుగొనండి.

దీని నుండి మనం ఏమి గ్రహించవచ్చు? అని మనం దీర్ఘ చతురస్ర వైశాల్యం = పొడవు × వెడల్పు = 6 సెం.మీ. × 4 సెం. మీ = 24 చదరపు సెం.మీ.

10.3.2 చతురస్ర వైశాల్యం

ఇప్పుడు మనం 4 సెంమీ భుజాల చతురస్రాన్ని పరిశీలిద్దాం. (పటం 10.14). దాని వైశాల్యం ఎంత?

మనం దానిని సెంటీమీటర్ గ్రాఫ్ కాగితం మీద ఉంచినట్లయితే, అప్పుడు మనం ఏమి గమనించాలి?

ఇది 16 చదరములను ఆవరిస్తుంది. అనగా

చతురస్రం యొక్క వైశాల్యం = 16 చ. సెంమీ = 4 × 4 చ. సెం.మీ. చతురస్రాల యొక్క ఒక భుజం పొడవును మీరే స్వంతంగా తీసుకొనికొన్ని చతురస్రాల వైశాల్యాలను గణించండి.

గ్రాఫ్ కాగితాలనును ఉపయోగించి వాటి వైశాల్యాలను కనుగొనండి. దీని నుండి మనం ఏమి గ్రహించవచ్చు?

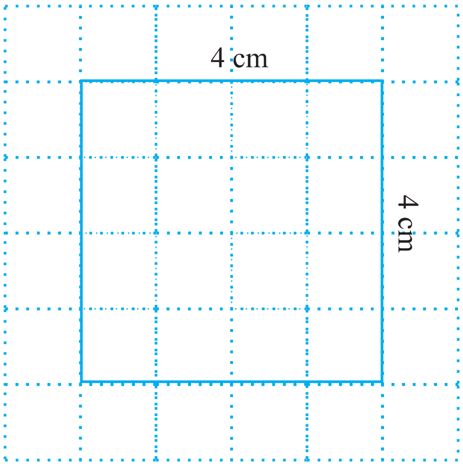


Fig 10.14

What do we infer from this?

We find that in each case,

Area of the square = side × side

You may use this as a formula in doing problems.

Example 13 : Find the area of a rectangle whose length and breadth are 12 cm and 4 cm respectively.

Solution : Length of the rectangle = 12 cm

Breadth of the rectangle = 4 cm

Area of the rectangle = length × breadth

= 12 cm × 4 cm = 48 sq cm.

Example 14 : Find the area of a square plot of side 8 m.

Solution : Side of the square = 8 m

Area of the square = side × side

= 8 m × 8 m = 64 sq m.

Example 15 : The area of a rectangular piece of cardboard is 36 sq cm and its length is 9 cm. What is the width of the cardboard?

Solution : Area of the rectangle = 36 sq cm

Length = 9 cm

Width = ?

Area of a rectangle = length × width

So, width = $\frac{\text{Area}}{\text{Length}} = \frac{36}{9}$ = 4 cm

Thus, the width of the rectangular cardboard is 4 cm.

Example 16 : Bob wants to cover the floor of a room 3 m wide and 4 m long by squared tiles. If each square tile is of side 0.5 m, then find the number of tiles required to cover the floor of the room.

Solution : Total area of tiles must be equal to the area of the floor of the room.

Length of the room = 4 m

Breadth of the room = 3 m

Area of the floor = length × breadth

= 4 m × 3 m = 12 sq m

Area of one square tile = side × side

= 0.5 m × 0.5 m

ప్రతి సందర్భంలోనూ మనం దీనిని కనుగొంటాం,

చతురస్రం యొక్క వైశాల్యం = భుజం × భుజం

సమస్యలను సాధించడంలో మీరు దీనిని సూత్రం గా ఉపయోగించవచ్చు..

ఉదాహరణ 13: పొడవు మరియు వెడల్పులు వరుసగా 12 సెం. మీ మరియు 4 సెం. మీ ఉన్న ఒక దీర్ఘచతురస్ర వైశాల్యాన్ని కనుగొనండి..

సాధన: దీర్ఘచతురస్రం యొక్క పొడవు = 12 సెం. మీ

దీర్ఘచతురస్రం యొక్క వెడల్పు = 4 సెం. మీ

దీర్ఘచతురస్రం వైశాల్యం = పొడవు × వెడల్పు

= 12 సెం. మీ × 4 సెం. మీ = 48 చ. సెం. మీ .

ఉదాహరణ 14: 8 మీటర్ల భుజం గా గల ఒక చదరపు ప్లాట్(స్థలం) యొక్క వైశాల్యాన్ని కనుగొనండి.

సాధన: చతురస్రం యొక్క భుజం = 8 మీ

చతురస్రం యొక్క వైశాల్యంా భుజం × భుజం

= 8 మీ × 8 మీ = 64 చ. మీ

ఉదాహరణ 15: ఒక దీర్ఘచతురస్రాకారపు కార్డ్ బోర్డ్ యొక్క వైశాల్యం 36 చదరపు సెంమీ మరియు దాని పొడవు 9 సెంమీ. కార్డ్ బోర్డ్ యొక్క వెడల్పు ఎంత?

సాధన: దీర్ఘచతురస్రాకారం యొక్క వైశాల్యం = 36 చ. సెం. మీ

పొడవు = 9 సెం. మీ

వెడల్పు = ?

దీర్ఘచతురస్రాకారం యొక్క వైశాల్యం = పొడవు × వెడల్పు

కాబట్టి, వెడల్పు = $\frac{\text{వైశాల్యం}}{\text{పొడవు}}$ $\frac{36}{9} = 4$ సెం. మీ

ఉదాహరణ 16: బాబ్ 3 మీటర్ల వెడల్పు మరియు 4 మీటర్ల పొడవు గల ఒక గది నేలను చతురస్రాకార టైల్స్ తో పేర్చాలని అనుకుంటున్నాడు. ఒకవేళ ప్రతి చదరపు టైల్ 0.5 మీటర్ల సైజులో ఉన్నట్లయితే, అప్పుడు గది నేలపై పేర్చడానికి అవసరమైన టైల్స్ సంఖ్యను కనుగొనండి..

సాధన: టైల్స్ యొక్క మొత్తం వైశాల్యం తప్పనిసరిగా గది నేల వైశాల్యానికి సమానంగా ఉండాలి.

గది యొక్క పొడవు = 4 మీ గదివెడల్పు = 3 మీ

నేల యొక్క వైశాల్యం = పొడవు × వెడల్పు

= 4 మీ × 3 మీ = 12 చ. మీ

ఒక చదరపు టైల్ యొక్క వైశాల్యం = భుజము × భుజము

= 0.5 మీ × 0.5 మీ

$= 0.25$ sq m

Number of tiles required $= \dfrac{\text{Area of the floor}}{\text{Area of one tile}} = \dfrac{12}{0.25} = \dfrac{1200}{25} = 48$ tiles.

Example 17 : Find the area in square metre of a piece of cloth 1m 25 cm wide and 2 m long.

Solution : Length of the cloth = 2 m

Breadth of the cloth = 1 m 25 cm = 1 m + 0. 25 m = 1.25 m

(since 25 cm = 0.25m)

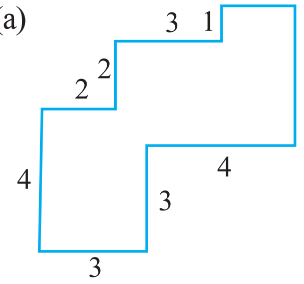
Area of the cloth = length of the cloth × breadth of the cloth

= 2 m × 1.25 m = 2.50 sq m

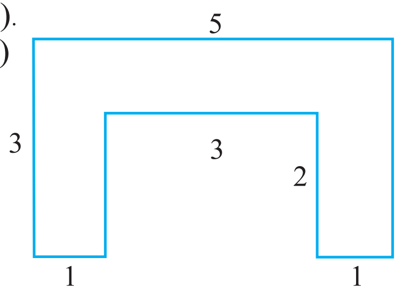
EXERCISE 10.3

1. Find the areas of the rectangles whose sides are :
   (a) 3 cm and 4 cm (b) 12 m and 21 m (c) 2 km and 3 km (d) 2 m and 70 cm
2. Find the areas of the squares whose sides are :
   (a) 10 cm (b) 14 cm (c) 5 m
3. The length and breadth of three rectangles are as given below :
   (a) 9 m and 6 m (b) 17 m and 3 m (c) 4 m and 14 m
   Which one has the largest area and which one has the smallest?
4. The area of a rectangular garden 50 m long is 300 sq m. Find the width of the garden.
5. What is the cost of tiling a rectangular plot of land 500 m long and 200 m wide at the rate of ₹ 8 per hundred sq m.?
6. A table-top measures 2 m by 1 m 50 cm. What is its area in square metres?
7. A room is 4 m long and 3 m 50 cm wide. How many square metres of carpet is needed to cover the floor of the room?
8. A floor is 5 m long and 4 m wide. A square carpet of sides 3 m is laid on the floor. Find the area of the floor that is not carpeted.
9. Five square flower beds each of sides 1 m are dug on a piece of land 5 m long and 4 m wide. What is the area of the remaining part of the land?
10. By splitting the following figures into rectangles, find their areas (The measures are given in centimetres).

(a)



(b)



= 0.25 చ.మీ.

అవసరమైన టైల్స్ సంఖ్య = $\frac{\text{నేల యొక్క వైశాల్యం}}{\text{ఒక చదరపు టైల్ యొక్క వైశాల్యం}} = \frac{12}{0.25} = \frac{1200}{25} = 48$ టైల్స్

ఉదాహరణ 17: 2 మీటర్ల పొడవు మరియు 1మీ 25 సెం. మీ వెడల్పు గల ఒక గుడ్డ ముక్క యొక్క వైశాల్యం చదరపు మీటర్ల లో కనుగొనండి.

సాధన: గుడ్డ యొక్క పొడవు = 2 మీ

గుడ్డ యొక్క వెడల్పు = 1 మీ 25 సెం. మీ = 1 మీ + 0. 25 మీ = 1.25 మీ (25 సెం. మీ = 0.25 మీ)

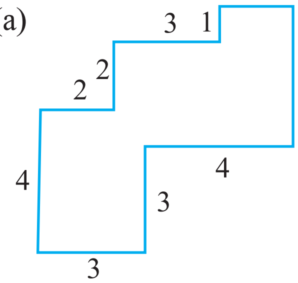
గుడ్డ యొక్క వైశాల్యం = గుడ్డ యొక్క పొడవు × గుడ్డ యొక్క వెడల్పు

= 2 మీ × 1.25 మీ = 2.50 చ .మీ

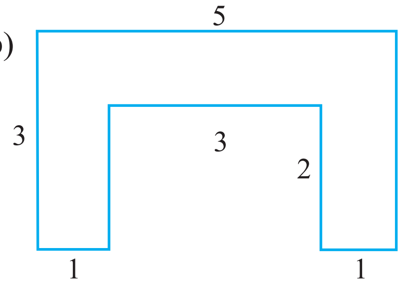
అభ్యాసం 10.3

1. క్రింది కొలతలు భుజాలుగాగల దీర్ఘచతురస్రాల వైశాల్యాలు కనుగొనుము.
   (a) 3 సెం. మీ మరియు 4 సెం. మీ (b) 12 మీ మరియు 21 మీ
   (c) 2 కి. మీ మరియు 3 కి. మీ (d) 2 మీ మరియు 70 సెం. మీ
2. క్రింది కొలతలు భుజాలుగాగల చతురస్రాల వైశాల్యాలు కనుగొనుము?:
   (a) 10 సెం. మీ (b) 14 సెం. మీ (c) 5 మీ
3. మూడు దీర్ఘచతురస్రాల పొడవు, వెడల్పులు ఈ కింది విధంగా ఉన్నాయి.:
   (a) 9 మీ మరియు 6 మీ (b) 17 మీ మరియు 3 మీ (c) 4 మీ మరియు 14 మీ
   వీటిలో ఏది అత్యధిక వైశాల్యం కలిగి ఉంది మరియు ఏది అత్యల్ప వైశాల్యం కలిగి ఉంది?
4. పొడవు 50 మీ కలిగిన దీర్ఘచతురస్రాకార తోట యొక్క వైశాల్యం 300 చ. మీ . తోట యొక్క వెడల్పు కనుగొనుము .
5. చదరపు మీటరకు ₹8 చొప్పున పొడవు 500 మీ మరియు వెడల్పు 200 మీ కలిగిన దీర్ఘచతురస్రాకార భూమిని టైలింగ్ చేయడానికి అయ్యే ఖర్చు ఎంత?
6. ఒక బల్ల ఉపరితలం 2 మీ ×1 మీ 50 సెం. మీ కొలతలు కలిగి ఉంది. దాని వైశాల్యం చదరపు మీటర్లలో ఎంత?
7. ఒక గది 4 మీటర్ల పొడవు మరియు 3 మీ 50 సెంమీ వెడల్పు ఉంటుంది. గది యొక్క నేలను కప్పడానికి ఎన్ని చదరపు మీటర్ల కార్పెట్ అవసరం అవుతుంది?
8. ఒక గది నేల 5 మీటర్ల పొడవు మరియు 4 మీటర్ల వెడల్పు కలిగి ఉంది. నేలపై 3 మీటర్ల భుజం గల ఒక చతురస్రాకార కార్పెట్ వేయబడింది. కార్పెట్ వేయని గది నేల వైశాల్యాన్ని కనుగొనండి.
9. 5 మీటర్ల పొడవు మరియు 4 మీటర్ల వెడల్పు ఉన్న భూమిలో 1 మీ భుజం గల ఐదు చదరపు ఫ్లవర్ బెడ్ లు (పూలతోటలు) త్రవ్వబడ్డాయి. మిగిలిన భూమి యొక్క వైశాల్యం ఎంత?
10. కింది బొమ్మలను దీర్ఘచతురస్రాకారంగా విభజించి వాటి వైశాల్యాన్ని కనుగొనండి.? (కొలతలు సెంటీమీటర్లలో ఇవ్వబడ్డాయి

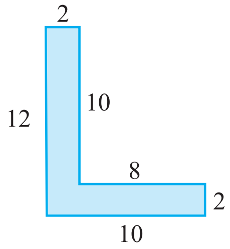
(a)



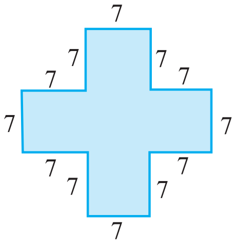
(b)



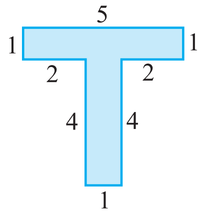
11. Split the following shapes into rectangles and find their areas. (The measures are given in centimetres)



(a)



(b)



(c)

12. How many tiles whose length and breadth are 12 cm and 5 cm respectively will be needed to fit in a rectangular region whose length and breadth are respectively:
(a) 100 cm and 144 cm (b) 70 cm and 36 cm.

A challenge!

On a centimetre squared paper, make as many rectangles as you can, such that the area of the rectangle is 16 sq cm (consider only natural number lengths).

(a) Which rectangle has the greatest perimeter?

(b) Which rectangle has the least perimeter?

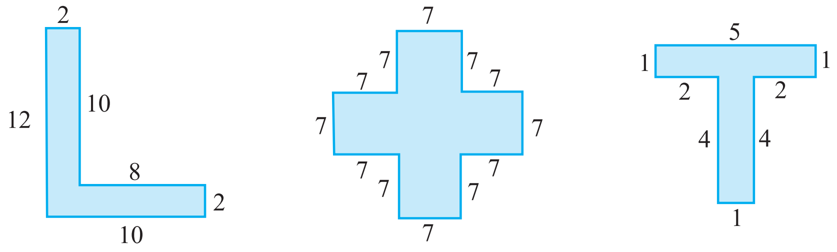
If you take a rectangle of area 24 sq cm, what will be your answers?

Given any area, is it possible to predict the shape of the rectangle with the greatest perimeter? With the least perimeter? Give example and reason.

What have we discussed?

1. Perimeter is the distance covered along the boundary forming a closed figure when you go round the figure once.
2. (a) Perimeter of a rectangle = 2 × (length + breadth)
   (b) Perimeter of a square = 4 × length of its side
   (c) Perimeter of an equilateral triangle = 3 × length of a side
3. Figures in which all sides and angles are equal are called regular closed figures.
4. The amount of surface enclosed by a closed figure is called its area.
5. To calculate the area of a figure using a squared paper, the following conventions are adopted :
   (a) Ignore portions of the area that are less than half a square.
   (b) If more than half a square is in a region. Count it as one square.
   (c) If exactly half the square is counted, take its area as $\frac{1}{2}$ sq units.
6. (a) Area of a rectangle = length × breadth
   (b) Area of a square = side × side

11. కింది ఆకారాలను దీర్ఘ చతురస్రాలుగా విభజించండి, వాటి వైశాల్యాన్ని కనుగొనండి. (కొలతలు సెం.మీ. లలో ఇవ్వబడ్డాయి)



(a) (b) (c)

12. క్రింది పొడవు , వెడల్పు లు గల దీర్ఘ చతురస్రాకార ప్రాంతాన్ని పూర్తిగా పరచటానికి 12 సెం. మీ మరియు 5 సెం. మీ పొడవు , వెడల్పు లు వరుసగా గా గల ఎన్ని టైల్స్ అవసరం అవుతాయి?:
(a) 100 సెం.మీ మరియు 144 సెం.మీ (b) 70 సెం.మీ మరియు 36 సెం.మీ .

ఒక సవాలు!

ఒక సెంటీమీటర్ చదరపు కాగితంపై, మీకు వీలైనన్ని దీర్ఘచతురస్రాకారాలను తయారు చేయండి. తద్వారా దీర్ఘచతురస్రాకారం యొక్క వైశాల్యం 16 చదరపు సెంమీ (సహజ సంఖ్య పొడవులను మాత్రమే పరిగణించండి).

(a) ఏ దీర్ఘచతురస్రాకారం అత్యధిక చుట్టుకొలతను కలిగి ఉంది?

(b) ఏ దీర్ఘచతురస్రాకారం తక్కువ చుట్టుకొలతను కలిగి ఉంది?

ఒకవేళ మీరు 24 చదరపు సెం.మీ. దీర్ఘచతురస్రాకారం తీసుకున్నట్లయితే, మీ సమాధానాలు ఏమిటి?

ఇచ్చిన వైశాల్యానికి, గరిష్ఠ చుట్టుకొలత గల దీర్ఘచతురస్రాఅకారాన్ని అంచనా వేయడంసాధ్యమేనా?కనిష్ఠ కొలతకు కూడా? ఉదాహరణ మరియు కారణాలు ఇవ్వండి.

మనము ఏమి చర్చించాము?

1. చుట్టుకొలత అనేది సరిహద్దు వెంబడి ప్రయాణించిన దూరాన్ని సూచిస్తుంది. మీరు పటం చుట్టూ ఒకసారి వెళ్ళినప్పుడు ఒక సంవృత పటం ఏర్పడుతుంది..
2. (a) ఒక దీర్ఘచతురస్రం యొక్క చుట్టుకొలత = 2 × (పొడవు + వెడల్పు)
   (b) ఒక చతురస్రం యొక్క చుట్టుకొలత = 4 × దాని భుజం యొక్క పొడవు
   (c) సమబాహు త్రిభుజం యొక్క చుట్టుకొలత = 3 × దాని భుజం యొక్క పొడవు
3. అన్ని భుజాలు మరియు కోణాలు సమానంగా ఉన్న పటాలను క్రమ సంవృత పటాలు అంటారు..
4. ఒక సంవృత పటంచే ఆవరించబడిన ఉపరితల పరిమాణాన్ని దాని వైశాల్యం అంటారు..
5. చతురస్రాకార కాగితాన్ని ఉపయోగించి పటం యొక్క వైశాల్యాన్ని లెక్కించడానికి కింది పద్ధతులను అనుసరించండి.
   (a) సగం చదరపు కంటే తక్కువ వైశాల్యం ఉన్న భాగాలను విస్మరించండి..
   (b) ఒక ప్రాంతంలో సగం కంటే ఎక్కువ చతురస్రం ఉన్నట్లయితే. దానిని ఒక చతురస్రం వలె లెక్కించండి.
   (c) ఒకవేళ చతురస్రం సరిగ్గా సగం లెక్కించినట్లయితే, దాని వైశాల్యాన్ని $\frac{1}{2}$ చ. యూ గా తీసుకోండి..
6. (a) ఒక దీర్ఘచతురస్రం యొక్క వైశాల్యం = పొడవు × వెడల్పు
   (b) దీర్ఘచతురస్రం యొక్క వైశాల్యం = భుజం × భుజం

Algebra

0650CH11

Chapter 11

11.1 Introduction

Our study so far has been with numbers and shapes. We have learnt numbers, operations on numbers and properties of numbers. We applied our knowledge of numbers to various problems in our life. The branch of mathematics in which we studied numbers is **arithmetic**. We have also learnt about figures in two and three dimensions and their properties. The branch of mathematics in which we studied shapes is **geometry**. Now we begin the study of another branch of mathematics. It is called **algebra**.

The main feature of the new branch which we are going to study is the use of letters. Use of letters will allow us to write rules and formulas in a general way. By using letters, we can talk about any number and not just a particular number. Secondly, letters may stand for unknown quantities. By learning methods of determining unknowns, we develop powerful tools for solving puzzles and many problems from daily life. Thirdly, since letters stand for numbers, operations can be performed on them as on numbers. This leads to the study of algebraic expressions and their properties.

You will find algebra interesting and useful. It is very useful in solving problems. Let us begin our study with simple examples.

11.2 Matchstick Patterns

Ameena and Sarita are making patterns with matchsticks. They decide to make simple patterns of the letters of the English alphabet. Ameena takes two matchsticks and forms the letter L as shown in Fig 11.1 (a).

బీజగణితము

అధ్యాయం 11

W2J7B2

11.1 పరిచయం

ఇప్పటివరకు మన అధ్యయనం సంఖ్యలు మరియు ఆకారాలతో సాగింది. సంఖ్యలు, సంఖ్యలపై ప్రక్రియలు మరియు సంఖ్యల ధర్మాలను నేర్చుకున్నాము. మనము మన జీవితంలోని వివిధ సమస్యలకు ఈ సంఖ్యల జ్ఞానాన్ని అన్వయించాము. సంఖ్యలను గురించి అధ్యయనం చేసే గణిత శాఖని **అంకగణితం** అంటాము. అలాగే రెండు మరియు మూడు మితులు గల పటాలు మరియు వాటి ధర్మాల గురించి కూడా తెలుసుకున్నాము. ఆకారాలను అధ్యయనం చేసే గణిత శాస్త్ర విభాగమే **జ్యామితి**. ఇప్పుడు మనము గణితశాస్త్రం యొక్క మరొక శాఖను అధ్యయనం చేస్తాము. దీనిని **బీజగణితం** అంటారు.

మనం అధ్యయనం చేయబోయే కొత్త శాఖలో ప్రధాన లక్షణం అక్షరాలను ఉపయోగించడం. అక్షరాలను ఉపయోగించడం వల్ల నియమాలు మరియు సూత్రాలను సాధారణ పద్ధతిలో రాయవచ్చు. అక్షరాలను ఉపయోగించడం ద్వారా, మనం నిర్దిష్ట సంఖ్య గురించి మాత్రమే కాకుండా ఏదైనా సంఖ్య గురించి మాట్లాడవచ్చు. రెండవది, అక్షరాలు తెలియని రాశులను సూచిస్తాయి. తెలియని వాటిని గుర్తించే పద్ధతులను నేర్చుకోవడం ద్వారా, మనము రోజువారీ జీవితంలో పజిల్స్ మరియు అనేక సమస్యలను పరిష్కరించడానికి శక్తివంతమైన సాధనాలను అభివృద్ధి చేస్తాము. మూడవదిగా, అక్షరాలు సంఖ్యలను సూచిస్తాయి కాబట్టి, వాటిపై సంఖ్యల వలె ప్రక్రియలను చేయవచ్చు. ఇది బీజగణిత సమాసాలు మరియు వాటి లక్షణాల అధ్యయనానికి దారి తీస్తుంది.

బీజగణితము ఆసక్తికరంగా మరియు ఉపయోగకరంగా ఉంటుందని తెలుసుకుంటారు. సమస్యల పరిష్కారానికి ఇది చాలా ఉపయోగపడుతుంది. సరళమైన ఉదాహరణలతో మన అధ్యయనాన్ని ప్రారంభిద్దాం.

11.2 అగ్గిపుల్ల అమరికలు

అమీనా, సరిత అగ్గిపుల్లలతో అమరికలు తయారు చేస్తున్నారు. వారు ఆంగ్ల వర్ణమాల యొక్క అక్షరాల యొక్క సాధారణ అమరికలను తయారు చేయాలని నిర్ణయించుకుంటారు. అమీనా రెండు అగ్గిపుల్లలను తీసుకొని పటం. 11.1 (a) లో చూపిన విధంగా L అక్షరాన్ని ఏర్పరుస్తుంది.

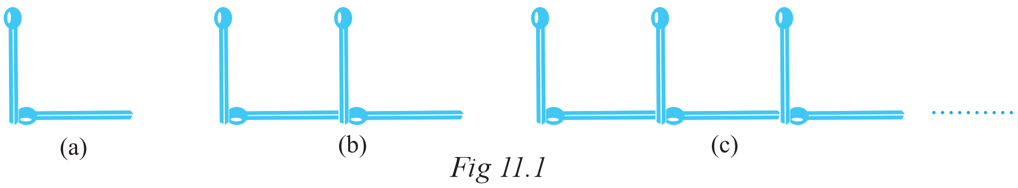


Fig 11.1

Then Sarita also picks two sticks, forms another letter L and puts it next to the one made by Ameena [Fig 11.1 (b)].

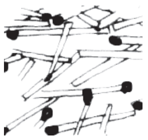
Then Ameena adds one more L and this goes on as shown by the dots in Fig 11.1 (c).

Their friend Appu comes in. He looks at the pattern. Appu always asks questions. He asks the girls, "How many matchsticks will be required to make seven Ls"? Ameena and Sarita are systematic. They go on forming the patterns with 1L, 2Ls, 3Ls, and so on and prepare a table.

Table 1

Number of Ls formed	1	2	3	4	5	6	7	8	....	....
Number of matchsticks required	2	4	6	8	10	12	14	16	....	....

Appu gets the answer to his question from the Table 1; 7Ls require 14 matchsticks.



While writing the table, Ameena realises that the number of matchsticks required is twice the number of Ls formed.

Number of matchsticks required = 2 × number of Ls.

For convenience, let us write the letter n for the number of Ls. If one L is made, $n = 1$; if two Ls are made, $n = 2$ and so on; thus, n can be any natural number 1, 2, 3, 4, 5, ... We then write, Number of matchsticks required = $2 \times n$.

Instead of writing $2 \times n$, we write $2n$. Note that $2n$ is same as $2 \times n$.

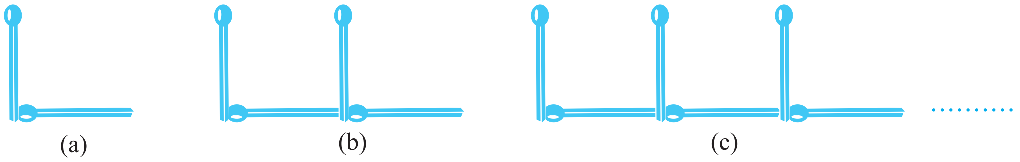
Ameena tells her friends that her rule gives the number of matchsticks required for forming any number of Ls.

Thus, For $n = 1$, the number of matchsticks required = $2 \times 1 = 2$

For $n = 2$, the number of matchsticks required = $2 \times 2 = 4$

For $n = 3$, the number of matchsticks required = $2 \times 3 = 6$ etc.

These numbers agree with those from Table 1.



పటం 11.1

అప్పుడు సరిత కూడా రెండు అగ్గిపుల్లలను తీసుకుని, మరొక అక్షరం L ను ఏర్పరుస్తుంది మరియు అమీనా చేసిన దాని పక్కన పెట్టింది [పటం.11.1 (బి)].

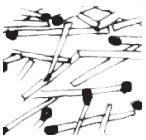
తర్వాత అమీనా మరో L ని జోడిస్తుంది మరియు ఇలా ఒకదానిపక్కన ఒకటి పెట్టుకుంటూ వెళితే వచ్చు అమరిక 11.1 (సి) లోని చుక్కల ద్వారా చూపబడింది.

ఇంతలో వాళ్ళ స్నేహితుడు అప్పు లోపలికి వచ్చాడు.అతను ఆ అమరిక వైపు చూసాడు. అప్పు ఎప్పుడూ ప్రశ్నలు అడిగేవాడు. అతను "ఏడు L లు చేయడానికి ఎన్ని అగ్గిపుల్లలు కావాలి"?అని అమ్మాయిలను అడిగాడు. అమీనా, సరైన పద్ధతిని అనుసరిస్తారు. 1L, 2Lలు, 3Lలు, ...మొదలగు అమరికలను ఏర్పరచి, పట్టికను సిద్ధం చేసారు.

పట్టిక.1

తయారు చేసిన Lల సంఖ్య	1	2	3	4	5	6	7	8	....	....
అవసరమైన మొత్తం అగ్గిపుల్లల సంఖ్య	2	4	6	8	10	12	14	16	....	....

అప్పు తన ప్రశ్నకు పట్టిక 1 నుండి సమాధానం పొందాడు 7L లకు 14 అగ్గిపుల్లలు అవసరము అని తెలుస్తోంది.



పట్టికను రాస్తున్నప్పుడు, అగ్గిపుల్లల సంఖ్య ఏర్పడిన L ల సంఖ్య కు రెండు రెట్లు అని అమీనా గ్రహించింది. అవసరమైన అగ్గిపుల్లల సంఖ్య $= 2 \times$ L ల సంఖ్య కొరకు n అక్షరాన్ని రాస్తాము. ఒక L ను చేస్తే, $n = 1$; రెండు L లు తయారు చేయబడితే, $n = 2$ మొదలైనవి అందువలన, n ఏదైనా సహజ సంఖ్య 1, 2, 3, 4, 5,.... కావచ్చు, కావున అవసరమైన అగ్గిపుల్లల సంఖ్య $= 2 \times n$ అని మనము రాస్తాము.

$2 \times n$ అని వ్రాయడానికి బదులుగా, $2n$ అని రాస్తాము. $2n$ మరియు $2 \times n$ లు సమానమని గమనించండి.

అమీనా తన స్నేహితులతో తన నియమం ఎన్ని Lల లైనా ఏర్పరచడానికైనా అవసరమైన అగ్గిపుల్లల సంఖ్యని ఇస్తుంది అని చెప్పింది.

అందువలన, $n = 1$ కు, అవసరం అయిన అగ్గిపుల్లల సంఖ్య $= 2 \times 1 = 2$

$n = 2$ కు, అవసరమైన అగ్గిపుల్లల సంఖ్య $= 2 \times 2 = 4$

$n = 3$ కు, అవసరమైన అగ్గిపుల్లల సంఖ్య $= 2 \times 3 = 6$ మొదలైనవి.

ఈ సంఖ్యలు పట్టిక.1 లోని వాటితో ఏకీభవిస్తున్నాయి.

Sarita says, “The rule is very powerful! Using the rule, I can say how many matchsticks are required to form even 100 Ls. I do not need to draw the pattern or make a table, once the rule is known”.
Do you agree with Sarita?

11.3 The Idea of a Variable

In the above example, we found a rule to give the number of matchsticks required to make a pattern of Ls. The rule was :

Number of matchsticks required = 2*n*

Here, n is the number of Ls in the pattern, and n takes values 1, 2, 3, 4,.... Let us look at Table 1 once again. In the table, the value of n goes on changing (increasing). As a result, the number of matchsticks required also goes on changing (increasing).

***n* is an example of a variable. Its value is not fixed; it can take any value 1, 2, 3, 4, ... We wrote the rule for the number of matchsticks required using the variable *n*.**

The word ‘variable’ means something that can vary, i.e. change. The value of a variable is not fixed. It can take different values.

We shall look at another example of matchstick patterns to learn more about variables.

11.4 More Matchstick Patterns

Ameena and Sarita have become quite interested in matchstick patterns. They now want to try a pattern of the letter C. To make one C, they use three matchsticks as shown in Fig. 11.2(a).

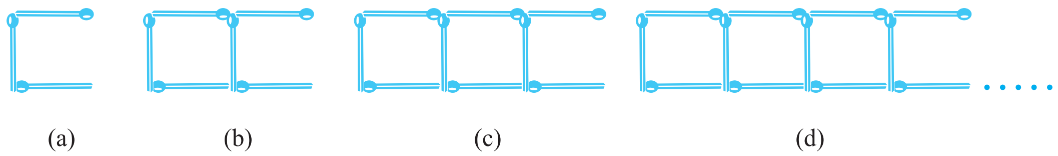


Fig 11.2

Table 2 gives the number of matchsticks required to make a pattern of Cs.

Table 2

Number of Cs formed	1	2	3	4	5	6	7	8	....	....	....
Number of matchsticks required	3	6	9	12	15	18	21	24	....	....	....

"నియమము చాలా శక్తివంతమైనది!" అని సరిత చెప్తూ, నియమాన్ని ఉపయోగించి, "100 L లు ఏర్పడటానికి ఎన్ని అగ్గిపుల్లలు అవసరమో నేను చెప్పగలను. నియమం తెలిసిన తర్వాత అమరికను గీయడం లేదా పట్టికను తయారు చేయడం అవసరం లేదు." అని అంది. మీరు సరితతో ఏకీభవిస్తారా?

11.3 చరరాశి యొక్క భావన

పై ఉదాహరణలో, Lల అమరికను రూపొందించడానికి అవసరమైన అగ్గిపుల్లల సంఖ్యను ఇవ్వడానికి మనము ఒక నియమాన్ని కనుగొన్నాము.

ఆ నియమం అవసరమైన అగ్గిపుల్లల సంఖ్య = $2n$

ఇక్కడ, n అనేది అమరికలోని L ల సంఖ్య, మరియు n = 1, 2, 3, 4,... విలువలను తీసుకుంటుంది. పట్టిక.1ని మరోసారి చూద్దాం. పట్టికలో, n విలువ మారుతూ ఉంటుంది (పెరుగుతోంది). ఫలితంగా, అవసరమైన అగ్గిపుల్లల సంఖ్య కూడా మారుతూ ఉంటుంది (పెరుగుతోంది).

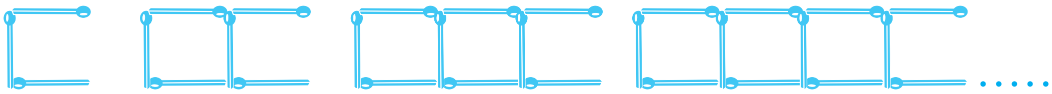
n అనేది చరరాశికి ఒక ఉదాహరణ. దాని విలువ స్థిరంగా ఉండదు ఇది 1, 2, 3, 4 ...లలో ఏదైనా విలువ తీసుకోవచ్చు, మనము అవసరమైన అగ్గిపుల్లల సంఖ్యకు నియమాన్ని n అను చరరాశిని ఉపయోగించి రాస్తాము.

"చరరాశి" అనే పదానికి అర్థం "మారవచ్చు", అంటే "విలువ మారుతూ వుండేది" చరరాశి విలువ స్థిరంగా ఉండదు. ఇది విభిన్న విలువలను తీసుకోవచ్చు.

చరరాశి గురించి మరింత తెలుసుకోవడానికి అగ్గిపుల్ల అమరికల యొక్క మరొక ఉదాహరణను చూద్దాం.

11.4 మరికొన్ని అగ్గిపుల్ల అమరికలు

అమీనా మరియు సరిత అగ్గిపుల్లల అమరికలపై చాలా ఆసక్తిని కలిగి ఉన్నారు. వారు ఇప్పుడు C అక్షరం యొక్క అమరికను ప్రయత్నించాలనుకుంటున్నారు. ఒక C చేయడానికి, వారు 11.2(ఎ)లో చూపిన విధంగా మూడు అగ్గిపుల్లలను ఉపయోగించారు.



(a) (b) (c) (d)

పటం 11.2

C ల అమరికను రూపొందించడానికి అవసరమైన అగ్గిపుల్లల సంఖ్యను పట్టిక 2 అందిస్తుంది.

పట్టిక.2

ఏర్పడిన C ల సంఖ్య	1	2	3	4	5	6	7	8	....	....	....
అవసరమైన మొత్తం అగ్గిపుల్లల సంఖ్య	3	6	9	12	15	18	21	24	....	....	....

Can you complete the entries left blank in the table?

Sarita comes up with the rule :
Number of matchsticks required = 3*n*

She has used the letter *n* for the number of Cs; *n* is a variable taking on values 1, 2, 3, 4, ...

Do you agree with Sarita ?

Remember $3n$ is the same as $3 \times n$.

Next, Ameena and Sarita wish to make a pattern of Fs. They make one F using 4 matchsticks as shown in Fig 11.3(a).

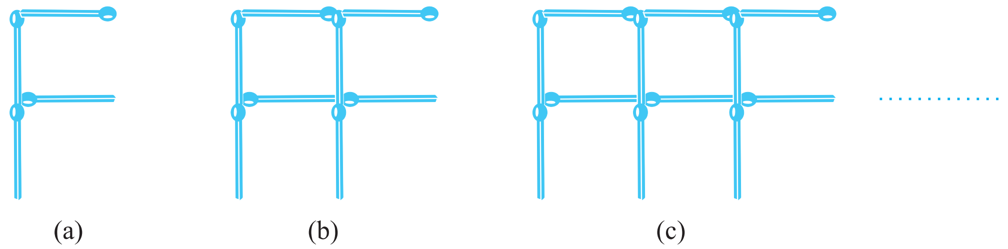


Fig 11.3

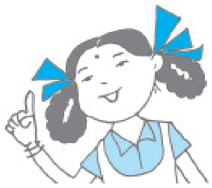
Can you now write the rule for making patterns of F?

Think of other letters of the alphabet and other shapes that can be made from matchsticks. For example, U (⊔), V (\/), triangle (△), square (□) etc. Choose any five and write the rules for making matchstick patterns with them.

11.5 More Examples of Variables

We have used the letter *n* to show a variable. Raju asks, "Why not *m*"? There is nothing special about *n*, any letter can be used.

> **One may use any letter as *m, l, p, x, y, z* etc. to show a variable. Remember, a variable is a number which does not have a fixed value. For example, the number 5 or the number 100 or any other given number is not a variable. They have fixed values. Similarly, the number of angles of a triangle has a fixed value i.e. 3. It is not a variable. The number of corners of a quadrilateral (4) is fixed; it is also not a variable. But *n* in the examples we have looked is a variable. It takes on various values 1, 2, 3, 4, ...**



మీరు పట్టికలో ఖాళీగా ఉన్న గడులను పూర్తి చేయగలరా?

సరిత ఒక నియమముతో ముందుకు వచ్చింది.

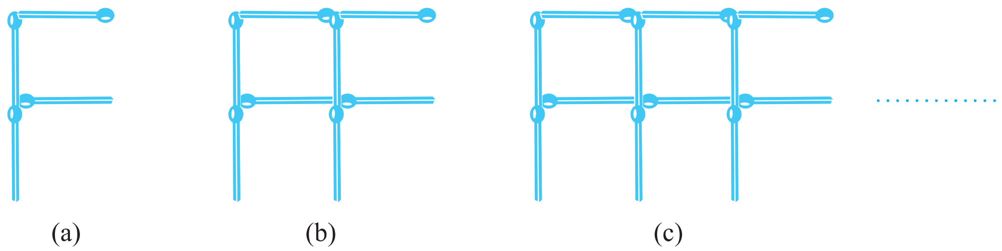
అవసరమైన అగ్గిపుల్లల సంఖ్య $= 3n$

ఆమె C ల సంఖ్య కోసం n అనే అక్షరాన్ని ఉపయోగించింది n అనేది 1, 2, 3, 4, ... విలువలను తీసుకునే చరరాశి.

మీరు సరితతో ఏకీభవిస్తారా?

$3n$ అనునది $3 \times n$ కి సమానమని గుర్తుంచుకోండి.

తర్వాత, అమీనా మరియు సరిత F అక్షరం యొక్క అమరికను తయారు చేయాలని కోరుకుంటున్నారు. వారు ఒక F ను తయారు చేయటానికి పటము. 11.3(ఎ)లో చూపిన విధంగా 4 అగ్గిపుల్లలను ఉపయోగించారు.



పటం 11.3

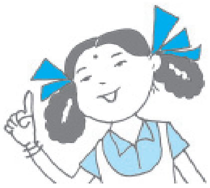
మీరు ఇప్పుడు F యొక్క అమరికలను రూపొందించడానికి నియమాన్ని వ్రాయగలరా?

అగ్గిపుల్లలతో తయారు చేయగల వర్ణమాలలోని ఇతర అక్షరాలు మరియు ఇతర ఆకారాల గురించి ఆలోచించండి. ఉదాహరణకు, U (⊔), V (V), త్రిభుజం(△), చతురస్రం(□) మొదలైనవి. ఏదైనా ఐదింటిని ఎంచుకుని, వాటితో అగ్గిపుల్ల అమరికలను తయారు చేయడానికి నియమాలను వ్రాయండి.

11.5 చరరాశులకు మరికొన్ని ఉదాహరణలు

పై సందర్భాలలో చరరాశిని చూపించడానికి n అనే అక్షరాన్ని ఉపయోగించాము. "ఎందుకు m"?ని వాడకూడదు అని రాజు అడిగాడు, ప్రత్యేకంగా n వాడాలని ఏమీ లేదు, ఏ అక్షరాన్నైనా ఉపయోగించవచ్చు.

చరరాశిని చూపించడానికి m, l, p, x, y, z మొదలైన ఏదైనా అక్షరాన్ని ఉపయోగించవచ్చు. గుర్తుంచుకోండి, చరరాశి అనేది స్థిర విలువ లేని సంఖ్య. ఉదాహరణకు, సంఖ్య 5 లేదా సంఖ్య 100 లేదా ఏదైనా ఇతర సంఖ్య చరరాశి కాదు. వాటికి స్థిర విలువలు ఉంటాయి. అదేవిధంగా, త్రిభుజం యొక్క కోణాల సంఖ్య స్థిరముఅనగా 3 కావున ఇది చరరాశి కాదు. చతుర్భుజం యొక్క శీర్షాల సంఖ్య స్థిరంగా ఉంటుంది. అది కూడా చరరాశి కాదు. కానీ మనం చూసిన ఉదాహరణలలో n అనేది చరరాశి. ఇది వివిధ విలువలను 1, 2, 3, 4, ... తీసుకుంటుంది.



Let us now consider variables in a more familiar situation.

Students went to buy notebooks from the school bookstore. Price of one notebook is ₹ 5. Munnu wants to buy 5 notebooks, Appu wants to buy 7 notebooks, Sara wants to buy 4 notebooks and so on. How much money should a student carry when she or he goes to the bookstore to buy notebooks?

This will depend on how many notebooks the student wants to buy. The students work together to prepare a table.

Table 3

Number of notebooks required	1	2	3	4	5	.....	m	.....
Total cost in rupees	5	10	15	20	25	.....	$5m$	.....

The letter m stands for the number of notebooks a student wants to buy; m is a variable, which can take any value 1, 2, 3, 4, ... The total cost of m notebooks is given by the rule :

The total cost in rupees $= 5 \times$ number of note books required

$= 5m$

If Munnu wants to buy 5 notebooks, then taking $m = 5$, we say that Munnu should carry ₹ 5×5 or ₹ 25 with him to the school bookstore.

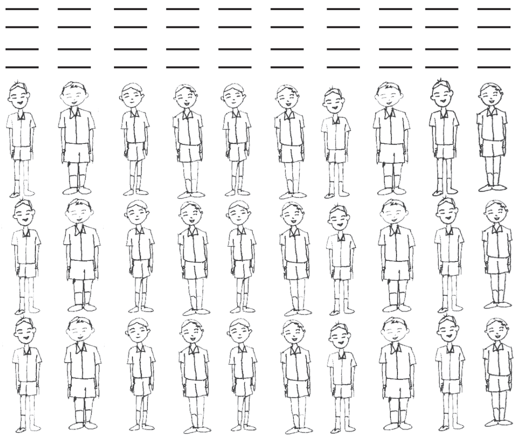


Fig 11.4

Let us take one more example. For the Republic Day celebration in the school, children are going to perform mass drill in the presence of the chief guest. They stand 10 in a row (Fig 11.4). How many children can there be in the drill?

The number of children will depend on the number of rows. If there is 1 row, there will be 10 children. If there are 2 rows, there will be 2×10 or 20 children and so on. If there are r rows, there will be $10r$ children

మనం ఇప్పుడు చరరాశులను మరింత సుపరిచితమైన పరిస్థితిలో పరిశీలిద్దాం.

విద్యార్థులు పాఠశాల పుస్తకాల దుకాణంలో నోట్‌బుక్‌లు కొనుగోలు చేసేందుకు వెళ్లారు. ఒక నోట్‌బుక్ ధర ₹ 5. మున్ను 5 నోట్‌బుక్‌లు కొనాలనుకుంటున్నాడు, అప్పు 7 నోట్‌బుక్‌లు కొనాలనుకుంటున్నాడు, సారా 4 నోట్‌బుక్‌లు కొనాలనుకుంటున్నాడు. ఒక విద్యార్థి నోట్‌బుక్‌లు కొనడానికి పుస్తక దుకాణానికి వెళ్లినప్పుడు ఎంత డబ్బు తీసుకెళ్లాలి?

విద్యార్థి ఎన్ని నోట్‌బుక్‌లు కొనాలనుకుంటున్నారనే దానిపై ఇది ఆధారపడి ఉంటుంది. విద్యార్థులు కలిసి పట్టికను సిద్ధం చేసారు.

పట్టిక 3

కావలసిన నోట్‌బుక్‌ల సంఖ్య	1	2	3	4	5	.....	m	.....
మొత్తం వెల(రూపాయలలో)	5	10	15	20	25	.....	$5m$	.....

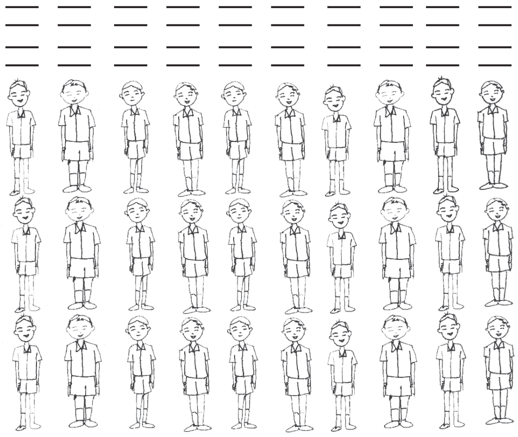
m అనే అక్షరం విద్యార్థి కొనుగోలు చేయాలనుకుంటున్న నోట్‌బుక్‌ల సంఖ్యను సూచిస్తుంది; m అనేది చరరాశి, ఇది 1, 2, 3, 4, ... మొదలగు ఏదైనా విలువలను తీసుకుంటుంది. m నోట్‌బుక్‌ల మొత్తం ధర ఈ కింది నియమం ద్వారా ఇవ్వబడింది:

మొత్తం ధర(రూపాయిలలో) $= 5 \times$ అవసరమైన నోట్ పుస్తకాల సంఖ్య

$= 5m$

మున్ను 5 నోట్‌బుక్‌లు కొనాలనుకుంటే, $m = 5$, తీసుకుంటే, ₹ 5×5 లేదా ₹ 25 లను మున్ను పాఠశాల పుస్తక దుకాణానికి తీసుకువెళ్లాలని మనము చెప్పవచ్చు.

ఇంకొక ఉదాహరణ తీసుకుందాం. పాఠశాలలో గణతంత్ర దినోత్సవ వేడుకలకు ముఖ్య అతిథి సమక్షంలో చిన్నారులు మాస్ డ్రిల్ చేయనున్నారు.వారు ఒక అడ్డు వరుసకి 10 మంది చొప్పున నిలబడాలని అనుకున్నారు (పటం. 11.4). డ్రిల్‌లో ఎంత మంది పిల్లలు ఉండవచ్చు?



పటం 11.4

పిల్లల సంఖ్య, అడ్డు వరుసల సంఖ్యలపై ఆధారపడి ఉంటుంది. ఒకవేళ 1 అడ్డు వరుస ఉంది అని అనుకుంటే, అప్పుడు 10 మంది పిల్లలు (1×10) ఉంటారు. 2 అడ్డు వరుసలు ఉంటే, 2×10 లేదా 20 మంది పిల్లలు ఉంటారు. r అడ్డు వరుసలు ఉంటే, $10\,r$ పిల్లలు

in the drill; here, r is a variable which stands for the number of rows and so takes on values 1, 2, 3, 4, ...

In all the examples seen so far, the variable was multiplied by a number. There can be different situations as well in which numbers are added to or subtracted from the variable as seen below.

Sarita says that she has 10 more marbles in her collection than Ameena. If Ameena has 20 marbles, then Sarita has 30. If Ameena has 30 marbles, then Sarita has 40 and so on. We do not know exactly how many marbles Ameena has. She may have any number of marbles.

But we know that, Sarita's marbles = Ameena's marbles + 10.

We shall denote Ameena's marbles by the letter x. Here, x is a variable, which can take any value 1, 2, 3, 4,... ,10,... ,20,... ,30,... . Using x, we write Sarita's marbles = $x + 10$. The expression $(x + 10)$ is read as 'x plus ten'. It means 10 added to x. If x is 20, $(x + 10)$ is 30. If x is 30, $(x + 10)$ is 40 and so on.

> The expression $(x + 10)$ cannot be simplified further.
> Do not confuse $x + 10$ with $10x$, they are different.
> In $10x$, x is multiplied by 10. In $(x + 10)$, 10 is added to x.
> We may check this for some values of x.
> For example,
> If $x = 2$, $10x = 10 \times 2 = 20$ and $x + 10 = 2 + 10 = 12$.
> If $x = 10$, $10x = 10 \times 10 = 100$ and $x + 10 = 10 + 10 = 20$.

Raju and Balu are brothers. Balu is younger than Raju by 3 years. When Raju is 12 years old, Balu is 9 years old. When Raju is 15 years old, Balu is 12 years old. We do not know Raju's age exactly. It may have any value. Let x denote Raju's age in years, x is a variable. If Raju's age in years is x, then Balu's age in years is $(x - 3)$. The expression $(x - 3)$ is read as x minus three. As you would expect, when x is 12, $(x - 3)$ is 9 and when x is 15, $(x - 3)$ is 12.

EXERCISE 11.1

1. Find the rule which gives the number of matchsticks required to make the following matchstick patterns. Use a variable to write the rule.

   (a) A pattern of letter T as

   (b) A pattern of letter Z as

డ్రిల్ లో ఉంటారు. ఇక్కడ, r అనేది వరుసల సంఖ్యను సూచించే చరరాశి మరియు 1, 2, 3, 4, ... విలువలను తీసుకుంటుంది.

ఇప్పటివరకు చూసిన అన్ని ఉదాహరణలలో, చరరాశి సంఖ్యతో గుణించబడింది. దిగువ చూసినట్లుగా చరరాశికు సంఖ్యలు కలుపబడిన లేదా తీసివేయబడిన విభిన్న పరిస్థితులు కూడా ఉండవచ్చు.

అమీనా కంటే 10 గోళీలు ఎక్కువగా సేకరించానని సరిత చెప్పింది. అమీనా వద్ద 20 గోళీలు ఉంటే, సరిత వద్ద 30, అమీనా వద్ద 30 గోళీలు ఉంటే, సరితవద్ద 40 ఉన్నాయి. అమీనావద్ద ఎన్ని గోళీలు ఉన్నాయో మనకు ఖచ్చితంగా తెలియదు. ఆమెకు ఎన్నో గోళీలు ఉండవచ్చు.

కానీ సరిత గోళీలు = అమీనా గోళీలు + 10 అని

మనకు తెలుస్తోంది, మనము అమీనా గోళీలను x అక్షరంతో సూచిస్తాము. ఇక్కడ, x అనేది చరరాశి, ఇది 1, 2, 3, 4,... ,10,... ,20,... ,30,లలో ఏదైనా విలువను తీసుకోవచ్చు. x ఉపయోగించి సరిత గోళీలు = $x + 10$ అని మనము రాస్తాము.

$(x + 10)$ అనే వ్యక్తీకరణను 'x ప్లస్ పది' అని చదువుతాము. అంటే x కి 10 కలుపబడినది. x అనేది 20 అయితే $(x + 10)= 30$. x అనేది 30 అయితే, $(x + 10) = 40$ మొదలైనవి.

సమాసము $(x + 10)$ మరింత సూక్ష్మీకరించబడదు. $x + 10$ని $10x$తో సమానమని అనుకోకూడదు. అవి విభిన్నంగా (వేరు వేరుగా)ఉంటాయి. $10x$లో, x 10తో గుణించబడుతుంది. $(x + 10)$లో, x కి 10 కూడబడుతోంది. మనము x కి కొన్ని విలువలు తీసుకుని దీనిని సరిచూడవచ్చు.

ఉదాహరణకి,

$x = 2$, అయితే, $10x = 10 \times 2 = 20$ మరియు $x + 10 = 2 + 10 = 12$.

$x = 10$, అయితే, $10x = 10 \times 10 = 100$ మరియు $x + 10 = 10 + 10 = 20$.

రాజు, బాలు అన్నదమ్ములు. బాలు, రాజు కంటే 3 సంవత్సరాలు చిన్నవాడు. రాజుకి 12 ఏళ్లు ఉన్నప్పుడు బాలుకి 9 ఏళ్లు. రాజుకి 15 ఏళ్లు ఉన్నప్పుడు బాలుకి 12 ఏళ్లు. రాజు వయస్సు మనకు ఖచ్చితంగా తెలియదు. దీనికి ఏదైనా విలువ ఉండవచ్చు. x అనేది రాజు వయస్సును సంవత్సరాలలో సూచిస్తుందని అనుకొనుము. x అనేది చరరాశి. రాజు వయస్సు x (సంవత్సరాలలో) అయితే, బాలు వయస్సు $(x - 3)$ సంవత్సరాలు. సమాసము $(x - 3)$ ని x మైనస్ మూడు'గా చదువుతాము. మీరు ఊహించినట్లుగా x అనేది 12 అయినప్పుడు, $(x - 3) = 9$ మరియు x అనేది 15 అయినప్పుడు, $(x - 3)= 12$.

అభ్యాసం 11.1

1. కింది అగ్గిపుల్ల అమరికలను రూపొందించడానికి అవసరమైన అగ్గిపుల్లల సంఖ్యను తెలిపే నియమాన్ని కనుగొనండి. నియమాన్ని వ్రాయడానికి చరరాశిని ఉపయోగించండి.

   (ఎ) T గా T అక్షరం యొక్క అమరిక

   (బి) Z గా Z అక్షరం యొక్క అమరిక

(c) A pattern of letter U as

(d) A pattern of letter V as

(e) A pattern of letter E as

(f) A pattern of letter S as

(g) A pattern of letter A as

2. We already know the rule for the pattern of letters L, C and F. Some of the letters from Q.1 (given above) give us the same rule as that given by L. Which are these? Why does this happen?

3. Cadets are marching in a parade. There are 5 cadets in a row. What is the rule which gives the number of cadets, given the number of rows? (Use n for the number of rows.)

4. If there are 50 mangoes in a box, how will you write the total number of mangoes in terms of the number of boxes? (Use b for the number of boxes.)

5. The teacher distributes 5 pencils per student. Can you tell how many pencils are needed, given the number of students? (Use s for the number of students.)

6. A bird flies 1 kilometer in one minute. Can you express the distance covered by the bird in terms of its flying time in minutes? (Use t for flying time in minutes.)

7. Radha is drawing a dot Rangoli (a beautiful pattern of lines joining dots) with chalk powder. She has 9 dots in a row. How many dots will her Rangoli have for r rows? How many dots are there if there are 8 rows? If there are 10 rows?

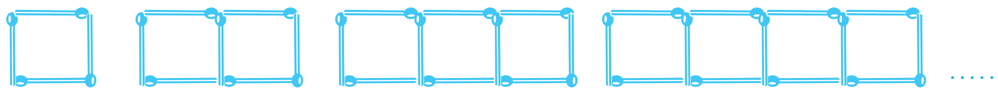
Fig 11.5

8. Leela is Radha's younger sister. Leela is 4 years younger than Radha. Can you write Leela's age in terms of Radha's age? Take Radha's age to be x years.

9. Mother has made laddus. She gives some laddus to guests and family members; still 5 laddus remain. If the number of laddus mother gave away is l, how many laddus did she make?

10. Oranges are to be transferred from larger boxes into smaller boxes. When a large box is emptied, the oranges from it fill two smaller boxes and still 10 oranges remain outside. If the number of oranges in a small box are taken to be x, what is the number of oranges in the larger box?

11. (a) Look at the following matchstick pattern of squares (Fig 11.6). The squares are not separate. Two neighbouring squares have a common matchstick. Observe the patterns and find the rule that gives the number of matchsticks



(a) (b) (c) (d)

Fig 11.6

(సి) గా అక్షరం U యొక్క అమరిక

(డి) గా అక్షరం V యొక్క అమరిక

(ఇ) గా అక్షరం E యొక్క అమరిక

(ఎఫ్) గా అక్షరం S యొక్క అమరిక

(జి) గా అక్షరం A అమరిక

2. L, C మరియు F అక్షరాల అమరిక కు సంబందించిన నియమం మనకు ఇప్పటికే తెలుసు. Q.1 నుండి కొన్ని అక్షరాలు (పైన ఇవ్వబడ్డాయి) L ద్వారా ఇచ్చిన నియమాన్ని వీటిలో కొన్ని పాటిస్తాయి. అవి ఏవి? ఇలా ఎందుకు జరుగుతుంది?

3. క్యాడెట్లు పెరేడ్ లో కవాతు చేస్తున్నారు. ఒక అడ్డ వరుసకు 5 మంది క్యాడెట్లు ఉన్నారు. అడ్డ వరుసల సంఖ్యను బట్టి క్యాడెట్ల సంఖ్యను ఇచ్చే నియమం ఏమిటి? (అడ్డ వరుసల సంఖ్య కోసం n ఉపయోగించండి.)

4. ఒక పెట్టెలో 50 మామిడి పండ్లు ఉంటే, మొత్తం మామిడిపండ్ల సంఖ్యను పెట్టెల సంఖ్యలలో ఎలా రాస్తారు? (పెట్టెల సంఖ్య కోసం b ను ఉపయోగించండి.)

5. ఉపాధ్యాయుడు ప్రతి విద్యార్థికి 5 పెన్సిళ్లను పంపిణీ చేస్తారు. ఇచ్చిన విద్యార్థుల సంఖ్యను బట్టి ఎన్ని పెన్సిళ్లు అవసరమో మీరు చెప్పగలరా? (విద్యార్థుల సంఖ్య కోసం s ఉపయోగించండి.)

6. ఒక పక్షి ఒక నిమిషంలో 1 కిలోమీటరు ఎగురుతుంది. పక్షి ప్రయాణించగల దూరాన్ని పక్షి ఎగిరిన సమయం నిమిషాలలో వ్యక్తపరచండి. (ఎగిరే సమయం నిమిషాల కోసం t ఉపయోగించండి.)

7. రాధ ముగ్గు పిండితో చుక్కల ముగ్గు (చుక్కలను రేఖలతో కలిపే అందమైన నమూనా) గీస్తోంది. ఒక అడ్డ వరుసకి 9 చుక్కలు ఉన్నాయి. r అడ్డ వరుసలకు ఆమె ముగ్గులో ఎన్ని చుక్కలు ఉంటాయి? 8 అడ్డ వరుసలు ఉంటే ఎన్ని చుక్కలు ఉంటాయి? 10 అడ్డ వరుసలు ఉంటే ఎన్ని చుక్కలు ఉంటాయి?

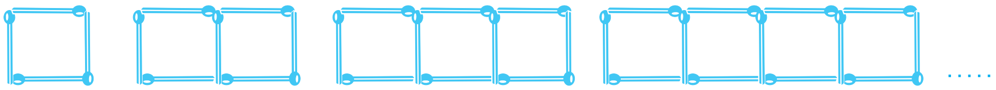
పటం 11.5

8. లీల రాధ చెల్లెలు. రాధ కంటే లీల 4 సంవత్సరాలు చిన్నది. మీరు లీల వయస్సును రాధ వయస్సు పరంగా వ్రాయగలరా? రాధ వయస్సును x సంవత్సరాలుగా తీసుకోండి.

9. తల్లి లడ్డూలు చేసింది. ఆమె అతిథులు మరియు కుటుంబ సభ్యులకు కొన్ని లడ్డూలను ఇచ్చింది ఇంకా 5 లడ్డూలు మిగిలాయి. తల్లి ఇచ్చిన లడ్డూల సంఖ్య l, అయితే, ఆమె తయారు చేసిన లడ్డూలు ఎన్ని?

10. నారింజ పండ్లను పెద్ద పెట్టెల నుండి చిన్న పెట్టెల్లోకి మార్చాలి. ఒక పెద్ద పెట్టెను ఖాళీ చేసినప్పుడు, దానిలోని నారింజపండ్లు రెండు చిన్న పెట్టెలను నింపగా ఇంకా 10 నారింజలు మిగిలి ఉంటాయి. చిన్న పెట్టెలోని నారింజ పండ్ల సంఖ్యను x గా తీసుకుంటే, పెద్ద పెట్టెలోని నారింజ పండ్ల సంఖ్య ఎంత?

11. (ఎ) క్రింది చతురస్రాల అగ్గిపుల్ల అమరికను చూడండి (పటం. 11.6). చతురస్రాలు విడివిడిగా లేవు. రెండు పక్కపక్క చతురస్రాలు ఒక ఉమ్మడి అగ్గిపుల్లని కలిగి ఉంటాయి. అమరికలను గమనించి చతురస్రాల పరంగా అగ్గిపుల్లల సంఖ్యను తెలిపే నియమాన్ని కనుగొనండి.



(a) (b) (c) (d)

పటం 11.6

in terms of the number of squares. (Hint : If you remove the vertical stick at the end, you will get a pattern of Cs.)

(b) Fig 11.7 gives a matchstick pattern of triangles. As in Exercise 11 (a) above, find the general rule that gives the number of matchsticks in terms of the number of triangles.

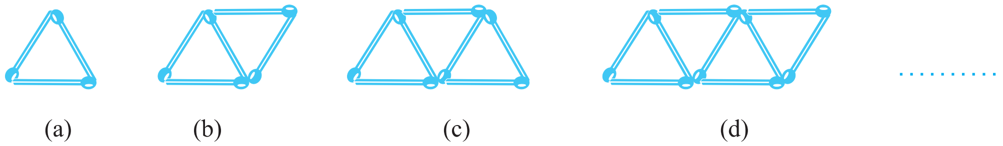


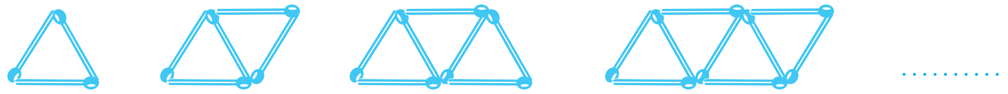
Fig 11.7

What have we discussed?

1. We looked at patterns of making letters and other shapes using matchsticks. We learnt how to write the general relation between the number of matchsticks required for repeating a given shape. The number of times a given shape is repeated varies; it takes on values 1,2,3,... . It is a variable, denoted by some letter like n.
2. A variable takes on different values, its value is not fixed. The length of a square can have any value. It is a variable. But the number of angles of a triangle has a fixed value 3. It is not a variable.
3. We may use any letter n, l, m, p, x, y, z, etc. to show a variable.
4. A variable allows us to express relations in any practical situation.
5. Variables are numbers, although their value is not fixed. We can do the operations of addition, subtraction, multiplication and division on them just as in the case of fixed numbers. Using different operations we can form expressions with variables like $x - 3$, $x + 3$, $2n$, $5m$, $\frac{p}{3}$, $2y + 3$, $3l - 5$, etc.

(సూచన: మీరు చివర నిలువు పుల్లను తీసివేస్తే, మీరు C ల యొక్క అమరికను పొందుతారు.)

(బి) పటం 11.7 త్రిభుజాల అగ్గిపుల్ల నమూనాను ఇస్తుంది. పైన ఉన్న అభ్యాసం. 11 (ఎ)లో వలె, త్రిభుజాల సంఖ్య పరంగా అగ్గిపుల్లల సంఖ్యను అందించే సాధారణ నియమాన్ని కనుగొనండి.



పటం 11.7

మనము ఏమి చర్చించాము?

1. అగ్గిపుల్లలను ఉపయోగించి అక్షరాలు మరియు ఇతర ఆకారాలను తయారు చేసే అమరికలను మనము చూసాము. ఇచ్చిన ఆకారాన్ని పునరావృతం చేయడంకొరకు అవసరమైన అగ్గిపుల్లల సంఖ్యకు మధ్య సాధారణ సంబంధాన్ని ఎలా వ్రాయాలో నేర్చుకున్నాము. ఇచ్చిన ఆకారాన్ని ఎన్నిసార్లు పునరావృతం చేస్తారో ఆ సంఖ్య మారుతూ ఉంటుంది ఇది 1, 2, 3,..మొదలగు విలువలను తీసుకుంటుంది. దీనిని చరరాశి అంటారు, దీనిని n వంటి అక్షరం తో సూచిస్తారు.
2. చరరాశి వేర్వేరు విలువలను తీసుకుంటుంది, దాని విలువ స్థిరంగా ఉండదు. చతురస్రం యొక్క పొడవు ఏదైనా విలువను కలిగి ఉంటుంది. ఇది ఒకచరరాశి. కానీ త్రిభుజం యొక్క కోణాల సంఖ్య 3, స్థిర విలువను కలిగి ఉంటుంది ఇది చరరాశి కాదు.
3. చరరాశి ని చూపించడానికి మనం $n, l, m, p, x, y, z,$ మొదలైన ఏదైనా అక్షరాన్ని ఉపయోగించవచ్చు.
4. ఏదైనా ఆచరణాత్మక సంధర్భాలలో సంబంధాలను వ్యక్తీకరించడానికి చరరాశి అనుమతిస్తుంది.
5. విలువ స్థిరంగా లేనప్పటికీ చరరాసులు కూడా సంఖ్యలు అవుతాయి, స్థిర సంఖ్యల మాదిరిగానే వాటిపై కూడిక, తీసివేత, గుణకారం మరియు భాగహారం వంటి ప్రక్రియలను మనం చేయవచ్చు. చరరాశులపై వివిధ ప్రక్రియలను ఉపయోగించి సమాసాలు తయాను చేయవచ్చు.

$x - 3, x + 3, 2n, 5m, \frac{p}{3}, 2y + 3, 3l - 5,$ మొదలైనవి.

Ratio and Proportion

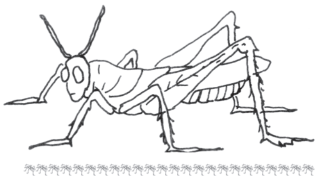
0650CH12

Chapter 12

12.1 Introduction

In our daily life, many a times we compare two quantities of the same type. For example, Avnee and Shari collected flowers for scrap notebook. Avnee collected 30 flowers and Shari collected 45 flowers. So, we may say that Shari collected 45 – 30 = 15 flowers more than Avnee.

Also, if height of Rahim is 150 cm and that of Avnee is 140 cm then, we may say that the height of Rahim is 150 cm – 140 cm = 10 cm more than Avnee. This is one way of comparison by taking difference.



If we wish to compare the lengths of an ant and a grasshopper, taking the difference does not express the comparison. The grasshopper's length, typically 4 cm to 5 cm is too long as compared to the ant's length which is a few mm. Comparison will be better if we try to find that how many ants can be placed one behind the other to match the length of grasshopper. So, we can say that 20 to 30 ants have the same length as a grasshopper.

Consider another example.

Cost of a car is ₹ 2,50,000 and that of a motorbike is ₹ 50,000. If we calculate the difference between the costs, it is ₹ 2,00,000 and if we compare by division;

i.e. $\frac{2,50,000}{50,000} = \frac{5}{1}$

నిష్పత్తి మరియు అనుపాతం

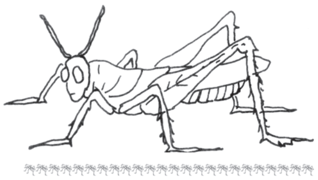
Q3G4T6

అధ్యాయం 12

12.1 పరిచయం

మన దైనందినజీవితంలోచాలా సార్లు ఒకే పరిమాణంలో ఉన్నరాశు లనుపోల్చవలిసి వస్తుంది. ఉదాహరణకు, అవని మరియు షారి స్క్రాప్ నోట్ బుక్ కోసం పువ్వులను సేకరించారు. అవని 30 పువ్వులు సేకరించగా, షారి 45 పువ్వులను సేకరించాడు.కాబట్టి, షరీ అవని కంటే 45 – 30 = 15 పువ్వులను ఎక్కువగా సేకరించాడని మనం చెప్పవచ్చు.అలాగే రహీం యొక్క ఎత్తు 150 సెం.మీ మరియు అవనీ ఎత్తు 140 సెం.మీ అయితే,

అప్పుడు రహీం యొక్క ఎత్తు అవని కంటే 150 సెంమీ 140సెం.మీ =10సెం.మీ ఎక్కువ అని మనం చెప్పవచ్చు. వ్యత్యాసాన్ని తీసుకొని పోల్చడానికి ఇది ఒక మార్గం. చీమ మరియు మిడతల పొడవులను పోల్చాలనుకుంటే, వ్యత్యాసాన్ని తీసుకోవడంవల్ల పోలిక వ్యక్తీకరించబడదు.



మిడతల యొక్క పొడవు, సాధారణంగా 4 సెం.మీ నుండి 5 సెం.మీవరకు ఉంటుంది, చీమల పొడవు కొన్ని మి.మీ. మిడతల పొడవుకు సరిపోయేలా ఎన్ని చీమలను ఒకదాని వెనుక ఒకటి ఉంచవచ్చో కనుక్కోవడానికి ప్రయత్నిస్తే పోలిక మంచిది.20 నుండి 30 చీమలు మిడతల పొడవుతో తుల్య పొడవు ఉంటుందిమరొక ఉదాహరణను పరిశీలించండి.ఒక కారు ధర ₹ 2,50,000 మరియుమోటర్ బైక్ ధర ₹50,000. ఖర్చుల మధ్య వ్యత్యాసాన్ని మనం లెక్కించినట్లయితే, అది ₹ 2,00,000 మరియు మనం భాగాహారం ద్వారా పోల్చినట్లయితే;

$$\text{i.e. } \frac{2,50,000}{50,000} = \frac{5}{1}$$

We can say that the cost of the car is five times the cost of the motorbike. Thus, in certain situations, comparison by division makes better sense than comparison by taking the difference. The comparison by division is the Ratio. In the next section, we shall learn more about 'Ratios'.

12.2 Ratio

Consider the following:

Isha's weight is 25 kg and her father's weight is 75 kg. How many times Father's weight is of Isha's weight? It is three times.

Cost of a pen is ₹ 10 and cost of a pencil is ₹ 2. How many times the cost of a pen that of a pencil? Obviously it is five times.

In the above examples, we compared the two quantities in terms of 'how many times'. This comparison is known as the Ratio. We denote ratio using symbol ':'

Consider the earlier examples again. We can say,

The ratio of father's weight to Isha's weight = $\frac{75}{25} = \frac{3}{1} = 3:1$

The ratio of the cost of a pen to the cost of a pencil = $\frac{10}{2} = \frac{5}{1} = 5:1$

Let us look at this problem.

In a class, there are 20 boys and 40 girls. What is the ratio of

(a) Number of girls to the total number of students.

(b) Number of boys to the total number of students.

Try These

1. In a class, there are 20 boys and 40 girls. What is the ratio of the number of boys to the number of girls?
2. Ravi walks 6 km in an hour while Roshan walks 4 km in an hour. What is the ratio of the distance covered by Ravi to the distance covered by Roshan?

First we need to find the total number of students, which is,

Number of girls + Number of boys = 20 + 40 = 60.

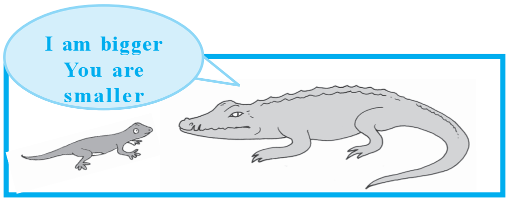
Then, the ratio of number of girls to the total number of students is $\frac{40}{60} = \frac{2}{3} = 2 : 3$

Find the answer of part (b) in the similar manner.

Now consider the following example.

Length of a house lizard is 20 cm and the length of a crocodile is 4 m.

"I am 5 times bigger than you", says the lizard. As we can see this



కారు ఖరీదు మోటార్ బైక్ ఖరీదుకు ఐదు రెట్లు ఎక్కువ అని చెప్పవచ్చు. అందువల్ల, కొన్ని సందర్భాల్లో, వ్యత్యాసాన్ని తీసుకోవడం ద్వారా పోల్చడం కంటే భాగాహారం ద్వారా పోల్చడం సహేతుకం. భాగాహారం ద్వారా పోల్చడమే “నిష్పత్తి”. మనం ‘నిష్పత్తులు’ గురించి మరింత నేర్చుకుందాం.

12.2 నిష్పత్తి

ఈ క్రింది వాటిని పరిశీలించండి:

ఇషా బరువు 25 కిలోలు మరియు ఆమె తండ్రి బరువు 75 కిలోలు. తండ్రి బరువు ఈషా బరువు కంటే ఎన్ని రెట్లు ఎక్కువ? ఇది మూడుసార్లు ఉంటుంది.

ఒక పెన్ను ధర ₹10 మరియు పెన్సిల్ ధర ₹2. ఒక పెన్సిల్ ధరకంటే పెన్ను ధర ఎన్నిరెట్లు? స్పష్టంగా ఇది ఐదు రెట్లు.

పై ఉదాహరణలలో, మనం రెండు పరిమాణాలను ‘ఎన్నిరెట్లు’ అని పోల్చాము..ఈ పోలికను నిష్పత్తి అంటారు. ‘ : ’ గుర్తు ఉపయోగించినిష్పత్తిని సూచిస్తాము .

మునుపటి ఉదాహరణలను మళ్లీ పరిశీలించండి.,

తండ్రి బరువు మరియు ఈషా బరువు యొక్క నిష్పత్తి = $\frac{75}{25} = \frac{3}{1} = 3:1$

పెన్ను యొక్క ధర మరియు పెన్సిల్ యొక్క ధర యొక్క నిష్పత్తి = $\frac{10}{2} = \frac{5}{1} = 5:1$

ఈ సమస్యను మనం ఇప్పుడు చూద్దాం.

ఒక తరగతిలో, 20 మంది బాలురు మరియు 40 మంది బాలికలు ఉన్నారు. వీటి యొక్క నిష్పత్తి ఎంత?

(a) మొత్తం విద్యార్థుల సంఖ్యకు బాలికల సంఖ్య.

(b) మొత్తం విద్యార్థుల సంఖ్యకు బాలుర సంఖ్య.

మొదట మనం మొత్తం విద్యార్థుల సంఖ్యను కనుగొనాలి.

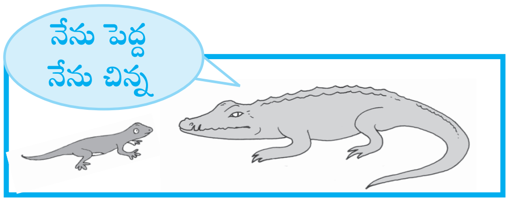
బాలికల సంఖ్య + బాలుర సంఖ్య = 20 + 40 = 60.

విద్యార్థుల సంఖ్యకు గల నిష్పత్తి = $\frac{40}{60} = \frac{2}{3} = 2:3$

పార్టు (బి) యొక్క సమాధానాన్ని ఇదే పద్ధతిలో కనుగొనండి. ఇప్పుడు ఈ క్రింది ఉదాహరణను పరిశీలించండి.

ఇంటి బల్లి యొక్క పొడవు 20 సెంమీ మరియు మొసలి పొడవు 4 మీటర్లు.

“నేను నీ కంటే 5 రెట్లు పెద్దవాడిని” అని బల్లి చెబుతుంది



ప్రయత్నించండి

1. ఒక తరగతిలో 20 మంది బాలురు మరియు 40 మంది బాలికల ఉన్నారు. బాలుర సంఖ్య మరియు బాలికల సంఖ్య యొక్క నిష్పత్తి ఎంత?
2. రవి గంటకు 6 కి.మీ., రోషన్ గంటకు 4 కిలో మీటర్లు నడుస్తాడు. రవి ప్రయాణించిన దూరానికి మరియు రోషన్ ప్రయాణించిన దూరానికి మధ్యఉండే నిష్పత్తి ఎంత?

is really absurd. A lizard's length cannot be 5 times of the length of a crocodile. So, what is wrong? Observe that the length of the lizard is in centimetres and length of the crocodile is in metres. So, we have to convert their lengths into the same unit.

Length of the crocodile = 4 m = 4 × 100 = 400 cm.

Therefore, ratio of the length of the crocodile to the length of the lizard

$= \frac{400}{20} = \frac{20}{1} = 20:1$.

Two quantities can be compared only if they are in the same unit.

Now what is the ratio of the length of the lizard to the length of the crocodile?

It is $\frac{20}{400} = \frac{1}{20} = 1:20$.

Observe that the two ratios 1 : 20 and 20 : 1 are different from each other. The ratio 1 : 20 is the ratio of the length of the lizard to the length of the crocodile whereas, 20 : 1 is the ratio of the length of the crocodile to the length of the lizard.

Now consider another example.

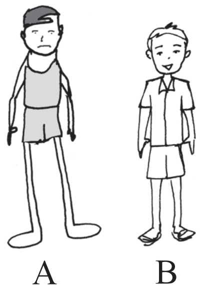
Length of a pencil is 18 cm and its diameter is 8 mm. What is the ratio of the diameter of the pencil to that of its length? Since the length and the diameter of the pencil are given in different units, we first need to convert them into same unit.

Thus, length of the pencil = 18 cm = 18 × 10 mm = 180 mm.

The ratio of the diameter of the pencil to that of the length of the pencil $= \frac{8}{180} = \frac{2}{45} = 2:45$.

Try These

1. Saurabh takes 15 minutes to reach school from his house and Sachin takes one hour to reach school from his house. Find the ratio of the time taken by Saurabh to the time taken by Sachin.
2. Cost of a toffee is 50 paise and cost of a chocolate is ₹ 10. Find the ratio of the cost of a toffee to the cost of a chocolate.
3. In a school, there were 73 holidays in one year. What is the ratio of the number of holidays to the number of days in one year?



Think of some more situations where you compare two quantities of same type in different units.

We use the concept of ratio in many situations of our daily life without realising that we do so.

Compare the drawings A and B. B looks more natural than A. Why?

ఇది అసంబద్ధం. బల్లి యొక్క పొడవు మొసలి పొడవుకు 5 రెట్లు ఉండరాదు. కాబట్టి, తప్పు ఏమిటి? బల్లి యొక్క పొడవు సెంటీమీటర్లు మరియు మొసలి పొడవు మీటర్లలో ఉండటాన్ని గమనించండి. కాబట్టి, మనం వాటి పొడవులను ఒకే ప్రమాణాలలో మార్చాలి.

మొసలి యొక్క పొడవు = 4 మీ. = $4 \times 100 = 400$ సెం. మీ.

అందువల్ల మొసలి పొడవు మరియు బల్లి పొడవు యొక్క నిష్పత్తి $= \frac{400}{20} = \frac{20}{1} = 20:1$.

రెండు రాశులను ఒకే ప్రమాణాలలో ఉన్నప్పుడు మాత్రమే పోల్చవచ్చు.

ఇప్పుడు బల్లి పొడవు మరియు మొసలి పొడవు యొక్క నిష్పత్తి ఎంత?

అది $\frac{20}{400} = \frac{1}{20} = 1:20$.

1:20 మరియు 20:1 అనే రెండు నిష్పత్తులు ఒకదానికొకటి భిన్నంగా ఉన్నాయని గమనించండి. 1: 20 నిష్పత్తి అనేది బల్లి యొక్క పొడవు మరియు మొసలి పొడవు యొక్క నిష్పత్తి అయితే, 20: 1 అనేది మొసలి పొడవు మరియు బల్లి పొడవు యొక్క నిష్పత్తి.

ఇప్పుడు మరో ఉదాహరణను పరిశీలించండి.

ఒక పెన్సిల్ యొక్క పొడవు 18 సెం.మీ. మరియు దాని వ్యాసం 8 మి.మీ. పెన్సిల్ యొక్క వ్యాసం మరియు దాని పొడవు యొక్క నిష్పత్తి ఎంత? పెన్సిల్ యొక్క పొడవు మరియు వ్యాసం వేర్వేరు ప్రమాణాలలో ఇవ్వబడ్డాయి కనుక, మనం మొదట వాటిని ఒకేప్రమాణాలలో మార్చాల్సి ఉంటుంది.

అందువలన, పెన్సిల్ యొక్క పొడవు = 18సెం.మీ.= 18×10 మి.మీ. = 180 మి.మీ..

పెన్సిల్ యొక్క వ్యాసం మరియు పెన్సిల్ యొక్క పొడవు యొక్క నిష్పత్తి.

$= \frac{8}{180} = \frac{2}{45} = 2:45$.

ఒకే రకమైన రెండు రాశులను వేర్వేరు ప్రమాణాలలో పోల్చగలిగె మరి కొన్ని సందర్భములు ఆలోచించండి.

ప్రయత్నించండి

1. సౌరభ్ తన ఇంటి నుండి పాఠశాలకు చేరుకోవడానికి 15ని. తీసుకుంటాడు మరియు సచిన్ ఇంటి నుండి పాఠశాలకు చేరుకోవడానికి ఒక గంట పడుతుంది. సౌరభ్ తీసుకునే సమయం మరియు సచిన్ తీసుకునే సమయం యొక్క నిష్పత్తిని కనుగొనండి.
2. ఒక టోఫీ ధర 50పైసలు మరియు చాక్లెట్ ధర ₹10. ఒక టోఫీ యొక్క ధర మరియు చాక్లెట్ ధర యొక్క నిష్పత్తిని కనుగొనండి.
3. ఒక స్కూలులో, ఒక సంవత్సరంలో 73 సెలవులు ఉండేవి. ఒకసంవత్సరంలో సెలవులసంఖ్య మరియు రోజుల సంఖ్య యొక్క నిష్పత్తి ఎంత?

A B

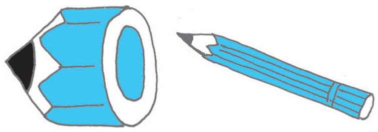
మనదైనందిన జీవితంలో అనేక సందర్భాల్లో నిష్పత్తి అనే భావనను మనం తెలియకుండానే ఉపయోగిస్తాము

A మరియు B గీచిన చిత్రాలను పోలితే B గీచిన చిత్రం సహజంగా కనిపిస్తుంది ఎందుకు?

The legs in the picture A are too long in comparison to the other body parts. This is because we normally expect a certain ratio of the length of legs to the length of whole body.

Compare the two pictures of a pencil. Is the first one looking like a full pencil? No.

Why not? The reason is that the thickness and the length of the pencil are not in the correct ratio.



Same ratio in different situations :

Consider the following :

- Length of a room is 30 m and its breadth is 20 m. So, the ratio of length of the room to the breadth of the room = $\frac{30}{20} = \frac{3}{2} = 3:2$
- There are 24 girls and 16 boys going for a picnic. Ratio of the number of girls to the number of boys = $\frac{24}{16} = \frac{3}{2} = 3:2$

  The ratio in both the examples is 3 : 2.
- Note the ratios 30 : 20 and 24 : 16 in lowest form are same as 3 : 2. These are equivalent ratios.
- Can you think of some more examples having the ratio 3 : 2?

  It is fun to write situations that give rise to a certain ratio. For example, write situations that give the ratio 2 : 3.
- Ratio of the breadth of a table to the length of the table is 2 : 3.
- Sheena has 2 marbles and her friend Shabnam has 3 marbles.

  Then, the ratio of marbles that Sheena and Shabnam have is 2 : 3.

  Can you write some more situations for this ratio? Give any ratio to your friends and ask them to frame situations.

Ravi and Rani started a business and invested money in the ratio 2 : 3. After one year the total profit was ₹ 4,00,000.

Ravi said "we would divide it equally", Rani said "I should get more as I have invested more".

It was then decided that profit will be divided in the ratio of their investment.

Here, the two terms of the ratio 2 : 3 are 2 and 3.

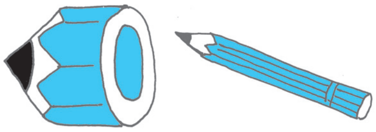
Sum of these terms = 2 + 3 = 5

What does this mean?

This means if the profit is ₹ 5 then Ravi should get ₹ 2 and Rani should get ₹ 3. Or, we can say that Ravi gets 2 parts and Rani gets 3 parts out of the 5 parts.

పటం A లోని కాళ్ళు ఇతర శరీర భాగాలతో పోలిస్తే చాలా పొడవుగా ఉంటాయి. ఎందుకంటే మనం సాధారణంగా కాళ్ళ పొడవు మరియు మొత్తం శరీరం యొక్క పొడవు యొక్క నిర్దిష్ట నిష్పత్తిని ఆశిస్తాము..

పెన్సిల్ యొక్క రెండు చిత్రాలను పోల్చండి. మొదటి చిత్రంలో మొత్తం పెన్సిల్ కనిపిస్తోందా? కాదు. ఎందుకు కాదు? కారణం పెన్సిల్ యొక్క మందం మరియు పొడవు సరైన నిష్పత్తిలో లేకపోవడమే..



విభిన్న పరిస్థితుల్లో ఒకే నిష్పత్తి :

ఈ క్రింది వాటిని పరిశీలించండి:

- ఒక గది పొడవు 30 మీటర్లు మరియు వెడల్పు 20 మీటర్లు. కాబట్టి, పొడవు మరియు వెడల్పు యొక్క నిష్పత్తి $= \frac{30}{20} = \frac{3}{2} = 3:2$
- 24 మంది బాలికలు, 16 బాలురు విహార యాత్రకి వెళ్లారు. అయిన బాలికల బాలుర నిష్పత్తి $= \frac{24}{16} = \frac{3}{2} = 3:2$

  రెండు ఉదాహరణలలో నిష్పత్తి 3 : 2.
- అతి తక్కువ రూపంలో ఉన్న 30: 20 మరియు 24: 16 నిష్పత్తులు 3: 2కు సమానం అని గమనించండి. ఇవి తుల్య నిష్పత్తులు.
- 3:2 నిష్పత్తిని కలిగి ఉన్న మరికొన్ని ఉదాహరణల గురించి మీరు ఆలోచించగలరా?

  ఒక నిర్దిష్ట నిష్పత్తికి దారితీసే పరిస్థితులను రాయడం సరదాగా ఉంటుంది. ఉదాహరణకు 2 : 3 నిష్పత్తిని ఇచ్చే పరిస్థితులను రాయండి.
- ఒక టేబుల్ యొక్క వెడల్పు మరియు టేబుల్ యొక్క పొడవు యొక్క నిష్పత్తి 2: 3.
- షీనా వద్ద 2 గోళీలు మరియు ఆమె స్నేహితురాలు షబ్నమ్ వద్ద 3 మార్బుల్స్ ఉన్నాయి.

  అప్పుడు, షీనా మరియు షబ్నం వద్ద ఉన్న గోళీల నిష్పత్తి 2 : 3.

  ఈ నిష్పత్తికి మరికొన్ని సందర్భాలను మీరు రాయగలరా? మీ స్నేహితులకు ఒక నిష్పత్తి ఇచ్చి మరికొన్ని సందర్భాలు తయారుచేయండి.

రవి మరియు రాణి ఒక వ్యాపారాన్ని ప్రారంభించారు మరియు 2 : 3 నిష్పత్తిలో డబ్బును పెట్టుబడి పెట్టారు. ఒక సంవత్సరం తరువాత మొత్తం లాభం ₹ 4,00,000.

రవి "మనము దానిని సమానంగా పంచుకుంటాము "అని చెప్పాడు, రాణి "నేను ఎక్కువ పెట్టుబడి పెట్టాను కాబట్టి నేను ఎక్కువ పొందాలి."

అప్పుడు వారి పెట్టుబడి నిష్పత్తిలో లాభాలను విభజించాలని నిర్ణయించారు.

ఇక్కడ, నిష్పత్తి 2 : 3 యొక్క రెండు పదాలు 2 మరియు 3.

ఈ పదాల మొత్తం $= 2 + 3 = 5$

దీని అర్థం ఏమిటి?

లాభం ₹ 5 ఐతే రవి కి ₹2, రాణీ కి ₹3 వస్తాయి. లేదా రవికి 2 భాగాలు, రాణీ కి 3 భాగాలు లభిస్తాయాని మనం చెప్పవచ్చు.

i.e., Ravi should get $\frac{2}{5}$ of the total profit and Rani should get $\frac{3}{5}$ of the total profit.

If the total profit were ₹ 500

Ravi would get ₹ $\frac{2}{5} \times 500 =$ ₹ 200

and Rani would get $\frac{3}{5} \times 500 =$ ₹ 300

Now, if the profit were ₹ 4,00,000 could you find the share of each?

Ravi's share = ₹ $\frac{2}{5} \times 4{,}00{,}000 =$ ₹ 1,60,000

And Rani's share = ₹ $\frac{3}{5} \times 4{,}00{,}000 =$ ₹ 2,40,000

Can you think of some more examples where you have to divide a number of things in some ratio? Frame three such examples and ask your friends to solve them.

Let us look at the kind of problems we have solved so far.

Try These

1. Find the ratio of number of notebooks to the number of books in your bag.
2. Find the ratio of number of desks and chairs in your classroom.
3. Find the number of students above twelve years of age in your class. Then, find the ratio of number of students with age above twelve years and the remaining students.
4. Find the ratio of number of doors and the number of windows in your classroom.
5. Draw any rectangle and find the ratio of its length to its breadth.

Example 1 : Length and breadth of a rectangular field are 50 m and 15 m respectively. Find the ratio of the length to the breadth of the field.

Solution : Length of the rectangular field = 50 m

Breadth of the rectangular field = 15 m

The ratio of the length to the breadth is 50 : 15

The ratio can be written as $\frac{50}{15} = \frac{50 \div 5}{15 \div 5} = \frac{10}{3} = 10 : 3$

Thus, the required ratio is 10 : 3.

అనగా, రవికి మొత్తం లాభంలో $\frac{2}{5}$ వ వంతు రాణీ మొత్తం లాభంలో $\frac{3}{5}$ వ వంతు పొందవలెను.

ఒకవేళ మొత్తం లాభం ₹500 ఉన్నట్లయితే

రవి ₹ $\frac{2}{5} \times 500 =$ ₹ 200 పొందుతాడు

మరియు రాణీ $\frac{3}{5} \times 500 =$ ₹ 300 పొందుతుంది

ఇప్పుడు, లాభం ₹ 4,00,000 అయితే, ప్రతి వారి యొక్క వాటాను మీరు కనుగొనగలరా?

రవి వాటా $=$ ₹ $\frac{2}{5} \times 4,00,000$ $=$ ₹ 1,60,000

మరియు రాణి వాటా $=$ ₹ $\frac{3}{5} \times 4,00,000 =$ ₹ 2,40,000

కొన్ని వస్తువులను కొంత నిష్పత్తి లో విభజించాల్సిన మరికొన్ని ఉదాహరణలు చెప్పండి? అటువంటి మూడు ఉదాహరణలను రూపొందించండి మరియు వాటిని పరిష్కరించమని మీ స్నేహితులను అడగండి.

ఇప్పటి వరకు మనం పరిష్కరించిన సమస్యలు ఏమిటో చూద్దాం.

ప్రయత్నించండి

1. మీ బ్యాగులో ఉన్న పుస్తకాల సంఖ్య, నోట్ బుక్ ల సంఖ్య ల యొక్క నిష్పత్తిని కనుగొనండి.
2. మీ తరగతిగదిలో బల్లలు మరియు కుర్చీల నిష్పత్తిని కనుగొనండి.
3. మీ తరగతిలో పన్నెండు సంవత్సరాల కంటే ఎక్కువ వయస్సు ఉన్న విద్యార్థుల సంఖ్యను కనుగొనండి. తరువాత, పన్నెండు సంవత్సరాల కంటే ఎక్కువ వయస్సు ఉన్న విద్యార్థుల సంఖ్య మరియు మిగిలిన విద్యార్థుల సంఖ్యకు నిష్పత్తినికనుగొనండి.
4. మీ తరగతి గదిలో తలుపుల సంఖ్య మరియు కిటికీల సంఖ్యకు నిష్పత్తిని కనుగొనండి.
5. ఏదైనా దీర్ఘచతురస్రాకారాన్ని గీయండి మరియు దాని పొడవు మరియుదాని వెడల్పు యొక్క నిష్పత్తిని కనుగొనండి.

ఉదాహరణ 1 : దీర్ఘచతురస్రాకార పొలం యొక్క పొడవు మరియు వెడల్పు వరసగా 50 మీటర్లు మరియు 15 మీటర్లు. పొలం యొక్క పొడవు మరియు వెడల్పుల నిష్పత్తిని కనుగొనండి.

సాధన : దీర్ఘచతురస్రాకారపు పొలం యొక్క పొడవు = 50 మీ.

దీర్ఘచతురస్రాకార పొలం యొక్క వెడల్పు = 15 మీ.

పొడవు మరియు వెడల్పు యొక్క నిష్పత్తి 50 : 15

ఈ నిష్పత్తిని ఇలా వ్రాయవచ్చు $= \frac{50}{15} = \frac{50 \div 5}{15 \div 5} = \frac{10}{3} = 10 : 3$

అందువల్ల, అవసరమైన నిష్పత్తి 10 : 3.

Example 2 : Find the ratio of 90 cm to 1.5 m.

Solution : The two quantities are not in the same units. Therefore, we have to convert them into same units.

1.5 m = 1.5 × 100 cm = 150 cm.

Therefore, the required ratio is 90 : 150.

$$= \frac{90}{150} = \frac{90 \times 30}{150 \times 30} = \frac{3}{5}$$

Required ratio is 3 : 5.

Example 3 : There are 45 persons working in an office. If the number of females is 25 and the remaining are males, find the ratio of:

(a) The number of females to number of males.

(b) The number of males to number of females.

Solution : Number of females = 25

Total number of workers = 45

Number of males = 45 – 25 = 20

Therefore, the ratio of number of females to the number of males

= 25 : 20 = 5 : 4

And the ratio of number of males to the number of females

= 20 : 25 = 4 : 5.

(Notice that there is a difference between the two ratios 5 : 4 and 4 : 5).

Example 4 : Give two equivalent ratios of 6 : 4.

Solution : Ratio 6 : 4 = $\frac{6}{4} = \frac{6 \times 2}{4 \times 2} = \frac{12}{8}$.

Therefore, 12 : 8 is an equivalent ratio of 6 : 4

Similarly, the ratio 6 : 4 = $\frac{6}{4} = \frac{6 \times 2}{4 \times 2} = \frac{3}{2}$

So, 3:2 is another equivalent ratio of 6 : 4.

Therefore, we can get equivalent ratios by multiplying or dividing the numerator and denominator by the same number.

Write two more equivalent ratios of 6 : 4.

Example 5 : Fill in the missing numbers :

$$\frac{14}{21} = \frac{\square}{3} = \frac{6}{\square}$$

Solution : In order to get the first missing number, we consider the fact that $21 = 3 \times 7$. i.e. when we divide 21 by 7 we get 3. This indicates that to get the missing number of second ratio, 14 must also be divided by 7.

When we divide, we have, $14 \div 7 = 2$

ఉదాహరణ 2 : 90 సెం.మీ. నుంచి 1.5 మీటర్ల నిష్పత్తిని కనుగొనండి.

సాధన : రెండు రాశులు ఒకే ప్రమాణాలలో లేవు. అందువల్ల మనం వాటిని ఒకే ప్రమాణాలలో మార్చాలి.

1.5 మీ = 1.5 × 100 సెం.మీ. = 150 సెం.మీ.

అందువల్ల, అవసరమైన నిష్పత్తి 90:150.

$$= \frac{90}{150} = \frac{90 \times 30}{150 \times 30} = \frac{3}{5}$$

అవసరమైన నిష్పతి 3 : 5.

ఉదాహరణ 3 : ఒక ఆఫీసులో 45 మంది వ్యక్తులు పనిచేస్తున్నారు. అందులో ఆడవారి సంఖ్య 25. మిగిలిన వారు పురుషులు. వీటి యొక్క నిష్పత్తిని కనుగొనండి:

(a) ఆడవారి సంఖ్య మరియు పురుషుల సంఖ్య.

(b) మగవారి సంఖ్య నుండి ఆడవారి సంఖ్య.

సాధన : స్త్రీల సంఖ్య = 25

మొత్తం పనివాళ్ల సంఖ్య = 45

పురుషుల సంఖ్య = 45 – 25 = 20

అందువల్ల, ఆడవారి సంఖ్య మరియు పురుషుల సంఖ్య నిష్పత్తి

= 25 : 20 = 5 : 4

మరియు మగవారి సంఖ్య మరియు ఆడవారి సంఖ్య యొక్క నిష్పత్తి

= 20 : 25 = 4 : 5.

(5:4 మరియు 4: 5 అనే రెండు నిష్పత్తుల మధ్య తేడా ఉన్నట్లుగా గమనించండి.).

ఉదాహరణ 4 : 6:4 కు రెండు తుల్య నిష్పత్తులను పేర్కొనండి.

సాధన : నిష్పతి $6 : 4 = \frac{6}{4} = \frac{6 \times 2}{4 \times 2} = \frac{12}{8}$.

అందువల్ల, 12:8 అనేది 6:4 యొక్క తుల్య నిష్పత్తి

అదేవిధంగా, నిష్పత్తి $6 : 4 = \frac{6}{4} = \frac{6 \times 2}{4 \times 2} = \frac{3}{2}$

కాబట్టి, 3:2 అనేది 6: 4 యొక్క మరొక తుల్య నిష్పత్తి.

అందువల్ల లవమును మరియు హారాలను ఒకే సంఖ్యతో గుణించడం లేదా భాగించడం ద్వారా మనం తుల్య నిష్పత్తులను పొందవచ్చు.

6:4 యొక్క మరో రెండు తుల్య నిష్పత్తులను రాయండి.

ఉదాహరణ 5 : ఖాళీలను పూరించండి:

$$\frac{14}{21} = \frac{\square}{3} = \frac{6}{\square}$$

సాధన : మొదటి అదృశ్య సంఖ్యను పొందడం కొరకు, 21 = 3 × 7ను మనం పరిగణనలోకి తీసుకుంటాం. అనగా, మనం 21 ను 7తో భాగించినప్పుడు మనకు 3 లభిస్తుంది. రెండవ నిష్పత్తి యొక్క అదృశ్య సంఖ్యను పొందడానికి ఇది సూచిస్తుంది, 14 ను కూడా 7తో భాగించాలి.

మనం భాగించినప్పుడు, మనకు, 14 ÷ 7 = 2

Hence, the second ratio is $\frac{2}{3}$.

Similarly, to get third ratio we multiply both terms of second ratio by 3. (Why?)

Hence, the third ratio is $\frac{6}{9}$

Therefore, $\frac{14}{21} = \frac{\boxed{2}}{3} = \frac{6}{\boxed{9}}$ [These are all equivalent ratios.]

Example 6 : Ratio of distance of the school from Mary's home to the distance of the school from John's home is 2 : 1.

(a) Who lives nearer to the school?

(b) Complete the following table which shows some possible distances that Mary and John could live from the school.

Distance from Mary's home to school (in km.)	10		4		
Distance from John's home to school (in km.)	5	4		3	1

(c) If the ratio of distance of Mary's home to the distance of Kalam's home from school is 1 : 2, then who lives nearer to the school?

Solution : (a) John lives nearer to the school (As the ratio is 2 : 1).

(b)

Distance from Mary's home to school (in km.)	10	8	4	6	2
Distance from John's home to school (in km.)	5	4	2	3	1

(c) Since the ratio is 1 : 2, so Mary lives nearer to the school.

Example 7 : Divide ₹ 60 in the ratio 1 : 2 between Kriti and Kiran.

Solution : The two parts are 1 and 2.

Therefore, sum of the parts = 1 + 2 = 3.

This means if there are ₹ 3, Kriti will get ₹ 1 and Kiran will get ₹ 2. Or, we can say that Kriti gets 1 part and Kiran gets 2 parts out of every 3 parts.

Therefore, Kriti's share $= \frac{1}{3} \times 60 =$ ₹ 20

And Kiran's share $= \frac{2}{3} \times 60 =$ ₹ 40.

అందువల్ల, రెండవ నిష్పత్తి $\frac{2}{3}$.

అదేవిధంగా, మూడవ నిష్పత్తిని పొందడం కొరకు మనం రెండో నిష్పత్తి యొక్క రెండు పదాలను 3తో గుణిస్తాము. (ఎందుకు?)

అందువల్ల , మూడవ నిష్పత్తి $\frac{6}{9}$

కాబట్టి, $\frac{14}{21} = \frac{\boxed{2}}{3} = \frac{6}{\boxed{9}}$ [ఇవి అన్నీ తుల్యనిష్పత్తులు]

ఉదాహరణ 6 : మేరీ ఇంటి నుంచి స్కూలుకు మరియు జాన్ ఇంటి నుంచి స్కూలుకు ఉన్న దూరాల నిష్పత్తి 2:1.

(a) పాఠశాలకు సమీపంలో ఎవరు నివసిస్తున్నారు?

(b) మేరీ మరియు జాన్ స్కూలు నుంచి దూరాలను చూపించే దిగువ పట్టికను పూర్తి చేయండి..

మేరీ ఇంటి నుంచి స్కూలుకు దూరం (కి.మీ.ల్లో)	10		4		
జాన్ ఇంటి నుంచి స్కూలుకు దూరం (కి.మీ.ల్లో)	5	4		3	1

(c) ఒకవేళ మేరీ యొక్క ఇంటికి స్కూలుకు మరియు కలాం ఇంటికి స్కూలుకు మధ్య ఉన్న దూరాల యొక్క నిష్పత్తి 1: 2 అయితే, అప్పుడు స్కూలుకు దగ్గరగా ఎవరు నివసిస్తున్నారు?

సాధన : (a) జాన్ పాఠశాలకు దగ్గరగా నివసిస్తాడు (నిష్పత్తి 2 : 1 కాబట్టి)

(b)

మేరీ ఇంటి నుంచి స్కూలుకు దూరం (కి.మీ.ల్లో)	10	8	4	6	2
జాన్ ఇంటి నుంచి స్కూలుకు దూరం (కి.మీ.ల్లో)	5	4	2	3	1

(c) నిష్పత్తి 1:2 కనుక, కాబట్టి మేరీ పాఠశాలకు దగ్గరగా నివసిస్తుంది.

ఉదాహరణ 7 : కృతి మరియు కిరణ్ మధ్య ₹60 ని 1 : 2 నిష్పత్తిలో విభజించండి

సాధన : రెండు భాగాలు 1 మరియు 2.

అందువల్ల, భాగాల మొత్తం $= 1 + 2 = 3$.

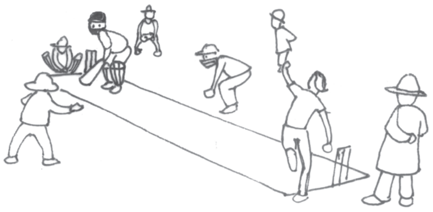
అంటే ఒకవేళ ₹ 3, ఉన్నట్లయితే, కృతికి ₹ 1 మరియు కిరణ్ కు ₹ 2. లభిస్తుంది. లేదా, ప్రతి 3 భాగాలలో కృతికి 1 భాగం మరియు కిరణ్‌కు 2 భాగాలు లభిస్తాయని మనం చెప్పవచ్చు.

అందుకే కృతి వాటా $= \frac{1}{3} \times 60 =$ ₹ 20

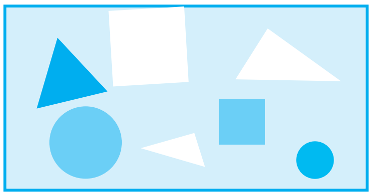
మరి కిరణ్ వాటా $= \frac{2}{3} \times 60 =$ ₹ 40.

EXERCISE 12.1

1. There are 20 girls and 15 boys in a class.
   (a) What is the ratio of number of girls to the number of boys?
   (b) What is the ratio of number of girls to the total number of students in the class?
2. Out of 30 students in a class, 6 like football, 12 like cricket and remaining like tennis. Find the ratio of
   (a) Number of students liking football to number of students liking tennis.
   (b) Number of students liking cricket to total number of students.



3. See the figure and find the ratio of
   (a) Number of triangles to the number of circles inside the rectangle.
   (b) Number of squares to all the figures inside the rectangle.
   (c) Number of circles to all the figures inside the rectangle.



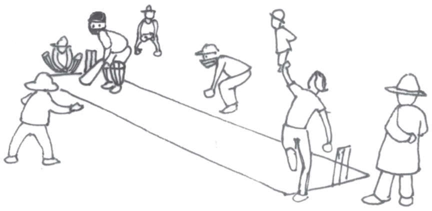
4. Distances travelled by Hamid and Akhtar in an hour are 9 km and 12 km. Find the ratio of speed of Hamid to the speed of Akhtar.
5. Fill in the following blanks:

$$\frac{15}{18} = \frac{\square}{6} = \frac{10}{\square} = \frac{\square}{30} \quad \text{[Are these equivalent ratios?]}$$

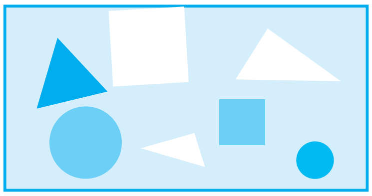
6. Find the ratio of the following :
   (a) 81 to 108 (b) 98 to 63
   (c) 33 km to 121 km (d) 30 minutes to 45 minutes
7. Find the ratio of the following:
   (a) 30 minutes to 1.5 hours (b) 40 cm to 1.5 m
   (c) 55 paise to ₹ 1 (d) 500 mL to 2 litres
8. In a year, Seema earns ₹ 1,50,000 and saves ₹ 50,000. Find the ratio of
   (a) Money that Seema earns to the money she saves.
   (b) Money that she saves to the money she spends.
9. There are 102 teachers in a school of 3300 students. Find the ratio of the number of teachers to the number of students.
10. In a college, out of 4320 students, 2300 are girls. Find the ratio of
    (a) Number of girls to the total number of students.
    (b) Number of boys to the number of girls.

అభ్యాసం 12. 1

1. ఒక తరగతిలో 20 మంది బాలికలు మరియు 15 మంది బాలురు ఉన్నారు.
   (a) బాలికల సంఖ్య మరియు బాలుర సంఖ్య యొక్క నిష్పత్తి ఎంత?
   (b) తరగతిలోని మొత్తం బాలికల సంఖ్యకు విద్యార్థుల సంఖ్య యొక్క నిష్పత్తి ఎంత?
2. ఒక తరగతిలో 30 మంది విద్యార్థులలో 6మంది ఫుట్ బాల్ 12 మంది క్రికెట్ మిగిలిన వారు టెన్నిస్ ఇష్ట పడతారు. వీటి నిష్పత్తినికనుగొనండి.
   (a) ఫుట్ బాల్‌ను ఇష్టపడే విద్యార్థుల సంఖ్య మరియు టెన్నిస్ ను ఇష్టపడే విద్యార్థుల సంఖ్య.
   (b) క్రికెట్‌ను ఇష్టపడే విద్యార్థుల సంఖ్య మొత్తం విద్యార్థుల సంఖ్య.



3. పటం చూడండి మరియు వీటి యొక్క నిష్పత్తిని కనుగొనండి.
   (a) దీర్ఘ చతురస్రాకారం లోపల త్రిభుజాల సంఖ్య నుండి వృత్తాల సంఖ్య.
   (b) దీర్ఘచతురస్రాకారం లోపల ఉన్న చతురస్రాల సంఖ్యకు అన్ని బొమ్మలకు గల నిష్పత్తి.
   (c) దీర్ఘచతురస్రాకారంలోని అన్ని బొమ్మలకు వృత్తాల సంఖ్య.



4. హమీద్ మరియు అక్తర్ ఒక గంటలో ప్రయాణించిన దూరం 9 కిలోమీటర్లు మరియు 12 కిలోమీటర్లు. హమీద్ యొక్క వేగానికిఅక్తర్ యొక్క వేగానికి గల నిష్పత్తినికనుగొనండి.
5. కింది ఖాళీలను పూరించండి:

$$\frac{15}{18} = \frac{\square}{6} = \frac{10}{\square} = \frac{\square}{30}$$ [ఇవి తుల్య నిష్పత్తులా?]

6. ఈ క్రింది వాటి నిష్పత్తిని కనుగొనండి.:
   (a) 81, 108కి　　(b) 98, 63కి
   (c) 33 కి. మీ. to 121 కి. మీ　　(d) 30 నిమిషాలు, 45 నిమిషాలుకి
7. ఈ క్రింది వాటి నిష్పత్తిని కనుగొనండి:
   (a) 30 నిమిషాలు, 1.5 గంటలు కి　　(b) 40 సెం. మీ., 1.5 మీ. కి
   (c) 55పైసలు, ₹1కి　　(d) 500 మిల్లీ లీ., 2 లీటర్లు కి
8. ఒక సంవత్సరంలో, సీమా ₹1,50,000 సంపాదిస్తుంది మరియు ₹50,000 ఆదా చేసింది. వీటి నిష్పత్తిని కనుగొనండి.
   (a) సీమ సంపాదించే డబ్బుతో పాటు ఆమె పొదుపు చేసే డబ్బు కూడా.
   (b) ఆమె పొదుపు చేసే డబ్బుకు ఆమె ఖర్చు చేసే డబ్బు.
9. 3300 మంది విద్యార్థులున్న ఒక స్కూలులో 102 మంది టీచర్లు ఉన్నారు. టీచర్ల సంఖ్య మరియు విద్యార్థుల సంఖ్య యొక్క నిష్పత్తిని కనుగొనండి.
10. ఒక కళాశాలలో, 4320 మంది విద్యార్థుల్లో, 2300 మంది బాలికలు. వీటి నిష్పత్తిని కనుగొనండి.
   (a) మొత్తం బాలికల సంఖ్యకు విద్యార్థుల సంఖ్య
   (b) బాలికల సంఖ్య నుండి బాలుర సంఖ్య.

(c) Number of boys to the total number of students.

11. Out of 1800 students in a school, 750 opted basketball, 800 opted cricket and remaining opted table tennis. If a student can opt only one game, find the ratio of
    (a) Number of students who opted basketball to the number of students who opted table tennis.
    (b) Number of students who opted cricket to the number of students opting basketball.
    (c) Number of students who opted basketball to the total number of students.
12. Cost of a dozen pens is ₹ 180 and cost of 8 ball pens is ₹ 56. Find the ratio of the cost of a pen to the cost of a ball pen.
13. Consider the statement: Ratio of breadth and length of a hall is 2 : 5. Complete the following table that shows some possible breadths and lengths of the hall.
14. Divide 20 pens between Sheela and Sangeeta in the ratio of 3 : 2.

Breadth of the hall (in metres)	10		40
Length of the hall (in metres)	25	50	

15. Mother wants to divide ₹ 36 between her daughters Shreya and Bhoomika in the ratio of their ages. If age of Shreya is 15 years and age of Bhoomika is 12 years, find how much Shreya and Bhoomika will get.

16. Present age of father is 42 years and that of his son is 14 years. Find the ratio of
    (a) Present age of father to the present age of son.
    (b) Age of the father to the age of son, when son was 12 years old.
    (c) Age of father after 10 years to the age of son after 10 years.
    (d) Age of father to the age of son when father was 30 years old.

12.3 Proportion

Consider this situation :

Raju went to the market to purchase tomatoes. One shopkeeper tells him that the cost of tomatoes is ₹ 40 for 5 kg. Another shopkeeper gives the cost as 6 kg for ₹ 42. Now, what should Raju do? Should he purchase tomatoes from the first shopkeeper or from the second? Will the comparison by taking the difference help him decide? No. Why not?

Think of some way to help him. Discuss with your friends.

Consider another example.

Bhavika has 28 marbles and Vini has 180 flowers. They want to share these among themselves. Bhavika gave 14 marbles to Vini and Vini gave 90

(c) మొత్తం విద్యార్థుల సంఖ్యలో బాలుర సంఖ్య.

11. ఒక పాఠశాలలో 1800 మంది విద్యార్థులలో, 750 మంది బాస్కెట్ బాల్, 800 మంది క్రికెట్ మరియు మిగిలిన వారు టేబుల్ టెన్నిస్‌ను ఎంచుకున్నారు. ఒకవేళ ఒక విద్యార్థి కేవలం ఒక ఆటను మాత్రమే ఎంచుకోగలిగినట్లయితే, క్రింది వాటి నిష్పత్తిని కనుగొనండి.
    (a) బాస్కెట్ బాల్ ఎంచుకున్న విద్యార్థుల సంఖ్య మరియు టేబుల్ టెన్నిస్ ఎంచుకున్న విద్యార్థుల సంఖ్య.
    (b) క్రికెట్ ను ఎంచుకున్న విద్యార్థుల సంఖ్య మరియు బాస్కెట్ బాల్ ఎంచుకున్న విద్యార్థుల సంఖ్య.
    (c) బాస్కెట్ బాల్ ఎంచుకున్న విద్యార్థుల సంఖ్య మొత్తం విద్యార్థుల సంఖ్యకు.
12. ఒక డజనుపెన్నుల ధర ₹ 180 మరియు 8 బాల్ పెన్నుల ధర ₹ 56. ఒక పెన్ను ఖరీదు మరియు బాల్ పెన్ ధరల నిష్పత్తిని కనుగొనండి.
13. ఈ వాక్యాన్ని పరిశీలించండి: హాలు వెడల్పు, పొడవు నిష్పత్తి 2:5. హాల్ యొక్క కొన్ని సాధ్యమైన వెడల్పులు మరియు పొడవులను చూపించే దిగువ పట్టికను పూర్తి చేయండి.

హాలు యొక్క వెడల్పు (మీ. లలో)	10		40
హాలు యొక్క పొడవు (మీ. లలో)	25	50	

14. షీలా మరియు సంగీత మధ్య 20 పెన్నులను 3: 2 నిష్పత్తిలో విభజించండి.
15. తల్లి తన కుమార్తెలు శ్రేయ మరియు భూమిక మధ్య వారి వయస్సుల నిష్పత్తిలో ₹36 పంచుకోవాలని కోరుకుంటోంది. ఒకవేళ శ్రేయ వయస్సు 15 సంవత్సరాలు మరియు వయస్సు అయితే భూమిక వయస్సు 12 సంవత్సరాలు. శ్రేయా, భూమికలకు ఎంత వస్తుందో తెలుసుకోండి.

16. ప్రస్తుత తండ్రి వయస్సు 42 సంవత్సరాలు మరియు అతని కుమారుడి వయస్సు 14 సంవత్సరాలు. వీటి నిష్పత్తిని కనుగొనండి.
    (a) తండ్రి యొక్క ప్రస్తుత వయస్సుమరియు కుమారుడి ప్రస్తుత వయస్సు.
    (b) తండ్రి వయస్సుకు కుమారుడి వయస్సు నిష్పత్తి, కొడుకు వయస్సు 12 సం॥ వయస్సు ఉన్నప్పుడు
    (c) తండ్రి వయస్సు 10 సంవత్సరాల తరువాతకి 10 సంవత్సరాల తరువాత కొడుకు వయస్సు.
    (d) తండ్రి వయస్సు 30 సంవత్సరాలు ఉన్నప్పుడు తండ్రి వయస్సు కు కొడుకు వయస్సు.

12.3 అనుపాతం

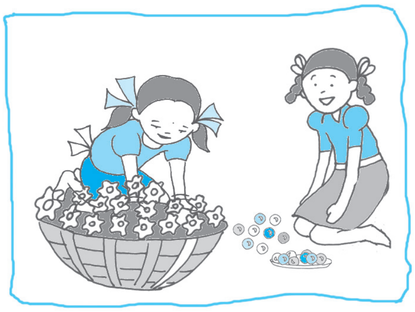
ఈ పరిస్థితిని పరిశీలించండి:

రాజు టమోటాలు కొనుగోలు చేయడానికి మార్కెట్ కు వెళ్లాడు. ఒక దుకాణదారుడు 5 కిగ్రాలకు టమోటాల ధర ₹40 అని చెప్పాడు.మరో దుకాణదారుడు 6 కిగ్రాల ధరను ₹42కు ఇస్తాడు. ఇప్పుడు, రాజు ఏమి చేయాలి? అతడు టమోటాలను మొదటి దుకాణదారుడి నుంచి కొనుగోలు చేయాలా లేదా రెండో దుకాణదారుడి నుంచి కొనుగోలు చేయాలా? తేడాను తీసుకోవడం ద్వారా పోల్చడం అతనికి నిర్ణయించడానికి సహాయపడుతుందా? లేదు. ఎందుకు కాదు?

అతనికి సహాయం చేయడానికి ఏదైనా మార్గం గురించి ఆలోచించండి. మీ స్నేహితులతో చర్చించండి.

మరొక ఉదాహరణను పరిశీలించండి.

భవిక వద్ద 28 గోళీలు మరియు విని వద్ద 180 పువ్వులు ఉన్నాయి. వారిద్దరూ వాటిని పంచుకోవాలని నిర్ణయించు కొన్నారు. భవిక 14గోళీలను వినికి, వినీ 90 పువ్వులు భవికకి ఇచ్చారు.



flowers to Bhavika. But Vini was not satisfied. She felt that she had given more flowers to Bhavika than the marbles given by Bhavika to her.

What do you think? Is Vini correct?

To solve this problem both went to Vini's mother Pooja.

Pooja explained that out of 28 marbles, Bhavika gave 14 marbles to Vini.

Therefore, ratio is 14 : 28 = 1 : 2.

And out of 180 flowers, Vini had given 90 flowers to Bhavika.

Therefore, ratio is 90 : 180 = 1 : 2.

Since both the ratios are the same, so the distribution is fair.

Two friends Ashma and Pankhuri went to market to purchase hair clips. They purchased 20 hair clips for ₹ 30. Ashma gave ₹ 12 and Pankhuri gave ₹ 18. After they came back home, Ashma asked Pankhuri to give 10 hair clips to her. But Pankhuri said, "since I have given more money so I should get more clips. You should get 8 hair clips and I should get 12".

Can you tell who is correct, Ashma or Pankhuri? Why?

Ratio of money given by Ashma to the money given by Pankhuri

= ₹ 12 : ₹ 18 = 2 : 3

According to Ashma's suggestion, the ratio of the number of hair clips for Ashma to the number of hair clips for Pankhuri = 10 : 10 = 1 : 1

According to Pankhuri's suggestion, the ratio of the number of hair clips for Ashma to the number of hair clips for Pankhuri = 8 : 12 = 2 : 3

Now, notice that according to Ashma's distribution, ratio of hair clips and the ratio of money given by them is not the same. But according to the Pankhuri's distribution the two ratios are the same.

Hence, we can say that Pankhuri's distribution is correct.

Sharing a ratio means something!

Consider the following examples :

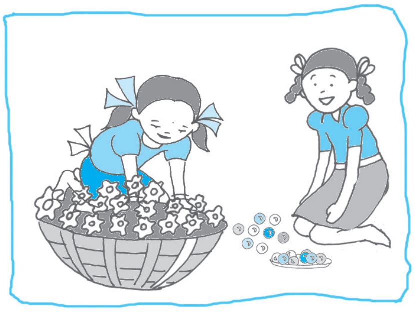
- Raj purchased 3 pens for ₹ 15 and Anu purchased 10 pens for ₹ 50. Whose pens are more expensive?

  Ratio of number of pens purchased by Raj to the number of pens purchased by Anu = 3 : 10.

  Ratio of their costs = 15 : 50 = 3 : 10

  Both the ratios 3 : 10 and 15 : 50 are equal. Therefore, the pens were purchased for the same price by both.

కానీ వినీ సంతృప్తి చెందలేదు. తనకు భవిక ఇచ్చిన గోళీల కంటే తాను భవికకు ఎక్కువ పువ్వులు ఇచ్చానని ఆమె భావించింది.



మీరు ఏమనుకుంటున్నారు? వినీసరైనదా?

ఈ సమస్యను పరిష్కరించడానికి ఇద్దరూ విని తల్లి పూజ వద్దకు వెళ్లారు.

మొత్తం 28 గోళీలలో 14 గోళీలను వినీకి ఇచ్చిందని పూజ వివరించింది.

అందువల్ల, నిష్పత్తి $14 : 28 = 1 : 2$.

మొత్తం 180 పువ్వుల్లో 90 పువ్వులను భవికకు ఇచ్చింది విని. అందువల్ల,

నిష్పత్తి $90 : 180 = 1:2$.

రెండు నిష్పత్తులు ఒకేలా ఉంటాయి కనుక, పంపిణీ నిష్పాక్షికంగా ఉంటుంది.

ఇద్దరు స్నేహితులు ఆష్మా మరియు పంఖూరి హెయిర్ క్లిప్స్ కొనడానికి మార్కెట్ కు వెళ్లారు.వారు ₹30లకు 20 హెయిర్ క్లిప్ లను కొనుగోలు చేశారు.ఆష్మా ₹12 ఇచ్చింది మరియు పంఖురి ₹18 ఇచ్చింది. వారు ఇంటికి తిరిగి వచ్చిన తరువాత, తనకు 10 హెయిర్ క్లిప్పులు ఇవ్వమని అష్మా పంఖూరిని కోరింది. కానీ పంఖూరి మాట్లాడుతూ, "నేను ఎక్కువ డబ్బు ఇచ్చాను కాబట్టి నేను మరిన్ని క్లిప్‌లను పొందాలి. నువ్వు 8 హెయిర్ క్లిప్ లనుపొందాలి మరియు నేను 12 హెయిర్ క్లిప్ లను పొందాలి".

ఎవరు సరియైన వారు అని మీరు చెప్పగలరా, అష్మా లేదా పంఖూరి? ఎందువల్ల?

ఆస్మా ద్వారా ఇవ్వబడ్డ డబ్బు మరియు పంఖూరి ద్వారా ఇవ్వబడ్డ డబ్బు యొక్క నిష్పత్తి

$= ₹\ 12 : ₹\ 18 = 2 : 3$

అష్మా సూచన ప్రకారం, ఆష్మా కొరకు హెయిర్ క్లిప్ ల సంఖ్య మరియు పంఖూరి కొరకు హెయిర్ క్లిప్‌ల సంఖ్య యొక్క నిష్పతి $= 10 : 10 = 1 : 1$

పంఖూరిసూచన ప్రకారం, ఆష్మా కోసం హెయిర్ క్లిప్పుల సంఖ్య మరియు పంఖురి కోసం హెయిర్ క్లిప్పుల సంఖ్య నిష్పత్తి $= 8 : 12 = 2 : 3$

ఇప్పుడు, అష్మా పంపిణీ ప్రకారం, హెయిర్ క్లిప్ ల నిష్పత్తి మరియు వారు ఇచ్చిన డబ్బు నిష్పత్తి ఒకే విధంగా లేదని గమనించండి.. కానీ పంఖూరి పంపిణీ ప్రకారం రెండు నిష్పత్తులు ఒకేలా ఉంటాయి.

అందువల్ల, పంఖూరి పంపిణీ సరైనదని మనం చెప్పవచ్చు.

నిష్పత్తిని పంచుకోవడం అంటే ఏదో ఒకటి!

ఈ క్రింది ఉదాహరణలను పరిశీలించండి:

- రాజ్ ₹15 కు 3 పెన్నులు కొనుగోలు చేశాడు మరియు అనూ ₹50 కు 10 పెన్నులను కొనుగోలు చేసింది. ఎవరి పెన్నులు ఖరీదైనవి?

  రాజ్ కొనుగోలు చేసిన పెన్నుల సంఖ్య మరియు అను కొనుగోలు చేసిన పెన్నుల సంఖ్య

  నిష్పతి $= 3 : 10$.

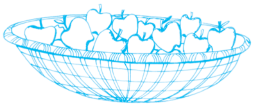
  వాటి ఖర్చుల నిష్పత్తి $= 15 : 50 = 3 : 10$

  $3 : 10$ మరియు $15 : 50$ రెండు నిష్పత్తులు సమానం. అందువల్ల, పెన్నులను ఇద్దరూ ఒకే ధరకు కొనుగోలు చేశారు.

- Rahim sells 2 kg of apples for ₹ 180 and Roshan sells 4 kg of apples for ₹ 360. Whose apples are more expensive?

  Ratio of the weight of apples = 2 kg : 4 kg = 1 : 2

  Ratio of their cost = ₹ 180 : ₹ 360 = 6 : 12 = 1 : 2



So, the ratio of weight of apples = ratio of their cost.

Since both the ratios are equal, hence, we say that they are in proportion. They are selling apples at the same rate.

If two ratios are equal, we say that they are in proportion and use the symbol '::' or '=' to equate the two ratios.

For the first example, we can say 3, 10, 15 and 50 are in proportion which is written as 3 : 10 :: 15 : 50 and is read as 3 is to 10 as 15 is to 50 or it is written as 3 : 10 = 15 : 50.

For the second example, we can say 2, 4, 180 and 360 are in proportion which is written as 2 : 4 :: 180 : 360 and is read as 2 is to 4 as 180 is to 360.

Let us consider another example.

A man travels 35 km in 2 hours. With the same speed would he be able to travel 70 km in 4 hours?

Now, ratio of the two distances travelled by the man is 35 to 70 = 1 : 2 and the ratio of the time taken to cover these distances is 2 to 4 = 1 : 2 .

Hence, the two ratios are equal i.e. 35 : 70 = 2 : 4.

Therefore, we can say that the four numbers 35, 70, 2 and 4 are in proportion.

Hence, we can write it as 35 : 70 :: 2 : 4 and read it as 35 is to 70 as 2 is to 4. Hence, he can travel 70 km in 4 hours with that speed.

Now, consider this example.

Cost of 2 kg of apples is ₹ 180 and a 5 kg watermelon costs ₹ 45.

Now, ratio of the weight of apples to the weight of watermelon is 2 : 5.

And ratio of the cost of apples to the cost of the watermelon is 180 : 45 = 4 : 1.

Here, the two ratios 2 : 5 and 180 : 45 are not equal,

i.e. 2 : 5 ≠ 180 : 45

Therefore, the four quantities 2, 5, 180 and 45 are not in proportion.

Try These

Check whether the given ratios are equal, i.e. they are in proportion.

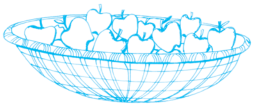
If yes, then write them in the proper form.

1. 1 : 5 and 3 : 15
2. 2 : 9 and 18 : 81
3. 15 : 45 and 5 : 25
4. 4 : 12 and 9 : 27
5. ₹ 10 to ₹ 15 and 4 to 6

- రహీమ్ 2 కిలోల యాపిల్స్ ని ₹180లకు విక్రయిస్తాడు మరియు రోషన్ 4 కిలోల యాపిల్స్ని ₹360 విక్రయిస్తాడు? ఎవరి యాపిల్స్ ఖరీదైనవి?

  యాపిల్స్ బరువుల యొక్క నిష్పత్తి = 2 కి.గ్రా. : 4 కి.గ్రా. = 1 : 2

  వాటి ఖర్చుల నిష్పత్తి = ₹ 180 : ₹ 360 = 6 : 12 = 1 : 2



కాబట్టి, ఆపిల్ యొక్క బరువు నిష్పత్తి = వాటి ఖర్చుల నిష్పత్తి.

రెండు నిష్పత్తులు సమానంగా ఉంటాయి కనుక,అందువల్ల, అవి అనుపాతంలో ఉన్నాయని మేము చెబుతాము. వారు ఆపిల్ పండ్లను ఒకే ధరకు విక్రయిస్తున్నారు.

ఒకవేళ రెండు నిష్పత్తులు సమానంగా ఉన్నట్లయితే, అవి అనుపాతంలో ఉన్నాయని ‘ :: ’ సింబల్ ని ఉపయోగించి చెప్తాం. రెండు నిష్పత్తులను సమానం చేయడం.

మొదటి ఉదాహరణ కోసం, మనం 3, 10, 15 మరియు 50 లనుఅనుపాతంలో ఉన్నాయని చెప్పవచ్చు, దీనిని 3 : 10 :: 15 : 50 గా వ్రాయవచ్చు మరియు ఇది 3 : 10 = 15 : 50 గా వ్రాయబడుతుంది.

రెండవ ఉదాహరణ కోసం, మనం 2, 4, 180 మరియు 360 లను నిష్పత్తిలో చెప్పవచ్చు, దీనిని 2 : 4 :: 180 : 360గా వ్రాయవచ్చు. దీనిని 2 ఈజ్ టు 4 ఈజ్ యాజ్ 180 ఈజ్ టు 360 అని చదువుతారు.

మరొక ఉదాహరణను పరిశీలిద్దాం.

ఒక వ్యక్తి 2 గంటల్లో 35 కిలోమీటర్లు ప్రయాణించాడు. అదే వేగంతో అతడు 4 గంటల్లో 70 కిలోమీటర్లు ప్రయాణించగలడు?

ఇప్పుడు, మనిషి ప్రయాణించిన రెండు దూరాల నిష్పత్తి 35 నుండి 70 = 1 : 2 మరియు ఈ దూరాలను ఇప్పుడు, మనిషి ప్రయాణించిన రెండు దూరాల నిష్పత్తి 35 నుండి 70 ప్రయాణించడానికి పట్టే సమయ నిష్పత్తి 2 నుండి 4 = 1 : 2.

అందువల్ల రెండు నిష్పత్తులు సమానంగా ఉంటాయి అనగా, 35 : 70 = 2 : 4.

అందువల్ల, మనం నాలుగు సంఖ్యలు అనుపాతంలో ఉన్నాయని చెప్పవచ్చు. 35, 70, 2 మరియు 4 నిష్పత్తిలో ఉన్నాయి.

అందువల్ల, మనం దానిని 35 : 70 :: 2 : 4 గా వ్రాయవచ్చు మరియు దానిని 35 :70 ఈజ్ యాజ్ 2:4గా చదవవచ్చు.

అందువల్ల, అతడు ఆ వేగంతో 4 గంటల్లో 70 కిలోమీటర్లు ప్రయాణించగలడు.

ఇప్పుడు, ఈ ఉదాహరణను పరిగణించండి.

2 కిలోల యాపిల్స్ ధర ₹180 మరియు 5 కిలోల పుచ్చకాయ ధర ₹45.

ఇప్పుడు, ఆపిల్ యొక్క బరువు మరియు పుచ్చకాయ బరువు యొక్క నిష్పత్తి 2:5.

మరియు ఆపిల్ యొక్క వెల మరియు పుచ్చకాయ వెల నిష్పత్తి 180 : 45 = 4 : 1.

ఇక్కడ, 2 : 5 మరియు 180 : 45 అనే రెండు నిష్పత్తులు సమానం కావు.

అనగా, 2 : 5 ≠ 180 : 45

అందువల్ల, 2, 5, 180 మరియు 45 అనే నాలుగు రాశులుఅనుపాతంలో లేవు.

ప్రయత్నించండి

ఇచ్చిన నిష్పత్తులు సమానమని సరిచూడండి అంటే అవి అనుపాతంలో ఉంటాయా.

అనుపాతంలో ఉంటే అనుపాత రూపం లో వ్రాయండి.

1. 1 : 5 మరియు 3 : 15
2. 2 : 9 మరియు 18 : 81
3. 15 : 45 మరియు 5 : 25
4. 4 : 12 మరియు9 : 27
5. ₹ 10 to ₹ 15 మరియు 4 to 6

If two ratios are not equal, then we say that they are not in proportion. In a statement of proportion, the four quantities involved when taken in order are known as respective terms. First and fourth terms are known as extreme terms. Second and third terms are known as middle terms.

For example, in 35 : 70 : : 2 : 4;

35, 70, 2, 4 are the four terms. 35 and 4 are the extreme terms. 70 and 2 are the middle terms.

Example 8 : Are the ratios 25g : 30g and 40 kg : 48 kg in proportion?

Solution : 25 g : 30 g = $\frac{25}{30}$ = 5 : 6

40 kg : 48 kg = $\frac{40}{48}$ = 5 : 6 So, 25 : 30 = 40 : 48.

Therefore, the ratios 25 g : 30 g and 40 kg : 48 kg are in proportion, i.e. 25 : 30 :: 40 : 48

The middle terms in this are 30, 40 and the extreme terms are 25, 48.

Example 9 : Are 30, 40, 45 and 60 in proportion?

Solution : Ratio of 30 to 40 = $\frac{30}{40}$ = 3 : 4.

Ratio of 45 to 60 = $\frac{45}{60}$ = 3 : 4.

Since, 30 : 40 = 45 : 60.

Therefore, 30, 40, 45, 60 are in proportion.

Example 10 : Do the ratios 15 cm to 2 m and 10 sec to 3 minutes form a proportion?

Solution : Ratio of 15 cm to 2 m = 15 : 2 × 100 (1 m = 100 cm)

= 3 : 40

Ratio of 10 sec to 3 min = 10 : 3 × 60 (1 min = 60 sec)

= 1 : 18

Since, 3 : 40 ≠ 1 : 18, therefore, the given ratios do not form a proportion.

EXERCISE 12.2

1. Determine if the following are in proportion.

   (a) 15, 45, 40, 120 (b) 33, 121, 9,96 (c) 24, 28, 36, 48

   (d) 32, 48, 70, 210 (e) 4, 6, 8, 12 (f) 33, 44, 75, 100

2. Write True (T) or False (F) against each of the following statements :

   (a) 16 : 24 :: 20 : 30 (b) 21: 6 :: 35 : 10 (c) 12 : 18 :: 28 : 12

ఒకవేళ రెండు నిష్పత్తులు సమానంగా లేనట్లయితే, అప్పుడు అవి అనుపాతంలో లేవని మనం చెబుతాం. అనుపాతంలో 4 పదాలు ఉంటాయి. వాటిని క్రమంలో తీసుకోవాలి నాలుగు రాసులలో మొదటి మరియు నాల్గవ పదాలను అంత్యపదాలుగా పిలుస్తారు. రెండవ మరియు మూడవ పదాలను మధ్యమాలు అంటారు.

ఉదాహరణకు, 35 : 70 : : 2 : 4 లో;

35, 70, 2, 4 అనేవి నాలుగు పదాలు. 35 మరియు 4 అనేవి అంత్య పదాలు. 70 మరియు 2 అనేవి మధ్యమాలు.

ఉదాహరణ 8 : నిష్పత్తులు 25గ్రా : 30గ్రా. మరియు 40 కి.గ్రా. : 48 కి.గ్రా. అనుపాతంలో ఉన్నాయా?

సాధన : 25 గ్రా. : 30 గ్రా. = $\frac{25}{30} = 5 : 6$

40కి. గ్రా. : 48కి. గ్రా. = $\frac{40}{48} = 5 : 6$ కావున, $25 : 30 = 40 : 48$.

అందువల్ల, నిష్పత్తులు 25 గ్రా. : 30 గ్రా. మరియు 40 కి. గ్రా. : 48 కి. గ్రా. అనుపాతంలో ఉంటాయి. 25 : 30 :: 40 : 48

ఇందులోని మధ్య పదాలు 30, 40 మరియు అంత్యపదాలు 25, 48.

ఉదాహరణ 9 : 30, 40, 45 మరియు 60 లు అనుపాతంలో ఉన్నాయా?

సాధన : 30, 40 ల నిష్పత్తి = $\frac{30}{40} = 3 : 4$.

45,60 ల నిష్పతి = $\frac{45}{60} = 3 : 4$.

ఎందుకంటే, $30 : 40 = 45 : 60$.

అందువల్ల, 30, 40, 45, 60 అనుపాతం లో ఉంటాయి.

ఉదాహరణ10 : 15 సెం.మీ, 2 మీ మరియు 10 సెకన్ల, 3 నిమిషాల నిష్పత్తులు ఒక అనుపాతముని ఏర్పరుస్తాయా?

సాధన : 15 సెంమీ, 2 మీటర్లు లనిష్పత్తి = 15 : 2 × 100 (1 మీ = 100 సెం. మీ)
= 3 : 40

10సెకన్లు, 3నిముషాల నిష్పతి = 10 : 3 × 60 (1 నిముషం = 60 సెకన్లు)
= 1 : 18

$3 : 40 \neq 1 : 18$, కాబట్టి, ఇవ్వబడ్డ నిష్పత్తులు ఒక అనుపాతమును ఏర్పరచవు.

అభ్యాసం 12. 2

1. దిగువ పేర్కొన్నవి అనుపాతంలో ఉన్నాయో లేదో నిర్ణయించండి.
   (a) 15, 45, 40, 120 (b) 33, 121, 9,96 (c) 24, 28, 36, 48
   (d) 32, 48, 70, 210 (e) 4, 6, 8, 12 (f) 33, 44, 75, 100
2. దిగువ పేర్కొన్న ప్రతి ప్రవచనముకు సత్యం (T) లేదా అసత్యం (F) రాయండి.:
   (a) 16 : 24 :: 20 : 30 (b) 21: 6 :: 35 : 10 (c) 12 : 18 :: 28 : 12

(d) 8 : 9 :: 24 : 27 (e) 5.2 : 3.9 :: 3 : 4 (f) 0.9 : 0.36 :: 10 : 4

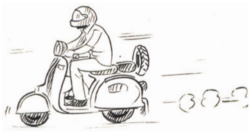
3. Are the following statements true?
   (a) 40 persons : 200 persons = ₹ 15 : ₹ 75
   (b) 7.5 litres : 15 litres = 5 kg : 10 kg
   (c) 99 kg : 45 kg = ₹ 44 : ₹ 20
   (d) 32 m : 64 m = 6 sec : 12 sec
   (e) 45 km : 60 km = 12 hours : 15 hours
4. Determine if the following ratios form a proportion. Also, write the middle terms and extreme terms where the ratios form a proportion.
   (a) 25 cm : 1 m and ₹ 40 : ₹ 160 (b) 39 litres : 65 litres and 6 bottles : 10 bottles
   (c) 2 kg : 80 kg and 25 g : 625 g (d) 200 mL : 2.5 litre and ₹ 4 : ₹ 50

12.4 Unitary Method

Consider the following situations:

- Two friends Reshma and Seema went to market to purchase notebooks. Reshma purchased 2 notebooks for ₹ 24. What is the price of one notebook?
- A scooter requires 2 litres of petrol to cover 80 km. How many litres of petrol is required to cover 1 km?

These are examples of the kind of situations that we face in our daily life. How would you solve these?



Reconsider the first example: Cost of 2 notebooks is ₹ 24.

Therefore, cost of 1 notebook = ₹ 24 ÷ 2 = ₹ 12.

Now, if you were asked to find cost of 5 such notebooks. It would be = ₹ 12 × 5 = ₹ 60

Reconsider the second example: We want to know how many litres are needed to travel 1 km.

For 80 km, petrol needed = 2 litres.

Therefore, to travel 1 km, petrol needed = $\frac{2}{80} = \frac{1}{40}$ litres.

Now, if you are asked to find how many litres of petrol are required to cover 120 km?

Then petrol needed = $\frac{1}{40} \times 120$ litres = 3 litres.

The method in which first we find the value of one unit and then the value of required number of units is known as Unitary Method.

(d) 8 : 9 :: 24 : 27 (e) 5.2 : 3.9 :: 3 : 4 (f) 0.9 : 0.36 :: 10 : 4

3. దిగువ ప్రవచనములు సత్యమా?

(a) 40 వ్యక్తులు : 200 వ్యక్తులు = ₹ 15 : ₹ 75

(b) 7.5 లీటర్లు : 15 లీటర్లు = 5 kg : 10 kg

(c) 99 కి.గ్రా. : 45 కి.గ్రా. = ₹ 44 : ₹ 20

(d) 32 మీ. : 64 మీ. = 6 సెకన్లు : 12 సెకన్లు

(e) 45 కి.మీ. : 60 కి.మీ. = 12 గంటలు : 15 గంటలు

4. దిగువ నిష్పత్తులు ఒక అనుపాతమును ఏర్పరుస్తాయో లేదో తెలుసుకోండి. అలాగే, నిష్పత్తులు ఒక అనుపాతమును ఏర్పరచే మధ్య పదాలు మరియు అంత్య పదాలను రాయండి.

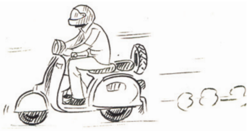
(a) 25 సెం.మీ. : 1 మీ. మరియు ₹ 40 : ₹ 160 (b) 39 లీ. : 65 లీ. మరియు 6 బా. : 10 బా.

(c) 2 కి.గ్రా. : 80 కి.గ్రా. మరియు 25 గ్రా.: 625 గ్రా. (d) 200 మి.లీ. : 2.5లీ. మరియు ₹ 4 : ₹ 50

12.4 ఏకవస్తు పద్ధతి

ఈ క్రింది పరిస్థితులను పరిశీలించండి:

- ఇద్దరు స్నేహితులు రేష్మ మరియు సీమ నోట్ బుక్ లు కొనుగోలు చేయడానికి మార్కెట్ కు వెళ్లారు. రేష్మ ₹ 24 కు 2 నోట్ బుక్ లను కొనుగోలు చేసింది. ఒక నోట్ బుక్ యొక్క ధర ఎంత?
- ఒక స్కూటర్ 80 కిలోమీటర్లు ప్రయాణించడం కొరకు 2 లీటర్ల పెట్రోల్ అవసరం అవుతుంది. 1కి.మీ ప్రయాణించడానికి ఎన్ని లీటర్లు పెట్రోల్ అవసరం అవుతుంది?



మన దైనందిన జీవితంలో మనం ఎదుర్కొనే పరిస్థితులకు ఇవి ఉదాహరణలు. వీటిని మీరు ఏవిధంగా పరిష్కరిస్తారు?

మొదటి ఉదాహరణను పునఃపరిశీలించండి: 2 నోట్‌బుక్‌ల ఖరీదు ₹ 24.

అందువల్ల, 1 నోట్ బుక్ యొక్క ఖర్చు = ₹ 24 ÷ 2 = ₹ 12.

ఇప్పుడు, అటువంటి 5 నోట్ బుక్‌ల ఖరీదును కనుగొనమని మిమ్మల్ని అడిగినట్లయితే.

= ₹ 12 × 5 = ₹ 60

రెండవ ఉదాహరణను పునఃపరిశీలించండి: 1 కి.మీ ప్రయాణించడానికి ఎన్ని లీటర్లు అవసరమో తెలుసుకోవాలని మేము కోరుకుంటున్నాము.

80 కిలోమీటర్లకు, అవసరమయ్యే పెట్రోల్ = 2 లీటర్లు.

అందువల్ల, 1 కి. మీ ప్రయాణించడానికి అవసరమయ్యే పెట్రోల్ $= \frac{2}{80} = \frac{1}{40}$ లీటర్లు.

ఇప్పుడు, 120 కిలోమీటర్లు ప్రయాణించడానికి ఎన్ని లీటర్ల పెట్రోల్ అవసరం?

అవసరమయ్యే పెట్రోల్ $= \frac{1}{40} \times 120$ లీటర్లు = 3 లీటర్లు.

మొదట ఒక వస్తువు యొక్క విలువను, తరువాత అవసరమైన వస్తువుల విలువను కనుగొనే పద్ధతిని ఏకవస్తు పద్ధతి అంటారు.

Try These

1. Prepare five similar problems and ask your friends to solve them.
2. Read the table and fill in the boxes.

Time	Distance travelled by Karan	Distance travelled by Kriti
2 hours	8 km	6 km
1 hour	4 km	
4 hours		

We see that,

Distance travelled by Karan in 2 hours = 8 km

Distance travelled by Karan in 1 hour $= \frac{8}{2}$ km = 4 km

Therefore, distance travelled by Karan in 4 hours = 4×4 = 16 km

Similarly, to find the distance travelled by Kriti in 4 hours, first find the distance travelled by her in 1 hour.

Example 11 : If the cost of 6 cans of juice is ₹ 210, then what will be the cost of 4 cans of juice?

Solution : Cost of 6 cans of juice = ₹ 210

Therefore, cost of one can of juice $= \frac{210}{6}$ = ₹ 35

Therefore, cost of 4 cans of juice = ₹ 35 × 4 = ₹ 140.

Thus, cost of 4 cans of juice is ₹ 140.

Example 12 : A motorbike travels 220 km in 5 litres of petrol. How much distance will it cover in 1.5 litres of petrol?

Solution : In 5 litres of petrol, motorbike can travel 220 km.

Therefore, in 1 litre of petrol, motor bike travels $= \frac{220}{5}$ km

Therefore, in 1.5 litres, motorbike travels $= \frac{220}{5} \times 1.5$ km

$= \frac{220}{5} \times \frac{15}{10}$ km = 66 km.

Thus, the motorbike can travel 66 km in 1.5 litres of petrol.

Example 13 : If the cost of a dozen soaps is ₹ 153.60, what will be the cost of 15 such soaps?

Solution : We know that 1 dozen = 12

Since, cost of 12 soaps = ₹ 153.60

ప్రయత్నించండి

1. ఇలాంటి 5 సమస్యలను తయారు చేయండి మరియు వాటిని సాధించమని మీ స్నేహితులనడగండి.
2. పట్టిక చదవండి మరియు బాక్సులను నింపండి.

సమయం	కరణ్ ప్రయాణించిన దూరం	కృతి ప్రయాణించిన దూరం
2 గంటలు	8 కి.మీ.	6 కి.మీ.
1 గంటలు	4 కి.మీ.	
4 గంటలు		

మనం గమనిస్తే,

కరణ్ ప్రయాణించిన దూరం 2 గంటలో = 8 కి. మీ.

కరణ్ ప్రయాణించిన దూరం 1 గంటలో $= \frac{8}{2}$ కి. మీ. = 4 కి. మీ.

అందువల్ల, కరణ్ 4 గంటల్లో ప్రయాణించిన దూరం = 4 × 4 = 16 కి. మీ.

అదేవిధంగా, కృతి ప్రయాణించిన దూరాన్ని 4 గంటల్లో కనుక్కోవడానికి, మొదట ఆమె ప్రయాణించిన దూరాన్ని 1 గంటలో కనుగొనండి.

ఉదాహరణ 11 : 6 క్యాన్ల జ్యూస్ ఖరీదు ₹ 210 అయితే, అప్పుడు 4 క్యాన్ల జ్యూస్ ఖరీదు ఎంత?

సాధన : 6 క్యాన్ల జ్యూస్ ఖరీదు = ₹ 210

అందువల్ల, ఒక క్యాను జ్యూస్ ఖరీదు $= \frac{210}{6}$ = ₹ 35

అందువలన, 4 క్యాన్ల జ్యూస్ ఖరీదు = ₹ 35 × 4 = ₹ 140.

అందువలన, 4 క్యాన్ల జ్యూస్ ఖరీదు ₹ 140.

ఉదాహరణ 12 : ఒక మోటార్ బైక్ 5 లీటర్ల పెట్రోల్‌తో 220 కిలోమీటర్లు ప్రయాణించింది. 1.5 లీటర్ల పెట్రోల్ తో ఇది ఎంత దూరం ప్రయాణిస్తుంది?

సాధన : 5 లీటర్ల పెట్రోల్‌తో, మోటార్ బైక్ 220 కిలో మీటర్లు ప్రయాణించగలదు 220 కి. మీ.

అందువల్ల 1 లీటర్ పెట్రోల్‌తో మోటార్ బైక్ ప్రయాణించే దూరం $= \frac{220}{5}$ కి. మీ.

అందువల్ల, 1.5 లీ., మోటార్ బైక్ ప్రయాణించే దూరం $= \frac{220}{5} \times 1.5$ కి. మీ.

$= \frac{220}{5} \times \frac{15}{10}$ కి. మీ. = 66 కి. మీ.

అంటే, మోటార్ బైక్ 1.5 లీటర్ల పెట్రోల్ లో 66 కిలోమీటర్లు ప్రయాణించగలదు.

ఉదాహరణ 13 : ఒకవేళ డజను సబ్బుల ఖరీదు ₹ 153.60 అయితే, అటువంటి 15 సబ్బుల ఖరీదు ఎంత?

సాధన : 1 డజను = 12 అని మనకు తెలుసు

అందువల్ల, 12 సబ్బుల యొక్క ఖరీదు = ₹ 153.60

Therefore, cost of 1 soap = $\frac{153.60}{12}$ = ₹ 12.80

Therefore, cost of 15 soaps = ₹ 12.80 × 15 = ₹ 192

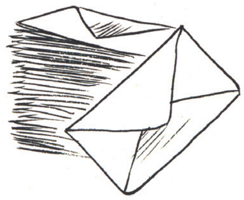
Thus, cost of 15 soaps is ₹ 192.

Example 14 : Cost of 105 envelopes is ₹ 350. How many envelopes can be purchased for ₹ 100?

Solution : In ₹ 350, the number of envelopes that can be purchased = 105

Therefore, in ₹ 1, number of envelopes that can be purchased = $\frac{105}{350}$

Therefore, in ₹ 100, the number of envelopes that can be purchased = $\frac{105}{350} \times 100 = 30$



Thus, 30 envelopes can be purchased for ₹ 100.

Example 15 : A car travels 90 km in $2\frac{1}{2}$ hours.

(a) How much time is required to cover 30 km with the same speed?

(b) Find the distance covered in 2 hours with the same speed.

Solution : (a) In this case, time is unknown and distance is known. Therefore, we proceed as follows :

$2\frac{1}{2}$ hours = $\frac{5}{2}$ hours = $\frac{5}{2} \times 60$ minutes = 150 minutes.

90 km is covered in 150 minutes

Therefore, 1 km can be covered in $\frac{150}{90}$ minutes

Therefore, 30 km can be covered in $\frac{150}{90} \times 30$ minutes i.e. 50 minutes

Thus, 30 km can be covered in 50 minutes.

(b) In this case, distance is unknown and time is known. Therefore, we proceed as follows :

Distance covered in $2\frac{1}{2}$ hours (i.e. $\frac{5}{2}$ hours) = 90 km

Therefore, distance covered in 1 hour = $90 \div \frac{5}{2}$ km = $90 \times \frac{2}{5}$ = 36 km

Therefore, distance covered in 2 hours = 36 × 2 = 72 km.

Thus, in 2 hours, distance covered is 72 km.

అందువల్ల, 1 సబ్బు యొక్క ఖరీదు $= \dfrac{153.60}{12} = ₹\ 12.80$

ఈ విధంగా, 15 సబ్బుల ఖరీదు $= ₹\ 12.80 \times 15 = ₹\ 192$

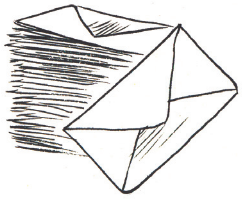
ఈ విధంగా, 15 సబ్బుల ఖరీదు ₹ 192.

ఉదాహరణ 14 : 105 కవర్ల ఖరీదు ₹350 ఐతే ₹100 తో ఎన్ని కవర్లు కొనుగోలు చేయగలము?

సాధన : ₹350 తో, కొనుగోలు చేయగల కవర్ల సంఖ్య = 105

అందువల్ల, ₹1తో , కొనుగోలు చేయగల కవర్ల సంఖ్య $= \dfrac{105}{350}$

కాబట్టి, ₹100తో కొనుగోలు చేయగలిగె కవర్ల సంఖ్య



$= \dfrac{105}{350} \times 100 = 30$

అందువల్ల, 30 కవరులను ₹100కు కొనుగోలు చేయవచ్చు.

ఉదాహరణ 15 : ఒక కార్ $2\frac{1}{2}$ గంటలలో 90 కి.మీ. ప్రయాణం చేయగలదు.

(a) అదే వేగంతో 30 కిలోమీటర్లు ప్రయాణించడానికి ఎంత సమయం పడుతుంది?

(b) అదే వేగంతో 2 గంటల్లో ప్రయాణించిన దూరాన్ని కనుగొనండి.

సాధన : (a) ఈ సందర్భంలో సమయం తెలియదు మరియు దూరం తెలుసు. అందువల్ల, ఈ క్రింది విధంగాప్రయత్నిద్దాం:

$2\frac{1}{2}$ గంటలు $= \frac{5}{2}$ గంటలు $= \frac{5}{2} \times 60$ నిమిషాలు = 150 నిమిషాలు.

150 నిమిషాలలో 90 కిమీ ప్రయాణంచేయును.

ఒక కి.మీ. ప్రయాణించుటకు పట్టు కాలం $\dfrac{150}{90}$ నిమిషాలు

కాబట్టి, 30 కిమీ ప్రయాణానికి పట్టు కాలం $\dfrac{150}{90} \times 30$ నిమిషాలు అనగా, 50 నిమిషాలు

అందువలన, 30 కిలోమీటర్లు 50 నిమిషాల్లో పూర్తి చేయవచ్చు.

(b) ఈ సందర్భంలో దూరం తెలియదు మరియు సమయం తెలుసు. అందువల్ల, మనం ఈ క్రింది విధంగా ముందుకు సాగుతాము:

$2\frac{1}{2}$ గంటలలో ప్రయాణించిన దూరం (అనగా, $\frac{5}{2}$ గంటలు) = 90 కి.మీ.

అందువల్ల, 1 గంటలో ప్రయాణించిన దూరం $= 90 \div \frac{5}{2}$ కి.మీ. $= 90 \times \frac{2}{5} = 36$ కి.మీ.

అందువల్ల, ప్రయాణించిన దూరం2 గంటల్లో $= 36 \times 2 = 72$ కి.మీ.

అందువలన, 2 గంటల్లో, 72 కిలోమీటర్లు దూరం ప్రయాణిస్తుంది.

EXERCISE 12.3

1. If the cost of 7 m of cloth is ₹ 1470, find the cost of 5 m of cloth.
2. Ekta earns ₹ 3000 in 10 days. How much will she earn in 30 days?
3. If it has rained 276 mm in the last 3 days, how many cm of rain will fall in one full week (7 days)? Assume that the rain continues to fall at the same rate.
4. Cost of 5 kg of wheat is ₹ 91.50.
   (a) What will be the cost of 8 kg of wheat?
   (b) What quantity of wheat can be purchased in ₹ 183?
5. The temperature dropped 15 degree celsius in the last 30 days. If the rate of temperature drop remains the same, how many degrees will the temperature drop in the next ten days?
6. Shaina pays ₹ 15000 as rent for 3 months. How much does she has to pay for a whole year, if the rent per month remains same?
7. Cost of 4 dozen bananas is ₹ 180. How many bananas can be purchased for ₹ 90?
8. The weight of 72 books is 9 kg. What is the weight of 40 such books?
9. A truck requires 108 litres of diesel for covering a distance of 594 km. How much diesel will be required by the truck to cover a distance of 1650 km?
10. Raju purchases 10 pens for ₹ 150 and Manish buys 7 pens for ₹ 84. Can you say who got the pens cheaper?
11. Anish made 42 runs in 6 overs and Anup made 63 runs in 7 overs. Who made more runs per over?

What have we discussed?

1. For comparing quantities of the same type, we commonly use the method of taking difference between the quantities.
2. In many situations, a more meaningful comparison between quantities is made by using division, i.e. by seeing how many times one quantity is to the other quantity. This method is known as comparison by ratio.

   For example, Isha's weight is 25 kg and her father's weight is 75 kg. We say that Isha's father's weight and Isha's weight are in the ratio 3 : 1.
3. For comparison by ratio, the two quantities must be in the same unit. If they are not, they should be expressed in the same unit before the ratio is taken.
4. The same ratio may occur in different situations.
5. Note that the ratio 3 : 2 is different from 2 : 3. Thus, the order in which quantities are taken to express their ratio is important.

అభ్యాసం 12. 3

1. 7 మీటర్ల వస్త్రం ధర ₹1470 అయితే, 5 మీటర్ల వస్త్రం యొక్క ఖరీదును కనుగొనండి.
2. ఏక్తా 10 రోజుల్లో ₹3000 సంపాదిస్తుంది. 30 రోజుల్లో ఆమె ఎంత సంపాదిస్తుంది?
3. గడిచిన 3 రోజుల్లో 276 మి.మీ. వర్షం కురిసినట్లయితే, ఒక పూర్తి వారంలో (7 రోజులు) ఎన్ని సెం.మీ వర్షపాతం పడుతుంది? వర్షం అదే రేటుతో పడుతూనే ఉందని భావించండి.
4. 5 కిలోల గోధుమల ధర ₹ 91.50.
   (a) 8 కిగ్రాల గోధుమల ధర ఎంత?
   (b) ₹ 183 లో ఎంత పరిమాణంలో గోధుమలు కొనుగోలు చేయవచ్చు?
5. గత 30 రోజుల్లో ఉష్ణోగ్రత 15 డిగ్రీల సెల్సియస్ పడిపోయింది. ఉష్ణోగ్రత తగ్గుదల రేటు ఇలానే ఉంటే, రాబోయే పది రోజుల్లో ఉష్ణోగ్రత ఎన్ని డిగ్రీలు పడిపోతుంది?
6. షైనా 3 నెలల కొరకు ₹15000 అద్దె చెల్లిస్తుంది. ఒకవేళ నెలకు అద్దె ఒకేవిధంగా ఉన్నట్లయితే, ఒక మొత్తం సంవత్సరానికి ఆమె ఎంత చెల్లించాల్సి ఉంటుంది?
7. 4 డజన్ల అరటిపండ్ల ధర ₹180. ₹90 కి ఎన్ని అరటిపండ్లు కొనవచ్చు?
8. 72 పుస్తకాల బరువు 9 కిలోలు. అటువంటి 40 పుస్తకాల బరువు ఎంత?
9. ఒక ట్రక్కు 594 కిలోమీటర్ల దూరం ప్రయాణించడం కొరకు 108 లీటర్ల డీజిల్ అవసరం అవుతుంది. 1650 కిలోమీటర్ల దూరం ప్రయాణించడం కొరకు ట్రక్కుకు ఎంత డీజిల్ అవసరం అవుతుంది?
10. రాజు 10 పెన్నులను ₹150కు కొనుగోలు చేశాడు మరియు మనీష్ 7 పెన్నులను ₹84కు కొనుగోలు చేశాడు. పెన్నులు ఎవరు చౌకగా పొందారో మీరు చెప్పగలరా?
11. అనీష్ 6 ఓవర్లలో 42 పరుగులు చేయగా, అనూప్ 7 ఓవర్లలో 63 పరుగులు చేశాడు. ప్రతి ఓవర్ కు ఎవరు ఎక్కువ పరుగులు చేశారు?

మనం ఏమి చర్చించాం?

1. ఒకే రకం రాశులను పోల్చడంకొరకు,మనం సాధారణంగా రాశుల మధ్య తేడాను తీసుకునే పద్ధతిని ఉపయోగిస్తాం.
2. అనేక సందర్భాల్లో, భాగహారము ఉపయోగించడం ద్వారా రాశుల మధ్య మరింత అర్థవంతమైన పోలిక చేయబడుతుంది. అనగా, ఒక పరిమాణం మరొక పరిమాణానికి ఎన్ని రెట్లు ఎక్కువ అని చూడటం ద్వారా. ఈ పద్ధతిని నిష్పత్తి ద్వారా పోలిక అంటారు.

   ఉదాహరణకి, ఇషా బరువు 25 కిలోలు, ఆమె తండ్రి బరువు 75 కిలోలు. ఇషా యొక్క తండ్రి బరువు మరియు ఇషా బరువు 3: 1 నిష్పత్తిలో ఉన్నాయని చెబుతాము.
3. నిష్పత్తి ఆధారంగా పోల్చడం కొరకు, రెండు రాశుల తప్పనిసరిగా ఒకే ప్రమాణాలలో ఉండాలి. ఒకవేళ అవి లేనట్లయితే నిష్పత్తిని తీసుకోవడానికి ముందు వాటిని ఒకే ప్రమాణాలలో వ్యక్తీకరించాలి.
4. విభిన్న పరిస్థితుల్లో ఒకే నిష్పత్తి చోటు చేసుకోవచ్చు.
5. 3:2 నిష్పత్తి 2:3 నుండి భిన్నంగా ఉంటుందనే విషయాన్ని గమనించండి. అందువల్ల, వాటి నిష్పత్తిని వ్యక్తీకరించడానికి రాశులను తీసుకునే క్రమం ముఖ్యం.

6. A ratio may be treated as a fraction, thus the ratio 10 : 3 may be treated as $\frac{10}{3}$.

7. Two ratios are equivalent, if the fractions corresponding to them are equivalent. Thus, 3 : 2 is equivalent to 6 : 4 or 12 : 8.

8. A ratio can be expressed in its lowest form. For example, ratio 50 : 15 is treated as $\frac{50}{15}$; in its lowest form $\frac{50}{15} = \frac{10}{3}$. Hence, the lowest form of the ratio 50 : 15 is 10 : 3.

9. Four quantities are said to be in proportion, if the ratio of the first and the second quantities is equal to the ratio of the third and the fourth quantities. Thus, 3, 10, 15, 50 are in proportion, since $\frac{3}{10} = \frac{15}{50}$. We indicate the proportion by 3:10 :: 15:50, it is read as 3 is to 10 as 15 is to 50. In the above proportion, 3 and 50 are the extreme terms and 10 and 15 are the middle terms.

10. The order of terms in the proportion is important. 3, 10, 15 and 50 are in proportion, but 3, 10, 50 and 15 are not, since $\frac{3}{10}$ is not equal to $\frac{50}{15}$.

11. The method in which we first find the value of one unit and then the value of the required number of units is known as the unitary method. Suppose the cost of 6 cans is ₹ 210. To find the cost of 4 cans, using the unitary method, we first find the cost of 1 can. It is ₹ $\frac{210}{6}$ or ₹ 35. From this, we find the price of 4 cans as ₹ 35 × 4 or ₹ 140.

6. ఒక నిష్పత్తిని ఒక భిన్నం వలె పరిగణించవచ్చు, అందువల్ల 10:3 నిష్పత్తిని ఇలా పరిగణించవచ్చు $\frac{10}{3}$.

7. ఒక వేళ వాటికి సంబంధించిన భిన్నాలు తుల్యంగా ఉన్నట్లయితే రెండు నిష్పత్తులు తుల్యం. అందువల్ల, 3:2 అనేది 6:4 లేదా 12:8 కు తుల్యం.

8. ఒక నిష్పత్తిని దాని సూక్ష్మ రూపంలో వ్యక్తీకరించవచ్చు. ఉదాహరణకు, నిష్పత్తి 50:15. దాని సూక్ష్మ రూపంలో $\frac{50}{15}; \frac{50}{15} = \frac{10}{3}$. అందువల్ల, 50 : 15 నిష్పత్తి యొక్క సూక్ష్మ రూపం 10 : 3.

9. ఒకవేళ మొదటి మరియు రెండవ రాశుల నిష్పత్తి మూడవ మరియు నాల్గవరాశుల నిష్పత్తికి సమానం అయితే నాలుగు రాశులు అనుపాతం లో ఉన్నాయని చెబుతారు. 3, 10, 15, 50 అనుపాతంలో ఉన్నాయి అని అంటారు. 3:10::15:50 దీనిని 3:10 ఈజ్ యాజ్ 15:50 అని చదువుతారు. ఈ అనుపాతంలో 3 మరియు 50 అంత్యములు, 10 మరియు 15 మధ్యములు.

10. అనుపాతంలో పదాల క్రమం ముఖ్యమైనది .3, 10, 15 మరియు 50 అనుపాతం లో ఉంటాయి, కానీ 3, 10, 50 మరియు 15 కాదు, ఎందుకంటే $\frac{3}{10}$ కి $\frac{50}{15}$ సమానం కాదు.

11. మనం మొదట ఒక అంశం యొక్క విలువను మరియు తరువాత అవసరమైన అంశాల విలువను కనుగొనే పద్ధతిని ఏకవస్తు పద్ధతి అంటారు.ఉదా 6 డబ్బాల ఖరీదు ₹ 210 అనుకుందాం.ఏకవస్తు పద్ధతిని ఉపయోగించి 4 డబ్బాల యొక్క ఖర్చును కనుక్కోవడానికి, మొదట ఒక డబ్బా విలువ ₹ $\frac{210}{6}$ లేదా ₹ 35 కనుగొని తరువాత 4 డబ్బాల విలువ ₹ 35×4 లేదా ₹ 140 గా కనుగొంటాము.

ANSWERS

EXERCISE 7.1

1. (i) $\frac{2}{4}$ (ii) $\frac{8}{9}$ (iii) $\frac{4}{8}$ (iv) $\frac{1}{4}$ (v) $\frac{3}{7}$ (vi) $\frac{3}{12}$

(vii) $\frac{10}{10}$ (viii) $\frac{4}{9}$ (ix) $\frac{4}{8}$ (x) $\frac{1}{2}$

3. Shaded portions do not represent the given fractions.

4. $\frac{8}{24}$ **5.** $\frac{40}{60}$

6. (a) Arya will divide each sandwich into three equal parts, and give one part of each sandwich to each one of them.

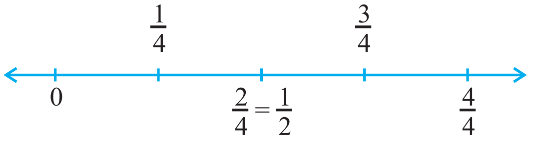
(b) $\frac{1}{3}$ **7.** $\frac{2}{3}$ **8.** 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12; $\frac{5}{11}$

9. 102, 103, 104, 105, 106, 107, 108, 109, 110, 111, 112, 113; $\frac{4}{12}$

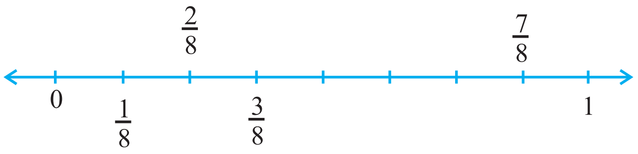
10. $\frac{4}{8}$ **11.** $\frac{3}{8}$, $\frac{5}{8}$

EXERCISE 7.2

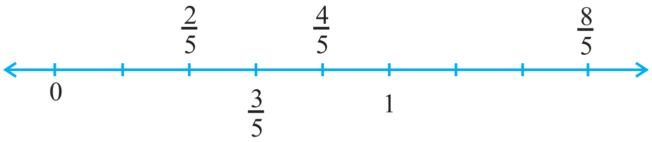
1. (a)



(b)



(c)



2. (a) $6\frac{2}{3}$ (b) $2\frac{1}{5}$ (c) $2\frac{3}{7}$ (d) $5\frac{3}{5}$ (e) $3\frac{1}{6}$ (f) $3\frac{8}{9}$

3. (a) $\frac{31}{4}$ (b) $\frac{41}{7}$ (c) $\frac{17}{6}$ (d) $\frac{53}{5}$ (e) $\frac{66}{7}$ (f) $\frac{76}{9}$

జవాబులు

అభ్యాసం 7.1

1. (i) $\frac{2}{4}$ (ii) $\frac{8}{9}$ (iii) $\frac{4}{8}$ (iv) $\frac{1}{4}$ (v) $\frac{3}{7}$ (vi) $\frac{3}{12}$
   (vii) $\frac{10}{10}$ (viii) $\frac{4}{9}$ (ix) $\frac{4}{8}$ (x) $\frac{1}{2}$

3. ఛాయావృతం చేసిన ప్రాంతాలు ఇచ్చిన భిన్నాలను ప్రాతినిధ్యం వహించవు

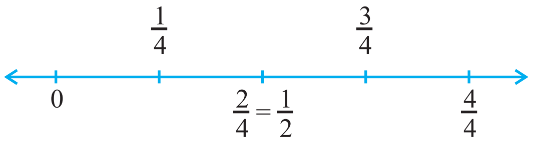
4. $\frac{8}{24}$ 5. $\frac{40}{60}$

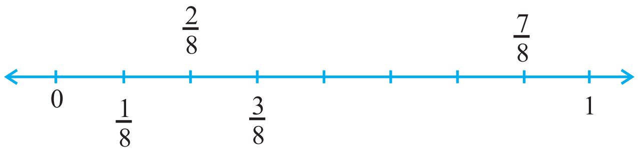
6. (a) ఆర్య సాండ్విచ్ ను మూడు సమభాలుగావిభజించి,ఒక్కొక్కరికి ఒక భాగాన్ని ఇచ్చును
   (b) $\frac{1}{3}$ 7. $\frac{2}{3}$ 8. 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12; $\frac{5}{11}$

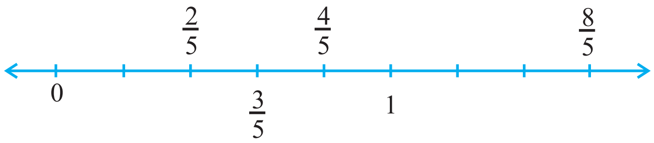
9. 102, 103, 104, 105, 106, 107, 108, 109, 110, 111, 112, 113; $\frac{4}{12}$

10. $\frac{4}{8}$ 11. $\frac{3}{8}, \frac{5}{8}$

అభ్యాసం 7.2

1. (a)


   (b)


   (c)


2. (a) $6\frac{2}{3}$ (b) $2\frac{1}{5}$ (c) $2\frac{3}{7}$ (d) $5\frac{3}{5}$ (e) $3\frac{1}{6}$ (f) $3\frac{8}{9}$

3. (a) $\frac{31}{4}$ (b) $\frac{41}{7}$ (c) $\frac{17}{6}$ (d) $\frac{53}{5}$ (e) $\frac{66}{7}$ (f) $\frac{76}{9}$

EXERCISE 7.3

1. (a) $\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{6}, \frac{4}{8}$; Yes (b) $\frac{4}{12}, \frac{3}{9}, \frac{2}{6}, \frac{1}{3}, \frac{6}{15}$; No

2. (a) $\frac{1}{2}$ (b) $\frac{4}{6}$ (c) $\frac{3}{9}$ (d) $\frac{2}{8}$ (e) $\frac{3}{4}$ (i) $\frac{6}{18}$

(ii) $\frac{4}{8}$ (iii) $\frac{12}{16}$ (iv) $\frac{8}{12}$ (v) $\frac{4}{16}$

(a), (ii); (b), (iv); (c), (i); (d), (v); (e), (iii)

3. (a) 28 (b) 16 (c) 12 (d) 20 (e) 3

4. (a) $\frac{12}{20}$ (b) $\frac{9}{15}$ (c) $\frac{18}{30}$ (d) $\frac{27}{45}$

5. (a) $\frac{9}{12}$ (b) $\frac{3}{4}$

6. (a) equivalent (b) not equivalent (c) not equivalent

7. (a) $\frac{4}{5}$ (b) $\frac{5}{2}$ (c) $\frac{6}{7}$ (d) $\frac{3}{13}$ (e) $\frac{1}{4}$

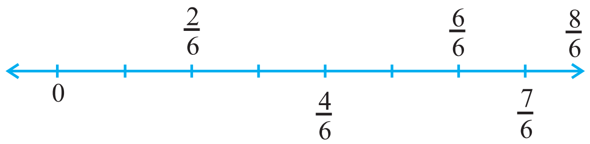
8. Ramesh $\rightarrow \frac{10}{20}=\frac{1}{2}$, Sheelu $\rightarrow \frac{25}{50}=\frac{1}{2}$, Jamaal $\rightarrow \frac{40}{80}=\frac{1}{2}$. Yes

9. (i) $\rightarrow$ (d) (ii) $\rightarrow$ (e) (iii) $\rightarrow$ (a) (iv) $\rightarrow$ (c) (v) $\rightarrow$ (b)

EXERCISE 7.4

1. (a) $\frac{1}{8}<\frac{3}{8}<\frac{4}{8}<\frac{6}{8}$ (b) $\frac{3}{9}<\frac{4}{9}<\frac{6}{9}<\frac{8}{9}$

(c)



$\frac{5}{6}>\frac{2}{6}, \frac{3}{6}>\frac{0}{6}, \frac{1}{6}<\frac{6}{6}, \frac{8}{6}>\frac{5}{6}$

2. (a) $\frac{3}{6}<\frac{5}{6}$ (b) $\frac{1}{7}<\frac{1}{4}$ (c) $\frac{4}{5}<\frac{5}{5}$ (d) $\frac{3}{5}>\frac{3}{7}$

4. (a) $\frac{1}{6}<\frac{1}{3}$ (b) $\frac{3}{4}>\frac{2}{6}$ (c) $\frac{2}{3}>\frac{2}{4}$ (d) $\frac{6}{6}=\frac{3}{3}$

(e) $\frac{5}{6}<\frac{5}{5}$

5. (a) $\frac{1}{2}>\frac{1}{5}$ (b) $\frac{2}{4}=\frac{3}{6}$ (c) $\frac{3}{5}<\frac{2}{3}$ (d) $\frac{3}{4}>\frac{2}{8}$

అభ్యాసం 7.3

1. (a) $\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{6}, \frac{4}{8}$; అవును (b) $\frac{4}{12}, \frac{3}{9}, \frac{2}{6}, \frac{1}{3}, \frac{6}{15}$; కాదు

2. (a) $\frac{1}{2}$ (b) $\frac{4}{6}$ (c) $\frac{3}{9}$ (d) $\frac{2}{8}$ (e) $\frac{3}{4}$ (i) $\frac{6}{18}$

(ii) $\frac{4}{8}$ (iii) $\frac{12}{16}$ (iv) $\frac{8}{12}$ (v) $\frac{4}{16}$

(a), (ii); (b), (iv); (c), (i); (d), (v); (e), (iii)

3. (a) 28 (b) 16 (c) 12 (d) 20 (e) 3

4. (a) $\frac{12}{20}$ (b) $\frac{9}{15}$ (c) $\frac{18}{30}$ (d) $\frac{27}{45}$

5. (a) $\frac{9}{12}$ (b) $\frac{3}{4}$

6. (a) సమానం (b) సమానం కాదు (c) సమానం కాదు

7. (a) $\frac{4}{5}$ (b) $\frac{5}{2}$ (c) $\frac{6}{7}$ (d) $\frac{3}{13}$ (e) $\frac{1}{4}$

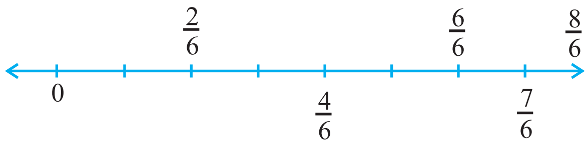
8. రమేష్ $\rightarrow \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$, షీలా $\rightarrow \frac{25}{50} = \frac{1}{2}$, జమాల్ $\rightarrow \frac{40}{80} = \frac{1}{2}$. అవును

9. (i) $\rightarrow$ (d) (ii) $\rightarrow$ (e) (iii) $\rightarrow$ (a) (iv) $\rightarrow$ (c) (v) $\rightarrow$ (b)

అభ్యాసం 7.4

1. (a) $\frac{1}{8} < \frac{3}{8} < \frac{4}{8} < \frac{6}{8}$ (b) $\frac{3}{9} < \frac{4}{9} < \frac{6}{9} < \frac{8}{9}$

(c)



$\frac{5}{6} > \frac{2}{6}, \frac{3}{6} > \frac{0}{6}, \frac{1}{6} < \frac{6}{6}, \frac{8}{6} > \frac{5}{6}$

2. (a) $\frac{3}{6} < \frac{5}{6}$ (b) $\frac{1}{7} < \frac{1}{4}$ (c) $\frac{4}{5} < \frac{5}{5}$ (d) $\frac{3}{5} > \frac{3}{7}$

4. (a) $\frac{1}{6} < \frac{1}{3}$ (b) $\frac{3}{4} > \frac{2}{6}$ (c) $\frac{2}{3} > \frac{2}{4}$ (d) $\frac{6}{6} = \frac{3}{3}$

(e) $\frac{5}{6} < \frac{5}{5}$

5. (a) $\frac{1}{2} > \frac{1}{5}$ (b) $\frac{2}{4} = \frac{3}{6}$ (c) $\frac{3}{5} < \frac{2}{3}$ (d) $\frac{3}{4} > \frac{2}{8}$

(e) $\frac{3}{5} < \frac{6}{5}$ (f) $\frac{7}{9} > \frac{3}{9}$ (g) $\frac{1}{4} = \frac{2}{8}$ (h) $\frac{6}{10} < \frac{4}{5}$

(i) $\frac{3}{4} < \frac{7}{8}$ (j) $\frac{6}{10} = \frac{3}{5}$ (k) $\frac{5}{7} = \frac{15}{21}$

6. (a) $\frac{1}{6}$ (b) $\frac{1}{5}$ (c) $\frac{4}{25}$ (d) $\frac{4}{25}$ (e) $\frac{1}{6}$ (f) $\frac{1}{5}$

(g) $\frac{1}{5}$ (h) $\frac{1}{6}$ (i) $\frac{4}{25}$ (j) $\frac{1}{6}$ (k) $\frac{1}{6}$ (l) $\frac{4}{25}$

(a), (e), (h), (j), (k) ; (b), (f), (g) ; (c), (d), (i), (l)

7. (a) No ; $\frac{5}{9} = \frac{25}{45}, \frac{4}{5} = \frac{36}{45}$ and $\frac{25}{45} \neq \frac{36}{45}$

(b) No ; $\frac{9}{16} = \frac{81}{144}, \frac{5}{9} = \frac{80}{144}$ and $\frac{81}{144} \neq \frac{80}{144}$ (c) Yes ; $\frac{4}{5} = \frac{16}{20}$

(d) No ; $\frac{1}{15} = \frac{2}{30}$ and $\frac{2}{30} \neq \frac{4}{30}$

8. Ila has read less **9.** Rohit

10. Same fraction ($\frac{4}{5}$) of students got first class in both the classes.

EXERCISE 7.5

1. (a) + (b) – (c) +

2. (a) $\frac{1}{9}$ (b) $\frac{11}{15}$ (c) $\frac{2}{7}$ (d) 1 (e) $\frac{1}{3}$

(f) 1 (g) $\frac{1}{3}$ (h) $\frac{1}{4}$ (i) $\frac{3}{5}$

3. The complete wall.

4. (a) $\frac{4}{10}$ $(=\frac{2}{5})$ (b) $\frac{8}{21}$ (c) $\frac{6}{6}$ $(=1)$ (d) $\frac{7}{27}$

5. $\frac{2}{7}$

EXERCISE 7.6

1. (a) $\frac{17}{21}$ (b) $\frac{23}{30}$ (c) $\frac{46}{63}$ (d) $\frac{22}{21}$ (e) $\frac{17}{30}$

(e) $\frac{3}{5} < \frac{6}{5}$ (f) $\frac{7}{9} > \frac{3}{9}$ (g) $\frac{1}{4} = \frac{2}{8}$ (h) $\frac{6}{10} < \frac{4}{5}$

(i) $\frac{3}{4} < \frac{7}{8}$ (j) $\frac{6}{10} = \frac{3}{5}$ (k) $\frac{5}{7} = \frac{15}{21}$

6. (a) $\frac{1}{6}$ (b) $\frac{1}{5}$ (c) $\frac{4}{25}$ (d) $\frac{4}{25}$ (e) $\frac{1}{6}$ (f) $\frac{1}{5}$

(g) $\frac{1}{5}$ (h) $\frac{1}{6}$ (i) $\frac{4}{25}$ (j) $\frac{1}{6}$ (k) $\frac{1}{6}$ (l) $\frac{4}{25}$

(a), (e), (h), (j), (k) ; (b), (f), (g) ; (c), (d), (i), (l)

7. (a) కాదు ; $\frac{5}{9} = \frac{25}{45}, \frac{4}{5} = \frac{36}{45}$ and $\frac{25}{45} \neq \frac{36}{45}$

(b) కాదు ; $\frac{9}{16} = \frac{81}{144}, \frac{5}{9} = \frac{80}{144}$ and $\frac{81}{144} \neq \frac{80}{144}$ (c) అవును ; $\frac{4}{5} = \frac{16}{20}$

(d) కాదు ; $\frac{1}{15} = \frac{2}{30}$ and $\frac{2}{30} \neq \frac{4}{30}$

8. ఐలా తక్కువ చదివింది **9.** రోహిత్

10. రెండు తరగతుల్లోని ఒకే భిన్నం($\frac{4}{5}$) గల విద్యార్థులు ప్రథమ శ్రేణి లో ఉత్తీర్ణులయ్యారు.

అభ్యాసం 7.5

1. (a) + (b) – (c) +

2. (a) $\frac{1}{9}$ (b) $\frac{11}{15}$ (c) $\frac{2}{7}$ (d) 1 (e) $\frac{1}{3}$

(f) 1 (g) $\frac{1}{3}$ (h) $\frac{1}{4}$ (i) $\frac{3}{5}$

3. పూర్తి గోడ

4. (a) $\frac{4}{10} (= \frac{2}{5})$ (b) $\frac{8}{21}$ (c) $\frac{6}{6} (=1)$ (d) $\frac{7}{27}$

5. $\frac{2}{7}$

అభ్యాసం 7.6

1. (a) $\frac{17}{21}$ (b) $\frac{23}{30}$ (c) $\frac{46}{63}$ (d) $\frac{22}{21}$ (e) $\frac{17}{30}$

(f) $\frac{22}{15}$ (g) $\frac{5}{12}$ (h) $\frac{3}{6}\left(=\frac{1}{2}\right)$ (i) $\frac{23}{12}$ (j) $\frac{6}{6}(=1)$ (k) 5

(l) $\frac{95}{12}$ (m) $\frac{9}{5}$ (n) $\frac{5}{6}$

2. $\frac{23}{20}$ metre **3.** $2\frac{5}{6}$

4. (a) $\frac{7}{8}$ (b) $\frac{7}{10}$ (c) $\frac{1}{3}$

5. (a)

$\frac{2}{3}$	$\frac{4}{3}$	2
$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	1
$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	1

(b)

$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{5}{6}$
$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{7}{12}$
$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{4}$

6. Length of the other piece = $\frac{5}{8}$ metre

7. The distance walked by Nandini = $\frac{4}{10}\left(=\frac{2}{5}\right)$ km

8. Asha's bookshelf is more full; by $\frac{13}{30}$

9. Rahul takes less time; by $\frac{9}{20}$ minutes

EXERCISE 8.1

1. (a) 0.4 (b) 0.07 (c) 3 (d) 0.5 (e) 1.23
(f) 0.19 (g) both are same (h) 1.490 (i) both are same (j) 5.64

EXERCISE 8.2

1. (a) ₹ 0.05 (b) ₹ 0.75 (c) ₹ 0.20 (d) ₹ 50.90 (e) ₹ 7.25

2. (a) 0.15 m (b) 0.06 m (c) 2.45 m (d) 9.07 m (e) 4.19 m

3. (a) 0.5 cm (b) 6.0 cm (c) 16.4 cm (d) 9.8 cm (e) 9.3 cm

4. (a) 0.008 km (b) 0.088 km (c) 8.888 km (d) 70.005 km

5. (a) 0.002 kg (b) 0.1 kg (c) 3.750 kg (d) 5.008 kg (e) 26.05 kg

EXERCISE 8.3

1. (a) 38.587 (b) 29.432 (c) 27.63 (d) 38.355 (e) 13.175 (f) 343.89

2. ₹ 68.35 **3.** ₹ 26.30 **4.** 5.25 m

5. 3.042 km **6.** 22.775 km **7.** 18.270 kg

(f) $\frac{22}{15}$ (g) $\frac{5}{12}$ (h) $\frac{3}{6}\ (=\frac{1}{2})$ (i) $\frac{23}{12}$ (j) $\frac{6}{6}\ (=1)$ (k) 5

(l) $\frac{95}{12}$ (m) $\frac{9}{5}$ (n) $\frac{5}{6}$

2. $\frac{23}{20}$ metre **3.** $2\frac{5}{6}$

4. (a) $\frac{7}{8}$ (b) $\frac{7}{10}$ (c) $\frac{1}{3}$

5. (a) (+ across, − down)

$\frac{2}{3}$	$\frac{4}{3}$	2
$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	1
$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	1

(b) (+ across, − down)

$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{5}{6}$
$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{7}{12}$
$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{4}$

6. మరొక ముక్క యొక్క పొడవు $= \frac{5}{8}$ మీ

7. నందిని ప్రయాణించిన దూరం $= \frac{4}{10}\ (=\frac{2}{5})$ కి.మీ

8. $\frac{13}{30}$ తో ఆషా యొక్క బుక్ షెల్ఫ్ ఎక్కువ నిండింది.

9. $\frac{9}{20}$ తక్కువ సమయాన్ని రాహుల్ తీసుకుంటాడు

అభ్యాసం 8.1

1. (a) 0.4 (b) 0.07 (c) 3 (d) 0.5 (e) 1.23
(f) 0.19 (g) రెండు ఒకటే (h) 1.490 (i) రెండు ఒకటే (j) 5.64

అభ్యాసం 8.2

1. (a) ₹ 0.05 (b) ₹ 0.75 (c) ₹ 0.20 (d) ₹ 50.90 (e) ₹ 7.25

2. (a) 0.15 మీ (b) 0.06 మీ (c) 2.45 మీ (d) 9.07 మీ (e) 4.19 మీ

3. (a) 0.5 సెం. మీ (b) 6.0 సెం. మీ (c) 16.4 సెం. మీ (d) 9.8 సెం. మీ (e) 9.3 సెం. మీ

4. (a) 0.008 కి.మీ (b) 0.088 కి.మీ (c) 8.888 కి.మీ (d) 70.005 కి.మీ

5. (a) 0.002 కి.గ్రా (b) 0.1 కి.గ్రా (c) 3.750 కి.గ్రా (d) 5.008 కి.గ్రా (e) 26.05 కి.గ్రా

అభ్యాసం 8.3

1. (a) 38.587 (b) 29.432 (c) 27.63 (d) 38.355 (e) 13.175 (f) 343.89

2. ₹ 68.35 **3.** ₹ 26.30 **4.** 5.25 మీ

5. 3.042 కి.మీ **6.** 22.775 కి.మీ **7.** 18.270 కి.గ్రా

EXERCISE 8.4

1. (a) ₹ 2.50 (b) 47.46 m (c) ₹ 3.04 (d) 3.155 km (e) 1.793 kg

2. (a) 3.476 (b) 5.78 (c) 11.71 (d) 1.753

3. ₹ 14.35 **4.** ₹ 6.75 **5.** 15.55 m

6. 9.850 km **7.** 4.425 kg

EXERCISE 9.1

1.

<table>
<tr><th>Marks</th><th>Tally marks</th><th>Number of students</th></tr>
<tr><td>1</td><td>||</td><td>2</td></tr>
<tr><td>2</td><td>|||</td><td>3</td></tr>
<tr><td>3</td><td>|||</td><td>3</td></tr>
<tr><td>4</td><td>卌 ||</td><td>7</td></tr>
<tr><td>5</td><td>卌 |</td><td>6</td></tr>
<tr><td>6</td><td>卌 ||</td><td>7</td></tr>
<tr><td>7</td><td>卌</td><td>5</td></tr>
<tr><td>8</td><td>||||</td><td>4</td></tr>
<tr><td>9</td><td>|||</td><td>3</td></tr>
</table>

(a) 12 (b) 8

2.

<table>
<tr><th>Sweets</th><th>Tally marks</th><th>Number of students</th></tr>
<tr><td>Ladoo</td><td>卌 卌 |</td><td>11</td></tr>
<tr><td>Barfi</td><td>|||</td><td>3</td></tr>
<tr><td>Jalebi</td><td>卌 ||</td><td>7</td></tr>
<tr><td>Rasgulla</td><td>卌 ||||</td><td>9</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td>30</td></tr>
</table>

(b) Ladoo

3.

<table>
<tr><th>Numbers</th><th>Tally marks</th><th>How many times?</th></tr>
<tr><td>1</td><td>卌 ||</td><td>7</td></tr>
<tr><td>2</td><td>卌 |</td><td>6</td></tr>
<tr><td>3</td><td>卌</td><td>5</td></tr>
<tr><td>4</td><td>||||</td><td>4</td></tr>
<tr><td>5</td><td>卌 卌 |</td><td>11</td></tr>
<tr><td>6</td><td>卌 ||</td><td>7</td></tr>
</table>

(a) 4 (b) 5 (c) 1 and 6

4. (i) Village D (ii) Village C (iii) 3 (iv) 28

5. (a) VIII (b) No (c) 12

6. (a) Number of bulbs sold on Friday are 14. Similarly, number of bulbs sold on other days can be found.

అభ్యాసం 8.4

1.	(a) ₹ 2.50	(b) 47.46 మీ	(c) ₹ 3.04	(d) 3.155 కి.మీ	(e) 1.793 కి.గ్రా
2.	(a) 3.476	(b) 5.78	(c) 11.71	(d) 1.753	
3.	₹ 14.35	**4.** ₹ 6.75	**5.** 15.55 మీ		
6.	9.850 కి.మీ	**7.** 4.425 కి.గ్రా			

అభ్యాసం 9.1

1.

మార్కులు	గణన చిహ్నాలు	విద్యార్థుల సంఖ్య
1	||	2
2	|||	3
3	|||	3
4	|卌 ||	7
5	|卌 |	6
6	|卌 ||	7
7	|卌	5
8	||||	4
9	|||	3

(a) 12 (b) 8

2.

స్వీట్లు	గణన చిహ్నాలు	విద్యార్థుల సంఖ్య
లడ్డూ	卌 卌 |	11
బర్ఫీ	|||	3
జిలేబీ	卌 ||	7
రసగుల్లా	卌 ||||	9
		30

(b) లడ్డూ

3.

సంఖ్యలు	గణన చిహ్నాలు	ఎన్ని సార్లు?
1	卌 ||	7
2	卌 |	6
3	卌	5
4	||||	4
5	卌 卌 |	11
6	卌 ||	7

(a) 4 (b) 5 (c) 1 మరియు 6

4. (i) గ్రామం D (ii) గ్రామం C (iii) 3 (iv) 28

5. (a) VIII (b) కాదు (c) 12

6. (a) శుక్రవారం నాడు ఒకే సంఖ్యలో అమ్ముడయిన బల్బుల సంఖ్య 14. అదేవిధంగా మిగిలిన రోజులలో అమ్ముడాయిన బల్బుల సంఖ్యని కనుగొనవచ్చు .

(b) Maximum number of bulbs were sold on Sunday.
(c) Same number of bulbs were sold on Wednesday and Saturday.
(d) Minimum number of bulbs were sold on Wednesday and Saturday.
(e) 10 Cartons

7. (a) Martin (b) 700 (c) Anwar, Martin, Ranjit Singh

EXERCISE 10.1

1. (a) 12 cm (b) 133 cm (c) 60 cm (d) 20 cm (e) 15 cm
(f) 52 cm **2.** 100 cm or 1 m **3.** 7.5 m **4.** 106 cm
5. 9.6 km **6.** (a) 12 cm (b) 27 cm (c) 22 cm
7. 39 cm **8.** 48 m **9.** 5 m **10.** 20 cm
11. (a) 7.5 cm (b) 10 cm (c) 5 cm **12.** 10 cm
13. ₹ 20,000 **14.** ₹ 7200 **15.** Bulbul
16. (a) 100 cm (b) 100 cm (c) 100 cm (d) 100 cm
All the figures have same perimeter.
17. (a) 6 m (b) 10 m (c) Cross has greater perimeter

EXERCISE 10.2

1. (a) 9 sq units (b) 5 sq units (c) 4 sq units (d) 8 sq units (e) 10 sq units
(f) 4 sq units (g) 6 sq units (h) 5 sq units (i) 9 sq units (j) 4 sq units
(k) 5 sq units (l) 8 sq units (m) 14 sq units (n) 18 sq units

EXERCISE 10.3

1. (a) 12 sq cm (b) 252 sq cm (c) 6 sq km (d) 1.40 sq m
2. (a) 100 sq cm (b) 196 sq cm (c) 25 sq m
3. (c) largest area (b) smallest area
4. 6 m **5.** ₹ 8000 **6.** 3 sq m **7.** 14 sq m
8. 11 sq m **9.** 15 sq m
10. (a) 28 sq cm (b) 9 sq cm
11. (a) 40 sq cm (b) 245 sq cm (c) 9 sq cm
12. (a) 240 tiles (b) 42 tiles

EXERCISE 11.1

1. (a) $2n$ (b) $3n$ (c) $3n$ (d) $2n$ (e) $5n$
(f) $5n$ (g) $6n$
2. (a) and (d); The number of matchsticks required in each of them is 2
3. $5n$ **4.** $50b$ **5.** $5s$
6. t km **7.** $8r$, 64, 80 **8.** $(x - 4)$ years **9.** $l + 5$
10. $2x + 10$
11. (a) $3x + 1$, x = number of squares
(b) $2x + 1$, x = number of triangles

(b) ఆదివారం నాడు గరిష్ట సంఖ్యలో బల్బులు అమ్ముడయ్యాయి

(c) బుధవారం మరియు శనివారం నాడు ఒకే సంఖ్యలో బల్బులు అమ్ముడయ్యాయి

(d) బుధవారం మరియు శ నివారం నాడు కనీస సంఖ్యలో బల్బులు అమ్ముడయ్యాయి

(e) 10 బాక్స్ లు

7. (a) మార్టిన్ (b) 700 (c) అన్వర్, మార్టిన్, రంజిత్ సింగ్

అభ్యాసం 10.1

1. (a) 12 సెం. మీ (b) 133 సెం. మీ (c) 60 సెం. మీ (d) 20 సెం. మీ (e) 15 సెం. మీ (f) 52 సెం. మీ
2. 100 సెం. మీ లేదా 1 మీ
3. 7.5 మీ
4. 106 సెం. మీ
5. 9.6 కి. మీ
6. (a) 12 సెం. మీ (b) 27 సెం. మీ (c) 22 సెం. మీ
7. 39 సెం. మీ
8. 48 మీ
9. 5 మీ
10. 20 సెం. మీ
11. (a) 7.5 సెం. మీ (b) 10 సెం. మీ (c) 5 సెం. మీ
12. 10 సెం. మీ
13. ₹ 20,000
14. ₹ 7200
15. బుల్‌బుల్
16. (a) 100 సెం. మీ (b) 100 సెం. మీ (c) 100 సెం. మీ (d) 100 సెం. మీ
    అన్ని పటాలు ఒకే చుట్టుకొలతను కలిగి యున్నాయి
17. (a) 6 మీ (b) 10 మీ (c) క్రాస్ అధిక చుట్టుకొలతను కలిగి ఉన్నది

అభ్యాసం 10.2

1. (a) 9 చ.ప్రమాణాలు (b) 5 చ.ప్రమాణాలు (c) 4 చ.ప్రమాణాలు (d) 8 చ.ప్రమాణాలు (e) 10 చ.ప్రమాణాలు (f) 4 చ.ప్రమాణాలు (g) 6 చ.ప్రమాణాలు (h) 5 చ.ప్రమాణాలు (i) 9 చ.ప్రమాణాలు (j) 4 చ.ప్రమాణాలు (k) 5 చ.ప్రమాణాలు (l) 8 చ.ప్రమాణాలు (m) 14 చ.ప్రమాణాలు (n) 18 చ.ప్రమాణాలు

అభ్యాసం 10.3

1. (a) 12 చ. సెం. మీ (b) 252 చ. సెం. మీ (c) 6 చ. కి. మీ (d) 1.40 చ. మీ
2. (a) 100 చ. సెం. మీ (b) 196 చ. సెం. మీ (c) 25 చ. మీ
3. (c) అత్యధిక ప్రాంతం (b) అత్యల్ప ప్రాంతం
4. 6 మీ
5. ₹ 8000
6. 3 చ. మీ
7. 14 చ. మీ
8. 11 చ. మీ
9. 15 చ. మీ
10. (a) 28 చ. సెం. మీ (b) 9 చ. సెం. మీ
11. (a) 40 చ. సెం. మీ (b) 245 చ. సెం. మీ (c) 9 చ. సెం. మీ
12. (a) 240 టైల్స్ (b) 42 టైల్స్

అభ్యాసం 11.1

1. (a) $2n$ (b) $3n$ (c) $3n$ (d) $2n$ (e) $5n$ (f) $5n$ (g) $6n$
2. (a) మరియు (d); ప్రతి వాటిలో అవసరమైన అగ్గిపుల్లల సంఖ్య 2
3. $5n$
4. $50b$
5. $5s$
6. t కి. మీ
7. $8r$, 64, 80
8. $(x - 4)$ సంవత్సరాలు
9. $l + 5$
10. $2x + 10$
11. (a) $3x + 1$, x = చతురస్రాల సంఖ్య
    (b) $2x + 1$, x = త్రిభుజాలు సంఖ్య

EXERCISE 12.1

1.	(a) 4 : 3	(b) 4 : 7		
2.	(a) 1 : 2	(b) 2 : 5		
3.	(a) 3 : 2	(b) 2 : 7	(c) 2 : 7	
4.	3 : 4	**5.** 5, 12, 25, Yes		
6.	(a) 3 : 4	(b) 14 : 9	(c) 3 : 11	(d) 2 : 3
7.	(a) 1 : 3	(b) 4 : 15	(c) 11 : 20	(d) 1 : 4
8.	(a) 3 : 1	(b) 1 : 2		
9.	17 : 550			
10.	(a) 115 : 216	(b) 101 : 115	(c) 101 : 216	
11.	(a) 3 : 1	(b) 16 : 15	(c) 5 : 12	
12.	15 : 7	**13.** 20 ; 100	**14.** 12 and 8	**15.** ₹ 20 and ₹ 16
16.	(a) 3 : 1	(b) 10 : 3	(c) 13 : 6	(d) 15 : 1

EXERCISE 12.2

1.	(a) Yes	(b) No	(c) No	(d) No	
	(e) Yes	(f) Yes			
2.	(a) T	(b) T	(c) F	(d) T	
	(e) F	(f) T			
3.	(a) T	(b) T	(c) T	(d) T	(e) F

4. (a) Yes, Middle Terms – 1 m, ₹ 40; Extreme Terms – 25 cm, ₹ 160

(b) Yes, Middle Terms – 65 litres, 6 bottles; Extreme Terms – 39 litres, 10 bottles

(c) No.

(d) Yes, Middle Terms – 2.5 litres, ₹ 4 ; Extreme Terms – 200 ml, ₹ 50

EXERCISE 12.3

1. ₹ 1,050	**2.** ₹ 9,000	**3.** 64.4 cm	
4. (a) ₹ 146.40	(b) 10 kg		
5. 5 degrees	**6.** ₹ 60, 000	**7.** 24 bananas	**8.** 5 kg
9. 300 litres	**10.** Manish	**11.** Anup	

అభ్యాసం 12.1

1. (a) 4 : 3 (b) 4 : 7
2. (a) 1 : 2 (b) 2 : 5
3. (a) 3 : 2 (b) 2 : 7 (c) 2 : 7
4. 3 : 4 **5.** 5, 12, 25, అవును
6. (a) 3 : 4 (b) 14 : 9 (c) 3 : 11 (d) 2 : 3
7. (a) 1 : 3 (b) 4 : 15 (c) 11 : 20 (d) 1 : 4
8. (a) 3 : 1 (b) 1 : 2
9. 17 : 550
10. (a) 115 : 216 (b) 101 : 115 (c) 101 : 216
11. (a) 3 : 1 (b) 16 : 15 (c) 5 : 12
12. 15 : 7 **13.** 20 ; 100 **14.** 12 మరియు 8 **15.** ₹ 20 మరియు ₹ 16
16. (a) 3 : 1 (b) 10 : 3 (c) 13 : 6 (d) 15 : 1

అభ్యాసం 12.2

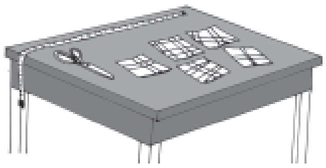
1. (a) అవును (b) కాదు (c) కాదు (d) కాదు
(e) అవును (f) అవును
2. (a) T (b) T (c) F (d) T
(e) F (f) T
3. (a) T (b) T (c) T (d) T (e) F
4. (a) అవును, మధ్య పదాలు – 1 m, ₹ 40; అంత్య పదాలు – 25 cm, ₹ 160
(b) అవును, మధ్య పదాలు – 65 లీటర్లు, 6 బాటిళ్ళు(సీసాలు); అంత్య పదాలు – 39 లీటర్లు,, 10 బాటిళ్ళు
(c) No.
(d) అవును, మధ్య పదాలు – 2.5 లీటర్లు, ₹ 4 ; అంత్య పదాలు – 200 మిల్లి లీటర్లు,, ₹ 50

అభ్యాసం 12.3

1. ₹ 1,050 **2.** ₹ 9,000 **3.** 64.4 సెం. మీ
4. (a) ₹ 146.40 (b) 10 కి. గ్రా
5. 5 డిగ్రీలు **6.** ₹ 60, 000 **7.** 24 అరటి పళ్ళు **8.** 5 కి. గ్రా
9. 300 లీటర్లు, **10.** మనీష్ **11.** అనూప్

BRAIN-TEASERS

1. From a basket of mangoes when counted in twos there was one extra, counted in threes there were two extra, counted in fours there were three extra, counted in fives there were four extra, counted in sixes there were five extra. But counted in sevens there were no extra. Atleast how many mangoes were there in the basket?
2. A boy was asked to find the LCM of 3, 5, 12 and another number. But while calculating, he wrote 21 instead of 12 and yet came with the correct answer. What could be the fourth number?



3. There were five pieces of cloth of lengths 15 m, 21 m, 36 m, 42 m, 48 m. But all of them could be measured in whole units of a measuring rod. What could be the largest length of the rod?
4. There are three cans. One of them holds exactly 10 litres of milk and is full. The other two cans can hold 7 litres and 3 litres respectively. There is no graduation mark on the cans. A customer asks for 5 litres of milk. How would you give him the amount he ask? He would not be satisfied by eye estimates.
5. Which two digit numbers when added to 27 get reversed?
6. Cement mortar was being prepared by mixing cement to sand in the ratio of 1:6 by volume. In a cement mortar of 42 units of volume, how much more cement needs to be added to enrich the mortar to the ratio 2:9?
7. In a solution of common salt in water, the ratio of salt to water was 30:70 as per weight. If we evaporate 100 grams of water from one kilogram of this solution, what will be the ratio of the salt to water by weight?
8. Half a swarm of bees went to collect honey from a mustard field. Three fourth of the rest went to a rose garden. The rest ten were still undecided. How many bees were there in all?

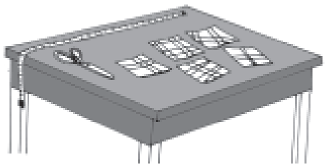
9. Fifteen children are sitting in a circle. They are asked to pass a handkerchief to the child next to the child immediately after them.

   The game stops once the handkerchief returns to the child it started from. This

మెదడుకు మేత

1. ఒక బుట్ట లోని మామిడి పండ్లను రెండేసి లెక్కించినప్పుడు ఒకటి అదనంగా ఉంది, మూడేసి లెక్కించినప్పుడు, రెండు అదనంగా ఉన్నాయి, నాలుగేసి లెక్కించినప్పుడు మూడు అదనంగా ఉన్నాయి, ఐదేసి లెక్కించినప్పుడు నాలుగు అదనంగా ఉన్నాయి, ఆరేసి లెక్కించినప్పుడు ఐదు అదనంగా ఉన్నాయి. కానీ ఏడు చొప్పున లెక్కిస్తే అదనంగా ఏమీ మిగలలేదు. బుట్టలో కనీసం ఎన్ని మామిడి పండ్లు ఉన్నాయి?

2. 3, 5, 12 మరియు మరొక సంఖ్య యొక్క క. సా.గు (LCM) కనుగొనమని ఒక బాలుడిని అడిగారు. కానీ లెక్కించేటప్పుడు, అతను 12 కు బదులుగా 21 రాశాడు అయినప్పటికీ అతని సమాధానం సరైనదే. నాల్గవ సంఖ్య ఏది కావచ్చు?
3. 15 మీ, 21 మీ, 36 మీ, 42 మీ, 48 మీ పొడవున్న ఐదు గుడ్డ ముక్కలు ఉన్నాయి.
   కానీ వాటన్నింటినీ పూర్ణాంకాల కొలత గల కొలబద్ద తో కొలవవచ్చు. కొలబద్ద యొక్క గరిష్ఠ పొడవు ఎంత?



4. మూడు డబ్బాలు ఉన్నాయి. వాటిలో , ఒక డబ్బాలో సరిగ్గా 10 లీటర్ల పాలు పడతాయి మరియు అది పాలతో నిండి ఉంది. మిగిలిన రెండు డబ్బాలలో వరుసగా 7 లీటర్లు మరియు 3 లీటర్ల పాలు పడతాయి. డబ్బాలపై ఏవిధమైన కొలమానం లేదు. ఒక ఖాతాదారుడు 5 లీటర్ల పాలు కావాలని అడిగాడు. అతడు అడిగిన 5 లీటర్ల పాలను, మీరు ఏవిధంగా ఇస్తారు? ఉజ్జయింపు అంచనాలతో అతను సంతృప్తి చెందడు.
5. 27కు ఏ రెండు అంకెల సంఖ్యను సంకలనంచేస్తే, ఆ అంకెలు తారుమారు అవుతాయి?
6. ఘనపరిమాణం ప్రకారం 1:6 నిష్పత్తిలో సిమెంట్ ను ఇసుకతో కలపడం ద్వారా సిమెంట్ మోర్టార్ తయారు చేయబడుతుంది. 42 యూనిట్ల ఘనపరిమాణం కలిగిన సిమెంట్ మోర్టార్ లో, 2:9 నిష్పత్తికి మోర్టార్ ని మెరుగు పరచడం కొరకు ఎంత సిమెంట్ కలపాలి ?
7. నీటిలో సాధారణ ఉప్పు యొక్క ద్రావణం, బరువును బట్టి ఉప్పు మరియు నీటి నిష్పత్తి 30:70. ఒకవేళ మనం ఒక కిలోగ్రాము ద్రావణం నుంచి 100 గ్రాముల నీటిని ఆవిరి చేసినట్లయితే, ఉప్పు మరియు నీటి బరువుల నిష్పత్తి ఎంత?
8. సగం తేనెటీగల గుంపు ఆవాల పొలం నుండి తేనె సేకరించడానికి వెళ్ళింది. మిగిలిన వాటిలో నాలుగింట మూడు వంతులు గులాబీ తోటకు వెళ్ళాయి. మిగిలిన పది ఇంకా ఏ నిర్ణయం తీసుకోలేదు. మొత్తం ఎన్ని తేనెటీగలు ఉన్నాయి?

9. పదిహేను మంది పిల్లలు ఒక వృత్తాకారంలో కూర్చున్నారు.
   పిల్లలు వారి ప్రక్కన వెంటనే ఉన్న పిల్లవాడికి చేతి రుమాలు ఇవ్వమని చెప్పబడింది. చేతి రుమాలు మొదటి పిల్లవాడికి తిరిగి వచ్చిన తర్వాత ఆట ఆగిపోతుంది.

can be written as follows : 1→3→5→7→9→11→13→15→2→4→6→8 → 10→12 →14→1. Here, we see that every child gets the handkerchief.

(i) What would happen if the handkerchief were passed to the left leaving two children in between? Would every child get the handkerchief?

(ii) What if we leave three children in between? What do you see?

In which cases every child gets the handkerchief and in which cases not?

Try the same game with 16, 17, 18, 19, 20 children. What do you see?

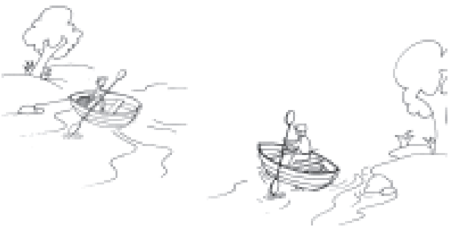
10. Take two numbers 9 and 16. Divide 9 by 16 to get the remainder. What is the remainder when 2 × 9 is divided by 16, 3 × 9 divided by 16, 4 × 9 divided by 16, 5 × 9 divided by 16... 15 × 9 divided by 16. List the remainders. Take the numbers 12 and 14. List the remainders of 12, 12 × 2, 12 × 3, 12 × 4, 12 × 5, 12 × 6, 12 × 7, 12 × 8, 12 × 9, 12 × 10, 12 × 11, 12 × 12, 12 × 13 when divided by 14. Do you see any difference between above two cases?

11. You have been given two cans with capacities 9 and 5 litres respectively. There is no graduation marks on the cans nor is eye estimation possible. How can you collect 3 litres of water from a tap? (You are allowed to pour out water from the can). If the cans had capacities 8 and 6 litres respectively, could you collect 5 litres?

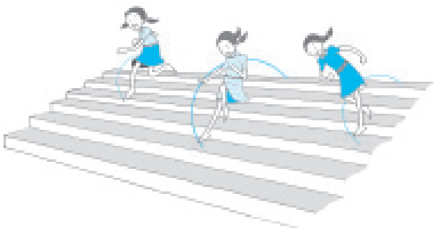
12. The area of the east wall of an auditorium is 108 sq m, the area of the north wall is 135 sq m and the area of the floor is 180 sq m. Find the height of the auditorium.

13. If we subtract 4 from the digit at the units place of a two digit number and add 4 to the digit at the tens place then the resulting number is doubled. Find the number.

14. Two boatmen start simultaneously from the opposite shores of a river and they cross each other after 45 minutes of their starting from the respective shores. They rowed till they reached the opposite shore and returned immediately after reaching the shores. When will they cross each other again?



15. Three girls are climbing down a staircase. One girl climbs down two steps at one go. The second girl three steps at one go and the third climbs down four steps. They started together from the beginning of the staircase



వీటిని ఈ క్రింది విధంగా వ్రాయవచ్చు: $1 \rightarrow 3 \rightarrow 5 \rightarrow 7 \rightarrow 9 \rightarrow 11 \rightarrow 13 \rightarrow 15 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 6 \rightarrow 8 \rightarrow 10 \rightarrow 12 \rightarrow 14 \rightarrow 1$. ఇక్కడ, ప్రతి పిల్లవాడు చేతి రుమాలు పొందడాన్ని మనం చూస్తాము.

(i) మధ్యలో ఇద్దరు పిల్లలను వదిలివేసి చేతి రుమాలు ఎడమ వైపుకు పంపబడితే ఏమి జరుగుతుంది? ప్రతి పిల్లవాడికి చేతి రుమాలు లభిస్తుందా?

(ii) మధ్యలో ముగ్గురు పిల్లలను వదిలేస్తే ఏం జరుగుతుంది? మీరు ఏమి గమనించారు?
ఏ సందర్భాల్లో ప్రతి పిల్లవానికి చేతి రుమాలు లభిస్తుంది మరియు ఏ సందర్భాల్లో లభించదు? 16, 17, 18, 19, 20 మంది పిల్లలతో అదే ఆటను ప్రయత్నించండి. మీరు ఏమి గమనిస్తారు?

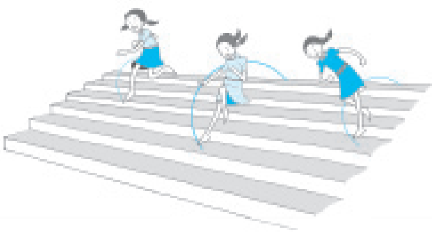
10. 9 మరియు 16 అనే రెండు సంఖ్యలను తీసుకోండి. 9ని 16తో భాగించండి శేషం వస్తుంది. 2×9 ని 16 తో భాగించబడినప్పుడు, 16, 3×9 తో భాగించబడినప్పుడు, 16, 4×9 తో భాగించబడినప్పుడు, 16, 5×9 తో భాగించబడినప్పుడు... 16... 15×9 తో భాగించబడినప్పుడు శేషం ఎంత.. 12 మరియు 14 సంఖ్యలను తీసుకోండి.., 12, 12×2, 12×3, 12×4, 12×5, 12×6, 12×7, 12×8, 12×9, 12×10, 12×11, 12×12, 12×13 లను 14 చే భాగించినపుడు శేషాల జాబితా రాయండి. పైన పేర్కొన్న రెండు సందర్భాల మధ్య ఏదైనా తేడాను మీరు చూస్తున్నారా?

11. మీకు వరసగా 9 మరియు 5 లీటర్ల సామర్థ్యం కలిగిన రెండు డబ్బాలు ఇవ్వబడ్డాయి.డబ్బాలపై కొలమానం గుర్తులు లేవు ఉజ్జయింపు అంచనా కూడా సాధ్యం కాదు. ఒక కుళాయి నుంచి 3 లీటర్ల నీటిని మీరు ఏవిధంగా సేకరించగలరు? (డబ్బా నుంచి నీటిని పారపోయటానికి మీరు అనుమతించబడతారు) . ఒకవేళ డబ్బాలకు వరసగా 8 లీటర్లు మరియు 6 లీటర్ల సామర్థ్యం ఉన్నట్లయితే, మీరు 5 లీటర్లను సేకరించగలరా?

12. ఆడిటోరియం యొక్క తూర్పు గోడ వైశాల్యం 108 చదరపు మీటర్లు, ఉత్తర గోడ వైశాల్యం 135 చదరపు మీటర్లు మరియు అంతస్తు వైశాల్యం 180 చదరపు మీటర్లు. ఆడిటోరియం యొక్క ఎత్తు కనుగొనండి.

13. రెండు అంకెల సంఖ్య యొక్క ఒకట్ల స్థానంలోని అంకె నుండి 4 ను తీసివేసి, పదుల స్థానంలో ఉన్న అంకెకు 4 ను కలిపినట్లయితే, ఫలిత సంఖ్య రెట్టింపు అవుతుంది. ఆ సంఖ్యను కనుగొనండి.

14. ఇద్దరు పడవనడిపేవారు ఒక నది యొక్క ఎదురెదురు తీరాల నుండి ఒకేసారి బయలుదేరి, సంబంధిత తీరాల నుండి బయలుదేరిన 45 నిమిషాల తరువాత వారు ఒకరినొకరు పరస్పరం దాటి వెళతారు. వారు అవతల తీరానికి చేరుకునే వరకు ప్రయాణించారు మరియు తీరానికి చేరుకున్న వెంటనే తిరిగి వచ్చారు. వారు మళ్ళీ ఎప్పుడు ఒకరి నొకరు పరస్పరం దాటుకొంటారు?



15. ముగ్గురు అమ్మాయిలు మెట్లు దిగుతున్నారు. ఒక అమ్మాయి ఒకేసారి రెండు మెట్లు దిగుతుంది. రెండవ అమ్మాయి ఒకేసారి మూడు మెట్లు దిగుతుంది మరియు మూడవ అమ్మాయి ఒకేసారి నాలుగు మెట్లు దిగుతుంది.వారు మెట్లపై పాదముద్రలు వేస్తూ ఒకేసారి మెట్లు దిగడం ప్రారంభించారు

leaving their foot marks. They all came down in complete steps and had their foot marks together at the bottom of the staircase. In how many steps would there be only one pair of foot mark?

Are there any steps on which there would be no foot marks.

16. A group of soldiers was asked to fall in line making rows of three. It was found that there was one soldier extra. Then they were asked to stand in rows of five. It was found there were left 2 soldiers. They were asked to stand in rows of seven. Then there were three soldiers who could not be adjusted. At least how many soldiers were there in the group?

17. Get 100 using four 9's and some of the symbols like +, –, ×, ÷ etc.

18. How many digits would be in the product 2 × 2 × 2 ..... × 2 (30 times)?

19. A man would be 5 minutes late to reach his destination if he rides his bike at 30 km. per hour. But he would be 10 minutes early if he rides at the speed of 40 km per hour. What is the distance of his destination from where he starts?

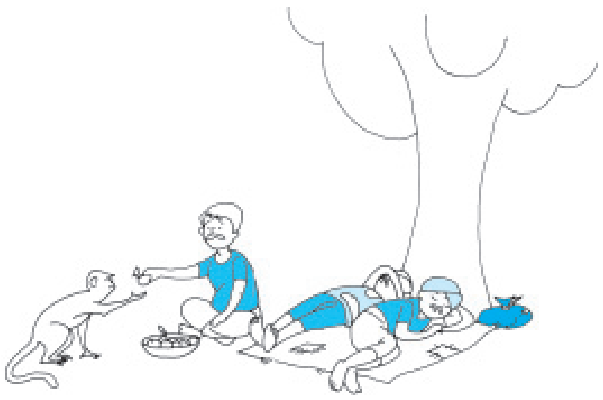
20. The ratio of speeds of two vehicles is 2:3. If the first vehicle covers 50 km in 3 hours, what distance would the second vehicle covers in 2 hours?

21. The ratio of income to expenditure of Mr. Natarajan is 7:5. If he saves ₹ 2000 a month, what could be his income?

22. The ratio of the length to breadth of a lawn is 3:5. It costs ₹ 3200 to fence it at the rate of ₹ 2 a metre. What would be the cost of developing the lawn at the rate of ₹10 per square metre.

23. If one counts one for the thumb, two for the index finger, three for the middle finger, four for the ring finger, five for the little finger and continues counting backwards, six for the ring finger, seven for the middle finger, eight for the index finger, 9 for the thumb, ten for the index finger, eleven for the middle finger, twelve for the ring finger, thirteen for the little finger, fourteen for the ring finger and so on. Which finger will be counted as one thousand?

24. Three friends plucked some mangoes from a mango grove and collected them together in a pile and took nap after that. After some time, one of the friends woke up and divided the mangoes into three equal numbers. There was one



వారంతా పూర్తి మెట్లు దిగి మెట్ల పై తమ పాదముద్రలను కలిగి ఉన్నారు. ఎన్ని మెట్లలో కేవలం ఒక జత పాదాల ముద్ర ఉంటుంది?

పాద ముద్రలు లేని మెట్లు ఉన్నాయా?

16. సైనికుల సమూహాన్ని మూడు వరుసలలో నిలబడమని కోరారు. అదనంగా ఒక సైనికుడు ఉన్నట్లు కనుగొనబడింది. అప్పుడు వారిని ఐదు వరుసలలో నిలబడమని కోరారు. అక్కడ ఇద్దరు సైనికులు మిగిలి ఉన్నారని కనుగొన్నారు. వారిని ఏడు వరుసలలో నిలబడమని కోరారు. అప్పుడు సర్దుబాటు చేయలేని ముగ్గురు సైనికులు ఉన్నారు. ఆ సమూహం లో కనీసం ఎంతమంది సైనికులు ఉన్నారు?

17. నాలుగు 9 లు మరియు +, –, × మొదలైన కొన్ని గుర్తులను ఉపయోగించి 100 పొందండి.

18. $2 \times 2 \times 2 \ldots\ldots \times 2$ (30 సార్లు) లబ్ధం లో ఎన్ని అంకెలు ఉంటాయి?

19. ఒక వ్యక్తి గంటకు 30 కిలోమీటర్ల వేగంతో తన బైక్ నడుపుతూ , గమ్యాన్ని చేరుకోవడానికి 5 నిమిషాలు ఆలస్యం అవుతాడు. కానీ అతను గంటకు 40 కిలోమీటర్ల వేగంతో ప్రయాణించినట్లయితే అతను 10 నిమిషాలు ముందుగా ఉంటాడు. అతని ప్రారంభస్థానం నుండి గమ్యం యొక్క దూరం ఎంత?

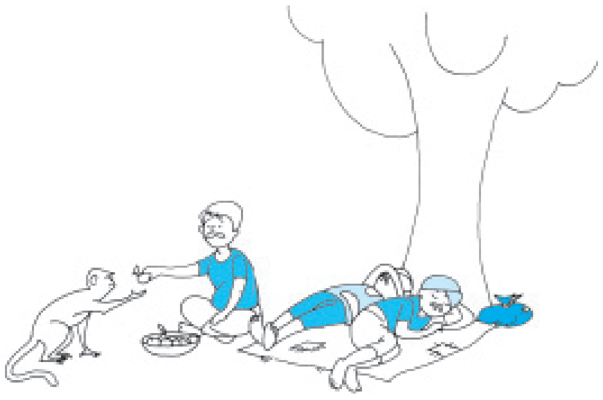
20. రెండు వాహనాల యొక్క వేగాల నిష్పత్తి 2:3. ఒకవేళ మొదటి వాహనం 3 గంటల్లో 50 కిలోమీటర్లు ప్రయాణించినట్లయితే, రెండో వాహనం 2 గంటల్లో ఎంత దూరాన్ని ప్రయాణిస్తుంది?

21. నటరాజన్ యొక్క ఆదాయం మరియు ఖర్చుల నిష్పత్తి 7:5. అతను నెలకు రూ. 2000 ఆదా చేస్తే అతని ఆదాయం ఎంత?

22. పచ్చిక మైదానం యొక్క పొడవు మరియు వెడల్పుల నిష్పత్తి 3:5. ఒక మీటరుకు ? 2 చొప్పున కంచె వేయడానికి ? 3200 ఖర్చవుతుంది. చదరపు మీటరుకు ? 10 చొప్పున పచ్చిక బయళ్లను అభివృద్ధి చేయడానికి అయ్యే ఖర్చు ఎంత?.

23. బొటనవేలుకు ఒకటి, చూపుడు వేలికి రెండు, మధ్య వేలికి మూడు, ఉంగరం వేలికి నాలుగు, చిటికెన వేలికి ఐదు, లెక్కించడాన్ని వెనుక నుంచి కొనసాగించగా, ఉంగరం వేలికి ఆరు, మధ్య వేలికి ఏడు, చూపుడు వేలికి ఎనిమిది, బొటనవేలుకు 9, చూపుడు వేలికి పది, మధ్య వేలికి పదకొండు ,ఉంగరం వేలికి పన్నెండు, చిటికెనవేలికి పదమూడు, ఉంగరం వేలికి పద్నాలుగు అలా లెక్కించుకుంటూ వెళితే. ఏ వేలు వెయ్యిగా లెక్కించబడుతుంది?

24. ముగ్గురు స్నేహితులు మామిడి తోట నుండి కొన్ని మామిడి పండ్లను కోసి , వాటిని కుప్పగా పోసారు, ఆ తర్వాత నిద్రపోయారు. కాసేపటి తర్వాత ఒక స్నేహితుడు మేల్కొని మామిడి పండ్లను సమానంగా మూడు సమాన భాగాలుగా విభజించాడు. ఒక



mango extra. He gave it to a monkey nearby, took one part for himself and slept again. Next the second friend got up unaware of what has happened, divided the rest of the mangoes into three equal shares. There was an extra mango. He gave it to the monkey, took one share for himself and slept again. Next the third friend got up not knowing what happened and divided the mangoes into three equal shares. There was an extra mango. He gave it to the monkey, took one share for himself and went to sleep again. After some time, all of them got up together to find 30 mangoes. How many mangoes did the friends pluck initially?

25. **The peculiar number**

There is a number which is very peculiar. This number is three times the sum of its digits. Can you find the number?

26. Ten saplings are to be planted in straight lines in such way that each line has exactly four of them.

27. What will be the next number in the sequence?

(a) 1, 5, 9, 13, 17, 21, ...

(b) 2, 7, 12, 17, 22, ...

(c) 2, 6, 12, 20, 30, ...

(d) 1, 2, 3, 5, 8, 13, ...

(e) 1, 3, 6, 10, 15, ...

28. Observe the pattern in the following statement:

$31 \times 39 = 13 \times 93$

The two numbers on each side are co-prime and are obtained by **reversing the digits** of respective numbers. Try to write some more pairs of such numbers.

ANSWERS

1. 119
2. 28
3. 3 m
4. The man takes an empty vessel other than these.

With the help of 3 litres can he takes out 9 litres of milk from the 10 litres can and pours it in the extra can. So, 1 litre milk remains in the 10 litres can. With the help of 7 litres can he takes out 7 litres of milk from the extra can and pours it in the 10 litres can. The 10 litres can now has $1 + 7 = 8$ litres of milk.

మామిడి పండు ఎక్కువ వచ్చింది . అతను దానిని సమీపంలోని కోతికి ఇచ్చాడు, ఒక భాగాన్ని తన కోసం తీసుకొని మళ్ళీ నిద్రపోయాడు. తరువాత రెండవ స్నేహితుడు ఏమి జరిగిందో తెలియక, లేచి మిగిలిన మామిడి పండ్లను మూడు సమాన భాగాలుగా విభజించాడు. ఒక మామిడిపండు అదనంగా ఉంది. అతను దానిని కోతికి ఇచ్చి, తన కోసం ఒక వాటా తీసుకొని మళ్ళీ పడుకున్నాడు. తరువాత మూడవ స్నేహితుడు ఏమి జరిగిందో తెలియక,లేచి మామిడి పండ్లను మూడు సమాన భాగాలుగా విభజించాడు. ఒక మామిడిపండు అదనంగా ఉంది. అతను దానిని కోతికి ఇచ్చి, తన కోసం ఒక వాటా తీసుకొని మళ్ళీ నిద్రపోయాడు. కొంత సేపటి తరువాత, వారంతా కలిసి నిద్ర లేచిన తరువాత 30 మామిడి పండ్లను కనుగొన్నారు. మొదట్లో స్నేహితులు ఎన్ని మామిడిపండ్లు కోసారు?

25. భిన్నమైన సంఖ్య చాలా భిన్నమైన సంఖ్య ఒకటి ఉంది. ఈ సంఖ్య దాని అంకెల మొత్తానికి మూడు రెట్లు ఎక్కువ. మీరు ఆ సంఖ్యను కనుగొనగలరా?

26. ప్రతి వరుస లో ఖచ్చితంగా నాలుగు మొక్కలు ఉండే విధంగా , సరళ రేఖల్లో పది మొక్కలను నాటాలి..

27. ఈ క్రమంలో తదుపరి సంఖ్య ఏమిటి?

(a) 1, 5, 9, 13, 17, 21, …

(b) 2, 7, 12, 17, 22, …

(c) 2, 6, 12, 20, 30, …

(d) 1, 2, 3, 5, 8, 13, …

((e) 1, 3, 6, 10, 15, …

28. దిగువ ప్రకటనలోని నమూనాను పరిశీలించండి.:

$31 \times 39 = 13 \times 93$

రెండు వైపులా ఉన్న రెండు సంఖ్యలు పరస్పర ప్రధాన సంఖ్యలు మరియు సంబంధిత సంఖ్యల యొక్క అంకెలను తారుమారు చేసిరాయడం ద్వారా వస్తాయి . అటువంటి మరికొన్ని జతలను రాయడానికి ప్రయత్నించండి.

సమాధానాలు

1. 119
2. 28
3. 3 మీ
4. ఆ వ్యక్తి ఇవి కాకుండా వేరే ఖాళీడబ్బాను తీసుకుంటాడు.

   3 లీటర్ల డబ్బా సహాయంతో అతడు 10 లీటర్ల డబ్బా నుంచి 9 లీటర్ల పాలను బయటకు తీసి అదనపు డబ్బాలో పోయాలి. అప్పుడు , 10 లీటర్ల డబ్బాలో 1 లీటర్ పాలు మిగిలి ఉన్నాయి. 7 లీటర్ల డబ్బా సహాయంతో అతడు అదనపు డబ్బా నుంచి 7 లీటర్ల పాలను బయటకు తీసి, దానిని 10 లీటర్ల డబ్బా లో పోస్తాడు. ఇప్పుడు 10 లీటర్ల డబ్బా 1 + 7 = 8 లీటర్ల పాలు కలిగి ఉంటుంది.

With the help of 3 litres can he takes out 3 litres milk from the 10 litres can. The 10 litres can now has 8 – 3 = 5 litres of milk, which he gives to the customer.

5. 14, 25, 36, 47, 58, 69
6. 2 units
7. 1 : 2
8. 80
9. (i) No, all children would not get it.

   (ii) All would get it.
10. 9, 2, 11, 4, 13, 6, 15, 8, 1, 10, 3, 12, 5, 14, 7.

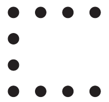
    12, 10, 8, 6, 4, 2, 0, 12, 10, 8, 6, 4.
11. Fill the 9 litres can. Remove 5 litres from it using the 5 litres can. Empty the 5 litres can. Pour 4 litres remaining in the 9 litres can to the 5 litres can.

    Fill the 9 litres can again. Fill the remaining 5 litres can from the water in it. This leaves 8 litres in the 9 litres can. Empty the 5 litres can. Fill it from the 9 litres can. You now have 3 litres left in the 9 litres can.
12. Height = 9m
13. 36
14. 90 minutes
15. Steps with one pair of foot marks – 2, 3, 9, 10

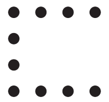
    Steps with no foot marks – 1, 5, 7, 11
16. 52
17. $99 + \frac{9}{9}$
18. 10
19. 30 km
20. 50 km
21. ₹ 7000 per month

3 లీటర్ల డబ్బా సహాయంతో అతడు 10 లీటర్ల డబ్బా నుంచి 3 లీటర్ల పాలను బయటకు తీస్తాడు. ఇప్పుడు 10 లీటర్లు డబ్బా $8-3=5$లీటర్ల పాలను కలిగి ఉంటాయి, అతడు దానిని ఖాతాదారుడుకి ఇస్తాడు.

5. 14, 25, 36, 47, 58, 69
6. 2 యూనిట్లు
7. 1 : 2
8. 80
9. (i) లేదు, పిల్లలందరూ దానిని పొందలేరు. (ii) అందరూ దానిని పొందుతారు.
10. 9, 2, 11, 4, 13, 6, 15, 8, 1, 10, 3, 12, 5, 14, 7.12, 10, 8, 6, 4, 2, 0, 12, 10, 8, 6, 4.
11. 9 లీటర్ల డబ్బా నింపండి. 5 లీటర్ల డబ్బా ఉపయోగించి 5 లీటర్లను తొలగించండి. 5 లీటర్ల డబ్బా ఖాళీ చేయండి. 9 లీటర్ల డబ్బా లో మిగిలి ఉన్న 4 లీటర్లను 5 లీటర్ల డబ్బా కు పోయాలి. 9 లీటర్ల డబ్బా ని మళ్లీ నింపండి. మిగిలిన 5 లీటర్ల డబ్బాను దానిలోని నీటి నుండి నింపండి. ఇది 9 లీటర్ల డబ్బా లో 8 లీటర్లను వదిలివేస్తుంది. 5 లీటర్ల డబ్బా ఖాళీ చేయండి. 9 లీటర్ల డబ్బా నుండి దానిని నింపండి. 9 లీటర్ల డబ్బా లో ఇప్పుడు మీకు 3 లీటర్లు మిగిలి ఉన్నాయి.
12. ఎత్తు = 9 మీ
13. 36
14. 90 నిమిషాలు
15. ఒక జత పాద ముద్రలతో మెట్లు - 2, 3, 9, 10
    పాదముద్రలు లేని మెట్లు - 1, 5, 7, 11
16. 52
17. $99+\frac{9}{9}$
18. 10
19. 30 కి.మీ
20. 50 కి.మీ
21. నెలకు ₹ 7000

22. ₹ 15,00,000
23. Index finger
24. 106 mangoes
25. 27
26. One arrangement could be 
27. (a) 25 (b) 27 (c) 42 (d) 21 (e) 21
28. One such pair is $13 \times 62 = 31 \times 26$.

22. 15,00,000
23. చూపుడువేలు
24. 106 మామిడి పండ్లు
25. 27
26. ఒక ఏర్పాటు ఇలా ఉండవచ్చు



27. (a) 25 (b) 27 (c) 42 (d) 21 (e) 21
28. అటువంటి ఒక జత $13 \times 62 = 31 \times 26$.

FUNDAMENTAL DUTIES

Fundamental duties: It shall be the duty of every citizen of India-

(a) to abide by the Constitution and respect its ideals and institutions, the National Flag and the National Anthem;

(b) to cherish and follow the noble ideals which inspired our national struggle for freedom;

(c) to uphold and protect the sovereignty, unity and integrity of India;

(d) to defend the country and render national service when called upon to do so;

(e) to promote harmony and the spirit of common brotherhood amongst all the people of India transcending religious, linguistic and regional or sectional diversities; to renounce practices derogatory to the dignity of women;

(f) to value and preserve the rich heritage of our composite culture;

(g) to protect and improve the natural environment including forests, lakes, rivers and wild life, and to have compassion for living creatures;

(h) to develop the scientific temper, humanism and the spirit of inquiry and reform;

(i) to safeguard public property and to abjure violence.

(j) to strive towards excellence in all spheres of individual and collective activity so that the nation constantly rises to higher levels of endeavour and achievement;

(k) who is a parent or guardian, to provide opportunities for education to his child or, as the case may be ward between the age of six and fourteen years;

Right of Children to Free and Compulsory Education (RTE) Act, 2009

The RTE Act provides for the right of children to free and Compulsory Education to every child in the age group of 6 – 14 years which came into force from 1st April 2010 in Andhra Pradesh.

Important provisions of RTE Act

- Ensure availability of schools within the reach of the children. • Improve School infrastructure facilities.
- Enroll children in the class appropriate to his / her age.
- Children have a right to receive special training in order to be at par with other children.
- Providing appropriate facilities for the education of children with special needs on par with other children.
- No child shall be liable to pay any kind of fee or charges or expenses which may prevent him or her from pursuing and completing the elementary education. No test for admitting the children in schools.
- No removal of name and repetition of the child in the same class.
- No child admitted in a school shall be held back in any class or expel from school till the completion of elementary education. • No child shall be subjected to physical punishment or mental harassment.
- Admission shall not be denied or delayed on the ground that the transfer and other certificates have not been provided on time. • Eligible candidates alone shall be appointed as teachers.
- The teaching learning process and evaluation procedures shall promote achievement of appropriate competencies.
- No board examinations shall be conducted to the children till the completion of elementary education.
- Children can continue in the schools even after 14 years until completion of elementary education.
- No discrimination and related practices towards children belonging to backward and marginalized communities.
- The curriculum and evaluation procedures must be in conformity with the values enshrined in the constitution and make the child free of fear and anxiety and help the child to express views freely.