www.apteachers.in

గణిత శాస్త్రం

ఆరవ తరగతి

పాఠ్య పుస్తక నిర్మాణ కమిటి

కె. వెట్రిసెల్వి ఐ.ఎ.ఎస్.
ఆంగ్ల మాధ్యమ, ప్రత్యేక అధికారిణి, పాఠశాల విద్య, ఆంధ్రప్రదేశ్.

డా. **బి. ప్రతాప్ రెడ్డి** ఎమ్.ఎ., బి.ఇడి., పిహెచ్.డి.
సంచాలకులు, రాష్ట్ర విద్యా పరిశోధనా శిక్షణా సంస్థ, ఆంధ్రప్రదేశ్.

శ్రీ. **డి. మధుసూదన రావు** ఎమ్.ఎ., బి.ఇడి.
సంచాలకులు, ప్రభుత్వ పాఠ్య పుస్తక ముద్రణాలయం, ఆంధ్రప్రదేశ్.

సంపాదకులు

డా॥ **బి. సత్యనారాయణ** అసోసియేట్ ప్రొఫెసర్
హెడ్, డిపార్ట్‌మెంట్ ఆఫ్ మ్యాథమెటిక్స్
ఆచార్య నాగార్జున యూనివర్సిటీ, గుంటూరు, ఆంధ్రప్రదేశ్

ప్రొ॥ **డి. యస్. యన్. శాస్త్రి** ఎం. ఎస్‌సి., ఎం.ఇడి., పిహెచ్.డి
రిటైర్డ్. ప్రిన్సిపాల్, ఎ.జె.కాలేజి ఆఫ్ ఎడ్యుకేషన్, మచిలీపట్నం

డా॥ **పి. సత్యనారాయణ శర్మ** ఎం.ఎస్‌సి., ఎం.ఇడి., ఎం.ఫిల్., పిహెచ్.డి
రిటైర్డ్. లెక్చరర్, మాంటిస్సోరి మహిళా కలేజి ఆఫ్ ఎడ్యుకేషన్, విజయవాడ.

శ్రీ **జె. కాశీ రావు** బి.ఎస్‌సి., బి.ఇడి.
రిటైర్డ్, హెడ్‌మాస్టర్, కావలి

SCERT - ANDHRA PRADESH

సమగ్ర శిక్షా, ఆంధ్రప్రదేశ్, అమరావతి

www.apteachers.in

© Government of Andhra Pradesh, Amaravati

First Published 2020

All rights reserved

No part of this publication may be reproduced, stored in a retrieval system, or transmitted, in any form or by any means without the prior permission in writing of the publisher, nor be otherwise circulated in any form of binding or cover other than that in which it is published and without a similar condition including this condition being imposed on the subsequent purchaser.

The copy right holder of this book is the Commissioner of School Education, Amaravati, Andhra Pradesh.

www.apteachers.in

SCERT - ANDHRA PRADESH

This book has been printed on 70 G.S.M. SS Maplitho
Title Page 200 G.S.M. White Art Card

సమగ్ర శిక్షా, పాఠశాల విద్యాశాఖ,

ఆంధ్రప్రదేశ్ ప్రభుత్వం వారిచే ఉచిత పంపిణీ.

Printed in India
at the A.P. Govt. Text Book Press
Amaravati
Andhra Pradesh

www.apteachers.in

సమన్వయం

డా. **టి. వి. ఎస్. రమేష్** ఎమ్.ఎస్‌సి., ఎమ్.ఇడి., పిహెచ్.డి.
పాఠ్యపుస్తకాల సమన్వయకర్త, విద్యాప్రణాళిక పాఠ్యపుస్తక విభాగము, రాష్ట్ర విద్యాపరిశోధనా శిక్షణా సంస్థ, ఆంధ్రప్రదేశ్

రచయితలు

శ్రీ **జి.వి.బి.ఎస్.ఎన్. రాజు** ఎస్.ఎ.(మ్యాథ్స్)
ఎం.సి.హెచ్.ఎస్, కస్పా, విజయనగరం జిల్లా

శ్రీ **డి. చంద్రశేఖర్** ఎస్.ఎ.(మ్యాథ్స్)
జడ్.పి.హెచ్.ఎస్. దెంకడ, విజయనగరం జిల్లా

శ్రీ **ఎస్. రాజశేఖర్ రెడ్డి** ఎస్.ఎ.(మ్యాథ్స్)
జడ్.పి.హెచ్.ఎస్, మిద్తూరు, కర్నూలు జిల్లా

డా॥ **టి.ఎస్.వి.ఎస్. సూర్యనారాయణ మూర్తి** ఎస్.ఎ.(మ్యాథ్స్)
జడ్.పి.బి.హెచ్.ఎస్. అమలాపురం, తూ.గోదావరి జిల్లా

శ్రీ **జి. ఎస్. కాంతారావు** ఎస్.ఎ.(మ్యాథ్స్)
జడ్.పి.హెచ్.ఎస్, నడుపూరు, విజయనగరం జిల్లా

శ్రీ **ఎస్. కె. బి. నవాజ్** ఎస్.ఎ.(మ్యాథ్స్)
జడ్.పి.హెచ్.ఎస్, మిద్తూరు, కర్నూలు జిల్లా

శ్రీ **జి. వెంకటేశ్వర్లు** ఎస్.ఎ.(మ్యాథ్స్)
జడ్.పి.హెచ్.ఎస్, తిప్పయ్యపాలెం, ప్రకాశం జిల్లా

శ్రీ **పి.వి.ఎన్. గణేష్** ఎస్.ఎ.(మ్యాథ్స్)
జడ్.పి.హెచ్.ఎస్, పరిమెళ్ళ, ప. గోదావరి జిల్లా

www.apteachers.in
SCERT - ANDHRA PRADESH

చిత్రకారులు

శ్రీ **పి. రామచంద్రరావు** మం.ప.ప్రా.పా. జాకెరు, విజయనగరం జిల్లా.

డి.టి.పి. & డిజైనింగ్

పి.వి.ఆర్. డిజైనర్స్, అరండల్‌పేట, విజయవాడ.
స్టాక్ఎస్సార్ట్‌మెంట్, విజయవాడ.

www.apteachers.in

ముందుమాట

ఆంధ్రప్రదేశ్ ప్రభుత్వం 2020-21 విద్యాసంవత్సరం నుండి పాఠశాల విద్యాప్రణాళికలో విస్తృత సంస్కరణలను ప్రవేశపెట్టడం ద్వారా నవశకానికి నాంది పలికింది. పటిష్టమైన పునాది అక్షరాస్యతను సాధించేందుకు వీలుగా అభ్యసన ఫలితాలు పెంపొందించే నాణ్యమైన బోధనాభ్యసన విధానాన్ని ప్రభావవంతంగా అమలు చేయడానికి విద్యా ప్రణాళిక సంస్కరణలతో కూడిన పాఠ్య పుస్తకాలను రూపొందించారు.

ఈ గణిత పాఠ్యపుస్తకం పునాది అభ్యసనానికి ప్రాధాన్యతనిస్తూ ప్రాథమిక గణిత భావనలు, గణన నైపుణ్యాలు, ఆల్గారిథమ్, వాటిని నేర్చుకోవడానికి అవసరమైన పదకోశం మొదలైన అంశాలతో రూపొందింది. సంఖ్యావ్యవస్థ, అంకగణితం, బీజగణితం, రేఖాగణితం, క్షేత్రమితి, దత్తాంశ నిర్వహణ మొదలైన ప్రాథమికోన్నతస్థాయి గణిత ఇతివృత్తాల ఆధారంగా పాఠ్యాంశాల అమరిక జరిగింది.

ఇవి చేయండి, ఆలోచించండి, పరిశోధించండి, ప్రాజెక్టుపనులు మొదలైన శీర్షికల ద్వారా చేస్తూ నేర్చుకోవడానికి, చర్చించడానికి వీలుగా పాఠ్యపుస్తకంలో అనేక కృత్యాలు పొందు పరిచారు. బోధనా వ్యూహాలు రూపొందించుకోవడానికి, అభ్యసనాన్ని ఎప్పటికప్పుడు మదింపు వేయడానికి వీలుగా ప్రతి పాఠంలో అభ్యసన ఫలితాలను పొందుపరచారు. ప్రతి ఉపశీర్షిక పూర్తికాగానే ఎంతవరకు నేర్చుకున్నారో తెలుసుకునేందుకు 'ఎంత నేర్చుకున్నాం' అనే అభ్యాసాలున్నాయి. వీటితో పాటు ప్రతి పాఠం చివర 'యూనిట్ అభ్యసనం' పేరుతో ప్రత్యేక కృత్యాలు ఉన్నాయి. వీటితో పాటు ఫన్ కార్నర్, ఐసిటి కార్నర్, సరదా గణితం ఇవ్వబడ్డాయి. ఇవి బాలలలో గణితం పట్ల అభిరుచి పెంపొందించడం, భయాన్ని పోగొట్టడంతో పాటు గణితం నేర్చుకోవడానికి తోడ్పడే విభిన్న మెళకువలను సాధన విధానాలను తెలుసుకునేందుకు తోడ్పడతాయి.

ఈ పాఠ్యపుస్తకంలో గణితభావనలను నిత్యజీవిత సన్నివేశాలు, సంఘటనలు, సంభాషణలు, సందర్భాల ద్వారా పరిచయం చేసారు. గణిత భావనలను బలోపేతం చేసేందుకు, వ్యక్తిగత, జట్టు, మొత్తం తరగతి కృత్యాలు రూపొందించారు. ప్రతి పాఠంలోనూ అదనపు సమాచారం కోసం క్యూ.ఆర్. కోడ్‌లు ఇవబడ్డాయి. ఈ పాఠ్యపుస్తకం 21వ శతాబ్ది నైపుణ్యాలను పెంపొందించేందుకు ప్రత్యేక శ్రద్ధ వహించింది.

పాఠశాల విద్యా సంస్కరణలు చేపట్టేందుకు నిరంతరం స్ఫూర్తినిస్తూ ముందుకు నడిపించిన గౌరవనీయ ముఖ్యమంత్రి వర్యులు శ్రీ వై.యస్. జగన్ మోహన్ రెడ్డి గారికి హృదయపూర్వక ధన్యవాదాలు. గుణాత్మక విద్యను అందించేందుకు నిరంతరం కృషి చేస్తున్న మాన్య మంత్రివర్యులు డా॥ ఆదిమూలపు సురేష్ గారికి నమస్కృతులు. తమ అమూల్యమైన సూచనలు, సలహాలతో పాఠ్యపుస్తక రూపకల్పనలో దిశానిర్దేశం చేసిన శ్రీ బుడితి రాజశేఖర్ ఐ.ఎ.యస్ పాఠశాల విద్య ప్రధాన కార్యదర్శి గారికి, శ్రీ వాడ్రేవు చినవీరభద్రుడు ఐ.ఎ.యస్ కమీషనర్, పాఠశాల విద్య గారికి, ఆంగ్లమాధ్యమ ప్రత్యేక అధికారిణి కె. వెట్రిసెల్వి ఐ.ఎ.యస్ గారికి ధన్యవాదాలు.

అంతర్జాతీయ ప్రమాణాలతో కూడిన పాఠ్యంశాలు రూపొందించేందుకు సింగపూర్ నుండి చికాగో వరకు విద్యా ప్రణాళికలను అధ్యయనం చేసిన పాఠ్యపుస్తక రచయితలకు ధన్యవాదాలు. కేరళ, తమిళనాడు, కర్ణాటక, మహారాష్ట్ర, హర్యానా రాష్ట్రాల విద్యా పరిశోధన కేంద్రాలకు ధన్యవాదాలు. పాఠ్యపుస్తక రూపకల్పనలో విశేష కృషి చేసిన రచయితలు, సంపాదకులు, చిత్రకారులు, డి.టి.పి. లే-అవుట్ డిజైనింగ్ వారందరికీ ప్రత్యేక ధన్యవాదాలు. ఈ పాఠ్యపుస్తకంపై ఉపాధ్యాయులు, తల్లిదండ్రుల నుండి నిర్మాణాత్మక సూచనలు, సలహాలు స్వాగతిస్తున్నాం.

డా. బి. ప్రతాప్ రెడ్డి
సంచాలకులు
రాష్ట్ర విద్యాపరిశోధనశాల సంస్థ

www.apteachers.in
SCERT - ANDHRA PRADESH

జాతీయ గీతం

– రవీంద్రనాథ్ ఠాగూర్

జనగణమన అధినాయక జయహే!
భారత భాగ్యవిధాతా!
పంజాబ, సింధు, గుజరాత, మరాఠా,
ద్రావిడ, ఉత్కళ, వంగా!
వింధ్య, హిమాచల, యమునా, గంగా!
ఉచ్ఛల జలధి తరంగా!
తవ శుభనామే జాగే!
తవ శుభ ఆశిష మాఁగే
గాహే తవ జయగాథా!
జనగణ మంగళదాయక జయహే!
భారత భాగ్య విధాతా!
జయహే! జయహే! జయహే!
జయ జయ జయ జయహే!!

www.apteachers.in
SCERT - ANDHRA PRADESH

ప్రతిజ్ఞ

– పైడిమర్రి వెంకటసుబ్బారావు

భారతదేశం నా మాతృభూమి. భారతీయులందరూ నా సహోదరులు.

నేను నా దేశాన్ని ప్రేమిస్తున్నాను. సుసంపన్నమైన, బహువిధమైన నా దేశ వారసత్వ సంపద నాకు గర్వకారణం. దీనికి అర్హత పొందడానికై సర్వదా నేను కృషి చేస్తాను.

నా తల్లిదండ్రుల్ని, ఉపాధ్యాయుల్ని, పెద్దలందర్ని గౌరవిస్తాను. ప్రతివారితోను మర్యాదగా నడుచుకొంటాను. జంతువులపట్ల దయతో ఉంటాను.

నా దేశంపట్ల, నా ప్రజలపట్ల సేవానిరతితో ఉంటానని ప్రతిజ్ఞ చేస్తున్నాను.

వారి శ్రేయోభివృద్ధులే నా ఆనందానికి మూలం.

www.apteachers.in

గణిత శాస్త్రం

ఆరవ తరగతి

వ. నెం.	పాఠం పేరు	నెల	పేజీలు
1.	మన చుట్టూ ఉండే సంఖ్యలు	జూన్	1 - 16
2.	పూర్ణాంకాలు	జులై	17 - 29
3.	గ.సా.కా – క.సా.గు	జులై – అగస్టు	30 - 49
4.	పూర్ణసంఖ్యలు	అగస్టు – సెప్టెంబరు	50 - 61
5.	భిన్నాలు – దశాంశ భిన్నాలు	సెప్టెంబరు – అక్టోబరు	62 - 86
6.	ప్రాథమిక అంకగణితం	అక్టోబరు – నవంబరు	87 - 104
7.	బీజ గణిత పరిచయం	నవంబరు	105 - 116
8.	జ్యామితీయ భావనలు	డిసెంబరు	117 - 128
9.	ద్విమితీయ – త్రిమితీయ ఆకారాలు	జనవరి	129 - 143
10.	ప్రాయోజిక జ్యామితి	ఫిబ్రవరి	144 - 153
11.	చుట్టుకొలత – వైశాల్యం	ఫిబ్రవరి – మార్చి	154 - 161
12.	దత్తాంశ నిర్వహణ	మార్చి	162 - 172
	పునఃశ్చరణ	మార్చి – ఏప్రిల్	

SCERT - ANDHRA PRADESH

J4E5C9

ఉపాధ్యాయులకు

P9H1Y3

విద్యార్థులకు

www.apteachers.in

అధ్యాయం 1

మన చుట్టూ ఉండే సంఖ్యలు

అభ్యసన ఫలితాలు

ఈ అధ్యాయం తర్వాత విద్యార్థి ...

★ నిత్యజీవితంలో సందర్భాలలో వచ్చే పెద్ద సంఖ్యలను చదువుతారు, రాస్తారు, పోల్చుతారు, ఉపయోగిస్తారు.

★ సంఖ్యల మొత్తాన్ని, భేదాన్ని, లబ్ధాన్ని మరియు భాగఫలాన్ని అంచనా వేస్తారు.

★ ఇచ్చిన అంకెలతో వివిధ సంఖ్యలను ఏర్పరుస్తారు మరియు వాటిలో అతి చిన్న, అతిపెద్ద సంఖ్యలను గుర్తిస్తారు.

★ సంఖ్యలను విస్తరణ మరియు సూక్ష్మరూపంలో ప్రాతినిధ్య పరుస్తారు.

★ సంఖ్యలను పరస్పరం హిందూ–అరబిక్ మానం నుండి అంతర్జాతీయ మానంలోకి మారుస్తారు.

★ నాలుగు చతుర్విధ ప్రక్రియలలో ఫలితాలను అంచనా వేస్తారు. మరియు సరిచూస్తారు.

విషయాంశాలు

1.1 పరిచయం

1.2 సంఖ్యలను పోల్చటం, క్రమంలో ఉంచటం

1.3 సంఖ్యామానం – పద్ధతులు

1.4 హిందూ మరియు అంతర్జాతీయ సంఖ్యామానాలు

1.5 నిత్యజీవితంలో ఉపయోగించే పెద్ద సంఖ్యలు.

1.6 సంఖ్యలను అంచనా వేయటం మరియు సవరించటం – చతుర్విధ (లేదా) ప్రాథమిక ప్రక్రియలు.

SCERT - ANDHRA PRADESH

chers

తబిత యొక్క తాత గారు బ్యాంకులో కొంత సొమ్మును జమ చేసి ఇంటికి తిరిగివచ్చారు.

తబిత : హాయ్ తాతయ్యా!

తాత : హల్లో తబిత

తబిత : మీ చేతిలోని కాగితం ఏమిటి?

తాత : నీకోసం కొంత సొమ్మును జమ చేశాను. ఇదిగో బ్యాంక్ కాగితం. తీసుకొని చూడు.

తబిత : జమ చేసిన సొమ్ము ₹ 85,000 (ఎనభై ఐదు వేల రూపాయలు)

www.apteachers.in

తాత : బాగుంది. కాగితంలో మెచ్యూరిటీ మొత్తం చదువు.

తబిత : మెచ్యూరిటీ మొత్తం ₹ 12,75,423 ను చదవలేను.

తాత : సరే. వేలకన్నా పెద్దదైన సంఖ్యలను నేర్చుకోవడానికి ప్రయత్నించు.

తబిత : తప్పకుండా. నేను నేర్చుకుంటా తాతయ్యా

1.1 పరిచయం :

సంఖ్యామానం గణితానికి వెన్నెముక వంటిది. సంఖ్యలు వివిధ సందర్భాలలో మరియు వివిధ పద్ధతులలో ఉపయోగించబడతాయి.

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 లను అంకెలు అంటారు. ఈ 10 అంకెలను ఉపయోగించి అన్ని సంఖ్యలు రాస్తారు.

కింది పట్టికను గమనించి ఖాళీలను సరియైన సంఖ్యలతో పూరించి, అక్షరాలలో రాయండి.

సందర్భం	సంఖ్య	సంఖ్య అక్షరాలతో
గ్రహాల సంఖ్య	యూ.	
మీ తరగతిలోని విద్యార్థుల సంఖ్య	ప. యూ.	
ఆంధ్రప్రదేశ్ తీర ప్రాంత పొడవు (కి.మీలలో)	వ. ప. యూ.	
రామానుజన్ సంఖ్య	వే. వ. ప. యూ.	
మీ పట్టణంలో 10 గ్రాముల బంగారం ధర	ప.వే. వే. వ. ప. యూ.	
కొత్త ట్రాక్టర్ ధర	ల. ప.వే. వే. వ. ప. యూ.	
999999 యొక్క ఉత్తర సంఖ్య	ప.ల. ల ప.వే. వే. వ. ప. యూ.	
ఆంధ్రప్రదేశ్ ప్రస్తుత జనాభా(సుమారు)	కో. ప.ల. ల ప.వే. వే. వ. ప. యూ.	

SCERT - ANDHRA PRADESH

www.apteachers.in
కింది తరగతులలో ఈ సంఖ్యలను నేర్చుకున్నాం. సంఖ్యాభావనలను పునర్విమర్శ చేసుకుందాం.

పరిశీలించు :

లక్షలు	వేలు		ఒకట్లు			
లక్షలు	పది వేలు	వేలు	వందలు	పదులు	ఒకట్లు	
					2	← 2 స్థాన విలువ 2
				2	3	← 2 స్థాన విలువ 20
			2	3	4	← 2 స్థాన విలువ 200
		2	3	4	5	← 2 స్థాన విలువ 2,000
	2	3	4	5	6	← 2 స్థాన విలువ 20,000
2	3	4	5	6	7	← 2 స్థాన విలువ 2,00,000

www.apteachers.in
సంఖ్యలోని ప్రతి అంకె విలువ, అది సంఖ్యలోని స్థానంను బట్టి ఆధారపడి ఉంటుంది. కుడి నుండి ఎడమకు జరిగిన అంకె స్థాన విలువ 10 రెట్లు పెరుగుతుంది.

SCERT - ANDHRA PRADESH

చారిత్రక విషయం

సున్నాను కనుగొన్నది ఎవరు ?
భారతీయులు

పురాతన భారతీయ రాతప్రతి భక్షాళిలో మనం ఈ రోజు ఉపయోగిస్తున్న 'సున్నా' గుర్తు యొక్క మూలం చుక్కలుగా గుర్తించబడింది. ఇది ప్రపంచంలోనే అతి పురాతనమైనది

1.2 సంఖ్యలను పోల్చటం, క్రమంలో రాయటం :

సంఖ్యలను పోల్చటానికి, క్రమంలో రాయటానికి

- ✴ స్థాన విలువల ఆధారంగా సంఖ్యలను అమర్చటం.
- ✴ గరిష్ఠ స్థానంతో మొదలుపెట్టి ప్రతి స్థానంలోని అంకెలను పోల్చాలి.

ఉదా-*1* : కింది సంఖ్యలను పోల్చి ఆరోహణ మరియు అవరోహణ క్రమంలో రాయండి.

29,845 | 29,923 | 38,962 | 1,26,845 | 8,496 | 36,897

www.apteachers.in

సాధన :

ఆరోహణ క్రమం :

ఆరోహణ క్రమము అనగా సంఖ్యలను కనిష్ఠ సంఖ్య నుండి గరిష్ఠ సంఖ్యకు అమర్చటం.

8,496, 29,845, 29,923, 36,897, 38,962, 1,26,845

అవరోహణ క్రమం :

అవరోహణ క్రమం అనగా సంఖ్యలను గరిష్ఠ సంఖ్య నుండి కనిష్ఠ సంఖ్యకు అమర్చటం.

1,26,845, 38,962, 36,897, 29,923, 29,845, 8,496

అభ్యాసం - 1.1

1) కింది ఇచ్చిన సంఖ్యలలో గరిష్ఠ మరియు కనిష్ఠ సంఖ్యలను గుర్తించండి.

క్ర.సం.	సంఖ్యలు	పెద్ద సంఖ్య(గరిష్ఠ)	చిన్న సంఖ్య(కనిష్ఠ)
1.	67456, 76547, 15476, 75460		
2.	64567, 66000, 78567, 274347		
3.			

www.apteachers.in

3వ ఖాళీలో మీ సొంత సమస్యను రాసుకొని సమాధానం రాయండి.

2) కింది సంఖ్యలను ఆరోహణ మరియు అవరోహణ క్రమంలో రాయండి.

క్ర.సం.	సంఖ్యలు	ఆరోహణ క్రమం
1.	75645, 77845, 24625, 85690	
2.	6790, 27895, 16176, 50000	

క్ర.సం.	సంఖ్యలు	అవరోహణ క్రమం
1.	75645, 77845, 24625, 85690	
2.	6790, 27895, 16176, 50000	

SCERT - ANDHRA PRADESH

3) కింది సంఖ్యలను అక్షరాలలో రాయండి.

క్ర.సం.	సంఖ్య	అక్షర రూపం
1.	73,062	
2.	1,80,565	
3.	25,45,505	
4.		

4వ ఖాళీలో మీ సొంత సమస్యను రాసి, జవాబులు రాయండి.

www.apteachers.in

4) కింది సంఖ్యలను అంకెల రూపంలో రాయండి.

క్ర.సం.	పదరూపం	సంఖ్యరూపం
1.	అరవై వేల అరవై ఆరు	60,066
2.	డెబ్బై ఎనిమిది వేల నాలుగు వందల పద్నాలుగు	
3.	తొంభై లక్షల తొంభై ఆరు వేల తొంభై	
4.		

4వ ఖాళీలో నీ స్వంత సమస్యను రాసి, జవాబులు రాయండి.

5) కింది ఇచ్చిన అంకెలనుపయోగించి గరిష్ఠ మరియు కనిష్ఠ సంఖ్యలను ఏర్పరచి వాటి మధ్య భేదాన్ని కనుగొనండి.

క్ర.సం.	ఇచ్చిన అంకెలు	గరిష్ఠ సంఖ్య	కనిష్ఠ సంఖ్య	భేదం
1.	4, 5, 6, 3	6543	3456	6543 – 3456 = 3087
2.	5, 8, 7, 2			
3.	6, 0, 8, 9, 4			
4.	3, 4, 8, 7, 9			

SCERT - ANDHRA PRADESH

6) 6, 0, 5, 7 అంకెలతో ఏర్పడే వీలయినన్ని 4 అంకెల సంఖ్యలను రాయండి.

7) కింది పట్టికను పరిశీలించి ఖాళీగా ఉండే డబ్బాలను పూరించండి.

www.apteachers.in

క్ర.సం.	అంకెలు	కనిష్ఠ	గరిష్ఠ	కనిష్ఠ - గరిష్ఠ	మొత్తం సంఖ్యలు
1.	1 అంకె	0	9	0 – 9	10
2.	2 అంకెలు	10	99	10 – 99	90
3.	3 అంకెలు	100	999	100 – 999	900
4.	4 అంకెలు	1,000	9999		
5.					90,000
6.			9,99,999		
7.		10,00,000	99,99,999		
8.	8 అంకెలు	1,00,00,000	9,99,99,999	1,00,00,000 – 9,99,99,999	9,00,00,000

ప్రతి సోపానాన్ని పరిశీలించిన

ఒకే అంకె కలిగిన మొత్తం సంఖ్యల సంఖ్య = గరిష్ఠ సంఖ్య – కనిష్ఠ సంఖ్య + 1

ఎనిమిది అంకెలు కలిగిన మొత్తం సంఖ్యల సంఖ్య = 9,99,99,999 – 1,00,00,000 + 1

= 9,00,00,000

8 ఎనిమిది అంకెలు కలిగిన సంఖ్యలు 9 కోట్లు ఉన్నాయి.

1.3 సంఖ్యామానం - పద్ధతులు :

www.apteachers.in

సంఖ్యామానంలో అందరూ ఉపయోగించే పద్ధతులు రెండు ఉన్నాయి.

(i) హిందూ అరబిక్ సంఖ్యామానం

భారతదేశం, పాకిస్తాన్, బంగ్లాదేశ్, నేపాల్, శ్రీలంక మరియు కొన్ని ఇతర దేశాలలో ఈ సంఖ్యామానాన్ని ఉపయోగిస్తారు.

(ii) అంతర్జాతీయ సంఖ్యామానం

చాలా ఎక్కువ దేశాలు ఈ పద్ధతిని అనుసరిస్తాయి. హిందూ అరబిక్ సంఖ్యామానంలో స్థాన విలువల పట్టిక కింద చూపించబడినది.

స్థాన విలువల పట్టిక

కోట్లు			లక్షలు		వేలు		యూనిట్లు (ఒకట్లు)		
వంద కోట్లు	పది కోట్లు 10,00,00,000	కోట్లు 1,00,00,000	పది లక్షలు 10,00,000	లక్ష 1,00,000	పది వేలు 10,000	వేలు 1,000	వందలు 100	పదులు 10	ఒకట్లు 1
							2	3	5
					4	0	5	7	2
			5	7	4	8	7	6	8
	9	6	0	8	5	4	0	3	9
8	5	7	9	0	0	0	7	5	6

www.apteachers.in
SCERT - ANDHRA PRADESH

పై సంఖ్యలను విస్తరణ రూపంలో రాద్దాం

(i) సంఖ్యా రూపం : 235

విస్తరణ రూపం : 2 × 100 + 3 × 10 + 1 × 5

పద రూపం : రెండు వందల ముప్పై ఐదు

(ii) 40,572 = 4 × 10,000 + 0 × 1,000 + 5 × 100 + 7 × 10 + 2 × 1

నలభై వేల ఐదు వందల డబ్బై రెండు

(iii) 57,48,768 = 5×10,00,000+7×1,00,000+4×10,000+8×1,000+7×100 + 6×10 + 8×1

యాభై ఏడు లక్షల నలభై ఎనిమిది వేల ఏడువందల అరవై ఎనిమిది.

(iv) 96,08,54,039 =

(v) 857,90,00,756 =

పది కోట్లు మరియు వంద కోట్లు పరిచయం :

www.apteachers.in

గరిష్ఠ ఎనిమిది అంకెల సంఖ్య 9,99,99,999. దీనికి మనం '1' కూడినా, మనకు 10,00,00,000 వస్తుంది. ఇది 9 అంకెల కనిష్ఠ సంఖ్య. దీనిని 10 కోట్లు అని చదువుతాం.

అంకెల సంఖ్య	విలువ	నుండి - వరకు
9 అంకెలు	పది కోట్లు	10,00,00,000 - 99,99,99,999
10 అంకెలు	నూరు కోట్లు	100,00,00,000 - 999,99,99,999

1 కోటి = 10 పది లక్షలు
= 100 లక్షలు
= 1000 పది వేలు
= 10,000 వేలు
= 1,00,000 వందలు
= 10,00,000 పదులు
= 1,00,00,000 ఒకట్లు

నీ ప్రగతిని సరిచూసుకో

పై పట్టికలో భాగంగా 10 కోట్లు మరియు 100 కోట్లను రాయండి.

SCERT - ANDHRA PRADESH

ఉదా-2 : కింది సంఖ్యలకు కామాలుంచి వాటిని పద రూపంలో రాయండి.

i) 356485 (ii) 4075675 (iii) 7056702725

సాధన : i) 356485 ను కామాలుంచి వేరు చేసి 3,56,485 గా రాయవచ్చు. దీనిని "మూడు లక్షల యాభై ఆరు వేల నాలుగు వందల ఎనభై ఐదు" అని రాయవచ్చు.

www.apteachers.in

ii) 4075675 ను కామా ఉంచి వేరు చేసి 40,75,675 గా రాయవచ్చు. దీనిని "నలభై లక్షల డెబ్బైఐదు వేల ఆరువందల డెబ్బై ఐదు" అని రాయవచ్చు.

ఉదా-3 : కింది వాటిని సంఖ్యారూపంలో రాసి సరియైన విధంగా కామాలనుంచండి.

i) నాలుగు కోట్ల నాలుగు లక్షల నాలుగు వేల నాలుగు వందల నాలుగు.

ii) తొంభై ఐదు కోట్ల అరవై లక్షల డెబ్బై రెండు వేల నాలుగు వందల ఇరవై ఐదు.

సాధన : i) నాలుగు కోట్ల నాలుగు లక్షల నాలుగు వేల నాలుగు వందల నాలుగు. 4,04,04,404

ii) తొంభై ఐదు కోట్ల అరవై లక్షల డెబ్బై రెండు వేల నాలుగు వందల ఇరవై ఐదు. 95,60,72,425

ఉదాహరణ-4 : 857065723 అనే సంఖ్యల రెండు '7' ల స్థాన విలువల భేదాన్ని కనుగొనండి?

సాధన : ఇచ్చిన సంఖ్య 857065723. సరైన విధంగా కామాలుంచిన దీనిని 85,70,65,723 గా రాయవచ్చు.

వందల స్థానంలో గల '7' యొక్క స్థాన విలువ = 7×100 = 700

లక్షల స్థానంలో గల '7' యొక్క స్థాన విలువ = $7 \times 10,00,000$ = 70,00,000

కావలసిన భేదం = $70,00,000 - 700 = 69,99,300$

www.apteachers.in

అభ్యాసం - 1.2

1. కింది ప్రతి దానిని సంఖ్యారూపంలో రాయండి.
   అ) అరవై కోట్ల డెబ్బై ఐదు లక్షల తొంభై రెండు వేల ఐదు వందల రెండు.
   ఆ) తొమ్మిదివందల నలభైనాలుగు కోట్ల ఆరు లక్షల యాభైఐదువేల నాలుగువందల ఎనభైఆరు.
   ఇ) పది కోట్ల పది వేల పది.
2. కింది సంఖ్యలను కామాలతో వేరు చేసి, అక్షరాలలో రాయండి.
   అ) 57657560 ఆ) 70560762 ఇ) 97256775613
3. కింది వాటిని విస్తరణ రూపంలో రాయండి.
   అ) 756723 ఆ) 60567234 ఇ) 8500756762
4. 86456792 సంఖ్యలో 6 స్థానవిలువ భేదాన్ని కనుక్కోండి.

SCERT - ANDHRA PRADESH

1.4 అంతర్జాతీయ సంఖ్యామానం :

ఈ సంఖ్యామానంలో కూడా 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 మరియు 9 అనే అంకెలను ఉపయోగించి సంఖ్యలను రాస్తాం. అంకె యొక్క స్థాన విలువ అనేది ఆ అంకె ఉన్న స్థానం మీద ఆధారపడుతుంది..

అంతర్జాతీయ సంఖ్యామానంలో సంఖ్యలను చదవటానికి ఆ సంఖ్యను ఒకట్లు, వేలు, మిలియన్లు, బిలియన్లు మరియు ట్రిలియన్లు అనే సమూహాలుగా కామాలు ఉంచి వేరు చేస్తారు. ప్రతి సమూహంలో 3 అంకెలుంటాయి..

www.apteachers.in

అంతర్జాతీయ సంఖ్యామానం స్థానవిలువల పట్టిక

బిలియన్లు			మిలియన్లు			వేలు			ఒకట్లు		
100,000,000,000 వంద బిలియన్లు	10,000,000,000 పది బిలియను	1,000,000,000 బిలియన్లు	100,000,000 వంద మిలియన్లు	10,000,000 పది మిలియన్లు	1,000,000 మిలియన్లు	100,000 వంద వేలు	10,000 పది వేలు	1,000 వేలు	100 Hundreds	10 వందలు	1 యూనిట్లు
							7	8	1	2	3
						9	3	4	5	6	7
			8	9	6	8	0	0	7	0	5
		9	9	2	4	0	6	7	2	5	6
2	3	9	1	7	6	5	0	7	8	5	7

← నీ సమస్య
← నీ సమస్య
← నీ సమస్య

www.apteachers.in

అంతర్జాతీయ సంఖ్యామానంలో గల సంఖ్యలను చదవటానికి ప్రయత్నిద్దాం.

ఉదాహరణ-5: 78123

సాధన: సోపానం-1 : ప్రతి ప్రతి మూడు స్థానాలకు కామాలుంచాలి. ఉదా : 78, 123

సోపానం-2 : **విస్తరణ రూపం**

$78123 = 7 \times 10{,}000 + 8 \times 1000 + 1 \times 100 + 2 \times 10 + 3$

సోపానం-3 : అక్షర రూపం: డెబ్బై ఎనిమిది వేల నూట ఇరవై మూడు.

ఉదాహరణ-6: 934567

సాధన: సోపానం-1 : ప్రతి ప్రతి మూడు స్థానాలకు కామాలు ఉంచాలి. ఉదా : 934,567

సోపానం-2 : **విస్తరణ రూపం**

$934567 = 9 \times 100{,}000 + 3 \times 10{,}000 + 4 \times 1000 + 5 \times 100 + 6 \times 10 + 7$

సోపానం-3 : అక్షర రూపం

తొమ్మిది వందల ముప్పై నాలుగు వేల ఐదు వందల అరవై ఏడు.

ఉదాహరణ-7: 9924067256

సాధన: సోపానం-1 : ప్రతి మూడు స్థానాలకు కామాలు ఉంచాలి. ఉదా : 9,924,067,256

సోపానం-2 : **విస్తరణ రూపం**

$9 \times 1{,}000{,}000{,}000 + 9 \times 100{,}000{,}000 + 2 \times 10{,}000{,}000 + 4 \times 1{,}000{,}000 + 0 \times 100{,}000 + 6 \times 10{,}000 + 7 \times 1000 + 2 \times 100 + 5 \times 10 + 6$

సోపానం-3 : అక్షర రూపం

తొమ్మిది బిలియన్ల తొమ్మిది వందల ఇరవై నాలుగు మిలియన్ల అరవై ఏడు వేల రెండు వందల యాభై ఆరు.

SCERT-ANDHRA PRADESH
www.apteachers.in

నీ ప్రగతిని సరిచూసుకో

1. పై పట్టికలోని మిగిలిన అంకెలను అంతర్జాతీయ సంఖ్యామానంలో అక్షరాలతో రాయండి.
2. మిగిలిన డబ్బాలలో మీ సొంత అంకెలతో నింపి వాటిని అక్షరాలలో రాయండి.

పరిశీలించండి

హిందూ అరబిక్		అంతర్జాతీయ
1 లక్ష	=	100 వేలు
10 లక్షలు	=	1 మిలియన్
1 కోటి	=	10 మిలియన్లు
10 కోట్లు	=	100 మిలియన్లు
100 కోట్లు	=	1 బిలియన్

అభ్యాసం - 1.3

1. కింది వాటిని అంతర్జాతీయ సంఖ్యామానం స్థాన విలువల ప్రకారం సంఖ్యారూపం రాసి వాటిని విస్తరించండి.
   అ) తొమ్మిది మిలియన్ల ఏడు వందల వేల ఆరు వందల ఐదు.
   ఆ) ఏడు వందల మిలియన్ల ఎనిమిది వందల డెబ్బైరెండు వేల నాలుగు వందల ఏడు.

www.apteachers.in

2. కింది సంఖ్యలను అంతర్జాతీయ సంఖ్యామాన పద్ధతిలో కామాలతో విభజించి చదివే పద్ధతిలో తిరిగి రాయండి మరియు అక్షరాలలో రాయండి.
   అ) 717858 ఆ) 3250672 ఇ) 75623562 ఈ) 956237676
3. కింది సంఖ్యలను హిందూ అరబిక్‌మానం మరియు అంతర్జాతీయ సంఖ్యామానంలోనూ అక్షరాలలో రాయండి.
   అ) 6756327 ఆ) 45607087 ఇ) 8560707236
4. కింది సంఖ్యలను మరొక సంఖ్యామానంలో రాయండి.

హిందూ అరబిక్ మానం	అంతర్జాతీయ మానం
42,56,876	
	800,000,000
956,76,72,345,	
	6303448433

5. కింది సంఖ్యలను అంతర్జాతీయ సంఖ్యామానంలో అక్షరాలలో రాయండి.
   అ) ఇరవై తొమ్మిది కోట్ల ముప్ఫై ఐదు లక్షల నలభై ఆరు వేల ఏడు వందల యాభై మూడు.
   ఆ) వెయ్యి కోట్ల తొంభై తొమ్మిది లక్షల నలభై మూడు.
6. కింది సంఖ్యలను హిందూ - అరబిక్‌మానంలో పదాలలో రాయండి.
   అ) తొమ్మిది బిలియన్ల ఇరవైనాలుగు మిలియన్ల యాభైవేల ఇరవై రెండు.
   ఆ) ఏడు వందల బిలియన్ల ఆరు మిలియన్ల నాలుగు వేల ఏడు వందల ఐదు.

www.apteachers.in

1.5 నిత్య జీవితంలో ఉపయోగించే పెద్ద సంఖ్యలు

ప్రపంచంలో వైశాల్యం(చ॥కి॥మీలలో) పరంగా 7 అతి పెద్ద దేశాలను పరిశీలించండి. చ॥కి॥మీను అర్థం చేసుకోవడానికి ఉపాధ్యాయుని సహాయం తీసుకోండి.

SCERT ANDHRA PRADESH

వరుస సంఖ్య	దేశం పేరు	వైశాల్యం చ॥కి॥మీలలో అంతర్జాతీయ సంఖ్యామానం	హిందూ అరబిక్ మానం
1.	రష్యా	17,100,000	1,71,00,000
2.	కెనడా	9,984,000	99,84,000
3.	అమెరికా సంయుక్త రాష్ట్రాలు	9,630,000	96,30,000
4.	చైనా	9,600,000	96,00,000
5.	బ్రెజిల్	8,510,000	85,10,000
6.	ఆస్ట్రేలియా	7,690,000	76,90,000
7.	ఇండియా(భారతదేశం)	3,290,000	32,90,000

పై సంఖ్యలను బిగ్గరగా చదివి, భారతదేశ వైశాల్యాన్ని హిందూ అరబిక్ మరియు అంతర్జాతీయ మానంలోనూ అక్షరాలలో రాయండి.

www.apteachers.in

పెద్ద సంఖ్యల ఉపయోగాలు

పరిమాణం : నీటి ప్రవాహాన్ని కొలవడానికి మనం క్యూసెక్స్ మరియు టి.యం.సి.లను వాడతాం.

క్యూసెక్కు = క్యూబిక్ ఫీట్ పర్ సెకండ్

= 28.316 లీటర్ల ప్రవాహం సెకనుకు

ఒక వెయ్యి మిలియన్ల క్యూబిక్ ఫీట్ = 1 టి.యం.సి.

= 28316000000 లీటర్లు

= 28.316 బిలియన్ లీటర్లు

= 2831.6 కోట్ల లీటర్లు

పెద్ద సంఖ్యలను చదువుటకు '.' పాయింట్ గుర్తును ఉపయోగిస్తాం.

ఉదాహరణకు 28.316 ఇరవై ఎనిమిది పాయింట్ మూడు, ఒకటి, ఆరు అని చదువుతాము

1 మిల్లీలీటరు = 1 క్యూబిక్ సెంటీమీటరు

1 లీటరు = 1000 మిల్లీలీటరు

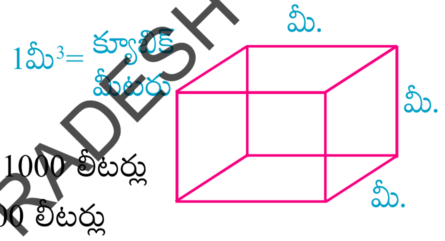
1 మీ^{3} = 1000 లీటర్లు

1 మెగా లీటర్స్ = 1000 మీ^{3} = 1000 × 1000 లీటర్లు

= 1,000,000 లీటర్లు

క్యూబిక్ కిలోమీటర్స్ (కి.మీ^{3}) = 1,000,000,000 m^3 = 1 బిలియన్ లీటర్లు

= 1,000,000,000,000 litres = 1 ట్రిలియన్ లీటర్లు



బరువులు : ఆహారధాన్యాలువంటి పదార్థాలు ఇతర పదార్థాల బరువులు కొలవడానికి మనం కిందివాటిని ఉపయోగిస్తాం.

www.apteachers.in

1 గ్రాం	=	1 గ్రా.		
1 కిలోగ్రాం	=	1000 గ్రా.		
1 క్వింటాలు	=	100 కి.గ్రా.	=	100000 గ్రాము
1 టన్ను	=	1000 కి.గ్రా.	=	1000000 గ్రాము
1 మెగాటన్ను	=	1000000000 కి.గ్రా.	=	1000000000000 గ్రాము
1 గిగాటన్ను	=	1000000000000 కి.గ్రా.	=	1000000000000000 గ్రాము

SCERT - ANDHRA PRADESH

పొడవులు : పొడవులను కొలుచుటకు మనం మి.మీ., సెంమీ., మీ., కి.మీ. మొదలైనవి.

1991-2001, 2011 భారత జనాభా లెక్కల ప్రకారం జనాభా వివరాలను సేకరించి హిందూ-అరబిక్ మానం, అంతర్జాతీయ మానంలలోనూ అక్షరాలలో రాయండి.

10 మిల్లీమీటరు = 1 సెం.మీ.

100 సెంటి మీటరు = 1 మీటరు

100 మీటర్లు = 1 కిలోమీటరు

మీకు తెలుసా!
పసిఫిక్ మహాసముద్రంలో 700,000,000 ఘ.కి.మీ నీరు ఉంది.

మీకు తెలుసా!
భూమి యొక్క బరువు 5,972 సెక్స్‌టిలియన్ (1000 ట్రిలియన్ మెట్రిక్ టన్స్)

www.apteachers.in

అభ్యాసం - 1.4

1. పెద్ద సంఖ్యలను ఉపయోగించే కొన్ని నిత్య జీవిత సందర్భాలను రాయండి.
2. ఒక పెట్టెలో 15 గ్రాముల బరువున్న మందు గుళికలు 3,00,000 లు కలవు. అయిన పెట్టెలోని మందుగుళికల మొత్తం బరువును గ్రాములు, కిలోగ్రాములలో చెప్పండి.
3. దామోదర్ కర్నూలు మార్కెట్లో ఉల్లిగడ్డలు కొనాలనుకున్నాడు. ప్రతి ఉల్లిగడ్డ సంచి బరువు 45 కి.గ్రా. అతను ఒక్కొక్కటి 45 కి.గ్రా. ల బరువు గల 326 సంచులను లారీలో నింపాడు. అయిన ఉల్లిగడ్డల మొత్తము బరువును కిలోగ్రాములలో మరియు క్వింటాళ్లలో కనుగొనండి?
4. 2011 జనాభా లెక్కల ప్రకారము నాలుగు దక్షిణ భారత రాష్ట్రాల జనాభా : ఆంధ్రప్రదేశ్ 8,46,65,533: కర్ణాటక : 6,11,30,704, తమిళనాడు : 7,21,38,958 మరియు కేరళ:3,33,87,677. అయిన దక్షిణ భారత రాష్ట్రాల మొత్తం జనాభా ఎంత?
5. ఒక ప్రఖ్యాత క్రికెట్ క్రీడాకారుడు అంతర్జాతీయ మ్యాచ్‌లలో ఇంతవరకు 28,754 పరుగులు చేశారు. అతని కెరీర్‌లో 50,000 పరుగులు పూర్తి చేయాలనుకున్నాడు. దానికి అతను ఇంకా ఎన్ని పరుగులు చేయాలి?
6. ఒక ఎన్నికలో విజేతకు 1,32,356 ఓట్లు, అతని సమీప ప్రత్యర్థికి 42,246 ఓట్లు వచ్చాయి. విజేత గెలిచిన మెజారిటీని కనుగొనండి?
7. 6, 4, 0, 8, 7, 9 అంకెలన్నింటితో ఏర్పడే అతిపెద్ద మరియు అతిచిన్న సంఖ్యలను రాసి, వాటి మొత్తం మరియు తేడాలను కనుగొనండి.
8. హరిత దగ్గర ₹ 1,00,000 లున్నవి. ఆమె ఒక్కొక్కటి ₹ 726 ల ఖరీదు కలిగిన 124 సీలింగ్ ఫ్యాన్లు కొనటానికి డబ్బులు చెల్లించిన ఆమె దగ్గర మిగిలిన సొమ్ము ఎంత ?

www.apteachers.in
SCERT-ANDHRA PRADESH

1.6 సంఖ్యల అంచనా మరియు సవరించటం :

2011 జనాభా లెక్కల ప్రకారం విజయనగరం జిల్లా జనాభా 23,44,474. జనాభాను సుమారుగా తెలుపుటకు వాస్తవ విలువకు బదులుగా సవరించిన విలువను ఉపయోగిస్తాము.

ఒక సంఖ్యను ఒక స్థానానికి సవరించుటకు గల నియమాలు :

- ఏ స్థానానికి సవరిస్తున్నావో కనుగొనాలి.
- కుడివైపుగల అంకె వైపు చూడండి.

దగ్గరి స్థానానికి ఒక సంఖ్యను సవరించడానికి లేదా అంచనావేయడానికి

(a) పదులు :

i) ఒకట్ల స్థానంలోని అంకె 5 కన్నా తక్కువైనచో, ఒకట్లస్థానాన్ని సున్నాతో పూరించండి. మిగతా అంకెలు అలాగే ఉంచండి.

ii) ఒకట్ల స్థానంలోని అంకె 5 లేదా 5 కన్నా ఎక్కువైన పదులస్థానంలోని అంకెకు '1' కలిపి ఒకట్ల స్థానంలో '0' తో పూరించండి.

www.apteachers.in

(b) వందలు :

i) పదుల స్థానంలోని అంకెను పరిశీలించుము. ఒకవేళ అది 5 కన్నా తక్కువైనచో, వందల స్థానంలోని అంకె మారదు. పదుల, ఒకట్ల స్థానంలోని అంకెల స్థానాలలో '0' ఉంచాలి.

ii) పదుల స్థానంలో 5 కన్నా పెద్ద అంకె ఉన్నచో, వందల స్థానంలోని అంకెకు '1' కలపాలి. పదుల, ఒకట్ల స్థానాలలో సున్నా ఉంచాలి.

> అంకె 5 కన్నా తక్కువైన కిందికి సవరించాలి. 5 లేదా అంతకన్నా ఎక్కువైన పైకి సవరించాలి.

ఉదాహరణ-8 :

536724 ను దగ్గరి పదులకు, వందలకు, వేలకు సవరించండి.

సాధన :

i) దగ్గరి 10 కి సవరించుట :

ఇచ్చిన సంఖ్య 5,36,724

పదుల స్థానానికి కుడివైపు అంకె 4. $4 < 5$ కావున కిందికి సవరించాలి. 5,36,720.

ii) దగ్గరి 100 కి సవరించుట :

ఇచ్చిన సంఖ్య 5,36,724

www.apteachers.in

వందల స్థానానికి కుడివైపు వున్న అంకె 2. $2 < 5$ కావున కిందికి సవరించాలి. 5,36,700.

iii) దగ్గరి 1000 కి సవరించుట:

ఇచ్చిన సంఖ్య 5,36,724

వేల స్థానానికి కుడివైపు వున్న అంకె 7. $7 > 5$ కావున పైకి సవరించాలి. 5,36,000.

SCERT - ANDHRA PRADESH

నీ ప్రగతిని సరిచూసుకో

కింది సంఖ్యలను దగ్గరి పదులకు, వందలకు, వేలకు సవరించండి.

(1) 56,789 (2) 86,289 (3) 4,56,726 (4) 5,62,724

ప్రయత్నించండి

సంఖ్యలను సవరించడం గురించి నీ మిత్రులతో చర్చించు. 2011 జనాభా లెక్కల ప్రకారం ఆంధ్రప్రదేశ్, తెలంగాణ, మరియు భారతదేశ జనాభాలను దగ్గరి లక్షలకు సవరించండి.

ప్రాథమిక చతుర్విధ ప్రక్రియలు :

సంఖ్యల సంకలన, వ్యవకలన, గుణకార, భాగహార ఫలితాలను అంచనావేయండి.

www.apteachers.in

సంకలనం :

8162 మరియు 5789 లను కూడండి.

సవరించుట ద్వారా మొదటగా అంచనా వేయుట = 8000 + 6000 = 14000.

ఇప్పుడు కూడండి.

```
   1 1
  8 1 6 2
  5 7 8 9
 ---------
 1 3, 9 5 1
```

ఆలోచించండి

13,951 అనేది 14,000 కు అంచనావేయడమైనది.

మొత్తం = 13,951

సవరించుట ద్వారా మొత్తాన్ని అంచనా వేసి, ఫలితాన్ని సరిచూడండి.

1. 8756 + 723
2. 56723 + 4567 + 72 + 5
3. 656724 + 8567
4. 60756 + 2562 + 72

వ్యవకలనం :

ఉదాహరణ : 5723 – 2867 = ??

మొదటగా సవరించుట ద్వారా అంచనా వేయండి.

6000 – 3000 = 3000

```
   4 16 11 13
   5  7  2  3
 – 2  8  6  7
 -------------
   2  8  5  6
```

ఆలోచించండి

2,856 అనునది 3,000 కు అంచనావేయడమైనది.

భేదం 2,856.

సవరించుట ద్వారా భేదాన్ని అంచనా వేసి, ఫలితాన్ని సరిచూడండి.

1. 7023 – 856
2. 9563 – 2847
3. 52007 – 6756
4. 95625 – 4235

గుణకారం :

58 × 67 గుణించుట

మొదటగా సవరించుట ద్వారా అంచనా వేయటం 60 × 70 = 4200, ఫలితాన్ని 100 లకు సవరించిన = 4000

లబ్ధాన్ని కనుగొనుట

```
      5 8
   ×  6 7
  -------
    4 0 6
  3 4 8 0
  -------
  3 8 8 6
```

ఆలోచించండి

3886 అనేది 4000 లకు అంచనా వేయటమైనది .

SCERT - ANDHRA PRADESH
www.apteachers.in

www.apteachers.in

సవరించుట ద్వారా లబ్ధాన్ని అంచనా వేసి, ఫలితాన్ని సరిచూడండి.

1. 63×85 2. 636×78
3. 506×85 4. 709×98

భాగహారం :

భాగించుము $976 \div 18$

మొదటగా సవరించుట ద్వారా అంచనా వేయుట $1000 \div 20 = 50$

సోపానాలు :

```
      5 4
18 | 9 7 6
   | 9 0↓
   |   7 6
   |   7 2
       4  శేషం
```

ఆలోచించండి

54 అనునది 50 కు అంచనా వేయటమైనది

సవరించుట ద్వారా భాగఫలాన్ని అంచనా వేసి, ఫలితాన్ని సరిచూడండి.

1. $936 \div 7$ 2. $956 \div 17$
3. $859 \div 23$ 4. $708 \div 32$

SCERT - ANDHRA PRADESH

యూనిట్ అభ్యాసము

1. కింది వాటిని అంకెలలో రాయండి.
   i) వంద కోట్ల, వంద వేలు మరియు వంద.
   ii) 20 బిలియన్ల నాలుగు వందల తొంభై ఏడు మిలియన్ల తొంభైఆరు వేల నాలుగు వందల డెబ్బై రెండు.
2. కింది సంఖ్యలను హిందూ – అరబిక్ మానంలో మరియు అంతర్జాతీయ మానంలోనూ అక్షరాలలో రాయండి.
   అ) 8275678960 ఆ) 5724500327 ఇ) 1234567890
3. 98978056 సంఖ్యలో 8 యొక్క రెండు స్థాన విలువల తేడాను కనుగొనండి ?
4. ఆరు అంకెల సంఖ్యలెన్ని ఉన్నాయి ?
5. ఎన్ని వేలయితే ఒక మిలియన్ అవుతుంది ?
6. '5' మొబైల్ నంబర్లను సేకరించి వాటిని ఆరోహణ మరియు అవరోహణ క్రమాలలో రాయండి?

www.apteachers.in

7. ప్రవళికి ఒక సోదరి మరియు ఒక సోదరుడు ఉన్నారు. ప్రవళి తండ్రిగారు 1 మిలియన్ రూపాయలను సంపాదించి వారికి సమానంగా పంచదలచారు. ప్రతి ఒక్కరూ పొందే సొమ్మును (సుమారు) లక్షలలో అంచనా వేసి, సరిచూచండి.

8. ప్రభుత్వం ప్రతి రైతుకు ₹13,500 లను పంచాలనుకుంది. జిల్లాలో 2,27,856 రైతులున్నారు. అయిన ప్రభుత్వం జిల్లాలోని రైతులందరికి పంచడానికి అవసరమైన సొమ్మును అంచనావేసి తర్వాత లెక్కించండి.

9. క్యూసెక్, టి.యం.సి, మెట్రిక్‌టన్ను, కిలోమీటరు పదాలను వివరించండి.

గుర్తుంచుకోవలసిన విషయాలు

1. 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 మరియు 9 లను అంకెలని, అంకెల సమూహాన్ని సంఖ్యలని అంటాం. అంకెలను కూడా సంఖ్యలు అనవచ్చు.
2. సంఖ్యను అంకెలనుపయోగించి ప్రాతినిథ్యపరచడాన్ని 'సంఙ్ఞామానం' అంటారు. సంఖ్యను అక్షరాలనుపయోగించి వ్యక్త పరచడాన్ని 'సంఖ్యామానం' అంటారు. సంఖ్యామానంలో రెండు పద్ధతులున్నాయి.

   అ) హిందూ - అరబిక్ మానం   ఆ) అంతర్జాతీయ సంఖ్యామానం

www.apteachers.in

3. సంఖ్యలోని అంకె యొక్క స్థాన విలువ = దాని సహజ విలువ × స్థానం
4. పరిమాణం, బరువు మరియు దూరాలను కొలవడానికి చిన్న మరియు పెద్ద సంఖ్యలను ఉపయోగిస్తాం.
5. వాస్తవ సూక్ష్మీకరణకు వెళ్ళేముందు మొత్తం, తేడా, లబ్ధం లేదా భాగఫలాలను అంచనా వేయుటకు ప్రయత్నించండి.

SCERT - ANDHRA PRADESH

శ్రీనివాస రామానుజన్ (22.12.1887 - 26.04.1920)

సంఖ్య సిద్ధాంతంలో భారతీయ మేధావి. ఫెలో ఆఫ్ రాయల్ సొసైటీ (ఇంగ్లాండ్) కు ఎన్నికైన మొదటి భారతీయుడు. 1729 రామానుజన్ సంఖ్య. ప్రతి సంవత్సరం జాతీయ గణిత దినోత్సవం అతని పుట్టినరోజు (డిసెంబరు 22) న జరుపుకుంటారు.

Q3H7U5

www.apteachers.in

అధ్యాయం 2

పూర్ణాంకాలు

X6X6H2

అభ్యసన ఫలితాలు

ఈ అధ్యాయం తర్వాత విద్యార్థి ...

★ పూర్ణాంకాల సంకలనం, వ్యవకలనం మరియు గుణకారాలకు సంబంధించిన సమస్యలను సాధిస్తారు.
★ పూర్ణాంకాల ధర్మాలను సరిచూస్తారు.
★ పూర్ణాంకాలను సంఖ్యారేఖపై ప్రాతినిధ్యం చేస్తారు.
★ గణితశాస్త్రంలో అమరికల ప్రాధాన్యతను అవగాహన చేసుకొని నూతన అమరికలను సృష్టించే ప్రయత్నం చేస్తారు.

SCERT - ANDHRA PRADESH

విషయాంశాలు

2.0 పరిచయం
2.1 పూర్ణాంకాలు
2.2 పూర్ణాంకాలను సంఖ్యారేఖపై సూచించుట
2.3 పూర్ణాంకాల ధర్మాలు
2.4 పూర్ణాంకాలలో అమరికలు

2.0 పరిచయం :

www.apteachers.in

వస్తువులను లెక్కించేటప్పుడు 1, 2, 3, ...సంఖ్యలు ఉపయోగిస్తాం. ఆ సంఖ్యల సమితిని సహజ సంఖ్యలు అంటారు. సహజ సంఖ్యల సమితిని N = {1, 2, 3, 4, ...} అని సూచిస్తాం.

ఏదైనా ఒక సహజ సంఖ్యకు తర్వాత గల సంఖ్యను **ఉత్తర సంఖ్య** అనీ, అలాగే ఒక సంఖ్యకు ముందు గల సంఖ్యను **పూర్వ సంఖ్య** అనీ అంటారు.

ఉదాహరణకి, 9 యొక్క ఉత్తర సంఖ్య 10
9 యొక్క పూర్వ సంఖ్య 8.

ఇప్పుడు ఇచ్చిన సంఖ్యలకు పూర్వ సంఖ్య, ఉత్తర సంఖ్యలతో కింది పట్టికను పూరించండి.

క్ర.సం	సహజసంఖ్య	దానిముందు సంఖ్య(పూర్వ సంఖ్య)	దాని తర్వాత సంఖ్య(ఉత్తర సంఖ్య)
1.	135		
2.	237		
3.	999		

మీ స్నేహితులతో చర్చించండి

1. ఏ సహజ సంఖ్యకు ఉత్తర సంఖ్య లేదు?
2. ఏ సహజ సంఖ్యకు పూర్వ సంఖ్య లేదు?

2.1 పూర్ణాంకాలు :

www.apteachers.in

సహజసంఖ్యలలో '1' కి పూర్వ సంఖ్య లేదు అని మీరు తెలుసుకునే ఉంటారు. '0' ను సహజ సంఖ్యల సమితికి చేర్చగా పూర్ణాంకాల సమితిగా ఏర్పడతాయి..

పూర్ణాంకాలు కింది విధంగా చర్చిస్తాం

W = {0, 1, 2, 3,...}

నీ ప్రగతిని సరిచూసుకో

కనిష్ఠ పూర్ణాంకమేది?

ఆలోచించండి

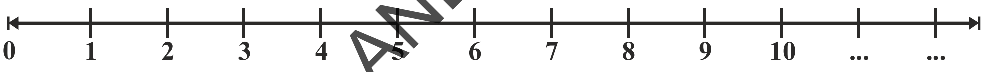
1. సహజ సంఖ్యలన్నీ పూర్ణాంకాలు అవుతాయా?
2. పూర్ణాంకాలన్నీ సహజసంఖ్యలు అవుతాయా?

2.2 పూర్ణాంకాలను సంఖ్యారేఖపై సూచించుట :

ఒక సరళరేఖను గీయండి. దానిపై ఒక బిందువును గుర్తించి, దానిని '0' చే సూచించండి. '0' కుడివైపున వీలైనన్ని బిందువులను సమాన దూరాలలో గుర్తించి, వాటిని 1, 2, 3, 4, ... లుగా సూచించండి. ఏవైనా రెండు వరుస బిందువుల మధ్య దూరాన్ని ప్రమాణ దూరం అంటారు.

www.apteachers.in

పూర్ణాంకాల సంఖ్యారేఖ:



పైన ఇవ్వబడిన సంఖ్యారేఖను గమనించండి. దానిపై గల ఏ సంఖ్యకైనా, ఉత్తర సంఖ్య దానికి ఏ వైపున ఉంటుందో చెప్పగలరా? 3 యొక్క ఉత్తర సంఖ్య 4, 3 కంటే 4 పెద్ద సంఖ్య ఇది 3 కు కుడివైపున ఉంటుంది.

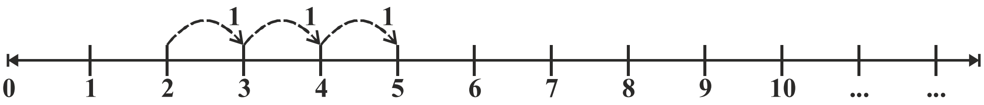
మరి, సంఖ్యారేఖ పై గల ఒక సంఖ్యకు కుడివైపున గల సంఖ్యలన్నియు ఎల్లప్పుడు ఆ సంఖ్య కంటే పెద్ద సంఖ్యలని చెప్పగలమా? అవును. 12 మరియు 8 అనే సంఖ్యలను పరిశీలిద్దాం .

సంఖ్యలు	సంఖ్యారేఖపై గల స్థానం	సంఖ్యల మధ్య సంబంధం
12, 8	12, 8 కి కుడివైపున ఉండును	12 > 8

SCERT - ANDHRA PRADESH

సంఖ్యారేఖపై సంకలనం

పూర్ణాంకాల సంకలనాన్ని సంఖ్యా రేఖపై సూచించవచ్చు. 2 మరియు 3 సంఖ్యల సంకలనం కింది రేఖపై సూచించబడింది.



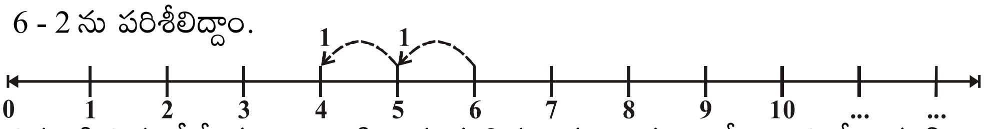
2 కు 3 ను కలపాలి, కాబట్టి పైన చూపిన విధంగా సంఖ్యారేఖపై 2 తో ఆరంభించి, దానికి కుడివైపున ఒక ప్రమాణ దూరంతో 3 సార్లు కదిలితే 5 ని చేరుకుంటాం.

కావున 2 + 3 = 5. అందువల్ల ఏ సంఖ్యను కలపాలన్నా, సంఖ్యా రేఖపై మనం కుడివైపునకు కదులుతాం.

www.apteachers.in

సంఖ్యారేఖపై వ్యవకలనం

6 - 2 ను పరిశీలిద్దాం.



6 నుండి 2 ను తీసేయాలి, కాబట్టి పైన చూపిన విధంగా సంఖ్యారేఖపై 6 తో ఆరంభించి, దానికి ఎడమ వైపున ఒక ప్రమాణదూరం రెండు సార్లు కదిలితే 4 ని చేరుకుంటాం. కావున 6 - 2 = 4.

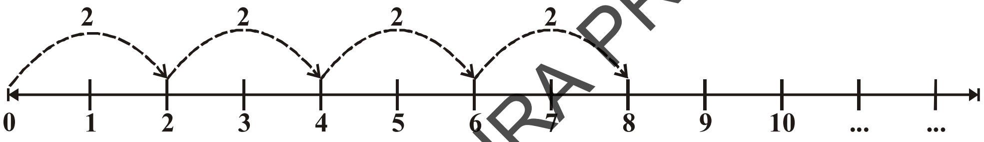
అనగా వ్యవకలనం చేయాలంటే సంఖ్యారేఖపై ఎడమవైపునకు కదులుతాం.

కింది వాటిని సంఖ్యారేఖపై సూచించండి:

i) 5 + 3 ii) 5 - 3 iii) 3 + 5 iv) 10 + 1 v) 8-5

సంఖ్యారేఖపై గుణకారం కృత్యం

ఇప్పుడు సంఖ్యారేఖపై పూర్ణాంకాల గుణకారాన్ని పరిశీలిద్దాం. 4 × 2 ని కనుగొందాం. అనగా 2 + 2 + 2 + 2, 4 × 2 అనగా 2 ప్రమాణాలు 4 మార్లు. దీనిని సంఖ్యారేఖపై చూద్దాం.



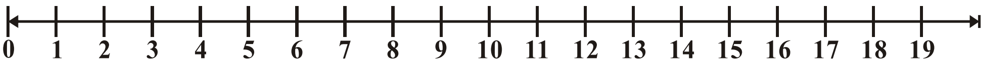
'0' వద్ద ఆరంభించి, ప్రతిసారి 2 ప్రమాణాలు, 4 సార్లు కుడి వైపునకు కదలవలెను అపుడు మీరు 8 ని చేరుకుంటారు.

. కావున, 4 × 2 = 8

✳ సంఖ్యారేఖను ఉపయోగించి కింది వాటిని కనుగొనండి :

1. 5 రావాలంటే 8 నుండి ఏ సంఖ్యను తీసివేయాలి?
2. 1 రావాలంటే 6 నుండి ఏ సంఖ్యను తీసివేయాలి?
3 8 రావాలంటే 6 కి ఏ సంఖ్యను కలపాలి?
4. 30 రావాలంటే ఎన్ని 6 లు అవసరం?

✳ రాజు మరియు గాయత్రి కలిసి సంఖ్యారేఖను తయారుచేశారు.



రాజు మరియు గాయత్రి ఒక ఆట ఆడుతున్నారు. గాయత్రి సంఖ్యారేఖ పై సున్న వద్ద ప్రారంభించి మూడు సార్లు ముందుకు దూకాలి. మొదటిసారి 3 అడుగులు రెండవసారి 8 అడుగులు మరియు మూడవసారి 5 అడుగుల చొప్పున దూకితే చివరకు గాయత్రి సంఖ్యారేఖపై ఎక్కడికి చేరుతుంది? గాయత్రి 16 అడుగులని సమాధానం చెప్పింది.

గాయత్రి సమాధానం సరియైనదని నీవు భావిస్తున్నావా? గాయత్రి మార్గంను సంఖ్యారేఖపై సూచించండి. సంకలన, వ్యవకలనాల ఆధారంగా ఈ ఆటను నీ మిత్రునితో కలిసి ఆడుము.

SCERT - ANDHRA PRADESH
www.apteachers.in

www.apteachers.in

అభ్యాసం - 2.1

1. 27 మరియు 46 ల మధ్య ఎన్ని పూర్ణాంకాలుంటాయి?
2. సంఖ్యారేఖనుపయోగించి కింది వాటిని కనుగొనండి.

   i) 6 + 7 + 7 ii) 18 - 9 iii) 5 × 3
3. కింది జతలలో ఏ పూర్ణాంకం మరొక పూర్ణాంకానికి సంఖ్యారేఖపై కుడివైపున ఉంటుంది?

   i) 895, 239 ii) 1001, 10001 iii) 15678, 4013
4. కనిష్ఠ పూర్ణాంకాన్ని సంఖ్యారేఖపై చూపండి.

2.3 పూర్ణాంకాల ధర్మాలు :

ఏవైనా రెండు పూర్ణాంకాలను తీసుకొని వాటిని కలుపుదాం. మరి వాటి మొత్తం పూర్ణాంకమవుతుందా? మరి కొన్ని ఉదాహరణలు తీసుకొని సరిచూడండి.

మీరు చేసే కూడికలు ఇలా ఉండాలి:

2 + 3 = 5, ఒక పూర్ణాంకం

0 + 7 = 7, ఒక పూర్ణాంకం

20 + 51 = 71, ఒక పూర్ణాంకం

0 + 0 = 0, ఒక పూర్ణాంకం

www.apteachers.in

ఇక్కడ, మరిన్ని ఉదాహరణలు తీసుకొని సరిచూడండి.

ఏదైనా ఒక జత పూర్ణాంకాల మొత్తం ఒక పూర్ణాంకం కాని జత ఉంటుందా? అటువంటి పూర్ణాంకాల జతలు అసలు ఉండవు అని మనం గమనిస్తాం. కాబట్టి పూర్ణాంకాల సమితి సంకలనంతో సంవృత ధర్మాన్ని పాటిస్తుంది. దీనినే పూర్ణాంకాల సంకలనంలో 'సంవృత ధర్మం' అంటారు.

మరి పూర్ణాంకాల సమితి గుణకారంలో కూడా సంవృత ధర్మాన్ని పాటిస్తుందేమో సరిచూద్దామా? పూర్ణాంకాల గుణకారాలకు ఐదు ఉదాహరణలు ఇవ్వండి

మీరు చేసిన గుణకారాలు ఇలా ఉంటాయి.

5 × 6 = 30, ఒక పూర్ణాంకం

11 × 0 = 0, ఒక పూర్ణాంకం

16 × 5 = 80, ఒక పూర్ణాంకం

ఏ రెండు పూర్ణాంకాల లబ్ధమైనా ఒక పూర్ణాంకమేనని తెలుస్తుంది. కాబట్టి పూర్ణాంకాల సమితి గుణకారంలో సంవృత ధర్మాన్ని కలిగి ఉంటుంది.

పూర్ణాంకాలు సంకలనం, గుణకారాలలో సంవృత ధర్మాన్ని పాటిస్తాయి.

SCERT - ANDHRA PRADESH

ఆలోచించండి

1. పూర్ణాంకాల సమితి వ్యవకలనంలో సంవృత ధర్మాన్ని పాటిస్తుందా?

   7 - 5 = 2, ఒక పూర్ణాంకం

   5 - 7 = ?, ఒక పూర్ణాంకం కాదు

   వీలైనన్ని ఉదాహరణలు తీసుకొని సరి చూడండి.

2. పూర్ణాంకాల సమితి భాగహారంలో సంవృత ధర్మాన్ని పాటిస్తుందా?

   $6 \div 3 = 2$, ఒక పూర్ణాంకం

   $5 \div 2 = \frac{5}{2}$, ఒక పూర్ణాంకం కాదు

   మరికొన్ని ఉదాహరణలు తీసుకొని నిర్ధారించండి.

సున్నతో భాగహారం

$6 \div 2$ కనుగొందాం

6 ను 2 తో భాగించడం అనగా 6 నుండి 2 ను మళ్ళీ, మళ్ళీ తీసివేయండి.

6 - 2 = 4 1వ సారి

4 - 2 = 2 2వ సారి

2- 2 = 0 3వ సారి

కావున, $6 \div 2 = 3$

$3 \div 0$ పరిశీలిద్దాం.

ఇక్కడ మనం 0 ను మళ్ళీ, మళ్ళీ 3 లో నుంచి తీసివేయండి.

3- 0 = 3

3 - 0 = 3

3 - 0 = 3

ఈ విధంగా చేస్తూపోతే ఎప్పటికీ అంతం ఉండదు. కావున $3 \div 0$ కి సరైన ఖచ్చితమైన ఫలితాన్ని మనం పొందలేం.

సున్నాచే భాగహారం నిర్వచింపబడదు.

www.apteachers.in
SCERT - ANDHRA PRADESH

నీ ప్రగతిని సరిచూసుకో

1. $12 \div 3$ మరియు $42 \div 7$ లను కనుగొనండి.
2. $6 \div 0$ మరియు $9 \div 0$ సమానాలు అవుతాయా?

www.apteachers.in

పూర్ణాంకాల్లో స్థిత్యంతర (వినిమయ) ధర్మం

కింది వాటిని పరిశీలించండి.

$2 + 3 = 5 \qquad 3 + 2 = 5$

పై సందర్భాలలో $2 + 3$, $3 + 2$ లు సమానం.

రెండింటిలో ఒకే విలువ 5 వచ్చింది. అలాగే ఇది చూడండి.

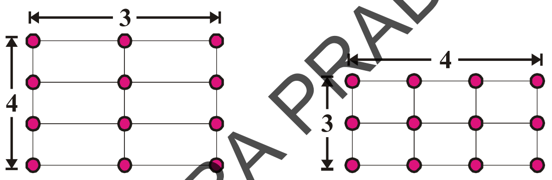
$7 + 8 = 15 \qquad 8 + 7 = 15$

$7 + 8$, $8 + 7$ లు సమానం. ఇక్కడ కూడా ఫలితం 15 వచ్చింది.

ఇక్కడ, ఒక జత పూర్ణాంకాలను కూడే క్రమం మార్చినప్పటికీ, వాటి మొత్తం ఒకే విధంగా ఉంది. దీనిని మరికొన్ని ఉదాహరణలతో సరిచూడండి.

అనగా, రెండు పూర్ణాంకాలను ఏ క్రమంలోనైనా కూడ వచ్చు. పూర్ణాంకాల సమితి సంకలనం దృష్ట్యా స్థిత్యంతర ధర్మాన్ని కలిగి ఉంటుంది.

కింది పటాలను పరిశీలించండి:



$4 \times 3 = 12 \qquad 3 \times 4 = 12$

www.apteachers.in

ఒక జత పూర్ణాంకాలను క్రమం మార్చి గుణించినా, ఒకే లబ్ధం వస్తుందని గమనించాం కదా. దీనినే మరికొన్ని ఉదాహరణలతో ప్రయత్నించి చూడండి.

పూర్ణాంకాల సమితి గుణకారంలో స్థిత్యంతర ధర్మాన్ని కలిగి ఉంటుంది.

పూర్ణాంకాల సమితి సంకలన, గుణకారంలో స్థిత్యంతర ధర్మాన్ని కలిగి ఉంటుంది

ప్రయత్నించండి

* పూర్ణాంకాలలో వ్యవకలనం స్థిత్యంతర ధర్మాన్ని పాటిస్తుందా?
* పూర్ణాంకాలలో భాగహారం స్థిత్యంతర ధర్మాన్ని పాటిస్తుందా?

సంకలన, గుణకారాలలో సహచర ధర్మం

కింది వాటిని పరిశీలించండి.

i. $(3 + 4) + 5 = 7 + 5 = 12$ ii. $3 + (4 + 5) = 3 + 9 = 12$ కావున $(3 + 4) + 5 = 3 + (4 + 5)$.

మనం (i) లో మొదట 3, 4 లను కూడి, మొత్తానికి 5 ని కలిపాం (ii) లో మొదట 4, 5 లను కూడి, మొత్తానికి 3 ని కలిపాం. కాని, రెండింటి మొత్తం ఒకే విధంగా సమానంగా వచ్చింది.

పూర్ణాంకాల సమితి సంకలనం దృష్ట్యా సహచర ధర్మాన్ని కలిగి ఉంటుంది.

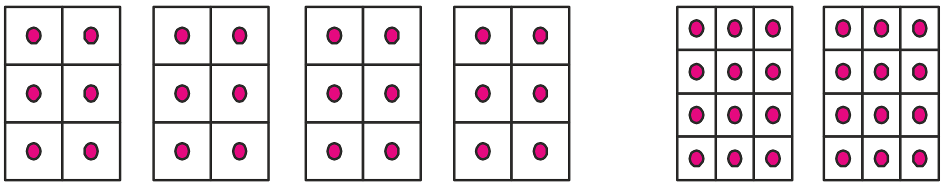
ఇలాంటివి 10 పది ఉదాహరణలను రాసుకొని పై ధర్మాన్ని సరిచూడండి. ఫలితాలు సమానంగా ఉన్నట్లు గమనించారా?

SCERT - ANDHRA PRADESH

www.apteachers.in

కింది వాటిని పరిశీలించండి:

3 × 2   3 × 2   3 × 2   3 × 2   4 × 3   4 × 3



4 × (3×2) = (3×2) కు నాలుగు రెట్లు   2 × (4×3) = (4×3) కు రెట్టింపు

పటం. (a)   *పటం. (b)*

పటం (a) మరియు పటం (b) లలోని చుక్కల గడులను లెక్కించండి. ఎంత వచ్చింది? రెండు పటాలలో గడుల సంఖ్య సమానం. పటం (a) లో ప్రతి గదిలో 3×2 గడులున్నాయి. కాబట్టి మొత్తం గడుల సంఖ్య 4 × (3×2) = 24. పటం (b) లో ప్రతి గదిలో 4 × 3 గడులున్నాయి. కావున మొత్తం గడుల సంఖ్య 2 × (4 × 3) =24. కావున, 4 × (3×2) = 2 × (4 × 3)

దీనినే **పూర్ణాంకాల గుణకారంలో సహచరధర్మం అని అంటాం.**

కావున **పూర్ణాంకాలు, సంకలనం, గుణకారం సహచరధర్మాన్ని పాటిస్తాయి.**

నీ ప్రగతిని సరిచూసుకో

సరిచూడండి.

i. (5 × 6) × 2 = 5 × (6 × 2)   ii. (3 × 7) × 5 = 3 × (7 × 5)

ఉదాహరణ-1. 196 + 57 + 4 కనుగొనండి

సాధన: 196 + (57 + 4)

= 196 + (4 + 57) [స్థిత్యంతర ధర్మం]

= (196 + 4) + 57 [సహచర ధర్మం]

= 200 + 57 = 257

ఇక్కడ, స్థిత్యంతర, సహచర ధర్మాలను కలిపి సంకలనంలో ఉపయోగించాం.

మరి, ఇలా స్థిత్యంతర, సహచర ధర్మాలను ఉపయోగించడం వల్ల సమస్యల సాధన సులభమవుతుందని మీరు భావిస్తున్నారా?

ఉదాహరణ-2. 5 × 9 × 2 × 2 × 3 × 5 ని కనుగొనండి

సాధన : 5 × 9 × 2 × 2 × 3 × 5

= 5 × 2 × 9 × 2 × 5 × 3 [స్థిత్యంతర ధర్మం]

= (5 × 2) × 9 × (2 × 5) × 3 [సహచర ధర్మం]

= 10 × 9 × 10 × 3

= 90 × 30 = 2700

ఇక్కడ స్థిత్యంతర, సహచర ధర్మాలను కలిపి గుణకారంలో ఉపయోగించాం. ఇలా స్థిత్యంతర, సహచర ధర్మాలను ఉపయోగించడం వల్ల సమస్యా సాధన సులభమవుతుందని మీరు భావిస్తున్నారా?

www.apteachers.in
SCERT - ANDHRA PRADESH

www.apteachers.in

నీ ప్రగతిని సరిచూసుకో

✷ స్థిత్యంతర, సహచరధర్మాలను ఉపయోగించి కింది వాటిని సూక్ష్మీకరించండి.

అ) 319 + 69 + 81 ఆ) 431 + 37 + 69 + 63

ఇ) 2 × (71 × 5) ఈ) 50 × 17 × 2

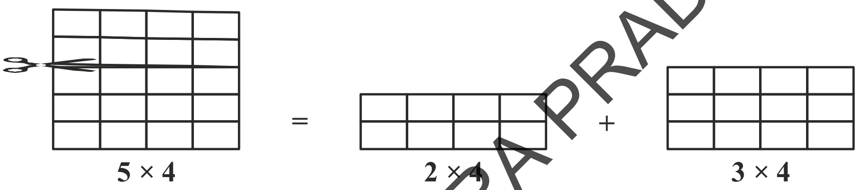
ఆలోచించండి

(8 ÷ 2) ÷ 4 = 8 ÷ (2 ÷ 4) అవుతుందా?

భాగహారానికి సహచరధర్మం వర్తిస్తుందా?

అలాగే వ్యవకలనానికి సహచరధర్మం వర్తిస్తుందేమో సరిచూడండి.

కింది వాటిని పరిశీలించండి



గళ్ళ కాగితాన్ని కత్తిరించండి. ఇక్కడ 5 × 4 గళ్ళ కాగితాన్ని 2 × 4 మరియు 3 × 4 అనే రెండు ముక్కలుగా విభజించడం జరిగింది.

కావున, 5 × 4 = (2 × 4) + (3 × 4)

= 8 + 12 = 20 మరియు 5 = 2 + 3 కావున

5 × 4 = (2 + 3) × 4 అని చెప్పగలం.

= (2 × 4) + (3 × 4)

అదే విధంగా, (5 + 6) × 7 = (5 × 7) + (6 × 7) = 35 + 42 = 77

11 × 7 = 35 + 42 = 77

రెండు సమానమని మనం చూడవచ్చు . దీనినే సంకలనం మీద గుణకార విభాగన్యాయం అంటారు.

గుణకార విభాగ న్యాయం ఉపయోగించి కింది వాటిని సూక్ష్మీకరించండి.

అ) 2 × (5 + 6) ఆ) 5 × (7 + 8) ఇ) 19 × 7 + 19 × 3

ఉదాహరణ-3 12 × 75 విభాగన్యాయాన్ని ఉపయోగించి కనుక్కోండి.

సాధన : 12 × 75 = 12 × (70 + 5) = 12 × (80 - 5)

= (12 × 70) + (12 × 5) లేదా = (12 × 80) - (12 × 5)

= 840 + 60 = 900 = 960 - 60 = 900

✷ **ఇవి చేయండి :** i) 25 × 78 ii) 17 × 26 iii) 49 × 68 + 32 × 49

విభాగ న్యాయాన్ని ఉపయోగించి కనుగొనండి.

www.apteachers.in
SCERT - ANDHRA PRADESH

www.apteachers.in

తత్సమాంశం (సంకలనం, గుణకారం)

7, 5 లను కూడితే మనకు 12 అనే సంఖ్య వస్తుంది. రెండు పూర్ణాంకాలతో కూడిన ఫలితం కూడా పూర్ణాంకం అవుతుంది. అన్ని సందర్భాలలో ఇది సమ్మతమా? చూద్దాం.

ఒక పూర్ణాంకానికి సున్నాను కలిపితే, అదే పూర్ణాంకం వస్తుంది.

2	+	0	=	2
9	+	0	=	9
0	+	11	=	11
0	+	25	=	25

సున్నాను పూర్ణాంకాల సంకలనానికి తత్సమాంశం లేదా సంకలన తత్సమాంశం అంటారు.

కింది పట్టికను పరిశీలించండి:

1 × 9 = 9
6 × 5 = 30
6 × 4 = 24
5 × 1 = 5
11 × 1=11

పక్క పట్టికలో ఒక పూర్ణాంకాన్ని 1చే గుణిస్తే వచ్చే ఫలితం అదే పూర్ణాంకం అవుతుందని గమనించవచ్చు.

కావున 1 ని గుణకార తత్సమాంశం అంటారు.

www.apteachers.in

అభ్యాసం - 2.2

1. తగిన విధంగా సంఖ్యల స్థానాలు మార్చుకొని మొత్తాన్ని కనుగొనండి.
   అ) 238 + 695 + 162 ఆ) 154 + 197 + 46 + 203
2. తగిన విధంగా సంఖ్యల స్థానాలు మార్చుకొని లబ్ధాన్ని కనుగొనండి.
   అ) 25 × 1963 × 4 ఆ) 20 × 255 × 50 × 6
3. తగిన ధర్మాలనుపయోగించి కింది లబ్ధాలను కనుగొనండి.
   అ) 205 × 1989 ఆ) 1991 × 1005
4. ఒక పాల వ్యాపారి ఉదయం 56 లీటర్ల పాలను, సాయంత్రం 44 లీటర్ల పాలను ఒక వసతి గృహానికి సరఫరా చేస్తాడు. ఒక లీటరు పాల ధర ₹ 50 అయితే, అతనికి ఒకరోజుకు ఎంత డబ్బు వస్తుంది?

2.4 పూర్ణాంకాలలో అమరికలు :

పూర్ణాంకాలను ప్రాథమిక జ్యామితీయ ఆకారాలుగా చుక్కలతో అమర్చవచ్చు. కింది వాటిని పరిశీలించండి.

✳ 1 ని ఇలా చూపవచ్చు ●

ప్రతి సంఖ్యను చుక్కల రేఖగా చూపవచ్చు.

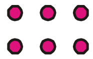
2 ను ఇలా చూపవచ్చు ● ●

3 ను ఇలా చూపవచ్చు ● ● ● మొ॥నవి.

SCERT - ANDHRA PRADESH

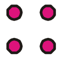
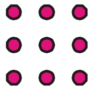
www.apteachers.in

✳ కొన్ని సంఖ్యలను దీర్ఘచతురస్రాలుగా చూపవచ్చు. ఉదాహరణకు

6 సంఖ్యను ఇలా చూపవచ్చు 

ఈ దీర్ఘ చతురస్రంలో రెండు అడ్డ వరుసలు, మూడునిలువు వరుసలు ఉన్నాయని గమనించండి.

✳ 4 లేదా 9 వంటి కొన్ని చతురస్రాలుగా అమర్చవచ్చు.

4  9 

ఈ విధంగా, ఇంకా ఏ సంఖ్యలను చతురస్రాలుగా అమర్చవచ్చు? ఇక్కడ ఒక అమరికను గమనించవచ్చు.

4 = 2 × 2, ఇది ఒక పరిపూర్ణ వర్గ సంఖ్య.

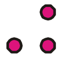
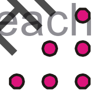
9 = 3 × 3. ఇది కూడా ఒక పరిపూర్ణ వర్గ సంఖ్య.

దీని తర్వాత చతురస్రంగా అమర్చ గలిగే సంఖ్య ఏది?

మనం 16 అని సులభంగా చెప్పవచ్చు. 16 = 4 × 4. ఇది కూడా ఒక వర్గ సంఖ్య. తర్వాతి 3 సంఖ్యలు చతురస్రంగా అమర్చగలిగే వాటిని సూచించండి. చతురస్రాలుగా కానటువంటి దీర్ఘ చతురస్రాలుగా అమర్చగలిగే 5 సంఖ్యలను సూచించండి.

✳ కొన్ని సంఖ్యలను త్రిభుజాలుగా అమర్చవచ్చు.

www.apteachers.in

3  6 

త్రిభుజంలోని రెండు భుజాలు సమానంగా ఉండాలని గమనించండి. కింది నుండి ప్రతి వరుసలో చుక్కల సంఖ్య 4, 3, 2, 1 గా ఉండాలి. ఎల్లప్పుడూ, పై వరుసలో మాత్రం ఒకటి ఉంటుంది.(ఒకే శీర్షం ఉంది కాబట్టి)

తర్వాత అమర్చగలిగే త్రిభుజం సంఖ్య ఏది? ఆ తర్వాత ఏది? చెప్పండి.

ఇక్కడ ఏదైనా అమరికను గమనించారా? ప్రతి వరుసలోని చుక్కల సంఖ్యను పరిశీలించండి, అమరిక గురించి ఆలోచించండి.

ఇప్పుడు, కింది పట్టికను పూరించండి.

సంఖ్య	రేఖ	దీర్ఘ చతురస్రం	చతురస్రం	త్రిభుజం
2	అవును	కాదు	కాదు	కాదు
3	అవును	కాదు	కాదు	అవును
4	అవును	కాదు	అవును	కాదు
5				
.....				
25				

SCERT - ANDHRA PRADESH

www.apteachers.in

ప్రయత్నించండి

1. ఏ సంఖ్యలను రేఖగా మాత్రమే చూపవచ్చు?
2. ఏఏ సంఖ్యలను దీర్ఘచతురస్రాలుగా చూపవచ్చు?
3. ఏఏ సంఖ్యలను చతురస్రాలుగా చూపవచ్చు?
4. ఏఏ సంఖ్యలను త్రిభుజాలుగా చూపవచ్చు?

సంఖ్యల అమరిక

అమరికలు, సమస్యల పరిష్కారానికి సులభతర మార్గాలను సూచిస్తాయి. కింది వాటిని పరిశీలించండి.

1. 296 + 9 = 296 + 10 - 1 = 306 - 1 = 305
2. 296 - 9 = 296 - 10 + 1 = 286 + 1 = 287
3. 296 + 99 = 296 + 100 - 1 = 396 - 1 = 395
4. 296 - 99 = 296 - 100 + 1 = 196 + 1 = 197

మరొక అమరికను చూద్దాం.

1. 65 × 99 = 65 (100 - 1) = 6500 - 65 = 6435
2. 65 × 999 = 65 (1000 - 1) = 65000 - 65 = 64935
3. 65 × 9999 = 65 (10000 - 1) = 650000 - 65 = 649935
4. 65 × 99999 = 65 (100000 - 1) = 6500000 - 65 = 6499935 మొ॥నవి.

www.apteachers.in
SCERT ANDHRA PRADESH

ఇక్కడ ఒక సంఖ్యను 9, 99, 999, ... రూపంలో నున్న సంఖ్యతో సులభ విధానంలో గుణించడాన్ని గుమనించవచ్చు ఇలాంటి సులభ మార్గాలు మనోగణిత సమస్యలను సాధించే సామర్థ్యాన్ని పెంచుతాయి.

కింది అమరికను పరిశీలించండి. ఇది ఒక సంఖ్యను 5, 15, 25, ... లతో గుణించే మార్గాన్ని సూచిస్తుంది.

(దీనిని ఇంకా ముందుకు విస్తరించడానికి ఆలోచించండి).

అ) $46 \times 5 = 46 \times \frac{10}{2} = \frac{460}{2} = 230 = 230 \times 1$

ఆ) $46 \times 15 \quad = 46 \times (10 + 5)$

$= 46 \times 10 + 46 \times 5 = 460 + 230 = 690 = 230 \times 3$

ఇ) $46 \times 25 \quad = 46 \times (20 + 5)$

$= 46 \times 20 + 46 \times 5 = 920 + 230 = 1150 = 230 \times 5$ .....

మరికొన్ని ఉదాహరణలు ఆలోచించండి.

www.apteachers.in

అభ్యాసం - 2.3

1. కింది అమరికను పరిశీలించండి.

$1 \times 8 + 1 = 9$

$12 \times 8 + 2 = 98$

$123 \times 8 + 3 = 987$

$1234 \times 8 + 4 = 9876$

$12345 \times 8 + 5 = 98765$

తర్వాత వచ్చే నాలుగు సోపానాలు రాయండి. ఈ అమరిక తర్వాత సంఖ్యలకు ఎలా వస్తుందో చెప్పగలరా?

U9V1P9

2. 13680347, 35702369, 25692359 సంఖ్యలను 9 తో గుణించి, ఎటువంటి అమరిక వస్తుందో పరిశీలించండి.

యూనిట్ అభ్యాసనము

1. < లేదా > సరియైన గుర్తును ఎంపిక చేసుకొని కింది ఖాళీలను పూరించండి.

అ) 8 .... 7 ఆ) 5 .... 2 ఇ) 0 .... 1 ఈ) 10 5

2. 11 యొక్క ఉత్తర సంఖ్య మరియు 5 యొక్క పూర్వ సంఖ్యలను సంఖ్యారేఖపై సూచించండి.

3. కింది ప్రవచనాలలో ఏది సత్యమో ఏది అసత్యమో కనుగొని అసత్య ప్రవచనాలను సరిచేసి రాయండి.

అ) పూర్వ సంఖ్యలేని ఒక సహజ సంఖ్య గలదు.

ఆ) '0' అనునది కనిష్ఠ పూర్ణాంకం.

ఇ) సంఖ్యారేఖపై ఏదేని పూర్ణంకమునకం ఎడమవైపుగల పూర్ణాంకము ఆ పూర్ణాంకము కంటె పెద్ద సంఖ్య.

4. ఇచ్చిన సమాచారం ఆధారంగా ఫలితాలను గణించకుండా చెప్పండి.

అ) $28 \times 19 = 532$ అయితే $19 \times 28 =$

ఆ) $a \times b = c$ అయితే $b \times a =$

ఇ) $85 + 0 = 85$ అయితే $0 + 85 =$

5. కింది వాటి విలువను కనుగొనండి:

అ) $368 \times 12 + 18 \times 368$ ఆ) $79 \times 4319 + 4319 \times 11$

6. చందన 12 నోటు పుస్తకాలను, వేణు 10 నోటు పుస్తకాలను కొన్నారు. ఒక నోటు పుస్తకం ధర ₹15. అయితే దుకాణదారునికి ఎంత డబ్బు ఇవ్వాలి?

SCERT - ANDHRA PRADESH
www.apteachers.in

www.apteachers.in

7. జతపర్చండి.

అ)	$3 + 1991 + 7 = 3 + 7 + 1991$	[ ]	i. సంకలన తత్సమాంశం
ఆ)	$2 \times 68 \times 50 = 2 \times 50 \times 68$	[ ]	ii. గుణకార తత్సమాంశం
ఇ)	1	[ ]	iii. సంకలనంలో స్థిత్యంతర ధర్మం
ఈ)	0	[ ]	iv. సంకలనంపై గుణకార విభాగ న్యాయం
ఉ)	$879 \times (100 + 30) = 879 \times 100 + 879 \times 30$	[ ]	v. గుణకారంలో స్థిత్యంతర ధర్మం

8. కింది అమరికను పరిశీలించండి:

$91 \times 11 \times 1 = 1001$

$91 \times 11 \times 2 = 2002$

$91 \times 11 \times 3 = 3003$

తర్వాత వచ్చే ఏడు సోపానాలు రాయండి. ఫలితం సరియైనదేమో సరి చూడండి.

గుర్తుంచుకోవలసిన విషయాలు

1. లెక్కించడానికి ఉపయోగించే సంఖ్యలైన N = {1, 2, 3, ...} సంఖ్యలను సహజ సంఖ్యలు అంటారు.
2. ప్రతి సహజ సంఖ్యకు ఉత్తర సంఖ్య ఉంది. కాని 1 తప్ప మిగిలిన సహజ సంఖ్యలకు పూర్వ సంఖ్యలు ఉంటాయి.
3. సహజ సంఖ్యల సమితికి సున్నాను చేర్చితే, పూర్ణాంకాల సమితి అవుతుంది. W = {0, 1, 2, ...}
4. ప్రతి పూర్ణాంకానికి ఉత్తర సంఖ్య ఉంది. కాని 0 కి తప్ప మిగిలిన పూర్ణాంకాలన్నిటికీ పూర్వ సంఖ్యలు ఉంటాయి.
5. సహజ సంఖ్యలన్నీ పూర్ణాంకాలవుతాయి. కాని పూర్ణాంకాలలో సున్నా తప్ప మిగిలినవన్నీ సహజ సంఖ్యలే.
6. సంఖ్యారేఖపై పూర్ణాంకాలను సూచించవచ్చు. సంకలనం, వ్యవకలనం, గుణకార ప్రక్రియలను సంఖ్యారేఖపై సులభంగా చేయవచ్చు.
7. సంఖ్యారేఖపై సంకలనం చేయడానికి కుడివైపునకు కదిలితే, వ్యవకలనం చేయడానికి ఎడమవైపునకు కదులుతాం. గుణకారం చేయడానికి సున్నా నుండి సమాన దూరాలలో కుడివైపునకు కదులుతాం.
8. పూర్ణాంకాలు సంకలన, గుణకారాలలో సంవృత ధర్మాన్ని పాటిస్తాయి. కాని వ్యవకలన, భాగహారాలలో సంవృత ధర్మాన్ని పాటించవు.
9. సున్నాతో భాగాహారం నిర్వచింపబడదు.
10. పూర్ణాంకాలలో సంకలన తత్సమాంశం సున్న మరియు గుణకార తత్సమాంశం ఒకటి.
11. పూర్ణాంకాలు సంకలన, గుణకారాలలో స్థిత్యంతర ధర్మాన్ని పాటిస్తాయి.
12. పూర్ణాంకాలు సంకలన, గుణకారాలలో సహచర ధర్మాన్ని పాటిస్తాయి.
13. పూర్ణాంకాలలో సంకలనం మీద గుణకారం విభాగ న్యాయాన్ని కల్గి ఉంటుంది.
14. పూర్ణాంకాల స్థిత్యంతర, సహచర, విభాగ న్యాయాలు సంఖ్యలను సులభంగా గణించడానికి ఉపయోగపడతాయి. మనకు తెలియకుండానే గణనలో వాటిని ఉపయోగిస్తాం.
15. సంఖ్యల అమరికలు ఆసక్తికరంగా ఉండడమే కాకుండా, రాత సమస్యలకు ఉపయోగపడతాయి. అలాగే సంఖ్యా ధర్మాలను ఇంకా బాగా అర్థం చేసుకోవడానికి దోహదపడతాయి.

SCERT - ANDHRA PRADESH
www.apteachers.in

www.apteachers.in

అధ్యాయం 3

గ.సా.కా - క.సా.గు

గరిష్ఠ సామాన్య కారణాంకం - కనిష్ఠ సామాన్య గుణిజం

A5M3K4

అభ్యసన ఫలితాలు

ఈ అధ్యాయం తర్వాత విద్యార్థి ...

★ అవసరమైన సందర్భాలలో భాజనీయతాసూత్రాలను చెబుతారు. ఉపయోగిస్తారు.

★ ప్రధాన సంఖ్యలు, సంయుక్త సంఖ్యలు, పరస్పర ప్రధాన సంఖ్యలు, శుద్ధ సంఖ్యలుగా సంఖ్యల స్థూల వర్గీకరణను గుర్తింస్తారు మరియు అభినందిస్తారు.

★ ఒక సంఖ్య యొక్క కారణాంకాలు మరియు గుణిజాలను అర్థం చేసుకొంటారు.

★ వివిధ పద్ధతులను ఉపయోగించి ఏవైనా రెండు లేదా అంతకన్నా ఎక్కువ సంఖ్యల గ.సా.కా మరియు క.సా.గు లను కనుగొంటారు.

★ నిత్య జీవిత సందర్భాలలో గ.సా.కా మరియు క.సా.గులను వినియోగిస్తారు.

SCERT - ANDHRA PRADESH

www.apteachers.in

విషయాంశాలు

3.0 పరిచయం

3.1 భాజనీయతా నియమాలు

3.2 కారణాంకాలు

3.3 శుద్ధ సంఖ్య

3.4 ప్రధాన సంఖ్యలు మరియు శుద్ధ సంఖ్యలు

3.5 ప్రధాన కారణాంక విభజన పద్ధతులు

3.6 సామాన్య కారణాంకాలు - గ.సా.కా

3.7 సామాన్య గుణిజాలు - క.సా.గు

3.8 గ.సా.కా మరియు క.సా.గుల మధ్య సంబంధం

3.0 పరిచయం:

ఇచ్చిన సంఖ్య మరొక సంఖ్య చేత భాగించబడునో లేదో కనుగొనడానికి భాగహారాన్ని నిర్వహించి, శేషం సున్నానో లేదో సరిచూస్తాం.

కొన్ని సందర్భాలలో, అది చాలా కష్టం. ఉదాహరణకు 489347561 అనునది 3తో భాగించబడునా? ఇలాంటి ప్రశ్నలకు, వాస్తవ భాగహారాన్ని చేయకుండా భాజనీయతా సూత్రాలను ఉపయోగించి సమాధానమిస్తాం.

3.1 భాజనీయతా సూత్రాలు:

ఒక సంఖ్య ఇచ్చిన సంఖ్యతో భాగించబడునో, లేదో పరిశీలించడానికి భాగహారాన్ని నిర్వహించకుండా సరిచూసే పద్ధతిని ఆ సంఖ్య యొక్క భాజనీయతా సూత్రం అంటాం.

మనం ప్రారంభిద్దాం.

www.apteachers.in

సంఖ్యా పట్టిక

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

3.1.1. 2 యొక్క భాజనీయతా సూత్రం

సంఖ్యా పట్టికను చూడండి.

2 గుణిజాలన్నింటిని కొట్టివేయండి. మీరు కొట్టివేసిన సంఖ్యలలో ఏదైనా ఒక అమరికను గమనించారా! ఈ సంఖ్యల ఒకట్ల స్థానంలో 0,2,4,6 మరియు 8 మాత్రమే వున్నవి. ఏం గమనించారు?

ఒక సంఖ్య ఒకట్ల స్థానంలోని అంకె 0,2,4,6 లేదా 8 అయినచో ఆ సంఖ్య "2"చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడుతుంది.

www.apteachers.in

నీ ప్రగతిని సరిచూసుకో

SCERT - ANDHRA PRADESH

1) 900, 452, 9534, 788 సంఖ్యలు 2 చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడతాయా? ఎందుకు?

2) 953, 457, 781, 325, 269 సంఖ్యలు 2 చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడతాయా? ఎందుకు?

3) 452, 673, 259, 356 సంఖ్యలు 2 చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడతాయా? సరిచూచండి.

3.1.2. 3 భాజనీయతా సూత్రం

చార్ట్‌లోని 3 సంఖ్యాపట్టిక గుణిజాలను వృత్తాలలో చూపండి. వృత్తాలతో చూపిన సంఖ్యలను పరిశీలించండి. 24, 39, 57, 72 మరియు 87 సంఖ్యలను పరిగణించండి.

ఉదా : 2 + 4 = 6   3 + 9 = ________   5 + 7 = ________

7 + 2 = ________   8 + 7 = ________

ఈ సంఖ్యలన్నీ 3 చే భాగించబడును .

www.apteachers.in

అందుకే ఒక సంఖ్యలోని అంకెల మొత్తం, 3చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడితే ఆ సంఖ్య 3చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడును. మీరు వృత్తాలతో చూపిన ఇతర సంఖ్యలను ఈ నియమంతో సరిచూడండి.

గమనిక : ఒక సంఖ్యనందలి అంకెల మొత్తాన్ని ఒక అంకె సంఖ్య వచ్చువరకూ కూడటాన్ని అంకమూలం అంటారు.

ఉదా.:129 యొక్క అంకమూలం 1 + 2 + 9 = 12, 1 + 2 = 3. కావున 129 యొక్క అంకమూలం 3.

నీ ప్రగతిని సరిచూసుకో

కింది సంఖ్యలు 3 చేత భాగించబడతాయో లేదో చెప్పండి. (భాజనీయతా సూత్రం ఉపయోగించి)? భాగహారంతో సరిచూడండి.

అ) 12345 ఆ) 61392 ఇ) 8747

3.1.3. 6 యొక్క భాజనీయతా సూత్రం

సంఖ్యాపట్టికలోని 6 యొక్క గుణిజాలను △ గుర్తుతో చూపండి. వీటి గురించి ఏమైనా ప్రత్యేకతను గమనించారా? అవును. అవి 2 మరియు 3 చేత భాగించబడును.

"2, 3 లచే నిశ్శేషంగా భాగింపబడే సంఖ్యలన్నీ 6 చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడుతాయి."

www.apteachers.in

నీ ప్రగతిని సరిచూసుకో

1) 8430 సంఖ్య 6 తో నిశ్శేషంగా భాగింపబడునా? ఎందుకు?

2) ఏవైనా 3 నాలుగంకెల సంఖ్యలను తీసుకొని, అవి 6 తో భాగింపబడునో లేదో సరిచూడండి.

3) 6 తో భాగింపబడి 2, 3 లతో భాగించబడని సంఖ్యకు ఉదాహరణనివ్వగలవా? ఎందుకు?

SCERT - ANDHRA PRADESH

3.1.4. 9 భాజనీయతా సూత్రం

సంక్యాపట్టికలో 9 యొక్క గుణిజాలను □ గుర్తుతో చూపండి.

ఈ సంఖ్యలలోని అంకెల మొత్తం కనుగొనండి.

9 గుణిజాలలోని అంకెల మొత్తం 9 చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడతాయి.

ఉదాహరణ : 279 ; 8739 లు 9 చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడతాయా?

279 లోని అంకెల మొత్తం = 2 + 7 + 9 = 18 ఇది 9 చే భాగించబడును.

8739 లోని అంకెల మొత్తం = 8 + 7 + 3 + 9 = 27 ఇది 9 చే భాగించబడును.

ఒక సంఖ్యలోని అంకెల మొత్తం 9 చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడితే, ఆ సంఖ్య 9 చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడుతుంది.

www.apteachers.in

నీ ప్రగతిని సరిచూసుకో

1) 6669 సంఖ్య 9 చేత నిశ్శేషంగా భాగింపబడుతుందా? పరీక్షించండి.

2) భాగహారం చేయకుండానే, 8989794 సంఖ్య 9 చేత నిశ్శేషంగా భాగింపబడుతుందో లేదో కనుగొనండి.

3.1.5. 5 భాజనీయతా సూత్రం

10, 15, 20, 25, 30 సంఖ్యలన్నీ 5 తో నిశ్శేషంగా భాగించబడునా? అవును, 5 చే భాగింపబడును. 93 సంఖ్య 5 చేత భాగించబడునా? కాదు. ఎందుకు?

ఒకట్ల స్థానంలో 0 లేదా 5 గల సంఖ్యలన్నీ 5 చే నిశ్శేషంగా భాగించబడతాయి.

నీ ప్రగతిని సరిచూసుకో

28570, 90875 సంఖ్యలు 5 చే భాగించబడునా? భాగహారం చేసి సరిచూడండి.

3.1.6. 10 భాజనీయతా సూత్రం

చార్టులోని 10 గుణిజాలను గుర్తించండి.

www.apteachers.in

నీవేమి పరిశీలించావు?

1) సంఖ్యలన్నీ ఒకట్ల స్థానంలో '0' ను కల్గియున్నవి.

2) సంఖ్యలన్నీ 10 యొక్క కారణాంకాలైన 5 మరియు 2 లచే భాగించబడును.

SCERT - ANDHRA PRADESH

3.1.7. 4 యొక్క భాజనీయతా సూత్రం

4 చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడే 5 మూడంకెల సంఖ్యలు త్వరగా చెప్పగలవా?

అలాంటి ఒక సంఖ్య 312. ఇలాంటి 4 అంకెల సంఖ్యలను ఆలోచించండి. అలాంటి ఒక సంఖ్య 1316. 312 సంఖ్యలోని ఒకట్లు మరియు పదుల స్థానంలోని అంకెలతో ఏర్పడే సంఖ్యను పరిశీలించండి. అది 12 ; 4 తో భాగించబడును. 1316 సంఖ్యకు16, అది 4 తో భాగించబడును. ఇలాంటి ఇతర సంఖ్యలకు ఈ సాధనను చేయండి.

ఉదాహరణకు 5620; 4524; 7628; 3532.

386 సంఖ్య 4 చేత నిశ్శేషంగా భాగించబడుతుందా? కాదు.

86 సంఖ్య 4 చేత నిశ్శేషంగా భాగించబడుతుందా? కాదు.

అందుచే, 3 లేదా అంతకన్నా ఎక్కువ అంకెలున్న సంఖ్య యొక్క చివరి రెండు అంకెలతో (ఒకట్ల, పదుల స్థానంలోని) ఏర్పడిన సంఖ్య 4 చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడితే ఆ సంఖ్య 4 చేత నిశ్శేషంగా భాగింపబడుతుంది.

నీ ప్రగతిని సరిచూసుకో

598, 864, 4782 మరియు 8976 సంఖ్యలు 4 చేత నిశ్శేషంగా భాగించబడునో పరిశీలించండి. భాజనీయతా సూత్రంను ఉపయోగించండి మరియు భాగహారంతో సరిచూడండి.

3.1.8. 8 యొక్క భాజనీయతా సూత్రం

1000, 2104, 1418, 1352 సంఖ్యలు 8 చేత భాగించబడునా?

1418 తప్ప మిగతా సంఖ్యలన్నీ 8 చేత భాగించబడునని భాగహారం ద్వారా సరిచూసుకోవచ్చును క్రమాన్ని చూడటానికి ప్రయత్నించండి. ఈ సంఖ్యలలో ఒకట్లు, పదులు, వందలు స్థానాలలోని అంకెలతో ఏర్పడిన సంఖ్యలను చూడండి. అవి వరుసగా 000, 104, 418, 352. ఇవి కూడా 8 చేత భాగించబడును. 418 మాత్రం 8 చేత భాగించబడదు.

సంఖ్యలలోని ఒకట్ల, పదుల, వందల స్థానాలలోని అంకెలతో ఏర్పడిన సంఖ్యలు 8 తో భాగించబడేలా కొన్ని సంఖ్యలను కనుగొనండి. ఉదాహరణకు 9216, 8216, 7216 మొదలైనవి. 216 అనేది 8 చేత భాగింపబడునని గమనించగలవు. కావున 9216, 8216, 7216 సంఖ్యలు 8 చేత భాగించబడును.

"4 లేదా అంతకంటే ఎక్కువ అంకెలు గల సంఖ్య యొక్క వందలు, పదులు, ఒకట్ల స్థానంలోని అంకెలతో ఏర్పడిన సంఖ్య 8 చే నిశ్శేషంగా భాగించబడితే ఇచ్చిన సంఖ్య 8 చే నిశ్శేషంగా భాగించ బడుతుందా?"

www.apteachers.in

76512 సంఖ్య 8 చే నిశ్శేషంగా భాగించబడుతుందా?

1, 2 లేదా 3 అంకెలతో గల సంఖ్యల భాజనీయతను 8 చే భాగహారం ద్వారా పరిశీలించవచ్చు.

SCERT - ANDHRA PRADESH

అభ్యాసం - 3.1

1. ఈ కింద ఇవ్వబడిన సంఖ్యలలో 2, 3 మరియు 6 చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడే సంఖ్యలేవి?
   అ) 237192 ఆ) 193272 ఇ) 972312 ఈ) 1790184
   ఉ) 312792 ఊ) 800552 ఋ) 4335 ౠ) 726352
2. ఈ కింద ఇవ్వబడిన సంఖ్యలలో 5 మరియు 10 లచే నిశ్శేషంగా భాగింపబడే సంఖ్యలను గుర్తించండి. 25, 125, 250, 1250, 10205, 70985, 45880 లు 10 చేత భాగింపబడే సంఖ్యలు 2 మరియు 5 ల చేత కూడా భాగింపబడునో పరిశీలించండి.
3. 2, 3, 4 లను ఉపయోగించి 3 వేర్వేరు మూడంకెల సంఖ్యలను తయారు చేయండి. (ప్రతి అంకె ఒకసారి మాత్రమే ఉపయోగించాలి) వీటిలో 9 చేత భాగించబడే సంఖ్యలేవో పరిశీలించండి.
4. 5, 6, 7 అంకెలను ఉపయోగించి వేర్వేరు రెండంకెల సంఖ్యలను రాయండి.. ఈ సంఖ్యలు 2, 3, 5, 6 మరియు 9 ల చేత భాగించబడునో పరిశీలించండి.
5. 128 సంఖ్యకు ఏ కనిష్ఠ సంఖ్యను కూడిన అది 5 చే నిశ్శేషంగా భాగించబడునో కనుగొనండి.
6. 276 సంఖ్యనుండి ఏ కనిష్ఠ సంఖ్యను తీసివేసిన అది 10 చే నిశ్శేషంగా భాగించబడునో కనుగొనండి.

www.apteachers.in

7. 6 చేత నిశ్శేషంగా భాగించబడే 100 మరియు 200 ల మధ్యనున్న సంఖ్యలను రాయండి.
8. 9 చేత నిశ్శేషంగా భాగించబడే అతి పెద్ద నాలుగంకెల సంఖ్యను రాయండి. నీవేమి గమనించావు?
9. కింది వాటిలో 8 చే నిశ్శేషంగా భాగించబడే సంఖ్యలేవి?

అ) 1238 ఆ) 13576 ఇ) 93624 ఈ) 67104

10. 4 చేత నిశ్శేషంగా భాగించబడే 12345 సంఖ్యకు అతి దగ్గరగానున్న సంఖ్యను రాయండి.

3.1.9. 11 యొక్క భాజనీయతా సూత్రం

ఖాళీలను పూరించి, పట్టికను పూర్తిచేయండి.

సంఖ్య	బేసి స్థానాలలోని అంకెల మొత్తం (కుడివైపు నుండి)	సరి స్థానాలలోని అంకెల మొత్తం (కుడివైపు నుండి)	తేడా	ఇచ్చిన సంఖ్య 11 చేత భాగించ బడుతుందా
29843	3 + 8 + 2 = 13	4 + 9 = 13	13 – 13 = 0	అవును
90002				
80927				
19091908	8 + 9 + 9 + 9 = 35	0 + 1 + 0 + 1 = 2	35 – 2 = 33	అవును

పై పట్టికనుండి ఏమి గమనించారు?

www.apteachers.in

ప్రతి సందర్భంలో ఈ తేడా "0" లేదా "11" యొక్క గుణిజము. ఈ సంఖ్యలన్నీ 11 చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడతాయి. .

సంఖ్యలోని బేసిస్థానాలలోని అంకెల మొత్తం, సరి స్థానాలలోని అంకెల మొత్తాల తేడా 0 లేదా 11 యొక్క గుణిజం అయిన ఆ సంఖ్య 11 చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడుతుంది.

SCERT - ANDHRA PRADESH

ఉదా-1: **6535 సంఖ్య11 చేత భాగించబడుతుందా?**

సాధన:

బేసి స్థానాలలోని అంకెల మొత్తం = 5 + 5 = 10
సరి స్థానాలలోని అంకెల మొత్తం = 3 + 6 = 9
వాటి తేడా = 10 – 9 = 1
1 సంఖ్య11 చేత భాగింపబడుతుందా? కాదు.
కావున, 6535 సంఖ్య11 చేత భాగించబడదు.

ఉదా-2: **1221 సంఖ్య11 చేత భాగించబడుతుందా?**

సాధన:

బేసి స్థానాలలోని అంకెల మొత్తం = 1 + 2 = 3
సరి స్థానాలలోని అంకెల మొత్తం = 2 + 1 = 3
వాటి తేడా = 3 – 3 = 0
కావున, 1221 సంఖ్య 11 చేత భాగించబడుతుంది.

ప్రయత్నించండి

1221 అనేది "ద్విముఖ సంఖ్య"(పాలిన్‌డ్రోమ్ సంఖ్య). ద్విముఖ సంఖ్య అనగా కుడినుండి ఎడమవైపు లేదా ఎడమనుండి కుడివైపు మార్చి రాసినా సంఖ్యమారదు. అందుచే ప్రతి సరి అంకెలు గల్గిన ద్విముఖ సంఖ్య, 11చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడుతుంది. 6 అంకెల ద్విముఖ సంఖ్యను రాయండి.

www.apteachers.in

అభ్యాసం - 3.2

1) భాజనీయతా సూత్రమును ఉపయోగించి, కింది సంఖ్యలలో ఏవి 11 చే నిశ్శేషంగా భాగించబడతాయో తెలపండి.

   అ) 6446 ఆ) 10934 ఇ) 7138965 ఈ) 726352

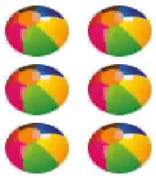
2) 11 చే నిశ్శేషంగా భాగించబడే, 2000 మరియు 2100 మధ్యనగల సంఖ్యలను రాయండి.
3) 11 చే నిశ్శేషంగా భాగించబడే, 1234 సంఖ్యకు అతి దగ్గరగా గల సంఖ్యను రాయండి.

3.2 కారణాంకాలు :

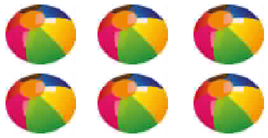
అరుణ్ దగ్గర 6 బంతులున్నవి. వాటిని వరుసలలో, ప్రతీ వరుసలోను సమాన సంఖ్యలో బంతులుండే విధంగా అమర్చాలని అనుకున్నాడు. 6 బంతులను అరుణ్ అనేక విధాలుగా అమర్చారు. వాటిని పరిశీలిద్దాం.

(i) ఒక బంతి ఒక వరుసలో.
వరుస సంఖ్య = 6
మొత్తం బంతుల సంఖ్య = 6 x 1 = 6

(ii) రెండు బంతులు ఒక వరుసలో.
వరుసల సంఖ్య = 3
మొత్తం బంతుల సంఖ్య = 3 x 2 = 6



(iii) 3 బంతులు ఒక వరుసలో.
వరుసల సంఖ్య = 2.
మొత్తం బంతుల సంఖ్య = 2 x 3 = 6



(iv) ప్రతీ వరుసలో 4 లేదా 5 బంతులుండే అమరికల గురించి అతను ఆలోచించలేదు. కావున, మిగిలిన ఒకే ఒక అమరిక ఏమంటే ఆరు బంతులూ ఒకే వరుసలో వుంచడం.
వరుసల సంఖ్య = 1
మొత్తం బంతుల సంఖ్య = 1 x 6 = 6

www.apteachers.in
SCERT - ANDHRA PRADESH

www.apteachers.in

ఈ అమరికల వలన, అరుణ్ గమనించినదేమిటంటే 6ను రెండు సంఖ్యల లబ్ధంగా కింది విధాలుగా రాయవచ్చును.

$6 = 1 \times 6$ | $6 = 2 \times 3$ | $6 = 3 \times 2$ | $6 = 6 \times 1$

$6 = 2 \times 3$ నుండి 2 మరియు 3 లు 6 ను నిశ్శేషంగా భాగిస్తాయని చెప్పగలం.

అందుచే, 2, 3 లను 6కు కారణాంకాలుగా చెప్పవచ్చు.

$6 = 1 \times 6$ నుండి 6 మరియు 1 లను 6 యొక్క కారణాంకాలుగా చెప్పవచ్చును.

కావున, 1, 2, 3, 6 మాత్రమే 6 యొక్క కారణాంకాలు.

12 బంతులను వరుసలలో అమర్చి, 12యొక్క కారణాంకాలను కనుగొనండి.

సంఖ్యలు	కారణాంకాలు
12	1, 2, 3, 4, 6, 12
18	1, 2, 3, 6, 9, 18
20	1, 2, 4, 5, 10, 20
24	1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24

పై పట్టికన గమనిస్తే, మనం ఈ కింది అంశాలను గమనించవచ్చు.

1) ప్రతీ సంఖ్యకు 1 కారణాంకం. ఇది సంఖ్య యొక్క కారణాంకాలన్నింటిలోనూ చిన్నది.
2) ప్రతీ సంఖ్య దానికదే కారణాంకం. ఇది ఆ సంఖ్య యొక్క కారణాంకాలన్నింటిలో పెద్దది.
3) ప్రతీ కారణాంకం ఆ సంఖ్యకు సమానం లేదా ఆ సంఖ్య కంటే చిన్నది.
4) ప్రతీ సంఖ్యకు గల కారణాంకాలు పరిమితం(లెక్కించదగ్గవి).

www.apteachers.in

నీ ప్రగతిని సరిచూసుకో

1) 60 యొక్క కారణాంకాలు రాయండి?
2) ఒక సంఖ్య యొక్క కారణాంకాలన్నీ ఆ సంఖ్యను నిశ్శేషంగా భాగిస్తాయా? 30 యొక్క కారణాంకాలను కనుగొనండి? భాగహార పద్ధతి ద్వారా సరిచూడండి.
3) 15 మరియు 24 యొక్క కారణాంకం 3. ఈ సంఖ్యల భేదానికి కూడా 3 కారణాంకం అవుతుందా?

SCERT - ANDHRA PRADESH

3.3 పరిపూర్ణ సంఖ్య :

6 యొక్క కారణాంకాలు 1, 2, 3 మరియు 6. అంతేగాక $1 + 2 + 3 + 6 = 12 = 2 \times 6$

$= 2 \times$ సంఖ్య

6 యొక్క కారణాంకాల మొత్తం, 6కు రెట్టింపని గమనించాం.

28 యొక్క అన్ని కారణాంకాల మొత్తం 1, 2, 4, 7, 14 మరియు 28.

వీటిని కూడగా, $1 + 2 + 4 + 7 + 14 + 28 = 56 = 2 \times 28 = 2 \times$ సంఖ్య

28 యొక్క కారణాంకాల మొత్తం 28 యొక్క రెట్టింపునకు సమానం. **ఒక సంఖ్య యొక్క కారణాంకాలన్నింటి మొత్తం ఆ సంఖ్యకు రెట్టింపయినచో ఆ సంఖ్యను పరిపూర్ణ సంఖ్య అంటాం.** 6 మరియు 28 సంఖ్యలు శుద్ధ సంఖ్యలు. 15 ఒక శుద్ధ సంఖ్యయేనా? కాదు, ఎందుకు?

6 మరియు 28 కాకుండా మరొక పరిపూర్ణ సంఖ్యను కనుగొనండి.

www.apteachers.in

3.4 ప్రధాన సంఖ్యలు మరియు సంయుక్త సంఖ్యలు :

సంఖ్య	1	2*	3*	4	5*	6	7*	8	9	10
కారణాంకాలు	1	1,2	1,3	1,2,4	1,5	1,2,3,6	1,7	1,2,4,8	1,3,9	1,2,5,10
కారణాంకాల సంఖ్య	1	2	2	3	2	4	2	4	3	4

పై పట్టిక నుండి, ఏయే సంఖ్యలు కేవలం రెండు కారణాలను కలిగివున్నవి? ఆ సంఖ్యలు 2, 3, 5, 7

1 మరియు అదే సంఖ్య కారణాంకాలుగా గల్గిన సంఖ్యలను "ప్రధానసంఖ్యలు" అంటారు.

ఏయే సంఖ్యలు రెండు కన్నా ఎక్కువ కారణాంకాలు కలిగివున్నవి?

రెండు కన్నా ఎక్కువ కారణాంకాలు కల్గిన 4, 6, 8, 10 ***మొదలైన సంఖ్యలను సంయుక్తసంఖ్యలు అంటాం.***

ఏ సంఖ్యకు కేవలం 1 కారణాంకం కలదు?

సంఖ్య 1కి కేవలం ఒక కారణాంకం కాదు . ***1 ప్రధాన సంఖ్య కాదు మరియు సంయుక్త సంఖ్య కాదు***

ప్రయత్నించండి

www.apteachers.in

1) కనిష్ఠ ప్రధానసంఖ్య ఏది?
2) కనిష్ఠ సంయుక్తసంఖ్య ఏది?
3) కనిష్ఠ బేసి ప్రధానసంఖ్య ఏది?
4) కనిష్ఠ బేసి ప్రధానసంఖ్య ఏది?
5) సరి సంయుక్త, బేసి సంయుక్త సంఖ్యలను పదేసి చొప్పున రాయండి.

కారణాంకాలను కనుగొనకుండా 1 నుండి 100 వరకు గల ప్రధాన సంఖ్యలను కనుగొనేందుకు ఒక సులభమైన విధానం వుంది. ***దీనిని "ఎరటోస్తనీస్" అను గ్రీకు గణిత శాస్త్రవేత్త, క్రీస్తు పూర్వం 3వ శతాబ్దంలో కనుగొన్నారు.*** ఈ పద్ధతిని పరిశీలిద్దాం. 1 నుండి 100 వరకు గల సంఖ్యలను కింద కనబరచిన విధంగా రాయండి:

SCERT ANDHRA PRADESH

సంఖ్యా పట్టిక

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

www.apteachers.in

చార్ట్‌ను పరిశీలించి కింది సోపానాలను అనుసరించండి.

సోపానం *1* : 1 ప్రధాన సంఖ్య మరియు సంయుక్త సంఖ్య కాదు కనుక 1 ను x గుర్తుతో సూచించండి.

సోపానం *2* : 2 ను వృత్తంతో సూచించి, 2 గుణిజాలను x గుర్తుతో సూచించండి.

సోపానం *3* : x గుర్తుతో సూచించని తర్వాత 3 అని గమనించావు. 3 ను వృత్తంతో సూచించి, 3 యొక్క గుణిజాలను x గుర్తుతో సూచించండి.

సోపానం *4* : x గుర్తుతో సూచించని తర్వాత సంఖ్య 5 అని గమనించావు. 5 ను వృత్తంతో సూచించి, 5 యొక్క గుణిజాలను x గుర్తుతో సూచించండి.

సోపానం *5* : x గుర్తుతో సూచించని 7, 11, 13, 17, 19, 23 మొదలైన సంఖ్యలతో ఈ పద్ధతిని జాబితాలోని సంఖ్యలన్నీ x గుర్తుతో లేదా వృత్తంతో ఉండే విధంగా కొనసాగించాలి. వృత్తంతో సూచించిన సంఖ్యలన్నీ ప్రధాన సంఖ్యలు. x గుర్తుతో సూచించిన సంఖ్యలు (1తప్ప) సంయుక్త సంఖ్యలు.

1) రెండంకెల ఒక ప్రధాన సంఖ్యను తిప్పి రాయగా వచ్చిన సంఖ్య కూడా ప్రధాన సంఖ్యే అవుతుందా? ఊహించండి (గమనిక: 2 అంకెల సంఖ్యలను తీసుకొని పరిశీలించండి)
2) 311 ప్రధాన సంఖ్య. దీనిలో అంకెలను తారుమారు చేసి మరో రెండు ప్రధాన సంఖ్యలను కనుగొనండి?

SCERT - ANDHRA PRADESH
www.apteachers.in

3.4.1 పరస్పర సంఖ్యలు లేదా సాపేక్ష ప్రధాన సంఖ్యలు

2 మరియు 9 సంఖ్యలను పరిశీలించండి.
2 యొక్క కారణాంకాలు 1 మరియు 2. 9 యొక్క కారణాంకాలు 1, 3, 9.
2 మరియు 9 యొక్క ఉమ్మడి కారణాంకం 1 మాత్రమే.
ఈ విధంగా, 1 మాత్రమే ఉమ్మడి కారణాంకంగా కలిగిన సంఖ్యలను పరస్పర ప్రధాన సంఖ్యలు లేదా సాపేక్ష ప్రధాన సంఖ్యలు అంటారు. కింది వాటిని పరిశీలించండి.

- 7 మరియు 11 లు ప్రధాన సంఖ్యలు.
  7 మరియు 11 లు పరస్పర ప్రధాన సంఖ్యలు.
- 4 ప్రధాన సంఖ్య కాదు మరియు 5 ప్రధాన సంఖ్య.

4 మరియు 5 లు పరస్పర ప్రధాన సంఖ్యలు.
అందుచే, అన్ని ప్రధాన సంఖ్యలు సాపేక్ష ప్రధాన సంఖ్యలు, కానీ సాపేక్ష ప్రధాన సంఖ్యలలోని అన్ని సంఖ్యలు ప్రధాన సంఖ్యలు కావు అని చెప్పవచ్చా?

కవల ప్రధాన సంఖ్యలు:

2 భేదంగా గల ప్రధాన సంఖ్యలను కవల ప్రధాన సంఖ్యలు అంటారు.

ఉదాహరణకు (3,5); (5,7); (11, 13); (17, 19); ... మొదలగునవి కవల ప్రధాన సంఖ్యలు.
కవల ప్రధాన సంఖ్యలన్నీ సాపేక్ష ప్రధాన సంఖ్యలేనా? చర్చించండి.

www.apteachers.in

నీ ప్రగతిని సరిచూసుకో

1) కింద ఇవ్వబడిన సంఖ్యల నుండి సాపేక్ష ప్రధాన సంఖ్యల జతలను గుర్తించండి.
   2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 మరియు 10.
2) 50 కన్నా తక్కువైన కవల ప్రధాన సంఖ్యల జతలను రాయండి.

అభ్యాసం - 3.3

1) కింది ఇవ్వబడిన సంఖ్యలకు అన్ని కారణాంకాలు రాయండి.
   అ) 24 ఆ) 56 ఇ) 80 ఈ) 98
2) 50 మరియు 100 మధ్యన గల అతిపెద్ద ప్రధాన సంఖ్య ఏది?
3) 13 మరియు 31 సంఖ్యలు ప్రధాన సంఖ్యలు. రెండు సంఖ్యలు1 మరియు 3 అంకెలు కలిగివున్నవి. ఇలాంటి 100 లోపున్న రెండు జతల ప్రధాన సంఖ్యలను కనుగొనండి.
4) కింద ఇవ్వబడిన సంఖ్యలను రెండు బేసి ప్రధాన సంఖ్యల మొత్తంగా తెలుపుము.
   అ) 18 ఆ) 24 ఇ) 36 ఈ) 44
5) 100 లోపున్న 7 వరుస సంయుక్త సంఖ్యలను రాయండి.
6) 10 భేదంగా కలిగిన రెండు ప్రధాన సంఖ్యలను రాయండి.
7) 20 లోపు ఉండి వాటి మొత్తం 5 చే భాగింపబడే మూడు జతల ప్రధాన సంఖ్యలను రాయండి.

www.apteachers.in
SCERT - ANDHRA PRADESH

3.5 ప్రధాన కారణాంక విభజన :

ఏ సంఖ్యనైనా దాని కారణాంకాల లబ్ధంగా రాస్తే ఆ సంఖ్య యొక్క కారణాంక విభజన జరిగింది అంటారు. సంఖ్య యొక్క కారణాంకాలు కనుగొనే ప్రక్రియను "కారణాంక విభజన" అంటారు.

ఉదాహరణకు : 30 యొక్క ప్రధాన కారణాంక విభజన.

$$30 = 2 \times 15$$
$$= 2 \times 3 \times 5$$

ఉదాహరణ-3: 100 ను ప్రధాన సంఖ్యల లబ్ధంగా రాయండి.

సాధన : 100 $= 2 \times 50$

$= 2 \times 2 \times 25$

100 $= 2 \times 2 \times 5 \times 5$

3.5.1 ప్రధానకారణాంక విభజన పద్ధతులు

1) భాగహార పద్ధతి :

42 యొక్క ప్రధాన కారణాంక విభజన పద్ధతిలో సోపానాలు ఈ కింది విధంగా ఉన్నాయి:
కారణాంక విభజన చేయాల్సిన సంఖ్యను కనిష్ఠ ప్రధాన కారణాంకం చేత భాగహారాలను చేయాలి. ఫలితం 1 వచ్చేంతవరకు వివిధ ప్రధాన సంఖ్యలతో వరుసగా భాగహారాలను కొనసాగించాలి.

www.apteachers.in

2	42
3	21
7	7
	1

∴ 42 యొక్క ప్రధాన కారణాంక విభజన = $2 \times 3 \times 7$

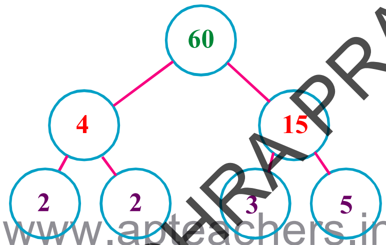
2) వృక్ష పద్ధతి : 60 యొక్క కారణాంకాలను ప్రధాన కారణాంక విభజన పద్ధతిలో "కారణాంక వృక్షం" ను గీయడం ద్వారా చేయవచ్చు. ఈ పద్ధతిలో సోపానాలు

సోపానం-1 : 60 ను రెండు సంఖ్యల లబ్ధంగా రాయండి.

సోపానం-2 : 4 మరియు 15 ల యొక్క కారణాంక విభజన చేయాలి. ఎందుకంటే 4 మరియు 15 లు సంయుక్త సంఖ్యలు.

సోపానం-3 : అన్ని కారణాంకాలు కూడా ప్రధాన సంఖ్యలే వచ్చేంత వరకు ఈ పద్ధతిని కొనసాగించాలి.

∴ 60 యొక్క కారణాంక విభజన 60 = $2 \times 2 \times 3 \times 5$



www.apteachers.in

అభ్యాసం - 3.4

SCERT - ANDHRAPRADESH

1) 90 యొక్క కారణాంక వృక్షాన్ని తయారు చేయండి.
2) భాగహార పద్ధతిలో 84 ను ప్రధాన కారణాంకాల లబ్ధంగా రాయండి?
3) 4 అంకెల గరిష్ఠ సంఖ్యను రాసి, దానిని ప్రధాన కారణాంకాల లబ్ధంగా రాయండి.
4) కారణాంక వృక్ష పద్ధతి ద్వారా 96 యొక్క ప్రధాన కారణాంక విభజనను రాయండి.
5) నేను ఒక కనిష్ఠ సంఖ్యను నేను నాలుగు విభిన్న ప్రధాన కారణాంకాల లబ్ధాన్ని నేనెవరో కనుగొనండి?
6) భాగహార పద్ధతిన 28 మరియు 36 ల ప్రధాన కారణాంక విభజనను రాయండి. 42 యొక్క ప్రధాన కారణాంక విభజనను కారణాంక వృక్ష పద్ధతి ద్వారా రాయండి.

3.6 సామాన్య కారణాంకాలు :

ఈ కింది పట్టికను పరిశీలించండి:

సంఖ్య	12	18
సంఖ్య యొక్క కారణాంకాలు	1, 2, 3, 4, 6, 12	1, 2, 3, 6, 9, 18

www.apteachers.in

12 మరియు 18 ల ఉమ్మడి కారణాంకాలు 1, 2, 3 మరియు 6. ఇచ్చిన సంఖ్య కారణాంకాలలో ఉమ్మడిగా ఉన్న కారణాంకాలను ఆ రెండు సంఖ్యల "సామాన్య కారణాంకాలు" అంటారు. 20 మరియు 24 యొక్క సామాన్య కారణాంకాలను తెలుపండి.

3.6.1. గరిష్ఠ సామాన్య కారణాంకం (గ.సా.కా)

పై పట్టిక నుండి 12 మరియు 18 యొక్క సామాన్య కారణాంకాలు 1, 2, 3, 6 మరియు ఈ కారణాంకాలలో గరిష్ఠ కారణాంకం ఏది? 6 కదా ! అందుచే 12, 18 యొక్క గరిష్ఠ సామాన్య కారణాంకం 6.

రెండు లేదా అంతకంటే ఎక్కువ సంఖ్యల యొక్క సామాన్య కారణాంకాలలో గరిష్ఠ సంఖ్యను గరిష్ఠ సామాన్య కారణాంకం (గ.సా.కా) లేదా గరిష్ఠ సామాన్య భాజకం (గ.సా.భా) అంటారు.

3.6.2. గ.సా.కాను కనుగొనే పద్ధతులు

1) ప్రధాన కారణాంక విభజన పద్ధతి ద్వారా గ.సా.కాను కనుగొనుట.

12, 30, 36 సంఖ్యల యొక్క గ.సా.కాను ప్రధాన కారణాంక విభజన పద్ధతి ద్వారా కనుగొనవచ్చు.

2	12
2	6
3	3
	1

2	30
3	15
5	5
	1

3	36
3	12
2	4
2	2
	1

www.apteachers.in

కనుక $12 = 2 \times 3 \times 2$

$30 = 2 \times 3 \times 5$

$36 = 2 \times 3 \times 2 \times 3$

12, 30, 36 ల యొక్క సామాన్య కారణాంకం $= 2 \times 3 = 6$.

అందుచే 12, 30, 36 ల యొక్క సామాన్య కారణాంకం (గ.సా.కా) = 6.

• 12, 16 మరియు 28 యొక్క గ.సా.కాను కనుగొనండి.

చారిత్రక విషయం

భాగహార పద్ధతిని పేరొందిన గ్రీకు శాస్త్రవేత్త యూక్లిడ్ కనుగొన్నారు.

2) నిరంతర భాగహార పద్ధతి ద్వారా గ.సా.కాను కనుగొనుట.

ఇచ్చిన సంఖ్యలలోని పెద్ద సంఖ్యను, చిన్న సంఖ్యచే భాగించాలి. వచ్చిన శేషంతో మొదటి విభాజకంను భాగించాలి. రెండవ శేషంతో రెండవ విభాజకాన్ని భాగించాలి. ఈ విధంగా శేషం వచ్చేంత వరకు భాగహారం చేయాలి. చివరి విభాజకంను గరిష్ఠ సామాన్య కారణాంకంగా పరిగణిస్తారు.

SCERT - ANDHRA PRADESH

www.apteachers.in

ఉదాహరణ-4 : 32 మరియు 40 యొక్క గ.సా.కాను కనుగొనండి.

సాధన :

32) 40 (1
– 32
8) 32 (4
– 32
0

'0' శేషం వచ్చినపుడు చివరి విభాజకం 8.
∴ 32, 40 ల యొక్క గ.సా.కా = 8

ఉదాహరణ-5 : 40, 56 మరియు 60 ల యొక్క గ.సా.కాను కనుగొనండి.

సాధన :

సోపానం - 1: మొదటగా 40 మరియు 56 ల యొక్క గ.సా.కాను కనుగొనాలి.

40) 56 (1
40
16) 40 (2
32
8) 16 (2
16
0

శేషం '0' అయినపుడు చివరి విభాజకం 8.
∴ 40 మరియు 56 యొక్క గ.సా.కా = 8

SCERT - ANDHRA PRADESH
www.apteachers.in

సోపానం – 2 : ఇప్పుడు మూడవ సంఖ్యతో మొదటి రెండు సంఖ్యల యొక్క గ.సా.కాతో తిరిగి గ.సా.కాను కనుగొనండి.. అంటే 60 మరియు 8 ల యొక్క గ.సా.కాను కనుగొనండి.

8) 60 (7
– 56
4) 8 (2
– 8
0

శేషం '0' అయినపుడు చివరి విభాజకం 4.
∴ 60 మరియు 8 ల గ.సా.కా = 4

సోపానం – 3: ఇచ్చిన మూడు సంఖ్యల యొక్క గ.సా.కా = 4
∴ 40, 56 మరియు 60 యొక్క గ.సా.కా 4.

ప్రయత్నించండి

ఏవైనా రెండు సంఖ్యల గ.సా.కా ఎంత ?

i) వరుస సంఖ్యల ?
ii) వరుస సరి సంఖ్యల ?
iii) వరుస బేసి సంఖ్యల గ.సా.కా ఏమవుతుంది? మీరేమి గమనించారు? మీ స్నేహితులతో చర్చించండి.

www.apteachers.in

ఉదాహరణ-6 **:** రెండు ట్యాంకర్లలో వరుసగా 850 లీటర్లు మరియు 680 లీటర్ల కిరోసిన్ ఉన్నది. రెండు ట్యాంకర్లలో ఉన్న కిరోసిన్‌ను కొలవగలిగే గరిష్ఠ సామర్థ్యం గల కొలపాత్ర యొక్క సామర్థ్యం ఎంత?

సాధన :

రెండు ట్యాంకర్లలో వున్న కిరోసిన్‌ను కొలవగలిగే పాత్ర సామర్థ్యం ట్యాంకర్ల సామర్థ్యాన్ని కచ్చితంగా భాగించే విభాజకం కావాలి. ఈ సామర్థ్యం (విభాజకం) గరిష్ఠంగా ఉండాలి. అనగా కొలపాత్ర యొక్క గరిష్ఠ సామర్థ్యం 850, 680 ల యొక్క గ.సా.కా కావాలి. 850, 680 ల యొక్క గ.సా.కా 170.

అందుచే రెండు ట్యాంకర్లలోని కిరోసిన్‌ను కొలవగలిగే పాత్ర యొక్క గరిష్ఠ సామర్థ్యం 170 లీటర్లు. మొదటి ట్యాంకర్‌లోని కిరోసిన్‌ను 5 సార్లు రెండవ ట్యాంకర్‌లోని కిరోసిన్‌ను 4 సార్లు కొలవగల్గుతుంది.

```
680) 850 (1
   – 680
     170) 680 (4
        – 680
            0
```

అభ్యాసం - 3.5

SCERT - ANDHRA PRADESH

1) కింద ఇవ్వబడిన సంఖ్యల గ.సా.కాను ప్రధాన కారణాంక విభజన పద్ధతి ద్వారా మరియు నిరంతర భాగహార పద్ధతి ద్వారా కనుగొనుము.

   అ) 48, 64   ఆ) 126, 216   ఇ) 40, 60, 56   ఈ) 10, 35, 40

2) రెండు పాలక్యాన్లలో వరుసగా 60 లీటర్లు, 165 లీటర్ల పాలు ఉన్నవి. రెండు క్యాన్లలోని పాలను కొలవగలిగే గరిష్ఠ పరిమాణం కలిగిన క్యాన్‌ను కనుగొనండి.

3) మూడు వేర్వేరు కొలతలు గల కంటైనర్లలో వరుసగా 403 లీటర్లు, 465 లీటర్లు, 527 లీటర్లు పరిమాణాలలో పాలు ఉన్నవి. వేర్వేరు పరిమాణాలలో గల కంటైనర్లలోని పాలను పూర్తిగా కొలవగలిగే గరిష్ఠ పరిమాణంగల కొలత ఎంత?

3.7 సామాన్య గుణిజాలు :

కింది పట్టికను గమనించాలి.

సంఖ్య	4	6
సంఖ్య యొక్క గుణిజాలు	4, 8, 12, 16, 20, 24,...	6, 12, 18, 24, 30, ...

4 మరియు 6 యొక్క సామాన్య గుణిజాలు 12, 24,...

www.apteachers.in

3.7.1. కనిష్ఠ సామాన్య గుణిజం (క.సా.గు)

4 మరియు 6 యొక్క సామాన్య గుణిజాలు 12, 24, 36, ...

సామాన్య గుణిజాలలో కనిష్ఠమైనది 12.

అనగా, 4, 6 యొక్క కనిష్ఠ, సామాన్య గుణిజం 12 .

క.సా.గు : ***రెండు లేదా అంతకంటే ఎక్కువ సంఖ్యల గుణిజాలలో కనిష్ఠ ఉమ్మడి గుణిజంను "కనిష్ఠ సామాన్య గుణిజం" అంటారు.***

ప్రతీ సారి అన్ని సంఖ్య గుణిజాలు రాయడానికి బదులుగా కనిష్ఠ ఉమ్మడి గుణిజంను గుర్తించి క.సా.గు గా రాయాలి.

3.7.2. క.సా.గును కనుగొనే పద్ధతులు

1) ప్రధాన కారణాంకాల పద్ధతిలో క.సా.గు :

36 మరియు 60 సంఖ్యల యొక్క క.సా.గు ను ప్రధాన కారణాంక లబ్ధం పద్ధతిలో సాధించే విధానంను పరిశీలిద్దాం.

సోపానం – *1*: ఇచ్చిన సంఖ్యలు 36 మరియు 60 లను ప్రధాన సంఖ్యల లబ్ధముగా రాయాలి.

36 యొక్క కారణాంకాలు = $2 \times 2 \times 3 \times 3$

60 యొక్క కారణాంకాలు = $2 \times 2 \times 3 \times 5$

www.apteachers.in

సోపానం – *2*: రెండింటి యొక్క ఉమ్మడి కారణాంకాలను తీసుకోవాలి $2 \times 2 \times 3$

సోపానం – *3*: రెండింటిలో మిగిలిన కారణాంకాలను తీసుకోవాలి 3 మరియు 5.

సోపానం – *4*: రెండు సంఖ్యల యొక్క ఉమ్మడి కారణాంకాలు, మిగిలిన కారణాంకాల లబ్ధంను క.సా.గు గా తీసుకోవాలి.

అనగా, 36 మరియు 60 యొక్క క.సా.గు = $(2 \times 2 \times 3) \times 3 \times 5 = 180$

SCERT - ANDHRA PRADESH

✷ ఈ కింది వాటి క.సా.గు కనుక్కోండి.

అ) 3, 4   ఆ) 10, 11   ఇ) 10,30   ఈ) 12, 24   ఉ) 3, 12

2) భాగహార పద్ధతిలో క.సా.గు :

24 మరియు 90 ల క.సా.గు ను కనుక్కోండి.

సోపానం – *1* : ఇచ్చిన సంఖ్యలను ఒక అడ్డ వరుసలో అమర్చండి.

సోపానం – *2* : కనీసం రెండు సంఖ్యలను భాగింపగల ప్రధాన సంఖ్యలతో భాగించాలి. భాగింపబడని సంఖ్యను కిందికి అలాగే తీసుకోవాలి.

సోపానం – *3* : అలాగే ప్రధాన సంఖ్యలతో భాగిస్తూ, చివరి వరకు 1 మాత్రమే సామాన్య కారణాంకంగా ఉండే వరకు భాగహారం కొనసాగించాలి.

సోపానం – *4* : భాజకములు మరియు చివరిగా మిగిలిన సంఖ్యల లబ్దం ఇచ్చిన సంఖ్యల క.సా.గు.

www.apteachers.in

2	24, 90
3	12, 45
	4, 15

కావున, 24 మరియు 90 ల క.సా.గు 2 x 3 x 4 x 15 = 360

ఉదాహరణ-7: 21, 35 మరియు 42 ల యొక్క క.సా.గును కనుగొనండి.

సాధన :

7	21, 35, 42
3	3, 5, 6
	1, 5, 2

21, 35, 42 ల యొక్క క.సా.గు 7 x 3 x 5 x 2 = 210.

అభ్యాసం - 3.6

1) ప్రధాన కారణాంక విభజన పద్ధతి ప్రకారం కింది సంఖ్యల క.సా.గును కనుగొనండి.
   అ) 12 మరియు 15 ఆ) 15 మరియు 25 ఇ) 14 మరియు 21
2) భాగహార పద్ధతిని ఉపయోగించి కింది సంఖ్యల క.సా.గు ను కనుగొనండి.
   అ) 84, 112, 196 ఆ) 102, 119, 153 ఇ) 45, 99, 132, 165

www.apteachers.in

3) ఏ కనిష్ఠ సంఖ్యను 5 కు కలిపిన అది 12, 14 మరియు 18 ల చేత నిశ్శేషంగా భాగించబడునో కనుగొనండి.
4) ఏ గరిష్ఠ మూడంకెల సంఖ్యను 75, 45 మరియు 60 లచే భాగిస్తే
   అ) శేషం సున్న వస్తుంది. ఆ) శేషం ప్రతి సందర్భంలో 4 వచ్చును.
5) రెండు గంటలు వరుసగా 3 నిమిషాలు మరియు 4 నిమిషాలకు మోగిన, ఒక సమయంలో అవి కలిసి మోగుతాయి. ఒకసారి రెండు గంటలు కలిసి మోగిన తర్వాత, తిరిగి అవి రెండూ కలిసి మోగడానికి ఎంత సమయం పడుతుంది?

SCERT - ANDHRA PRADESH

3.8 గ.సా.కా మరియు క.సా.గుల మధ్య సంబంధం

18 మరియు 27 సంఖ్యలను పరిశీలించండి.

18 యొక్క ప్రధానకారణాంక విభజన $= 2 \times 3 \times 3$

27 యొక్క ప్రధానకారణాంక విభజన $= 3 \times 3 \times 3$

18 మరియు 27 ల క.సా.గు $3 \times 3 \times 2 \times 3 = 54$

18 మరియు 27 ల గ.సా.కా $3 \times 3 = 9$

క.సా.గు × గ.సా.కా $= 54 \times 9 = 486$

18 మరియు 27 ల లబ్ధం $= 18 \times 27 = 486$

www.apteachers.in

మీరేమి గమనించారు?

క.సా.గు మరియు గ.సా.కా ల లబ్ధం = రెండు సంఖ్యల లబ్ధం అని గమనించాం.

ఉదాహరణ - 8 : 8 మరియు 12 ల క.సా.గు ను కనుగొని, సంబంధాన్ని ఉపయోగించి సంఖ్యల గ.సా.కాను కనుగొనండి.

సాధన : 8 మరియు 12 ల క.సా.గు = 2 x 2 x 2 x 3

= 24

2	8, 12
2	4, 6
	2, 3

క.సా.గు × గ.సా.కా = సంఖ్యల లబ్ధం అని మనకు తెలుసు

$$\text{గ.సా.కా} = \frac{\text{సంఖ్యల లబ్ధం}}{\text{క.సా.గు}}$$

$$\text{గ.సా.కా} = \frac{8 \times 12}{24} = 4$$

∴ 8 మరియు 12 ల గ.సా.కా = 4

✷ రెండు కవల ప్రధాన సంఖ్యల క.సా.గు మరియు గ.సా.కా ఏమవుతుంది?

www.apteachers.in

SCERT - ANDHRA PRADESH

అభ్యాసం - 3.7

1) ఈ కింది సంఖ్యల క.సా.గు, గ.సా.కాలను కనుక్కోండి?

అ) 15, 24 ఆ) 8, 25 ఇ) 12, 48 ఈ) 30, 48

వాటి మధ్య గల సంబంధాన్ని సరిచూడండి

2) రెండు సంఖ్యల క.సా.గు 290 మరియు వాటి లబ్ధం 7250, అయిన వాటి గ.సా.కా ఎంత?

3) రెండు సంఖ్యల లబ్ధం 3276. వాటి గ.సా.కా 6, అయిన వాటి క.సా.గు ఎంత?

4) రెండుసంఖ్యల గ.సా.కా 6 మరియు వాటి క.సా.గు 36. ఒక సంఖ్య 12, అయిన రెండవ సంఖ్య ఎంత?

5) రెండు సంఖ్యల గ.సా.కా 16 మరియు క.సా.గు 384 గా వుండవచ్చా? కారణం రాయండి.

6) రెండు సంఖ్యల గ.సా.కా 14 మరియు క.సా.గు 204 గా వుండవచ్చా? కారణం రాయండి.

www.apteachers.in

యూనిట్ అభ్యాసనము

1) భాజనీయతా సూత్రం ప్రకారం ఇచ్చిన సంఖ్యలను వర్గీకరించండి.

సంఖ్యలు	సంఖ్య చేత భాగించబడును				
	10	9	8	6	2
972, 5500, 14560, 45873, 1790184					

2) 11 భాజనీయతా సూత్రంను ఉదాహరణతో రాయండి.

3) సరైన సమాధానంతో పట్టికను పూరించండి.

	ఏవైనా రెండు వరుస సంఖ్యల	ఏవైనా రెండు వరుస సరి సంఖ్యల	ఏవైనా రెండు వరుస బేసి సంఖ్యల
గ.సా.కా			

www.apteachers.in
SCERT - ANDHRA PRADESH

4) ప్రధాన కారణాంక విభజన పద్ధతి ద్వారా 70, 105 మరియు 175 ల గ.సా.కాను కనుగొనండి.

5) భాగహార పద్ధతి ద్వారా 18, 54, 81 ల యొక్క గ.సా.కాను కనుక్కోండి.

6) రెండు పద్ధతుల ద్వారా 4, 12, 24 ల యొక్క క.సా.గును కనుక్కోండి.

7) మూడు రకాల నూనెలు 32 లీటర్లు, 24 లీటర్లు మరియు 48 లీటర్లు పాత్రలో ఉన్నాయి. మూడింటిని కచ్చితంగా కొలవడానికి కావలసిన కొలత పాత్ర యొక్క గరిష్ఠ ఘన పరిమాణం ఎంత?

8) రెండు సంఖ్యల గ.సా.కా మరియు క.సా.గులు వరుసగా 9 మరియు 54. ఒక సంఖ్య 18, అయిన రెండవ సంఖ్యను కనుక్కోండి.

గుర్తుంచుకోవలసిన విషయాలు

1) అ) ఒక సంఖ్యను నిశ్శేషంగా భాగించే సంఖ్య ఆ సంఖ్యకు కారణాంకం.

ఆ) ప్రతి సంఖ్య దానికదే కారణాంకం. మరియు 1 ప్రతి సంఖ్యకు కారణాంకం.

ఇ) ఒక సంఖ్య యొక్క ప్రతి కారణాంకం ఆ సంఖ్యకు సమానంగా గాని లేదా తక్కువగా గాని ఉంటుంది.

ఈ) ప్రతి సంఖ్య దాని ప్రతి కారణాంకానికి గుణిజం.

www.apteachers.in

ఉ) సంఖ్య యొక్క ప్రతి గుణిజం ఆ సంఖ్యకు సమానంగా గాని లేదా అంతకంటే ఎక్కువగా గాని ఉంటుంది.

ఊ) ప్రతి సంఖ్య దానికదే గుణిజం.

ఋ) ఒక సంఖ్య యొక్క అన్ని కారణాంకాల మొత్తము, ఆ సంఖ్యకు రెట్టింపయిన ఆ సంఖ్యను పరిపూర్ణ సంఖ్య అంటాం.

2) అ) 1 తప్ప, మిగిలిన సంఖ్యలలో 1 మరియు అదే సంఖ్య కారణాంకంగా గల సంఖ్యలను ప్రధాన సంఖ్యలు అంటారు. రెండు కంటే ఎక్కువ కారణాంకాలు కల్గిన సంఖ్యలను సంయుక్త సంఖ్యలు అంటారు. 1 ప్రధాన సంఖ్య కాదు, సంయుక్త సంఖ్య కాదు.

ఆ) 2 కనిష్ఠ ప్రధాన సంఖ్య. 2 సరి ప్రధాన సంఖ్య. 2 మినహా మిగిలిన అన్ని ప్రధాన సంఖ్యలు బేసి సంఖ్యలే.

ఇ) '1' మాత్రమే ఉమ్మడి కారణాంకంగా గల్గిన సంఖ్యలను పరస్పర ప్రధాన సంఖ్యలు లేదా సాపేక్ష ప్రధాన సంఖ్యలు అంటారు.

3) అ) సంఖ్య అనగా ఒకట్ల స్థానంలోని అంకెను పరిశీలించి 2, 5 మరియు 10 యొక్క భాజనీయతను చెప్పవచ్చు.

ఆ) సంఖ్యలోని అంకెల మొత్తంను కనుగొని 3, 9 భాజనీయతను చెప్పవచ్చు.

ఆ) సంఖ్యలోని చివరి రెండంకెలు, మూడంకెలు పరిశీలించి 4, 8 భాజనీయతను చెప్పవచ్చు.

www.apteachers.in

ఈ) ఒక సంఖ్యలోని బేసిస్థానంలో వున్న అంకెల మొత్తం, సరిస్థానంలో ఉన్న అంకెల మొత్తంల తేడాను కనుగొని 11 భాజనీయతను చెప్పవచ్చు.

4) రెండు సంఖ్యలు ఒక సంఖ్యచే భాగింపబడితే, ఆ సంఖ్యల మొత్తం, భేదం కూడా ఆ సంఖ్యచే భాగింపబడుతుంది.

5) అ) రెండు లేదా అంతకంటే ఎక్కువ సంఖ్యల యొక్క కారణాంకాలలో గరిష్ఠంగా వున్న విలువను గరిష్ఠ సామాన్య భాజకం అంటారు.

ఈ) రెండు లేదా అంతకంటే ఎక్కువ సంఖ్యల యొక్క గుణిజాలలో కనిష్ఠంగా ఉన్న విలువను "కనిష్ఠ సామాన్య గుణిజము" అంటారు.

6) రెండు సంఖ్యలలో ఒకటి మరొక దాని గుణిజం అయిన పెద్ద సంఖ్య ఆ సంఖ్యల క.సా.గు అవుతుంది.

7) క.సా.గు, గ.సా.కాల మధ్య సంబంధాన్ని క.సా.గు × గ.సా.కా = రెండు సంఖ్యల లబ్ధంగా రాయవచ్చు.

SCERT - ANDHRA PRADESH

F8D1R4

www.apteachers.in

అధ్యాయం 4

పూర్ణసంఖ్యలు

I7I8X3

అభ్యసన ఫలితాలు

ఈ అధ్యాయం తర్వాత విద్యార్థి ...

★ పూర్ణాంకాల తర్వాత వచ్చే పూర్ణ సంఖ్యల ఆవశ్యకతను, ఆవసరాన్ని గుర్తిస్తారు.
★ నిత్యజీవిత సన్నివేశాలలో రుణ సంఖ్యల అవసరాన్ని అవగాహన చేసుకుంటారు.
★ పూర్ణ సంఖ్యలను సంఖ్యా రేఖపై ప్రాతినిధ్య పరుస్తారు.
★ పూర్ణ సంఖ్యలను ఆరోహణ, అవరోహణ క్రమంలోని అమరికను తెలుసుకుంటారు.
★ పూర్ణ సంఖ్యల సంకలన, వ్యవకలన భావనలను అవగాహన చేసుకుంటారు.
★ పూర్ణ సంఖ్యల సంకలన, వ్యవకలన ధర్మాలను పరిశీలించి సరిచూస్తారు.

SCERT - ANDHRA PRADESH

విషయాంశాలు

4.0 పరిచయం
4.1 పూర్ణ సంఖ్యల ఆవశ్యకత
4.2 సంఖ్యా రేఖపై పూర్ణ సంఖ్యలను గుర్తించుట.
4.3 పూర్ణ సంఖ్యల క్రమం
4.4 పూర్ణ సంఖ్యల సంకలనం
4.5 పూర్ణ సంఖ్యల వ్యవకలనం

4.0 పరిచయం :

మనం కింది తరగతులలో సహజ సంఖ్యలు, పూర్ణాంకాలు మరియు వాటి ధర్మాలను తెలుసుకున్నాం.

www.apteachers

మన నిత్య జీవితంలో రుణ సంఖ్యలకు సంబంధించి వివిధ సందర్భాలు అంటే వ్యాపారంలో నష్టం, కనిష్ఠ ఉష్ణోగ్రత, ఉపరితలంనకు దిగువన మొదలైనవి కనిపిస్తాయి. ఇవన్నీయు సున్నా కన్నా చిన్నవి. వీటిని రుణ సంఖ్యలు అంటారు. సున్నా కన్నా పెద్ద సంఖ్యలను ధన సంఖ్యలు అంటారు. ఇవి వ్యాపారంలో లాభం, గరిష్ఠ ఉష్ణోగ్రత, ఉపరితలానికి పైన వంటి వాటిని తెలపడానికి వాడతారు.

4.1 పూర్ణ సంఖ్యలు - వాటి ఆవశ్యకత :

ధన, రుణ పూర్ణ సంఖ్యల మధ్య వ్యత్యాసం తెలుసుకొవడానికి వీలుగా *(+)* ధన సంఖ్యలు మరియు *(-)* రుణ సంఖ్యల గుర్తులను వాడతాం. సున్న మరియు ధన పూర్ణ సంఖ్యలను కలిపి పూర్ణాంకాలు అంటారని మనకు తెలుసు. ఈ పూర్ణాంకాలకు రుణ పూర్ణ సంఖ్యలను జతపరిస్తే "పూర్ణ సంఖ్యలు" వస్తాయి.

సున్నా*(0)* అనేది ధన సంఖ్య కాదు మరియు రుణ సంఖ్య కాదని గుర్తించండి.

అందుచే, ధన పూర్ణ సంఖ్యలు, సున్న మరియు రుణ పూర్ణ సంఖ్యలు కలిస్తే పూర్ణ సంఖ్యలు వస్తాయి.

పూర్ణ సంఖ్యల సంఖ్యా సమితిని *"Z"* అనే అక్షరంతో సూచిస్తారు.

$\mathbf{Z} = \{ \ldots, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \ldots \}$ www.apteachers.in

గమనిక : ఏదైనా సంఖ్యకు 'గుర్తు' ఇవ్వనిచో దానిని ధన సంఖ్యగా భావిస్తాం.

ఉదా: 12 అనే సంఖ్య +12 అని అర్థం.

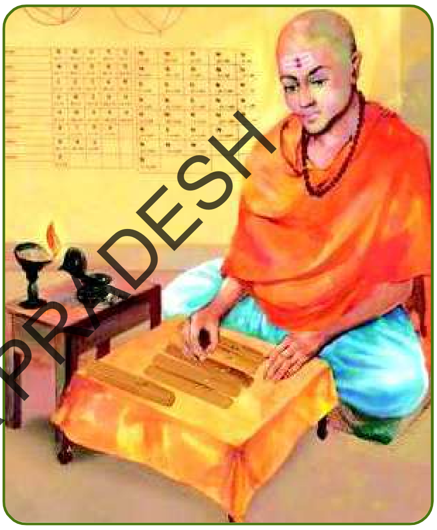
ఉదా: వ్యాపారంలో ₹ 200/- లాభాన్ని +200 గానూ,

ఉష్ణోగ్రత 0 కన్నా 4°C దిగువ నమోదుకు -4°C అని సూచిస్తారు.

చారిత్రక విషయం

బ్రహ్మగుప్త (598-670 AD) మొట్టమొదటి సారిగా రుణ సంఖ్యలను సూచించడానికి ప్రత్యే గుర్తు (-) వాడినట్లు తెలుస్తున్నది. ధనాత్మక మరియు రుణాత్మక పరిమాణాలను తెలుసుకోవడానికి కొన్ని సూత్రాలు ప్రతిపాదించాడు.

పూర్ణ సంఖ్యలను సూచించుటకు "Z" అనే అక్షరాన్ని జర్మన్లు మొదటిసారిగా వాడారు "Z" అంటే జర్మన్ భాషలో 'జెలెన్' "Zehlen" అంటే "సంఖ్య" అని అర్థం.



బ్రహ్మగుప్తుడు

నీ ప్రగతిని సరిచూసుకో

1. ఏవైనా అయిదు ధన పూర్ణ సంఖ్యలు రాయండి.
2. ఏవైనా అయిదు రుణ పూర్ణ సంఖ్యలు రాయండి.
3. ధన సంఖ్య, రుణ సంఖ్య కాని సంఖ్య ఏది?
4. కింది సందర్భాలను పూర్ణ సంఖ్యలతో గుర్తించండి.

   అ) ₹ 500 లాభం ( )

   ఆ) 0 కన్నా 5°C ఉష్ణోగ్రత తక్కువ ( )
5. కింది వాటిని ధన, మరియు రుణ సంఖ్యలతో గుర్తించండి.

   అ) ఒక పక్షి ఆకాశంలో 25 మీ. ఎత్తులో ఎగురుతుండగా ఒక చేప సముద్రంలో 2 మీ. దిగువన కలదు.

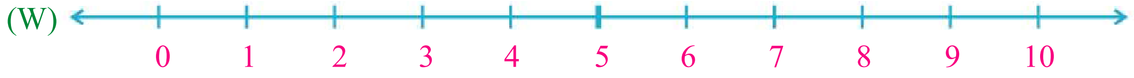
   ఆ) ఒక హెలికాప్టర్ 60 మీ. ఎత్తులో ప్రయాణిస్తున్నది మరియు ఒక జలాంతర్గామి సముద్ర మట్టానికి 400 మీ. లోతున కలదు.

SCERT - ANDHRA PRADESH

4.2 పూర్ణ సంఖ్యలను సంఖ్యారేఖపై ప్రాతినిధ్య పరుచుట :

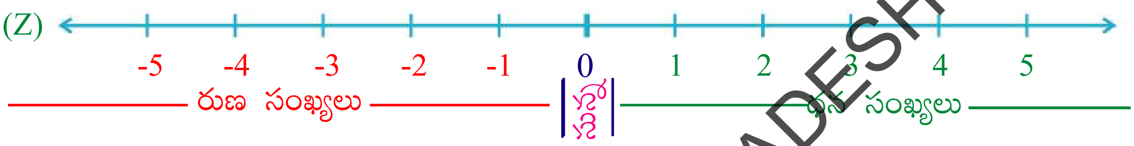
www.apteachers.in

సహజ సంఖ్యా సమితిలో 'సున్న' చేరడం వలన 'పూర్ణాంకాలు' వచ్చాయని మనకు తెలుసు. మరి ఇప్పుడు ఒకసారి పూర్ణాంకాలు సంఖ్యారేఖపై ఎలా గుర్తిస్తారో జ్ఞప్తికి తెచ్చుకుందాం.



ఇప్పుడు 'సున్న'కు ఎడమవైపున సంఖ్యారేఖను పొడిగించవల్సిన ఆవశ్యకత ఏర్పడింది -1 ,-2 ,-3 ,-4 ,……..(సున్నకు ఎడమవైపున) రుణ సంఖ్యలని తెలుసు. ఇవి కచ్చితంగా (సున్నకు కుడివైపున) ధన పూర్ణ సంఖ్యలకు వ్యతిరేక దిశలో ఉన్నట్లుగా భావించవచ్చు.

అందుచే, పూర్ణ సంఖ్యలు (Z) ను సంఖ్యా రేఖపై ఏ విధంగా సూచిస్తారో తెలుసుకుందాం.

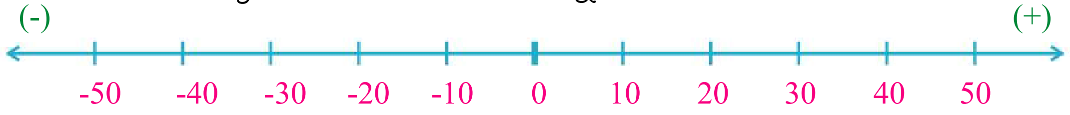


పూర్ణ సంఖ్యల సంఖ్యారేఖను నిలువుగా కూడా ప్రాతినిధ్యపరచవచ్చు.

www.apteachers.in
SCERT - ANDHRA PRADESH

సహజ సంఖ్యలను,{1,2,3,4,…} మనం ధనపూర్ణ సంఖ్యలు అని మరియు పూర్ణాంకాలను, {0,1,2,3,4,…} మనం రుణేతర పూర్ణ సంఖ్యలు అనియు అంటారు.

ఉదాహరణ-*1:* కింది సంఖ్యా రేఖను పరిశీలించి దిగువ ప్రశ్నలకు సమాధానాలు రాయండి (1సెం.మీ.=10°C)



i) 0°C మరియు -30°C ల మధ్య నమోదైన ఉష్ణోగ్రతలు రాయండి

ii) 10°C మరియు 40°C ల మధ్య నమోదైన ఉష్ణోగ్రతలు రాయండి

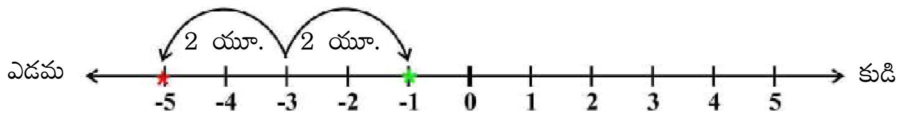
సాధన*:*

i) 0°C మరియు -30°C ల మధ్య నమోదైన ఉష్ణోగ్రతలు -10°C మరియు -20°C

ii) 10°C మరియు 40°C ల మధ్య నమోదైన ఉష్ణోగ్రతలు 20°C మరియు 30°C

ఉదాహరణ-2: -3 అనే సంఖ్య నుండి 2 యూనిట్ల దూరంలో ఉండే సంఖ్యను కనుగొనండి.
www.apteachers.in

సాధన: -3 అనే సంఖ్య నుండి 2 యూనిట్ల ఎడమవైపునకు, తర్వాత -3 నకు కుడివైపున 2 యూనిట్లు దూరంలో సంఖ్యలను కింది పటం ద్వారా కనుగొనవచ్చును.



-3 నకు ఎడమవైపున 2 యూనిట్లు దూరంలోని సంఖ్య = -5

-3 నకు ఎడమవైపున 2 యూనిట్లు దూరంలోని సంఖ్య = -1

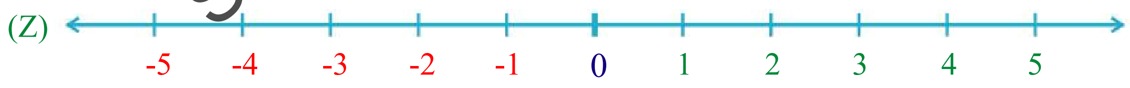
నీ ప్రగతిని సరిచూసుకో

1) -5, 4, 0, -6, 2, మరియు 1 పూర్ణ సంఖ్యలను నిలువు సంఖ్యా రేఖపై గుర్తించండి.
2) -200 మరియు + 400 సంఖ్యలకు ఇరువైపులా వ్యతిరేక దిశలలో గల సంఖ్యలను సంఖ్యారేఖపై గుర్తించండి.

SCERT - ANDHRA PRADESH

అభ్యాసం - 4.1

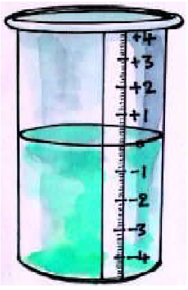
1. కింది వాక్యాలలో ఏవి సత్యం? ఏవి అసత్యం?
www.apteachers.in
   అ) -7 అనేది -6 నకు సంఖ్యా రేఖపై కుడివైపున ఉంటుంది.
   ఆ) 'సున్న' అనేది ధన సంఖ్య
   ఇ) 29 అనేది సున్నకు సంఖ్యారేఖపై కుడివైపున ఉంటుంది
   ఈ) -1 అనేది -2 మరియు 1 అనే పూర్ణ సంఖ్యల మధ్య కలదు
   ఉ) -5 మరియు +5 ల మధ్య 9 పూర్ణ సంఖ్యలు కలవు.
2. కింది సంఖ్యారేఖను పరిశీలించి, దిగువనివ్వబడిన ప్రశ్నలకు సమాధానాలు రాయండి.



   అ) -1 నకు అతి దగ్గరలో గల ధనపూర్ణసంఖ్య ఏది?
   ఆ) 'సున్న'కు ఎడమవైపున ఎన్ని రుణ సంఖ్యలు ఉంటాయి?
   ఇ) -3 మరియు 7 మధ్య ఎన్ని పూర్ణ సంఖ్యలు ఉంటాయి?
   ఈ) -2 కన్నా చిన్నవైన 3 పూర్ణ సంఖ్యలు రాయండి.
   ఉ) -2 కన్నా పెద్దవైన 3 పూర్ణ సంఖ్యలు రాయండి.
3. కింది పూర్ణ సంఖ్యలను సంఖ్యారేఖపై గుర్తించండి.
   అ) -7 మరియు -2 ల మధ్య పూర్ణ సంఖ్యలు.
   ఆ) -2 మరియు 5 ల మధ్య పూర్ణ సంఖ్యలు.

4.3 పూర్ణ సంఖ్యల క్రమం :

www.apteachers.in

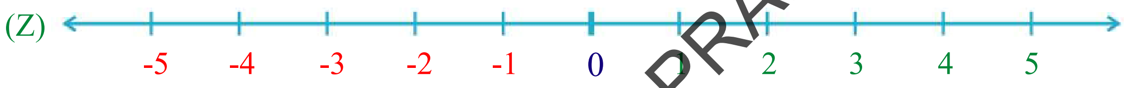


పవన్, మహేష్ అనే స్నేహితులు ఇద్దరు వారి గ్రామంలో గల బావిలో నీటిని పరిశీలిస్తూ ఉంటారు. ఆ బావిలో ఉన్న మెట్లు ఆధారంగా వేసవి కాలంలో నీటి మట్టం ఎలా తగ్గుతున్నది? వర్షాకాలంలో ఎలా పెరుగుతున్నదో పరిశీలించారు. ఈ నీటి స్థాయిలను ఏ విధంగా గుర్తిస్తే బాగుంటుందో అని చర్చించగా వారికి చక్కని ఆలోచన వచ్చింది. నేలబావిని పోలియుండే ఒక బీకరును తీసుకొని దానితో బావి నమూనా తయారు చేశారు. ఎక్కువ స్థిరంగా ఉండే నీటి స్థాయిని 'సున్న'తో గుర్తించి, తర్వాత మెట్ల సంఖ్యను బట్టి క్రిందకు -1, -2, -3 ఈ విధంగానూ, పైకి 1, 2, 3, 4 అనీ గుర్తించి ఒక కాగితాన్ని బీకరుకు అంటించారు.

ఈ బీకరులో నీటి స్థాయిని పెంచడానికి, తగ్గించడానికి ఇంకు ఫిల్లరు ఉపయోగించారు ఇప్పుడు చెప్పండి

1. బీకరులో నీటిని పోస్తే ఏమౌతున్నది?
2. '0' స్థాయి వద్ద నుండి నీటిని తొలగిస్తే నీటిస్థాయి ఎలా మారుతున్నది?

SCERT-ANDHRA PRADESH



మరొకసారి సంఖ్యారేఖపై పూర్ణ సంఖ్యలను ఎలా గుర్తిస్తారో పరిశీలిద్దాం. సంఖ్యారేఖను బట్టి 4 > 2 అంటే 4, 2 కన్నా పెద్దది మరియు 4, 2 అనే సంఖ్యకు కుడివైపున కలదు. 2 > 0 అంటే 2, 0 సున్నకు కుడివైపున ఉన్నట్లు భావిస్తాం. 0 అనేది -3 నకు కుడివైపున కలదు. 0 > -3.

www.apteachers.in

దీనిని బట్టి సంఖ్యా రేఖపై కుడివైపునకు పోయే కొలదీ సంఖ్య విలువ పెరుగుతూ ఉన్నది కదా! ఇదే విధంగా ఎడమ వెపునకు పోయే కొలదీ తగ్గుతున్నదని భావించవచ్చు. అందుచే, -3 < -2, -2 < 1, -1 < 0 మరియు 0 < 1, 1 < 2, 2 < 3 అని ఇలా రాయవచ్చును.

ఆలోచించండి

ఏవైనా రెండు పూర్ణ సంఖ్యలు, ఉదాహరణకు 3 మరియు 4, తీసుకుంటే 3 <4 అని మనకు తెలుసు.
ఇదే విధంగా -3 < -4 అనవచ్చునా? కారణం తెలపండి.

ఉదాహరణ-3: కింది పూర్ణ సంఖ్యలను ఆరోహణాక్రమంలో రాయండి.-8, 0, -1, 3, -5, -20 మరియు 12

సాధన:

సోపానం-1: ఇచ్చిన దత్తాంశం నుండి ధన, రుణ సంఖ్యలను వేరు చేయాలి.
ధన సంఖ్యలు 3, 12
రుణ సంఖ్యలు -8, -1, -5, -20

సోపానం-2: రుణ సంఖ్యలను ఆరోహణ క్రమంలో అమర్చాలి. అంటే -20, - 8, -5, -1. ఇదే విధంగా ధన సంఖ్యలు కూడా అమర్చాలి అంటే 3, 12.

సోపానం-3: సున్న (0) అనేది ధన సంఖ్య కాదు, రుణ సంఖ్య కాదు కావున, ఈ అమరికలో ఇది మధ్యలో ఉంటుంది.

సోపానం-4: ఈ విధంగా ఇచ్చిన పూర్ణ సంఖ్యల ఆరోహణ క్రమం -20, -8, -5, -1, 0, 3, 12. అవుతుంది.

www.apteachers.in

అభ్యాసం - 4.2

1. కింది ఇవ్వబడిన పూర్ణ సంఖ్యల మధ్య > లేదా < గుర్తులను ఉంచి పోల్చండి:

   i) -1 ☐ 0 ii) -3 ☐ -7 iii) -10 ☐ +10

2. కింద పూర్ణ సంఖ్యలను ఆరోహణ మరియు అవరోహణ క్రమాలలో రాయండి:

   i) -7, 5, -3 ii) -1, 3, 0 iii) 1, 3, -6 iv) -5, -3, -1

3. కింది వాక్యాలు సత్యమో, అసత్యమో తెలపండి. అసత్య వాక్యాలను సత్య వాక్యాలుగా రాయండి:

   i) 'సున్న' అనేది సంఖ్యా రేఖపై -3 నకు కుడివైపున వుంటుంది ( )

   ii) -12 మరియు +12 అనేవి సంఖ్యారేఖపై ఒకే పూర్ణ సంఖ్యను సూచిస్తాయి ( )

   iii) ప్రతి ధనపూర్ణ సంఖ్య 'సున్న' కంటే పెద్దది ( )

   iv) (-100) > (+100) ( )

4. దిగువనివ్వబడిన సంఖ్యల మధ్యగల పూర్ణ సంఖ్యలను తెలపండి. సంఖ్యారేఖపై గుర్తించండి:

   i) -1 మరియు 1 ii) -5 మరియు 0 iii) -6 మరియు -8 iv) 0 మరియు -3

5. ఒకరోజు సిమ్లాలో ఉష్ణోగ్రత -4° c మరియు అదే రోజున కుఫ్రీలో -6°c గా నమోదు అయినది. అయిన ఆ రోజున ఏ నగరంలో అత్యంత చలిగా ఉన్నది? ఎలా చెప్పగలవు?

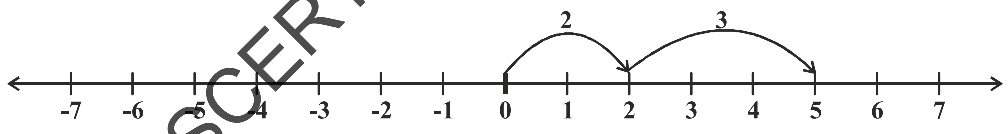
www.apteachers.in

SCERT - ANDHRA PRADESH

4.4 సంఖ్యారేఖపై పూర్ణ సంఖ్యలను సంకలనం చేయుట :

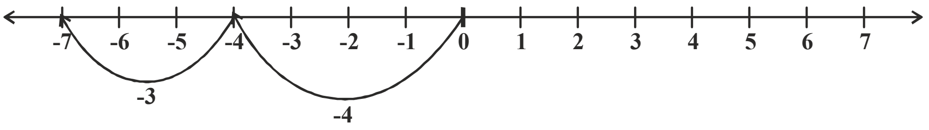
సంఖ్యారేఖపై పూర్ణ సంఖ్యలను ఏ విధంగా సంకలనం చేస్తారో తెలుసుకుందాం.

1. 2 మరియు 3 లను సంఖ్యారేఖపై కలుపుదాం.



సంఖ్యా రేఖపై 'సున్న' నుండి 2 స్థానాలు కుడివైపునకు వెళ్తే 2 కు చేరతాం. అక్కడ నుండి 3 స్థానాలు కుడివైపునకు వెళ్తే 5 కు చేరతాం. అందుచే 2 + 3 = 5 అగును.

2. (-4) మరియు (-3) కలుపుదాం.

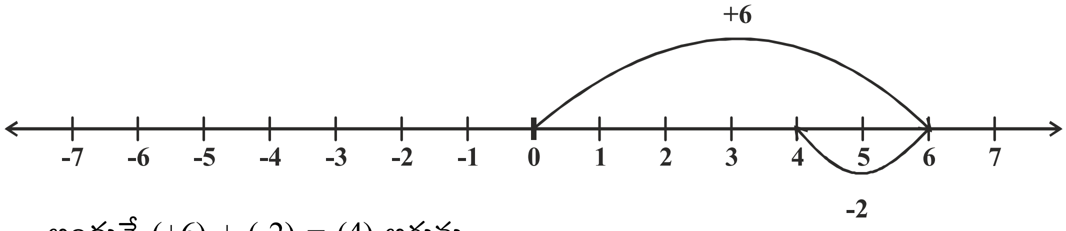


సంఖ్యారేఖపై మొదట మనం 'సున్న' నుండి 4 స్థానాలు ఎడమవైపునకు వెళ్తే (-4) అక్కడ నుండి 3 స్థానాలు మరలా ఎడమవైపునకు వెళ్తే (-7) చేరతాం.

అందుచే, (-4) + (-3) = -7 అగును.

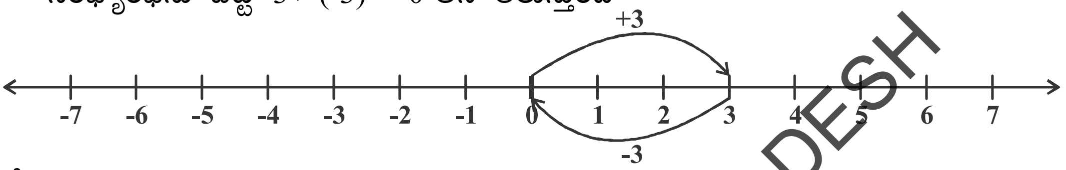
www.apteachers.in

3. (+6) మరియు (-2) లను సంఖ్యారేఖపై తెలుసుకుందాం. మొదట మనం 'సున్న' నుండి కుడివైపునకు 6 స్థానాలు వెళ్ళి, అక్కడ నుండి 2 స్థానాలు ఎడమవైపునకు వెళ్తే 4 వద్దకు చేరతాం.



అందుచే (+6) + (-2) = (4) అగును.

4. సునీత 3 కు -3 ను కలిపింది. మొదట 'సున్న' నుండి కుడివైపునకు 3 స్థానాలు (+3) వెళ్ళింది. అక్కడ నుండి ఎడమవైపునకు (+3) స్థానాలు (-3) వెళ్ళింది ఆమె ఎక్కడికి చేరినట్లు భావించాలి? సంఖ్యారేఖను బట్టి 3+ (-3) = 0 అని తెలుస్తుంది



ఇదే విధంగా 1 మరియు -1, 2 మరియు -2, 3 మరియు -3 ..... వంటి సంఖ్యలను పరస్పరం కలిపితే 'సున్న' వస్తుంది. వీటిని ఒకదానికొకటి సంకలన విలోమాలు అంటారు. అంటే ఏవేని రెండు వేర్వేరు సంఖ్యల మొత్తం 'సున్న' అయితే వాటిని ఒకదానికొకటి సంకలనం విలోమం అంటారు.

* 7 యొక్క సంకలన విలోమం ఎంత?
* -8 యొక్క సంకలన విలోమం ఎంత?

www.apteachers.in

ప్రయత్నించండి

1. సంఖ్యా రేఖను ఉపయోగించి క్రింది వాటికి సాధన కనుక్కోండి.
   అ) (-3) + 5 ఆ) (-5) + 3
   మీరు ఇటువంటి ప్రశ్నలు మరో రెండు తయారు చేసి, సంఖ్యారేఖతో సాధించండి.
2. కింది వాటికి సాధనను సంఖ్యారేఖను ఉపయోగించకుండా సాధించండి:
   అ) (+5) + (-5) ఆ) (+6) + (-7) ఇ) (-8) + (+2)
   ఇటువంటి మరి అయిదు ప్రశ్నలు తయారు చేసి సాధించండి.

* కింది వాటిని పరిశీలించండి:

  అ) 3 + 2 = 5 ఆ) 20 + 6 = 26 ఇ) 30 + 22 = 52

  ఏమి సాధించారు? "రెండు ధనపూర్ణ సంఖ్యల మొత్తం మరొక ధనపూర్ణ సంఖ్య అవుతుంది."

* కింది వాటిని పరిశీలించండి:

  అ) -4 + (-6) = -10 ఆ) -8 + (-12) = -20 ఇ) -3 + (-9) = -12

  వీటి నుండి మీరేమి గ్రహించారు? "రెండు రుణపూర్ణసంఖ్యల మొత్తం మరొక రుణపూర్ణ సంఖ్య" అవుతుంది.

SCERT ANDHRA PRADESH

www.apteachers.in

✷ పై సమస్యలు పరిశీలిస్తే, ఇప్పుడు ఒక ధనపూర్ణ సంఖ్యను, ఒక రుణపూర్ణ సంఖ్యను కలుపుదాం

అ) 15 + (-17) = -2 ఆ) -23 + 4 = -19 ఇ) -11 + 16 = 5 ఈ) -12 + 12 = 0

"దీని నుండి ఒక ధనపూర్ణ సంఖ్య మరియు ఒక రుణ పూర్ణ సంఖ్యల మొత్తం ఒక ధన పూర్ణ సంఖ్య లేదా ఒక రుణ పూర్ణ సంఖ్య లేదా 'సున్న'కావొచ్చు".

మీరు మరికొన్ని ఉదాహరణలు తీసుకొని పై ధర్మాలు సరిచూడండి.

ఉదాహరణ-5 : (-20), (-82), (-28) మరియు (-14) ల మొత్తం ఎంత?.

సాధన: (-20) + (-82) + (-28) + (-14) = -144

ఉదాహరణ-6: 25 + (-21) + (-20) + (+17) + (-1) ల మొత్తం ఎంత?

సాధన: 25 + (-21) + (-20) + (+17) + (-1) = 0

అభ్యాసం - 4.3

1. కింది పూర్ణ సంఖ్యలను సంఖ్యా రేఖ సహాయంతో కలపండి.
   అ) 7 + (-6) ఆ) (-8) + (-2) ఇ) (-6) + (-5) + (+2)
2. కింది పూర్ణ సంఖ్యలను సంఖ్యా రేఖ లేకుండా కలపండి.
   అ) 10 + (-3) ఆ) -10 + (+16) ఇ) (-8) + (+8)
3. సంకలనం చేయండి:
   అ) 120 మరియు -274 ఆ) -68 మరియు 28
4. సూక్ష్మీకరించండి:
   అ) (-6) + (-10) + 5 + 17 ఆ) 30 + (-30) + (-60) + (-18)

www.apteachers.in

SCERT ANDHRA PRADESH

4.5 పూర్ణ సంఖ్యల వ్యవకలనం :

మనం రెండు పూర్ణ సంఖ్యలు 5 మరియు (-2) లను సంఖ్యా రేఖపై కలిపినప్పుడు 5 నుండి 2 స్థానాలు ఎడమ వైపునకు వెళ్ళాం

అప్పుడు మనం '3'ను చేరాం. అందుచేత 5 + (-2)= 3 అయినది

అంటే ధన పూర్ణ సంఖ్యలను కలుపునప్పుడు "కుడివైపునకు", రుణ సంఖ్యను కలుపునప్పుడు "ఎడమవైపునకు" మనం సంఖ్యా రేఖపై వెళ్ళాలి. ఇదే విధంగా పూర్ణాంకాల వ్యవకలనంలో కూడా 5 నుండి 2 తీసివేసినప్పుడు మనం ఎడమవైపునకు వెళ్ళాలి. అందుచేత 5 + (-2) = 3 అయింది. ఇప్పుడు ఒక రుణ సంఖ్యను వ్యవకలనం చేయడం అంటే ఏమిటి?

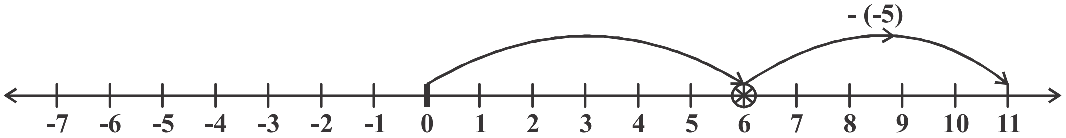
కింది ఉదాహరణను పరిశీలిద్దాం.

ఇప్పుడు 5 మరియు -5 ను తీసుకుందాం. 5 యొక్క సంకలనం విలోమం -5 అని మనకు తెలుసు. అందుచే -5 యొక్క సంకలన విలోమం 5 అగును. ఈ విధంగా రాస్తే (-5) యొక్క సంకలన విలోమం -(-5) అవుతుంది.

కావున, -(-5) = 5. అందుచే, '*a*' అనేది ఏదేని పూర్ణ సంఖ్య అయితే **- (-*a*) = *a*.**

ఉదాహరణ-7: 6 నుండి -5 ను తీసివేయండి. www.apteachers.in

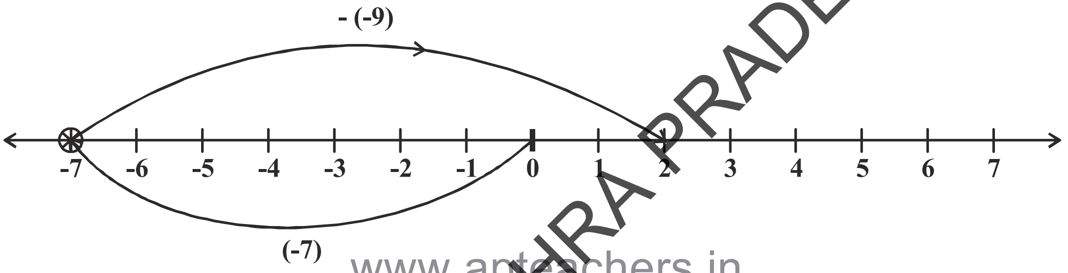
సాధన: 6 నుండి -5 ను తీసివేయడానికి ముందుగా 6 నుండి ప్రారంభించాలి. -5ను తీసివేయాలి కావున ఎడమవైపునకు వెళ్ళి తిరిగి, దాని వ్యతిరేక దిశ అంటే కుడివైపునకు -(-5) = 5 రావాలి.
ఈ విధంగా 5 యూనిట్లు కుడివైపునకు వెళ్తే మనం 11 ను చేరతాం.



అంటే 6 నుండి (-5) ను వ్యవకలనం చేయాలంటే 6 నకు 5 (-5 యొక్క సంకలన విలోమం) కలపాలి
ఈ విధంగా 6 - (-5) = 6 + 5 = 11

ఉదాహరణ-8: (-7) - (-9) విలువను సంఖ్యా రేఖను ఉపయోగించి కనుగొనండి.

సాధన: (-7) - (-9) అనేది -7 + 9 కు సమానం (-9 అనేది 9 యొక్క సంకలన విలోమం).
సంఖ్యా రేఖపై మనం మొదట -7 నుండి 9 యూనిట్లు కుడివైపునకు వెళ్తే మనం 2 ను చేరతాం.



www.apteachers.in

కావున (-7) - (-9) = -7 + 9 = 2.

ఉదాహరణ-9: (-8) నుండి (+8) ను తీసివేయండి

సాధన: (-8) - (+8) = (-8) + (+8 యొక్క సంకలన విలోమం)
= -8 + (-8)
= -16

ఉదాహరణ-10: (-6) - (+7) - (-24) సూక్ష్మీకరించండి

సాధన: (-6) - (+7) - (-24) = (-6) + (+7 యొక్క సంకలన విలోమం)
+ (-24 యొక్క సంకలన విలోమం)
= -6 + (-7) + (+24)
= -13 + 24
= 11.

ఉదాహరణ-11: -3 అనే పూర్ణ సంఖ్యను తెలిపే ఏదైనా నిత్య జీవిత ఘటనకు తెలపండి.

సాధన: నాగమణి ఒక ప్రజ్ఞా వికాస పరీక్షలో 20 ప్రశ్నలకు సరైనవి. 23 ప్రశ్నలకు సరికాని జవాబులు రాసింది ప్రతీ సరైన జవాబుకు 1 మార్కు, సరికాని (తప్పు) జవాబుకు (-1) మార్కు కేటాయిస్తే ఆమెకు వచ్చే మొత్తం మార్కులు -3

ఎలా అంటే 20(+1) + 23(-1) =20 -23 = -3

SCERT - ANDHRA PRADESH

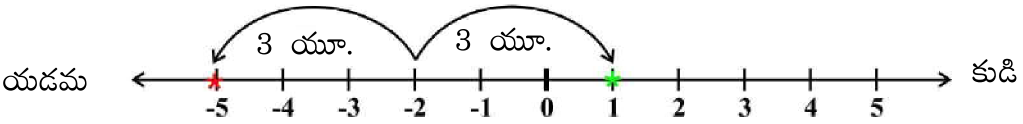
www.apteachers.in

ఉదాహరణ-*12:* -2 నుండి 3 యూనిట్లు దూరంలో గల పూర్ణ సంఖ్యలను సంఖ్యా రేఖపై గుర్తించండి.

సాధన: -2 నకు 3 యూనిట్లు దూరంలో గల పూర్ణ సంఖ్యలు -5 మరియు 1 అగును.

-2 నుండి 3 యూనిట్లు దూరంలో ఎడమవైపున -5 అగును

అలాగే -2 నుండి 3 యూనిట్లు దూరంలో కుడివైపున 1 అగును.



ప్రయత్నించండి

ఏదైనా రెండు పూర్ణ సంఖ్యలు **a** మరియు **b** తీసుకొండి. **a+b** అనేది ఒక పూర్ణ సంఖ్య అగునా? ఏ రెండు పూర్ణ సంఖ్యల మొత్తం అయిననూ పూర్ణ సంఖ్య అవుతుందని గమనించండి దీనినే పూర్ణ సంఖ్యల సంకలనంలో సంవృత ధర్మం అంటారు.

- ఇదే విధంగా **a, b, c** అనేవి ఏవైనా మూడు పూర్ణ సంఖ్యలు అయితే కింది ధర్మాలను సరిచూడండి.

i) వ్యవకలనంలో సంవృత ధర్మం.

ii) సంకలన, వ్యవకలనాలలో స్థిత్యంతర ధర్మం (a+b=b+a ?, a-b=b-a ?)

iii) సంకలన, వ్యవకలనాలలో సహచర ధర్మం.

(a+b)+c=a+(b+c)? (a-b)-c=a-(b-c)?

www.apteachers.in

SCERT - ANDHRA PRADESH

అభ్యాసం - 4.4

1. కనుగొనండి

అ) 40 - (22)   ఆ) 84 - (98)   ఇ) (-16) + (-17)

ఈ) (-20) - (13)   ఉ) (38) - (-6)   ఊ) (-17) - (-36)

2. కింది ఖాళీలలో >, < లేదా = గుర్తులను ఉంచండి.

అ) (-4) + (-5) ☐ (-5) - (-4)

ఆ) (-16) - (-23) ☐ (-6) + (-12)

ఇ) 44 - (-10) ☐ 47 + (-3)

3. కింది ఖాళీలను పూరించండి.

అ) (-13) + ____________ = 0   ఆ) (-16) + 16 = ____________

ఇ) (-5) + ____________ = -14   ఈ) ____________ + (2-16) = -22

www.apteachers.in

యూనిట్ అభ్యాసనము

1. కింది సన్నివేశాలను తగిన పూర్ణ సంఖ్యలతో సూచించండి.

   అ) ఆకాశంలో ఒక గాలిపటం 225 మీ ఎత్తులో ఎగురుతున్నది. ( )

   ఆ) ఒక తిమింగలం సముద్రంలో 1250 మీ లోతున ఉన్నది. ( )

   ఇ) సహారా ఎడారిలో ఉష్ణోగ్రత ఘనీభవన ఉష్ణోగ్రత కన్నా 12°C తక్కువగా ఉంటుంది. ( )

   ఈ) రవి బ్యాంకు ఎటీఎం నుండి ₹ 3800 సొమ్మును ఉపసంహరించాడు. ( )

2. కింది వాక్యాలకు ఏదేని ఉదాహరణతో సమర్థించండి

   అ) ధన సంఖ్య ఎల్లప్పుడూ రుణ పూర్ణ సంఖ్య కన్నా పెద్దది.

   ఆ) అన్ని ధన పూర్ణ సంఖ్యలు, సహజసంఖ్యలే.

   ఇ) రుణ సంఖ్య కన్నా "సున్న" పెద్దది.

   ఈ) సంఖ్యా వ్యవస్థలో పూర్ణ సంఖ్యలు అపరిమితంగా ఉంటాయి.

   ఉ) అన్ని పూర్ణాంకాలు కూడా పూర్ణ సంఖ్యలే.

3. అ) 3+4 ఆ) 8 + (-3) ఇ) -7-2

   ఈ) 6 -(5) ఉ) -5 -(-4) లను సంఖ్యా రేఖపై గుర్తించండి.

4. కింది ఇవ్వబడిన రెండు పూర్ణ సంఖ్యల మధ్య గల సంఖ్యలు రాయండి.

   అ) 7 మరియు 12 ఆ) -5 మరియు -1 ఇ) -3 మరియు 3 ఈ) -6 మరియు 0

5. కింది పూర్ణసంఖ్యలను ఆరోహణ మరియు అవరోహణ క్రమాలలో రాయండి.

   -1000, 10, -1, -100, 0, 1000, 1, -10

6. కింది పూర్ణ సంఖ్యలను సూచించే ఏదైనా నిత్యజీవిత ఘటన తెలపండి.

   అ) -200 మీ. ఆ) +42°C ఇ) ₹ 4800 కోట్లు ఈ) -3.0 కి.గ్రా.

7. కనుగొనండి.

   అ) (-603) + (603) ఆ) (-5281) + (1825) ఇ) (-32) + (-2) + (-20) + (-6)

8. కనుగొనండి.

   అ) (-2) - (+1) ఆ) (-270) - (-270) ఇ) (1000) - (-1000).

9. ఒక క్విజ్ పోటీలో తప్పు సమాధానానికి రుణ సంఖ్య కేటాయిస్తారు. 6 రౌండ్లలో A టీం పొందిన మార్కులు +10, -10, 0, -10, 10, -10 మరియు B టీం పొందిన మార్కులు 10, 10, -10, 0, 0, 10 వచ్చాయి. పోటీ లో ఏ జట్టు గెలిచింది? ఎలా గెలిచింది?

10. ఒక అపార్ట్‌మెంట్‌లో 10 అంతస్తులు మరియు 2 భూతలం కింద అంతస్తులు కలవు. ఇప్పుడు లిఫ్ట్ గ్రౌండ్ ఫ్లోర్‌లో ఉన్నదనుకుందాం రవి 5 అంతస్తుల పైకి, తిరిగి 3 అంతస్తులు పైకి తర్వాత 2 అంతస్తు కిందకు అటు నుండి 6 అంతస్తుల కిందకు వచ్చి తన కార్ పార్కింగ్‌కు వచ్చాడు. రవి ఎన్ని అంతస్తులు మొత్తంగా ప్రయాణించాడు? దీనిని నిలువ సంఖ్యారేఖపై సూచించండి.

SCERT - ANDHRA PRADESH
www.apteachers.in

www.apteachers.in

గుర్తుంచుకోవలసిన విషయాలు

1. సహజ సంఖ్యలు, సున్న మరియు రుణ సంఖ్యలను కలిపి పూర్ణ సంఖ్యలు అంటారు.
2. -3 ,-2 ,-1, 0 ,1, 2, 3, ….సంఖ్యలను పూర్ణ సంఖ్యలు అంటాం. వీటిని Z అక్షరంతో సూచిస్తాం.
3. సున్నా (0) అనేది ధన సంఖ్య కాదు. రుణ సంఖ్య కాదు.
4. ధన సంఖ్యలకు వ్యతిరేక సంఖ్యలను గుర్తించడానికి రుణ సంఖ్యలను ఉపయోగిస్తాం.
5. ప్రతీ పూర్ణ సంఖ్యను క్షితిజ సమాంతరంగానూ (అడ్డు) నిలువు రేఖపైనను గుర్తించవచ్చు.
6. పూర్ణ సంఖ్యల సంకలన, వ్యవకలనాలను సంఖ్యారేఖపై గుర్తించవచ్చు.
7. ప్రతి రుణ సంఖ్యా, సున్న కన్నా చిన్నది.
8. రెండు ధనపూర్ణ సంఖ్యల మొత్తం ధనాత్మకం మరియు రెండు రుణ పూర్ణ సంఖ్యల మొత్తం రుణ సంఖ్య అగును.
9. ఒక ధన, ఒక రుణ పూర్ణ సంఖ్యల మొత్తం ధనాత్మకం లేదా రుణాత్మకం కావచ్చును.
10. పూర్ణ సంఖ్యల వ్యవకలనంలో ఒక పూర్ణ సంఖ్య యొక్క సంకలన వ్యవకలనాన్ని కలుపుతాం.
11. పూర్ణ సంఖ్యలను మనం నిత్యజీవిత సన్నివేశాలలో విరివిగా ఉపయోగిస్తాం. ఉదా: వ్యాపారం, సాంకేతిక, ఆటలు, ఉష్ణోగ్రతలు, మందులు మొదలైనవి.
12. పూర్ణ సంఖ్యల సంకలన, వ్యవకలనాలలో సంవృత ధర్మం వర్తిస్తుంది.
13. పూర్ణ సంఖ్యల సంకలనంలో స్థిత్యంతర, సహచర ధర్మాలు వర్తిస్థాయి.

SCERT - ANDHRA PRADESH
www.apteachers.in

X2H5N2

www.apteachers.in

అధ్యాయం 5

భిన్నాలు - దశాంశ భిన్నాలు

G2D7M6

అభ్యసన ఫలితాలు

ఈ అధ్యాయం తర్వాత విద్యార్థి ...

★ భిన్నాలలో వివిధ రకాలను గుర్తుకు తెచ్చుకుంటాడు.
★ భిన్నాలలో చతుర్విధ ప్రక్రియలను సాధించగల్గుతాడు.
★ దశాంశ భిన్నాల సంకలన, వ్యవకలనాలను అర్థం చేసుకుంటాడు.
★ నిజ జీవితంలో భిన్నాలు మరియు దశాంశ భిన్నాల ఉపయోగాలను అర్థం చేసుకోగల్గుతాడు.
★ వివిధ రకాల భిన్నాలు మరియు దశాంశ భిన్నాలతో కూడిన సమస్యలను సాధించగల్గుతాడు.
★ భిన్నాలను దశాంశరూపంలోకి, దశాంశ భిన్నాలను సామాన్య భిన్నాలలోకి మార్చగల్గుతాడు.

SCERT - ANDHRA PRADESH

5.0 పరిచయం :

గతంలో మీరు భిన్నాలు, భిన్నాల రకాలు (క్రమ, అపక్రమ, మిశ్రమ), భిన్నాల పోలిక, సమాన భిన్నాలు మరియు భిన్నాలను సంఖ్యారేఖపై చూపడం వంటివి నేర్చుకున్నారు. అలాగే భిన్నాల సంకలనం మరియు వ్యవకలనం గురించి నేర్చుకొన్నారు. ఈ అధ్యాయంలో గతంలో నేర్చుకున్నవి గుర్తు చేసుకుంటారు. భిన్నాల గుణకారం, భాగహారం మరియు దశాంశ భిన్నాల గురించి తెలుసుకుంటారు.

www.apteachers

విషయాంశాలు

5.0 పరిచయం
5.1 భిన్నాలు - రకాలు
5.2 భిన్నాల గుణకారం
5.3 భిన్నాల భాగహారం
5.4 దశాంశ భిన్నాలు
5.5 దశాంశ భిన్నాల సంకలనం మరియు వ్యవకలనం

5.1 భిన్నాలు రకాలు:

భిన్నం అనగా ఒక మొత్తంలో ఒక భాగం. మొత్తం భాగం అనేది ఒకే వస్తువు లేదా వస్తువు సముదాయం అయినా కావచ్చు.

భిన్నం $\frac{3}{5}$ అనేది 5 భాగాలలో 3 భాగాలు. భిన్నం $\frac{3}{5}$ లో 3 ను లవం అని, మరియు 5ను హారం అని అంటారు.

క్రమ భిన్నం : భిన్నంలో లవం, హారం కన్నా తక్కువైన దానిని క్రమభిన్నం అంటారు.

$\frac{3}{4}, \frac{5}{7}, \frac{11}{17}$... మొదలైనవి క్రమ భిన్నాలు.

అన్ని క్రమ భిన్నాల విలువలు 1 కన్నా తక్కువ ఉంటుంది.

అపక్రమ భిన్నం : భిన్నంలో హారం కన్నా లవం ఎక్కువైన దానిని అపక్రమ భిన్నం అంటారు.

$\frac{7}{3}, \frac{11}{5}, \frac{85}{16}$... మొదలైనవి అపక్రమ భిన్నాలకు ఉదాహరణ.

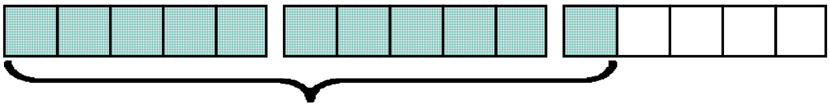
www.apteachers.in

అన్ని అపక్రమ భిన్నాల విలువ 1 లేదా అంతకంటే ఎక్కువ.

మిశ్రమ భిన్నం అనేది పూర్ణాంకం మరియు క్రమ భిన్నాల సమూహం.

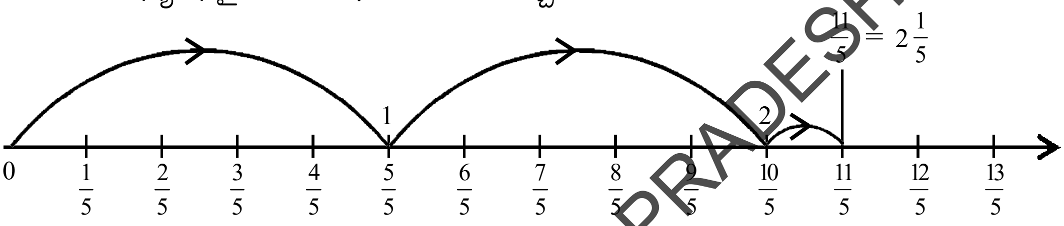
ఉదాహరణ-1: $\frac{11}{5}$ ను మిశ్రమ భిన్నంగా వ్యక్తపరచండి.

సాధన : $\frac{11}{5}$



$\frac{11}{5}$ యొక్క మిశ్రమ భిన్నం $2\frac{1}{5}$

దీనిని సంఖ్యారేఖపై కింది విధంగా చూపవచ్చు.



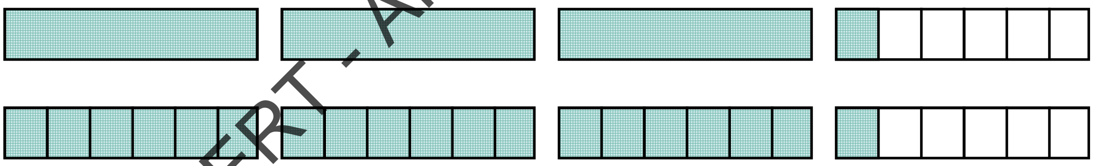
ఉదాహరణ-2 : $3\frac{1}{6}$ ను అపక్రమ భిన్నంగా మార్చండి.

www.apteachers.in

సాధన : పట రూపంలో కింది విధంగా చూడగా

$3\frac{1}{6}$

$\frac{19}{6}$



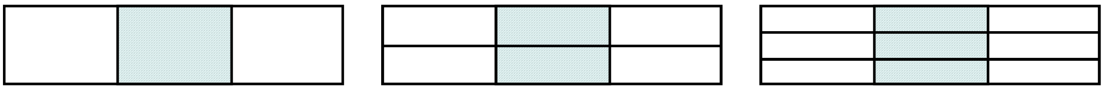
$$\frac{6}{6} + \frac{6}{6} + \frac{6}{6} + \frac{1}{6} = \frac{19}{6}$$

$$3\frac{1}{6} = 3 + \frac{1}{6} = \frac{18}{6} + \frac{1}{6} = \frac{3\times6+1}{6} = \frac{19}{6}$$

SCERT - ANDHRA PRADESH

5.1.1 సమాన భిన్నాలు :

భిన్నం $\frac{1}{3}$ ను వివిధ రూపాలలో పరిశీలించండి.



రంగువేసిన భాగం = $\frac{1}{3}$ రంగువేసిన భాగం = $\frac{2}{6}$ రంగువేసిన భాగం = $\frac{3}{9}$

www.apteachers.in

పై పటాలను పరిశీలింపగాపటం(i) $\frac{1}{3}$ చూడగా పెద్ద దీర్ఘచతుర(స్రాకార భాగం పరిమాణంలోనే మిగిలినవి కూడా దిద్దబడిఉన్నవి. అలాగే $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{6}$ మరియు $\frac{3}{9}$ భిన్నాలు ఒకే భాగాన్ని కల్గి ఉన్నవి.

సమాన భిన్నాలు వేర్వేరు రూపాలలో ఉన్నా ఒకే విలువలు కల్గి ఉంటాయి.

$$\therefore \frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{3}{9}$$

ఉదాహరణ-3: $\frac{2}{7}$ సమాన భిన్నాలను రాయండి.

సాధన : $\frac{2}{7}$ యొక్క సమాన భిన్నాలు

$$\frac{2\times2}{7\times2} = \frac{4}{14}, \quad \frac{2\times3}{7\times3} = \frac{6}{21}, \quad \frac{2\times4}{7\times4} = \frac{8}{28}$$

$$\frac{2\times8}{7\times8} = \frac{16}{56}, \quad \frac{2\times12}{7\times12} = \frac{24}{84}$$

5.1.2 సజాతి మరియు విజాతి భిన్నాలు

ఒకే హారం కల్గియున్న భిన్నాలను "సజాతి భిన్నాలు" అంటారు.

www.apteachers.in

$\frac{5}{12}, \frac{7}{12}, \frac{13}{12}, \frac{17}{12}$.... మొదలైనవి సజాతి భిన్నాలు.

వివిధ రకాల హారాలతో కూడియున్న భిన్నాలను "విజాతి భిన్నాలు" అంటారు.

$\frac{2}{15}, \frac{7}{17}, \frac{8}{19}, \frac{53}{117}$ ... మొదలైనవి విజాతి భిన్నాలు.

SCERT -ANDHRA PRADESH

5.1.3 భిన్నాల కనిష్ఠ రూపం

భిన్నంలో లవం మరియు హారాలకు 1 తప్ప ఉమ్మడి కారణాంకం (లవ, హారాల గ.సా.భా1) లేనట్లయిన ఆ భిన్నం కనిష్ఠ రూపంలో ఉన్నదని అంటాం.

సమాన భిన్నాలలో $\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{6}, \frac{4}{8}$,..... మొదలగు వాటికి $\frac{1}{2}$ అనేది కనిష్ఠ రూపం.

5.1.4 భిన్నాల పోలిక

i) రెండు భిన్నాలు ఒకే హారం కలిగి ఉంటే, వాటిలో లవం తక్కువ గల భిన్నం వాటిలో చిన్న భిన్నం అవుతుంది. $\frac{2}{11}$ మరియు $\frac{5}{11}$ లలో $\frac{2}{11} < \frac{5}{11}$.

www.apteachers.in

ii) రెండు భిన్నాలు ఒకే లవం కలిగిఉంటే, వాటిలో హారం తక్కువగాగల భిన్నం పెద్ద భిన్నం అవుతుంది. $\frac{3}{7}$ మరియు $\frac{3}{11}$ లలో $\frac{3}{7} > \frac{3}{11}$.

iii) విజాతి భిన్నాలను క.సా.గు ద్వారా సజాతి భిన్నాలుగా మార్చి పోల్చుతాం.

$\frac{2}{5}$ మరియు $\frac{3}{4}$.లను పోల్చండి.

4 మరియు 5 ల క.సా.గు 20.

$\frac{2}{5} = \frac{8}{20}$ i.e., $\frac{3}{4} = \frac{15}{20}$

$\therefore \frac{15}{20} > \frac{8}{20}$ మరియు $\frac{3}{4} > \frac{2}{5}$.

5.1.5 భిన్నాల సంకలనం మరియు వ్యవకలనం

i) సజాతి భిన్నాలు

సజాతి భిన్నాలను కూడిక లేదా తీసివేసేటప్పుడు లవాలను మాత్రమే కలపడం లేదా తీసివేయడం ద్వారా వచ్చిన ఫలితాన్ని లవంగాను, సామాన్య హారాన్ని హారం గాను రాస్తాం.

అ) $\frac{3}{7} + \frac{2}{7} = \frac{3+2}{7} = \frac{5}{7}$ ఆ) $\frac{23}{35} - \frac{9}{35} = \frac{23-9}{35} = \frac{14}{35}$

ఇ) $5\frac{2}{7} + \frac{1}{7} - 4\frac{3}{7} = \frac{37}{7} + \frac{1}{7} - \frac{31}{7} = \frac{37+1-31}{7} = \frac{7}{7} = 1$

ii) విజాతి భిన్నాలు: విజాతి భిన్నాల కూడిక లేదా తీసివేత చేయుటలో సోపానాలు.

అ) హారాల క.సా.గు కనుగొనడం.

ఆ) భిన్నాలలో హారాన్ని, సమానం చేసి సజాతి భిన్నాలుగా మారుస్తాం.

ఇ) సజాతి భిన్నాలను కూడిక లేదా తీసివేత చేయడం.

$$\frac{2}{3} - \frac{1}{4} = \frac{8-3}{12} = \frac{5}{12}$$

ఉదాహరణ-4 : సూక్ష్మీకరించండి.

అ) $1\frac{4}{5} + 2\frac{5}{6}$ ఆ) $5\frac{1}{4} - 2\frac{5}{6}$

సాధన :

అ) $1\frac{4}{5} + 2\frac{5}{6} = \frac{9}{5} + \frac{17}{6}$ హారాలు 5 మరియు 6 ల క.సా.గు 30.

$\frac{9}{5} = \frac{9 \times 6}{5 \times 6} = \frac{54}{30}$; $\frac{17}{6} = \frac{17 \times 5}{6 \times 5} = \frac{85}{30}$

www.apteachers.in

SCERT - ANDHRA PRADESH

www.apteachers.in

$$\frac{9}{5} + \frac{17}{6} = \frac{54}{30} + \frac{85}{30} = \frac{139}{30} = 4\frac{19}{30}$$

ఆ) $5\frac{1}{4} - 2\frac{5}{6} = \frac{21}{4} - \frac{17}{6}$

హారాలు 4 మరియు 6 ల క.సా.గు = 12

$$\frac{21}{4} = \frac{21\times3}{4\times3} = \frac{63}{12}; \quad \frac{17}{6} = \frac{17\times2}{6\times2} = \frac{34}{12}$$

$$\therefore \frac{21}{4} - \frac{17}{6} = \frac{63}{12} - \frac{34}{12} = \frac{63-34}{12} = \frac{29}{12} = 2\frac{5}{12}$$

$$\therefore 5\frac{1}{4} - 2\frac{5}{6} = 2\frac{5}{12}$$

ఉదాహరణ 5 : సతీష్ $1\frac{2}{5}$ మీ. రిబ్బన్ మరియు పద్మ $2\frac{3}{4}$ మీ. రిబ్బన్ కొంటే ఇద్దరూ కొన్న రిబ్బన్ మొత్తం పొడవెంత?

సాధన : సతీష్ మరియు పద్మ కొన్న మొత్తం రిబ్బన్ పొడవు $= 1\frac{2}{5} + 2\frac{3}{4}$ మీ.

ఇప్పుడు $1\frac{2}{5} + 2\frac{3}{4} = \frac{7}{5} + \frac{11}{4}$, 5, 4ల క.సా.గు. 20.

$$= \frac{7\times4}{5\times4} = \frac{28}{20}; \quad \frac{11\times5}{4\times5} = \frac{55}{20}$$

$$= \frac{28}{20} + \frac{55}{20}$$

$$= \frac{28+55}{20} = \frac{83}{20} = 4\frac{3}{20}$$

ఉదాహరణ 6 : $2\frac{4}{5}$ కిన్నానికి ఎంత కలిపిన $5\frac{2}{3}$ వస్తుంది?

సాధన : $2\frac{4}{5}$ కు ఎంత కలిపిన $5\frac{2}{3}$, వచ్చుననగా $5\frac{2}{3}$ నుండి $2\frac{4}{5}$ తీసివేయాలి.

i.e $5\frac{2}{3} - 2\frac{4}{5}$

$= \frac{17}{3} - \frac{14}{5}$ 3, 5ల క.సా.గు. 15.

$$= \frac{17\times5}{3\times5} - \frac{14\times3}{5\times3} = \frac{85}{15} - \frac{42}{15} = \frac{85-42}{15} = \frac{43}{15} = 2\frac{13}{15}$$

SCERT - ANDHRA PRADESH
www.apteachers.in

www.apteachers.in

అభ్యాసం - 5.1

1. కింది భిన్నాలను క్రమ, అపక్రమ మరియు మిశ్రమ భిన్నాలుగా వర్గీకరించండి.

   $\frac{3}{4}, \frac{6}{5}, \frac{3}{2}, \frac{4}{1}, \frac{2}{3}, \frac{1}{4}, \frac{18}{13}, 1\frac{5}{7}, \frac{1}{3}, 11\frac{1}{2}$

2. కింది భిన్నాలను ఆరోహణ క్రమంలో రాయండి.

   i) $\frac{3}{4}, \frac{3}{2}, \frac{2}{3}, \frac{1}{5}, \frac{18}{7}$ ii) $\frac{2}{7}, \frac{3}{8}, \frac{3}{4}, \frac{5}{7}, \frac{4}{9}$

3. గణన చేయకుండా $\frac{2}{3} + 1\frac{3}{4} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4}$ విలువ కనుగొనండి.

4. నేహా ఒక కేక్ కొని దానిలో $\frac{7}{15}$ వ భాగం తిన్నది. మిగిలిన భాగాన్ని మధ్యాహ్నం తిన్నది. ఆమె మధ్యాహ్నం తిన్న భాగం ఎంత?

5. సూక్ష్మీకరించండి.

   i) $\frac{2}{5} + \frac{1}{3}$ ii) $\frac{5}{7} + \frac{2}{3}$ iii) $\frac{3}{5} - \frac{7}{20}$ iv) $\frac{17}{20} - \frac{13}{25}$

www.apteachers.in

6. $\frac{16}{5}$ ను పట రూపంలో వ్యక్తపరచండి.

SCERT - ANDHRA PRADESH

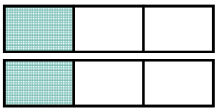
5.2 భిన్నాల గుణకారం :

భిన్నాన్ని ఒక పూర్ణాంకంతో గుణకారం

కింది పటాలను పరిశీలించండి. దీర్ఘ చతురస్రాకార పటంలో దిద్దిన ప్రతీ భాగం $\frac{1}{3}$ ను సూచిస్తుంది.

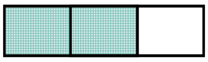
పటంలో రెండు భాగాలను రంగువేయబడిన భాగాన్ని సూచించే భిన్నం ఎంత ?

దిద్దిన భాగం $\frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{1}{3} \times 2$



దీర్ఘ చతురస్రాకార పటంలో రంగువేయబడిన భాగాలను కలుపగా $\frac{1}{3} \times 2$ అగును

$2 \times \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$



మరికొన్ని ఉదాహరణలు మనం గమనిద్దాం.

$$3 \times \frac{1}{5} = \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} = \frac{1+1+1}{5} = \frac{3\times1}{5} = \frac{3}{5}$$

www.apteachers.in

కాబట్టి $3 \times \frac{1}{5} = \frac{3 \times 1}{5} = \frac{3}{5}$

భిన్నాన్ని మనం పూర్ణాంకంతో గుణించినప్పుడు మొదట పూర్ణాంకంచే భిన్నంలో లవాన్ని గుణించి, భిన్నంలో హారాన్ని అదే విధంగా ఉంచాలి.

✱ $3 \times \frac{1}{5} = \frac{1}{5} \times 3$ అని చెప్పగలమా?

మిశ్రమ భిన్నాన్ని పూర్ణాంకంచే గుణకారం చేయాలంటే ముందుగా మిశ్రమ భిన్నాన్ని అపక్రమ భిన్నంగా మార్చి, పైన చేసిన విధంగా గుణకారం చేయాలి.

కావున, $2 \times 5\frac{2}{7} = 2 \times \frac{37}{7} = \frac{74}{7} = 10\frac{4}{7}$

అదే విధంగా, $3\frac{2}{5} \times 2 = \frac{17}{5} \times 2 = \frac{17 \times 2}{5} = \frac{34}{5} = 6\frac{4}{5}$

నీ ప్రగతిని సరిచూసుకో

కింది వాటిని కనుగొనండి

i) $5 \times 3\frac{2}{7}$ ii) $2\frac{5}{9} \times 3$ iii) $2\frac{4}{7} \times 3$ iv) $3 \times 1\frac{3}{4}$

భిన్నాన్ని మరొక భిన్నంచే గుణించడం

www.apteachers.in

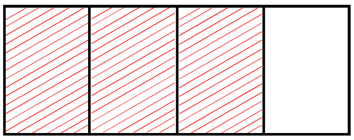


Figure-(i)

ఒక దీర్ఘ చతురస్రాకార అట్టను తీసుకొని దాని పొడవు వెంబడి సమాన భాగాలుగా చేసి పటం (i) లో చూపిన విధంగా 3 భాగాలకు రంగువేయండి.

రంగువేయబడిన భాగం $\frac{3}{4}$.

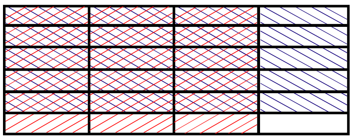


Figure-(ii)

అదే దీర్ఘ చతురస్రాకార అట్టను వెడల్పు వెంబడి 6 సమాన భాగాలు చేసి అందులో పటం (ii) లో చూపిన విధంగా 5 భాగాలకు నీలి రంగు గీతలు గీయండి.

నీలి గీతలు గీయబడిన భాగం $\frac{5}{6}$

పటం (ii) లో ఈ విధంగా గీయబడిన భాగం $\frac{15}{24}$

దీనిని $\frac{3}{4}$ లో $\frac{5}{6}$ వ భాగం (లేదా) $\frac{5}{6} \times \frac{3}{4}$ అని ప్రాతినిధ్య పరుస్తాము.

i.e $\frac{5}{6} \times \frac{3}{4} = \frac{5 \times 3}{6 \times 4} = \frac{15}{24}$

$\frac{3}{4} \times \frac{5}{6}$ ను మరొక విధంగా చూపగలము.

SCERT - ANDHRA PRADESH

www.apteachers.in

దీర్ఘ చతురస్రాకార అట్టను, దాని పొడవు వెంబడి 6 సమాన భాగాలు చేసి అందులో 5 భాగాలకు రంగువేయండి. మరియు దాని వెడల్పు వెంబడి 4 సమాన భాగాలు చేసి అందు 3 భాగాలను రంగువేయండి.

అది $\frac{3}{4} \times \frac{5}{6} = \frac{15}{24}$ అవుతుంది.

$\therefore \frac{3}{4} \times \frac{5}{6} = \frac{3\times5}{4\times6} = \frac{15}{24}$. అదే విధంగా, $\frac{5}{6} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{4} \times \frac{5}{6}$

ఉదాహరణ-7: (i) $\frac{3}{4} \times \frac{1}{7}$ (ii) $\frac{5}{3}\times\frac{7}{2}$ (iii) $\frac{8}{3} \times \frac{4}{7}$ (iv) $2\frac{1}{5} \times \frac{1}{3}$ గుణించండి

సాధన : (i) $\frac{3}{4} \times \frac{1}{7} = \frac{3\times1}{4\times7} = \frac{3}{28}$ (ii) $\frac{5}{3}\times\frac{7}{2} = \frac{5\times7}{3\times2} = \frac{35}{6}$

(iii) $\frac{8}{3} \times \frac{4}{7} = \frac{8\times4}{3\times7} = \frac{32}{21}$ (iv) $2\frac{1}{5} \times \frac{1}{3} = \frac{11}{5} \times \frac{1}{3} = \frac{11\times1}{5\times3} = \frac{11}{15}$

అనగా రెండు భిన్నాల భాగహారం = $\frac{\text{లవాల లబ్ధం}}{\text{హారాల లబ్ధం}}$ గా చెప్పవచ్చు

ఉదాహరణ-8 :

(i) $\frac{2}{9}$ ను $\frac{4}{5}$ చే (ii) $\frac{3}{5}$ ను 14 చే (iii) $3\frac{1}{2}$ ను $\frac{1}{7}$ చే (iv) $4\frac{3}{7}$ ను $1\frac{2}{7}$ చే గుణించండి.

www.apteachers.in

సాధన : (i) $\frac{2}{9} \times \frac{4}{5} = \frac{2\times4}{9\times5} = \frac{8}{45}$ (ii) $\frac{3}{5} \times 14 = \frac{3\times14}{5} = \frac{42}{5}$

(iii) $3\frac{1}{2} \times \frac{1}{7} = \frac{7}{2} \times \frac{1}{7} = \frac{1}{2}$ (iv) $4\frac{3}{7} \times 1\frac{2}{7} = \frac{31}{7} \times \frac{9}{7} = \frac{279}{49}$

SCERT - ANDHRA PRADESH

ప్రయత్నించండి

కింది భిన్నాల లబ్ధాలను పరిశీలించండి.

i) $\frac{1}{5}\times\frac{2}{3} = \frac{2}{15}$ (రెండు క్రమ భిన్నాల లబ్ధం)

ii) $\frac{3}{2}\times\frac{5}{4} = \frac{15}{8}$ (రెండు అపక్రమ భిన్నాల లబ్ధం)

iii) $\frac{2}{3}\times\frac{5}{3} = \frac{10}{9}$ (క్రమ అపక్రమ భిన్నాల లబ్ధం)

పై లబ్ధాలను పరిశీలించండి.

రెండు భిన్నాలను ఒకదానికొకటి గుణించినపుడు ఏర్పడే లబ్ధం, ఆయా ప్రతీ భిన్నం కంటే తక్కువా? ఎక్కువా? మీ సమాధానాన్ని సమర్థించండి.

www.apteachers.in

ఉదాహరణ-9 : ఒక తరగతిలో గల 40 మంది విద్యార్థులలో $\frac{2}{5}$ వ భాగం బాలురు. అయిన ఆ తరగతిలో బాలురెందరు?

సాధన : తరగతిలో మొత్తం విద్యార్థులు = 40

∴ బాలుర సంఖ్య = మొత్తం విద్యార్థులలో $\frac{2}{5}$ వ భాగం.

= 40 లో $\frac{2}{5}$ వ భాగం = $\frac{2}{\cancel{5}} \times \cancel{40}^{8}$ = 16

ఉదాహరణ-10: దీర్ఘచతురస్రాకార పార్కు పొడవు $7\frac{2}{3}$ మీ. వెడల్పు $3\frac{1}{5}$ మీ. అయిన పార్కు వైశాల్యమెంత?

సాధన : పార్కు పొడవు = $7\frac{2}{3}$ మీ. = $\frac{23}{3}$ మీ.

వెడల్పు = $3\frac{1}{5}$ మీ. = $\frac{16}{5}$ మీ.

∴ పార్కు వైశాల్యం = పొడవు × వెడల్పు

= $\frac{23}{3} \times \frac{16}{5}$ మీ^{2}.

= $\frac{368}{15}$ మీ^{2} = $24\frac{8}{15}$ మీ^{2}.

www.apteachers.in

అభ్యాసం - 5.2

1. కింది వాటి లబ్ధాలను కనుగొనండి.

   అ) $3 \times \frac{5}{12}$ ఆ) $\frac{15}{8} \times 12$ ఇ) $1\frac{3}{4} \times \frac{12}{21}$ ఈ) $\frac{4}{5} \times \frac{12}{7}$

2. కింది వాటిలో ఏది పెద్దది?

   అ) $\frac{1}{2}$ లేదా $\frac{6}{7}$ లేదా $\frac{2}{3}$ లేదా $\frac{3}{7}$ ఆ) $\frac{2}{7}$ లేదా $\frac{3}{4}$ లేదా $\frac{3}{5}$ లేదా $\frac{5}{8}$

3. కింది వాటిని కనుగొనండి

   అ) 330 లో $\frac{7}{11}$ వ భాగం ఆ) 108 లో $\frac{5}{9}$ భాగం

   ఇ) 16 లో $\frac{2}{7}$ వ భాగం ఈ) $\frac{3}{10}$ లో $\frac{1}{7}$ వ భాగం

4. ఒక నోటు పుస్తకం వెల ₹ $10\frac{3}{4}$. అయిన 36 పుస్తకాల వెల ఎంత?

5. ఒక మోటారు బైక్ 1 లీటరు పెట్రోలుకి $52\frac{1}{2}$ కి.మీ. దూరం ప్రయాణించును. అయిన $2\frac{3}{4}$ లీటర్ల పెట్రోలుతో అది నడిచే దూరం ఎంత?

SCERT-ANDHRA PRADESH

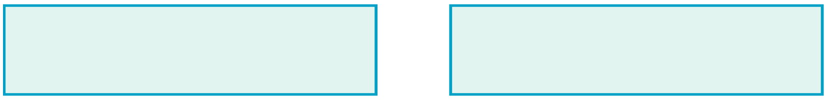
www.apteachers.in

5.3 భిన్నాల భాగహారం :

పూర్ణాంకాన్ని భిన్నంచే భాగించుట

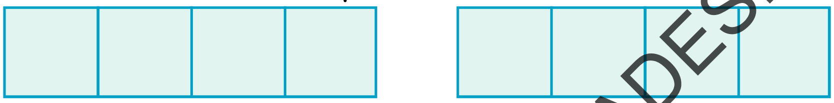
2 ను $\frac{1}{4}$ తో భాగహారం ఎలా చేయాలో చూద్దాం.

సోపానం:*1*- రెండు ఒకే రకమైన దీర్ఘ చతురస్రాకార అట్టముక్కలను తీసుకొండి.



పటం-(1)

సోపానం : *2* - ప్రతీ దీర్ఘ చతురస్రాకార అట్టను నాలుగు సమాన భాగాలుగా పటంలో చూపిన విధంగా చేయండి.



పటం-(2)

సోపానం: *3* - అ

i) పటం (1) లో చూపబడిన ఒకేలాంటి దీర్ఘచతురస్రాల సంఖ్య = 2

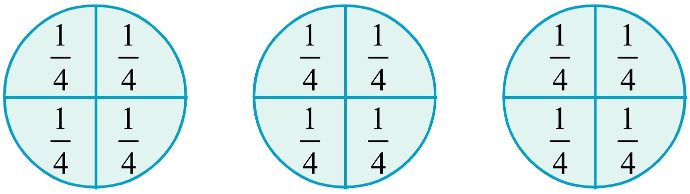
ii) ప్రతి దీర్ఘ చతురస్రాన్ని నాలుగు సమాన భాగాలుగా చేసిన.

అందులో ప్రతీ ఒక భాగం యొక్క భిన్న రూపం = $\frac{1}{4}$

iii) పటం (2) లో $\frac{1}{4}$ భాగాల సంఖ్య 8 కలవు.

$\therefore \quad 2 \div \frac{1}{4} = 8.$

అదే విధంగా $3 \div \frac{1}{4}$ అనగా మూడు మొత్తం భాగాలను ఒక్కొక్క భాగం $\frac{1}{4}$ గా ఉండేటట్లు సమాన భాగాలుగా విభజింపవలెను.



పై పటాలను పరిశీలింపగా $3 \div \frac{1}{4} = 3 \times \frac{4}{1} = \frac{3 \times 4}{1} = \frac{12}{1} = 12$

✷ కింది వాటిని కనుగొనండి

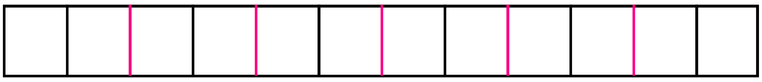
అ) $4 \div \frac{1}{8}$ ఆ) $9 \div \frac{3}{4}$ ఇ) $7 \div \frac{2}{3}$ ఈ) $35 \div \frac{7}{3}$ ఉ) $4 \div \frac{15}{8}$

SCERT - ANDHRA PRADESH
www.apteachers.in

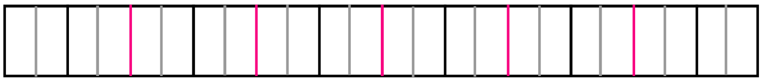
www.apteachers.in

భిన్నం యొక్క వ్యుత్క్రమం

12 సెం॥మీ. పొడవైన ఒక దిమ్మలో 2 సెం॥మీ. గల దిమ్మలను ఎన్ని కత్తిరించగలం?



$12 \div 2 = 6$ దిమ్మలు



ఇప్పుడు 12 సెం॥మీ పొడవు గల దిమ్మలో $\frac{1}{2}$ సెం॥మీ పొడవు గల దిమ్మలు ఎన్ని కలవు? పటం నుండి 24 కలవు?

అనగా 24 = 12 x 2

పై పరిశీలనల నుండి 12 అనే పూర్ణాంకాన్ని భిన్నం $\frac{1}{2}$ చే భాగించాలి అనగా 12 ను 2 చే గుణించడం. $\frac{1}{2}$ లవహారాలను తారుమారు చేసిరాయగా $\frac{2}{1}$ వచ్చును. ఇదే $\frac{1}{2}$ యొక్క వ్యుత్క్రమం.

ఇక్కడ 2 అనేది $\frac{1}{2}$ యొక్క వ్యుత్క్రమం

$\frac{1}{2}$ యొక్క వ్యుత్క్రమం 2 (లేదా) 2 యొక్క వ్యుత్క్రమం = $\frac{1}{2}$

www.apteachers.in
SCERT - ANDHRA PRADESH

✳ కింది లబ్ధాలను పరిశీలించి ఖాళీలు పూరించండి.

$5 \times \frac{1}{5} = 1$	$\frac{5}{8} \times \frac{8}{5} = $ _____
$\frac{1}{8} \times 8 = $ _____	$\frac{2}{7} \times$ ___ $= 1$
$\frac{3}{4} \times \frac{4}{3} = \frac{3 \times 4}{4 \times 3} = \frac{12}{12} = 1$	___ $\times \frac{5}{9} = 1$

రెండు శూన్యేతర సంఖ్యల లబ్ధం 1 అయిన ఆ రెండు ఒకదానికొకటి వ్యుత్క్రమాలు.

ఉదాహరణకు $\frac{5}{7}$ యొక్క వ్యుత్క్రమం $\frac{7}{5}$ మరియు $\frac{7}{5}$ యొక్క వ్యుత్క్రమం $\frac{5}{7}$.

అదే విధంగా $\frac{3}{8}$ యొక్క వ్యుత్క్రమం $\frac{8}{3}$. $\frac{4}{11}$ యొక్క వ్యుత్క్రమం $\frac{11}{4}$.

www.apteachers.in

ఒక పూర్ణాంకాన్ని మిశ్రమ భిన్నంచే భాగించమనగా, ముందు మిశ్రమ భిన్నాన్ని అపక్రమ భిన్నంగా మార్చాలి మరియు పూర్ణాంకాన్ని అపక్రమ భిన్నం యొక్క వ్యుత్క్రమంతో గుణించాలి.

అనగా $4 \div 1\frac{3}{5} = 4 \div \frac{8}{5} = 4 \times \frac{5}{8} = \frac{\not{4}^{1} \times 5}{\not{8}^{2}} = \frac{5}{2}$

అదే విధంగా $5 \div 3\frac{1}{3} = 5 \div \frac{10}{3} = 5 \times \frac{3}{10} = \frac{\not{5}^{1} \times 3}{\not{10}^{2}} = \frac{3}{2}$

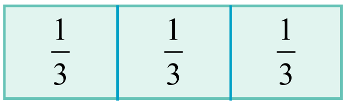
నీ ప్రగతిని సరిచూసుకో

కింది పట్టికలో గల భిన్నాలకు వ్యుత్క్రమాలను రాయండి

భిన్నం	$\frac{2}{9}$		$\frac{4}{7}$	$3\frac{1}{7}$	$\frac{15}{8}$	
వ్యుత్క్రమం		$\frac{5}{5}$			$\frac{1}{5}$	

భిన్నాన్ని పూర్ణాంకంచే భాగించడం

www.apteachers.in

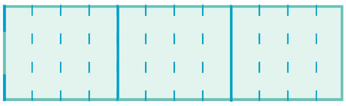


పటం-1

$\frac{1}{3} \div 4$ చే భాగిస్తే ఏమవుతుంది?

ఒక దీర్ఘచతురస్రాకార అట్ట ముక్కను తీసుకొని దానిని 3 సమాన భాగాలుగా చేయండి.

ప్రతి భాగాన్ని మళ్లీ నాలుగు సమాన భాగాలుగా విభజించండి.


పటం-2

SCERT - ANDHRA PRADESH

సోపానాలు:

అ) పటం(1) లో దీర్ఘచతురస్రాకారంలో చొరబడిన ప్రతి భాగం యొక్క భిన్న రూపం = $\frac{1}{3}$

ఆ) పటం (2) లో మళ్లీ 4 సమాన భాగాలు చేయబడినది కావున $\frac{1}{3} \div 4$

ఇ) ప్రతి భాగం యొక్క భిన్న రూపం = $\frac{1}{12}$.

కావున $\frac{1}{3} \div 4 = \frac{1}{12}$

ముందు పరిశీలనల తర్వాత మనకు

$$\frac{1}{3} \div 4 = \frac{1}{3} \div \frac{4}{1} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$$

అదే విధంగా, $\frac{2}{3} \div 7 = \frac{2}{3} \div \frac{7}{1} = \frac{2}{3} \times \frac{1}{7} = \frac{2 \times 1}{3 \times 7} = \frac{2}{21}$

www.apteachers.in

$$\frac{5}{7} \div 6 = \frac{5}{7} \div \frac{6}{1} = \frac{5}{7} \times \frac{1}{6} = \frac{5\times1}{7\times6} = \frac{5}{42}$$

అదే విధంగా మిశ్రమ భిన్నాలను పూర్ణాంకంచే భాగించాలంటే ముందు మిశ్రమ భిన్నాన్ని అపక్రమ భిన్నంగా మార్చి తర్వాత ముందు చేసిన పద్ధతిలో కొనసాగించాలి.

$$2\frac{1}{3} \div 5 = \frac{7}{3} \div 5 = \frac{7}{3} \div \frac{5}{1} = \frac{7}{3} \times \frac{1}{5} = \frac{7}{15}$$

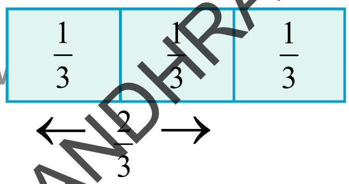
$$4\frac{1}{2} \div 6 = \frac{9}{2} \div 6 = \frac{9}{2} \div \frac{6}{1} = \frac{\cancel{9}^{3}}{2} \times \frac{1}{\cancel{6}^{2}} = \frac{3}{4}$$

• i) $\frac{7}{9} \div 4$ ii) $\frac{3}{4} \div 9$ iii) $4\frac{1}{2} \div 6$ iv) $2\frac{1}{5} \div 3$ ల విలువ కనుగొనండి.

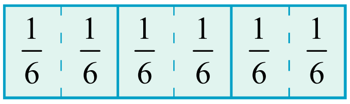
భిన్నాన్ని మరొక భిన్నంచే భాగించడం

$\frac{2}{3}$ ను $\frac{1}{6}$ చే భాగహారాన్ని ఒక కృత్యం ద్వారా కనుక్కుందాం (నేర్చుకుందాం)

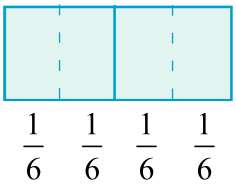
1. ఒక దీర్ఘ చతురస్రాకారాన్ని గీసి దానిని మూడు సమాన భాగాలు చేయండి.

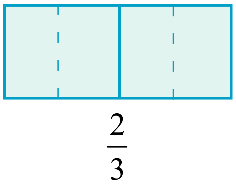


2. మూడు సమాన భాగాలు చేయగా ఏర్పడిన ఒక్కొక్క చిన్న దీర్ఘ చతురస్రాన్ని మరల రెండు సమాన భాగాలుగా చేయగా పెద్ద దీర్ఘ చతురస్రం 6 చిన్న భాగాలుగా ఏర్పడుతుంది.



పటం(1) లో చూపబడిన దీర్ఘ చతురస్ర భాగం యొక్క భిన్న రూపం = $\frac{1}{3}$





పటం (1) రెండు సమాన భాగాలు యొక్క భిన్న రూపం $\frac{2}{3}$.

3. పటం (2) లో ఏర్పడిన చిన్న దీర్ఘ చతురస్రాకార భిన్న రూపం = $\frac{1}{6}$

SCERT - ANDHRA PRADESH

www.apteachers.in

4. పటం (2) లో చూపబడిన రెండు సమాన భాగాలు కూడా పటం (3) లో చూపబడింది.

$\frac{2}{3} \div \frac{1}{6}$ అనగా, $\frac{2}{3}$ లో $\frac{1}{6}$ భాగాలు సంఖ్య అని అర్థం .

అనగా, $\frac{2}{3}$ లో $\frac{1}{6}$ ల సంఖ్య $= 4$

$$\frac{2}{3} \div \frac{1}{6} = 4$$

దీనినే $\frac{2}{3} \div \frac{1}{6} = \frac{2}{3} \times \frac{6}{1} = \frac{2 \times \cancel{6}^2}{\cancel{3} \times 1} = \frac{4}{1} = 4$ గా రాయండి.

అదే విధంగా, i) $\frac{3}{5} \div \frac{4}{9} = \frac{3}{5} \times \frac{4}{9}$ యొక్క వ్యుత్క్రమం

$$= \frac{3}{5} \times \frac{9}{4} = \frac{27}{20}$$

ii) $2\frac{1}{2} \div \frac{3}{5} = \frac{5}{2} \div \frac{3}{5} = \frac{5}{2} \times \frac{3}{5}$ యొక్క వ్యుత్క్రమం

$$= \frac{5}{2} \times \frac{5}{3} = \frac{25}{6}$$

అభ్యాసం - 5.3

SCERT - ANDHRA PRADESH

1. కింది ఇవ్వబడిన భిన్నాల యొక్క వ్యుత్క్రమాలను కనుక్కోండి.

   అ) $\frac{5}{9}$ ఆ) $\frac{12}{7}$ ఇ) $2\frac{1}{5}$ ఈ) $\frac{1}{8}$ ఉ) $\frac{13}{11}$ ఊ) $\frac{8}{3}$

2. సూక్ష్మీకరించండి.

   అ) $15 \div \frac{3}{4}$ ఆ) $6 \div 1\frac{4}{7}$ ఇ) $3 \div 2\frac{1}{3}$ ఈ) $\frac{4}{9} \div 15$ ఉ) $4\frac{3}{7} \div 14$

3. కింది వాటిని కనుగొనండి.

   అ) $\frac{4}{9} \div \frac{2}{3}$ ఆ) $\frac{4}{11} \div \frac{8}{11}$ ఇ) $2\frac{1}{3} \div \frac{3}{5}$ ఈ) $5\frac{4}{7} \div 1\frac{3}{10}$

4. రెండ సంఖ్య లబ్ధం $25\frac{5}{6}$. అందులో ఒక సంఖ్య $6\frac{2}{3}$, అయిన రెండవ సంఖ్య కనుగొనండి.

5. $9\frac{3}{4}$ భిన్నాన్ని ఏ సంఖ్యచే గుణించగా $5\frac{2}{3}$ వచ్చును?

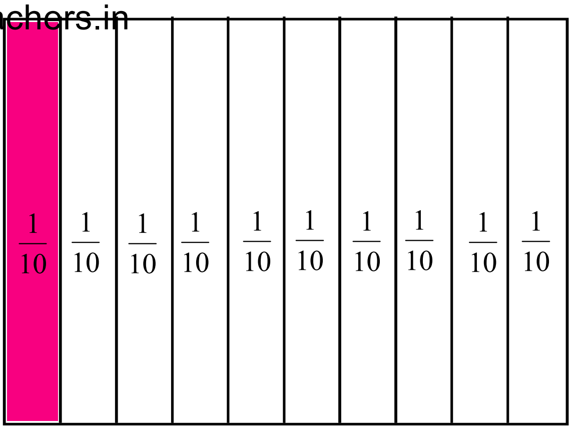
6. ఒక బకెట్‌లో $34\frac{1}{2}$ లీటర్ల నీరు ఉంది. అందులోనుండి $1\frac{1}{2}$ లీటర్ల చొప్పున ఎన్ని సార్లు తీయవచ్చు?

7. $3\frac{3}{4}$ కి.గ్రా. ల పంచదార వెల ₹ $121\frac{1}{2}$. అయిన 1 కి.గ్రా. పంచదార వెల ఎంత?

8. ఒక దీర్ఘ చతురస్రాకార పొలం యొక్క పొడవు $12\frac{1}{4}$ మీ. మరియు దాని వైశాల్యం $65\frac{1}{3}$ చ.మీ. అయిన దాని వెడల్పు కనుగొనండి.

5.4 దశాంశ సంఖ్యలు (లేదా) దశాంశ భిన్నాలు

www.apteachers.in



దశాంశం :

భిన్నం యొక్క మరొక రూపంలో దశాంశం.

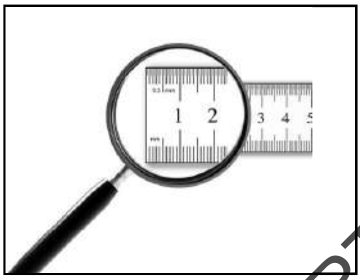
దశాంశ భాగం :

భాగం $\frac{1}{10}$ ను దశాంశ రూపంలో 0.1 గా రాస్తాం. పటంలో రంగువేసిన భాగాన్ని 'సున్న పాయింట్ ఒకటి'గా చదువుతాం.

$\frac{9}{10}$ లేదా 9 దశాంశాల	$\frac{6}{10}$ లేదా 6 దశాంశాలు	$\frac{4}{10}$ లేదా 4 దశాంశాలు
0.9 (లేదా) సున్న పాయింటు తొమ్మిది	0.6 (లేదా) సున్న పాయింటు ఆరు	0.4 (లేదా) సున్న పాయింటు నాలుగు

రెండు అంకెల మధ్య బిందువు లేదా చుక్కను దశాంశ బిందువు అంటారు.

SCERT - ANDHRA PRADESH



పూర్ణాంకాలు మరియు దశాంశ సంఖ్యలను కలిపి పక్క పటంలో చూసిన విధంగా చూడగలం.

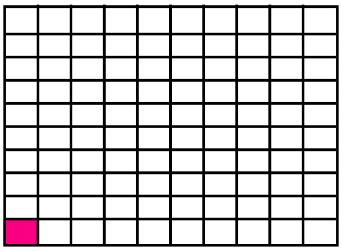
www.apteachers.in

పక్క పటంలో ఒక స్కేలును 2 సెం॥మీ మరియు 1 సెం॥మీ. దూరంలో 4 భాగాలు. అనగా ప్రతీ 1 సెం॥మీ.ను 10 సమాన భాగాలుగా చేయబడినది. దీనిని 2.4 గా రాస్తాం.

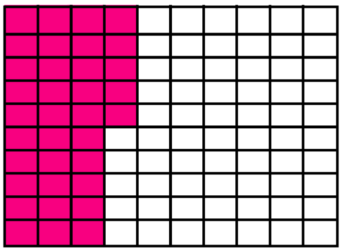
2 సెం॥మీ. + $\frac{4}{10}$ సెం. మీ. = 2 సెం. మీ. + 0.4 సెం. మీ. = 2.4 సెం. మీ.

2.4 కూడా ఒక దశాంశ భిన్నం. దీనిని రెండు పాయింట్ నాలుగుగా చదువుతాం.

శతాంశాలు: ఒక భాగాన్ని 100 సమాన భాగాలుగా విభజించండి.



ప్రతీ ఒక్క భాగం విలువ $\frac{1}{100}$ లేదా 0.01.



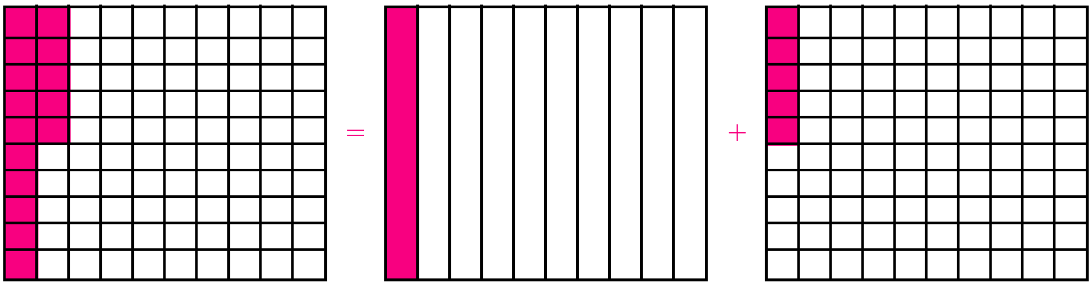
100 సమాన భాగాలలో 35 భాగాలను $\frac{35}{100}$ లేదా 0.35 గా అంటాం.

0.01 అనగా ఒక శతాంశం

దీనిని సున్న పాయింట్ సున్న ఒకటిగా చదువుతాం, 0.35 ను సున్న పాయింట్ మూడు ఐదుగా చదువుతాం.

www.apteachers.in

0.15 అనగా 15 శతాంశాలు లేదా 1 శతాంశం మరియు 5 దశాంశాలు.



$$0.15 = \frac{15}{100} = \frac{10}{100} + \frac{5}{100} = \frac{1}{10} + \frac{5}{100}$$

అదేవిధంగా: $5\frac{87}{100} = 5.87 = 5 + \frac{8}{10} + \frac{7}{100}$

$6\frac{42}{100} = 6.42 = 6 + \frac{4}{10} + \frac{2}{100}$

దశాంశ బిందువు తర్వాత ఉండే అంకెలను దశాంశ విలువలు అని అంటాం.

అనగా దశాంశ భిన్నాలలో రెండు భాగాలుంటాయి. ఒకటి పూర్ణాంక భాగం మరియు దశాంశ భాగం. ఈ రెండింటిని వేరు చేసేది దశాంశ బిందువు.

www.apteachers.in

పూర్ణాంక భాగం ఎప్పుడైనా "0" లేదా అంతకంటే ఎక్కువ → **4.73** ← దశాంశ భాగం విలువ ఎల్లప్పుడు 1 కంటే తక్కువ

↑ దశాంశ బిందువు.

SCERT - ANDHRA PRADESH

పై సంఖ్యలో పూర్ణాంక భాగం తర్వాత 2 దశాంశ స్థానాలున్నాయి. ఒక వేళ పూర్ణాంక భాగం లేనట్లయితే అక్కడ '0' ఉన్నట్లుగా పరిగణిస్తాం.

ఉదా: .69 అనే దానిని 0.69 గా రాస్తాం.

శతాంశాలు : ఒక భాగాన్ని 1000 సమాన భాగాలుగా చేయగా ప్రతీ భాగం విలువను శతాంశ భాగం అంటాం.

అనగా, $\frac{1}{1000}$ = 0.001 లేదా ఒక శతాంశ భాగం. *దీనిని సున్న పాయింట్ సున్న సున్న ఒకటిగా చదువుతాం.*

0.235 ను (235 శతాంశాలు) అనగా 1000 భాగాలుగా 235 భాగాలు.

దీనినే $0.235 = \frac{2}{10} + \frac{3}{100} + \frac{5}{1000}$ గా రాయవచ్చు.

www.apteachers.in

అదే విధంగా 47.107 ను నలభై ఏడు మరియు ఒక వంద ఏడు శతాంశాలుగా పేర్కొంటాం. దీనిని నలభై ఏడు పాయింట్ ఒకటి సున్న ఏడుగా చదువుతాం.

$$47.107 = 47 + \frac{1}{10} + \frac{0}{100} + \frac{7}{1000}$$

కింది వాటిని గమనించండి,

$\frac{4}{10} = 0.4$ — ఒక స్థానం

$\frac{2}{100} = 0.02$ — రెండు స్థానాలు

$\frac{429}{1000} = 0.429$ — మూడు స్థానాలు

$\frac{25}{10000} = 0.0025$ — నాలుగు స్థానాలు

దశాంశ భిన్నంలో దశాంశ బిందువు తర్వాత ఉండే స్థానాలు సామాన్య భిన్నంలో ఒకటి పక్క ఉండే సున్నలకు సమానంగా ఉంటుంది.

నీ ప్రగతిని సరిచూసుకో

ఖాళీలను పూరించండి :

వ.సెం.	సామాన్య భిన్నం	దశాంశ భిన్నం	అక్షరాలలో
1	$\frac{6}{10}$	0.6	సున్న పాయింట్ ఆరు
2	$\frac{37}{100}$		
3		0.721	
4			పదిహేడు పాయింట్ రెండు

www.apteachers.in

SCERT - ANDHRA PRADESH

5.4.1 దశాంశ భిన్నాల స్థాన విలువలు:

దశాంశ భిన్నాల అవగాహన కోసం కింది స్థానవిలువల పట్టికలో కింది చూపబడినది. 3333.333 దశాంశ భిన్నం యొక్క స్థాన విలువలను కింది గమనిద్దాం.

సంఖ్య	3	3	3	3	3	3	3
స్థానం	1000 వేలు	100 వందలు	10 పదులు	1 ఒకట్లు	$\frac{1}{10}$ దశాంశం	$\frac{1}{100}$ శతాంశం	$\frac{1}{1000}$ సహస్రాంశం
స్థానవిలువ	3000	300	30	3	$\frac{3}{10}$	$\frac{3}{100}$	$\frac{3}{1000}$

పై పట్టిక గమనిస్తే, ప్రతి స్థానం ఎడమ వైపు ఉన్న విలువలో $\frac{1}{10}$ వ భాగం ఉంటుంది. దశాంశ బిందువు తర్వాత వెంటనే కుడివైపు వచ్చే మొదటి స్థానం దశాంశం, రెండవది శతాంశంగా మూడవది

సహస్రాంశం చెప్తాం. దశాంశ బిందువు తర్వాత మూడు స్థానాలను దశాంశ భాగం అంటాం. పై ఉదాహరణలో దశాంశ భాగంగా 333 శతాంశాలున్నాయి.

www.apteachers.in

దశాంశ స్థాన విలువల పట్టికను ఉపయోగించి దశాంశ భిన్నం యొక్క విస్తరణను గమనిద్దాం. ఉదాహరణకు 5876. 396 సంఖ్య తీసుకోండి.

5 8 7 6 . 3 9 6

- 5 × 1000
- 8 × 100
- 7 × 10
- 6 × 1
- $3 \times \frac{1}{10}$
- $9 \times \frac{1}{100}$
- $6 \times \frac{1}{1000}$

5876.396 = 5 వేలు + 8 వందలు + 7 పదులు + 6 ఒకట్లు + 3 దశాంశాలు + 9 శతాంశాలు + 6 సహస్రాంశాలు.

$= 5 \times 1000 + 8 \times 100 + 7 \times 10 + 6 \times 1 + 3 \times \frac{1}{10} + 9 \times \frac{1}{100} + 6 \times \frac{1}{1000}$

$5876\frac{396}{1000} = 5000 + 800 + 70 + 6 + \frac{3}{10} + \frac{9}{100} + \frac{6}{1000}$ [భిన్న రూపం]

$= 5000 + 800 + 70 + 6 + 0.3 + 0.09 + 0.006$ [దశాంశ రూపం]

నీ ప్రగతిని సరిచూసుకో

www.apteachers.in

SCERT - ANDHRA PRADESH

1. కింది దశాంశ బిందువులలో వృత్తం చుట్టబడిన అంకె యొక్క స్థానవిలువలు రాయండి.

అ) 13.2(6) ఆ) 45.(4)2 ఇ) 1(5).023

ఈ) (2)08. 36 ఉ) 87.2 4(3) ఊ) 9.80(3)

2. కింది వాటిని దశాంశ రూపంలో రాయండి.

అ) $700 + 40 + 2 + \frac{1}{10} + \frac{3}{100} + \frac{6}{1000}$

ఆ) $9000 + 800 + 3 + 0.2 + 0.05 + 0.007$

ఇ) $6000 + 400 + 20 + 1 + \frac{2}{10} + \frac{5}{100} + \frac{9}{1000}$

ఈ) $400 + 5 + \frac{1}{10} + \frac{8}{100}$

3. కింది వాటిని దశాంశ మరియు భిన్న రూపంలో విస్తరించండి.

అ) 164. 238 ఆ) 968.054

www.apteachers.in

5.4.2 భిన్నాలను దశాంశ రూపంలోనికి దశాంశ రూపం నుండి భిన్న రూపంలోకి మార్చడం :

10, 100 లేదా 1000 హారాలుగా గల భిన్నాలను సులభంగా దశాంశ రూపంలోనికి మార్చగలం.

$\frac{6}{10} = 0.6$	$\frac{6}{100} = 0.06$	$\frac{6}{1000} = 0.006$
$\frac{34}{10} = 3.4$	$\frac{34}{100} = 0.34$	$\frac{34}{1000} = 0.034$
$\frac{123}{10} = 12.3$	$\frac{123}{100} = 1.23$	$\frac{143}{1000} = 0.143$
హారంలో 10, ఉన్నప్పుడు దశాంశ స్థానాల సంఖ్య 1	హారంలో 100 ఉన్నప్పుడు దశాంశ స్థానాల సంఖ్య 2	హారంలో 1000 ఉన్నప్పుడు దశాంశ స్థానాల సంఖ్య 3

సామాన్య భిన్నాలను హారాలు 10 లేదా 10 యొక్క గుణిజాలుగా గల హారాలుగా మార్చి పై పద్ధతిలో దశాంశ బిందువులుగా మార్చగలం.

5.4.3 సామాన్య భిన్నాలను దశాంశ భిన్నాలుగా మార్చడం

$\frac{1}{2} = \frac{5}{10} = 0.5$ (×5) $\frac{1}{4} = \frac{25}{100} = 0.25$ (×25) $\frac{8}{5} = \frac{16}{10} = 1.6$ (×2)

అదే విధంగా, $2\frac{4}{5} = 2 + \frac{4}{5} = 2 + \frac{8}{10} = 2 + 0.8 = 2.8$

దశాంశ భిన్నాలను కింది విధంగా కూడా సామాన్య భిన్నాలుగా మార్చవచ్చు:

$0.6 = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$ (÷2) $0.48 = \frac{48}{100} = \frac{12}{25}$ (÷4)

నీ ప్రగతిని సరిచూసుకో

1. భిన్నాలను దశాంశాలుగా మార్చండి.

1) $\frac{23}{10}$ = ☐   2) $\frac{6}{100}$ = ☐   3) $\frac{3}{8}$ = ☐   4) $\frac{2}{25}$ = ☐

2. కింది దశాంశాలను సామాన్య భిన్నాలుగా మార్చండి.

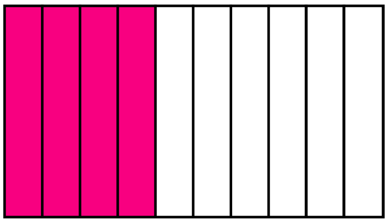
1) 0.2 = ☐   2) 0.38 = ☐   3) 1.62 = ☐   4) 8.1 = ☐

SCERT - ANDHRA PRADESH

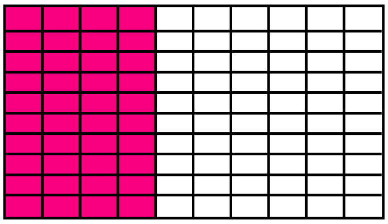
5.4.4 సమాన దశాంశ భిన్నాలు

www.apteachers.in

ఒకే భాగం కలిగి యున్న దశాంశాలను సమాన దశాంశ భిన్నాలు అంటారు.



4 దశాంశాలు = 0.4



40 శతాంశాలు = 0.40

పై పటాలను బట్టి రెండు పటాలలో రంగువేసిన భాగాలు సమానం.

$\frac{4}{10} = \frac{40}{100} = \frac{400}{1000}$. అనగా, 0.4 = 0.40 = 0.400 = 0.4000 మొదలగునవి.

దీనిని బట్టి దశాంశ భాగంలో కుడివైపు చివర ఎన్ని సున్నాలున్నాయో దాని విలువలో ఏ మార్పు ఉండదని తెలుస్తుంది.

1.2 = 1.20 = 1.200, 64.27 = 64.270 = 64.2700....

5.4.5 సజాతి మరియు విజాతి దశాంశ భిన్నాలు

- ఒకే దశాంశ స్థానాలు కల్గియున్న దశాంశ భిన్నాలను సజాతి దశాంశ భిన్నాలంటారు.

www.apteachers.in

2.7, 1.8, 7.4 — *ఒక స్థానం కలిగిఉన్న దశాంశ సంఖ్య*

1.36, 34.72, 0.07 — *రెండు స్థానాలు కలిగిఉన్న దశాంశ సంఖ్య*

146.002, 0.729, 1.765 — *మూడు స్థానాలు కలిగిఉన్న దశాంశ సంఖ్య*

- వివిధ దశాంశ స్థానాలు కల్గియున్న దశాంశ భిన్నాలను విజాతి దశాంశభిన్నాలంటారు.

1.7, 4.07, 0.642 మొదలైనవి — *విజాతి దశాంశ భిన్నాలు.*

ఉదాహరణ-11: 3.6, 2.35, 0.472 లను సజాతి భిన్నాలుగా మార్చండి.

సాధన : 3.6, 2.35, 0.472 లలో గరిష్ఠ దశాంశ స్థానాల సంఖ్య 3 అందులో ప్రతీ వాటిని 3 సమానంగా దశాంశ స్థానాలుగా మార్చాలి.

3.6 = 3.600   2.35 = 2.350   0.472

3.6, 2.35, 0.472 లు 3.600. 2.350, 0.472 సజాతి దశాంశాలుగా మారుతాయి.

SCERT - ANDHRA PRADESH

5.4.6 దశాంశ భిన్నాల పోలిక, క్రమం.

దశాంశ భిన్నాలను పోల్చుడానికి కింది సోపానాలు అనుసరిద్దాం.

సోపానం:1 ఇచ్చిన దశాంశాలను సజాతి దశాంశ భిన్నాలుగా మార్చుకోండి.

సోపానం:2 ముందు పూర్ణాంక భాగాలను పోల్చండి. పూర్ణాంక భాగాలలో ఏది పెద్దదైతే అది పెద్దది.

www.apteachers.in

సోపానం:3 పూర్ణాంక భాగాలు సమానమైతే తర్వాత దశాంశ భాగంను పోల్చాలి. దశాంశ భాగంలో ఏది పెద్దదైతే అది పెద్దది.

సోపానం:4 దశమ భాగం సమానమైతే, శతాంశ భాగం పోల్చుతాం. ఇదే విధంగా కొనసాగించాలి.

ఉదాహరణ-12: 5.623 మరియు 5.64 ను పోల్చండి.

సాధన : 5. 6 <u>2</u> 3
5. 6 <u>4</u> 0

దశాంశ భిన్నాలలో పూర్ణాంక భాగం, దశాంశ భాగం ఒకే విధంగా ఉంది. శతక భాగంలో భేదం కలదు.

2 శతక భాగాలు కన్నా < 4 శతకాలు ఎక్కువ. 5.623 < 5.64

ఉదాహరణ-13: 24.117, 24.118, 29.421 లను అవరోహణ క్రమంలో రాయండి.

సాధన : పూర్ణాంక భాగాలను పోల్చగా 29.421 పెద్దదని తెలుస్తాయి.

మిగిలినవి, 24.117 మరియు 24. 118 లను పోల్చగా వీటిలో పూర్ణాంక భాగం, దశాంశ, శతక భాగాలు ఒకేలా ఉన్నవి. మనం సహస్రాంశ భాగం పోల్చాలి.

7 శతకాలు < 8 శతకాలు, కావున, 24.118 > 24.117

అవరోహణ క్రమం, 29.421, 24.118, 24.117

www.apteachers.in

SCERT - ANDHRA PRADESH

అభ్యాసం - 5.4

1) కింది వానిలో ఏది విజాతి దశాంశ భిన్నాలు ?
   అ) 5.03, 6.185   ఆ) 42.7, 7.42   ఇ) 16.003, 5.301   ఈ) 15.81, 1.36
2) కింది వాటిని సజాతి దశాంశ భిన్నాలుగా మార్చండి.
   అ) 0.802, 54.32, 873.274   ఆ) 4.78, 9.193, 11.3
   ఇ) 16.003, 16.9, 16.19
3) కింది వాటిని ఆరోహణ క్రమంలో రాయండి.
   అ) 7.26, 7.62, 7.2   ఆ) 0.464, 0.644, 0.446, 0.664
   ఇ) 30.000, 30.060, 30.30
4) కింది వాటిని అవరోహణ క్రమంలో అమర్చండి.
   16.96, 16.42, 16.3, 16.03, 16.1, 16.99, 16.01
5) కింది ఖాళీల సరైన గుర్తులు > , = , < లను ఉంచాలి.
   అ) 0.005___ 0.0005   ఆ) 4.353___ 4.2
   ఇ) 58.3 ___ 58.30

www.apteachers.in

5.5 దశాంశ భిన్నాల సంకలనం మరియు వ్యవకలనం :

దశాంశ భిన్నాల సంకలనం మరియు వ్యవకలనం చేయుటకు కింది సోపానాల క్రమాన్ని పరిశీలించండి.

సోపానం:1 ఇచ్చిన దశాంశ భిన్నాలను సజాతి దశాంశ భిన్నాలుగా మార్చండి.

సోపానం:2 దశాంశ భిన్నాలను ఒక దాని కింద మరొకటి పూర్ణాంక భాగం, దశాంశ బిందువు, దశమ భాగం, శతక భాగం వచ్చే విధంగా అమర్చండి.

సోపానం:3 పూర్ణాంకాలు సంకలనం మాదిరిగా కలపడం లేదా తీసివేయడం చేయాలి.

సోపానం:4 దశాంశ బిందువు స్థానాన్ని గుర్తించండి.

ఉదాహరణ-14: 53.08, 5.936. 188.5 లను కలపండి

సాధన : ఇచ్చిన దశాంశాలను 3 దశాంశ స్థానాలు మార్చే విధంగా సజాతి దశాంశ భిన్నాలుగా మార్చి తర్వాత కలపండి.

53.08 = 53.080, 5.936, 188.5 = 188.500

$$
\begin{array}{r}
53.080 \\
5.936 \\
(+)\ 188.500 \\
\hline
\textbf{247.516} \\
\hline
\end{array}
$$

జవాబు : **247.516**

www.apteachers.in

SCERT - ANDHRA PRADESH

ఉదాహరణ-15: శేఖర్ 6 కి.మీ. 40 మీ. లను బస్సుల్లో, 3 కి.మీ. 320 మీ. లను కారులో మిగిలిన దూరం 1 కి.మీ. 30 మీ. నడిచి వెళ్ళాడు. అయిన అతడు ప్రయాణించిన మొత్తం దూరం ఎంత?

సాధన :

శేఖర్ బస్సులో ప్రయాణించిన దూరం = 6 కి.మీ. 40 మీ. = 6.040 కి.మీ.

శేఖర్ కారులో ప్రయాణించిన దూరం = 3 కి.మీ. 320 మీ. = 3.320 కి.మీ.

శేఖర్ నడిచి ప్రయాణించిన దూరం = 1 కి.మీ. 30 మీ. = 1.030 కి.మీ.

శేఖర్ మొత్తం ప్రయాణించిన దూరం = 6.040 + 3.320 + 1.030 = 10.390

శేఖర్ ప్రయాణించిన మొత్తం దూరం = 10.390 కి.మీ.

ఉదాహరణ-16: కావ్య 10 కి.గ్రా. బరువైన కూరగాయలను కొన్నది. వీటిలో 3 కిలో 500 గ్రా. ఉల్లిపాయలు, 2 కిలో 75 గ్రా. టమోటాలు మరియు మిగిలినవి బంగాళాదుంపలు. అయిన బంగాళదుంపల బరువెంత?

సాధన :

ఉల్లిపాయల బరువు = 3 కిలోల 500 గ్రా. = 3.500 కి.గ్రా.

టమోటాల బరువు = 2 కిలోల 75 గ్రా. = 2.075 కి.గ్రా.

ఉల్లి మరియు టమోటా బరువు = 3.500 + 2.075 = 5.575

మొత్తం కూరగాయల బరువు = 10 కి.గ్రా.

బంగాళా దుంపల బరువు = 10.000 కి.గ్రా. – 5.575 కి.గ్రా.

= 4.425 కి.గ్రా.

www.apteachers.in

5.5.1 దశాంశ భిన్నాల వినియోగం - అనువర్తనాలు :

దశాంశ భిన్నాలను ద్రవ్యం, దూరం, పొడవు, బరువు మరియు పరిమాణాలను తెలియజేయడంలో ఉపయోగిస్తాం.

ద్రవ్యం: 1₹ = 100 పైసలు

కనుక, 1పైసా = $\frac{1}{100}$ రూపాయి = 0.01 రూపాయి = ₹ 0.01

అదే విధంగా,

5 రూపాయలు 60 పైసలు = ₹ 5 + ₹ 0.60 = ₹ 5.60

ఇలా చదవాలి,

₹ 8.55 లను ఎనిమిది రూపాయల ఏభై ఐదు పైసలుగా చదువుతారు.

దూరం / పొడవు: 100 సెం॥మీ. = 1 మీ.

1సెం॥మీ = $\frac{1}{100}$ మీ. = 0.01 మీ.   25సెం॥మీ = $\frac{25}{100}$ మీ. = 0.25 మీ.

అదే విధంగా,

5 మీటర్ల, 60 సెంటీ మీటర్లను = 5 మీ. + 0.60 మీ. = 5.60 మీ.

1000 మీటర్లు = 1 కిలోమీటర్లు

1 మీ = $\frac{1}{1000}$ కి॥మీ॥ = 0.001 కి॥మీ॥   10మీ = $\frac{10}{1000}$ కి॥మీ॥ = 0.01 కి॥మీ॥

8కి॥మీ॥ 460 మీ. లను 8.460 కి॥మీ॥గా; 3కి॥మీ॥ 289 మీ. లను 3.289 కి॥మీ॥గా రాస్తారు.

బరువు: 1000 గ్రా॥ = 1 కిలోగ్రాం

1 గ్రా॥ = $\frac{1}{1000}$ కి॥గ్రా॥ = 0.001 కి॥గ్రా;   5గ్రా. = $\frac{5}{1000}$ కి॥గ్రా. = 0.005 కి॥గ్రా.

(i) 7 కి॥గ్రా 450 గ్రా. = 7.450 కి॥గ్రా. (ii) 75 కి॥గ్రా. 90 గ్రా. = 75.090 కి॥గ్రా.

అదే విధంగా,

(i) 10.004 కి॥గ్రా. లను పది కిలోల నాలుగు గ్రాములు

(ii) 7.230 కి॥గ్రా. లను ఏడు కిలోల రెండు వందల ముప్ఫై గ్రాములు.

పరిమాణం: 1000 మి॥లీ॥ = 1 లీటరు

1 మి॥లీ॥ = $\frac{1}{1000}$ = 0.001 లీటరు   25 మి॥లీ॥ = $\frac{25}{1000}$ = 0.025 లీటరు

(i) 5లీటరు 420 మి॥లీ॥ లను = 5.420 లీటరు (ii) 15లీటరు 56 మి॥లీ॥ లను = 15.056 లీటరుగా రాస్తాం

SCERT - ANDHRA PRADESH
www.apteachers.in

అదే విధంగా,

www.apteachers.in

(i) 8.070 లీటర్లను ఎనిమిది లీటర్ల డెబ్బై మిల్లీలీటర్లుగా.

(ii) 12.300 లీటర్లను పన్నెండు లీటర్ల మూడు వందల మిల్లీలీటర్లగా చదువుతాం.

అభ్యాసం - 5.5

1) కింది వాటిని కలపండి:

అ) 5.702, 5.2, 6.04 మరియు 2.30 ఆ) 40.004, 44.444, 40.404 మరియు 4.444

2) ఇవి చేయండి:

అ) 426.326 – 284.482 ఆ) 5 – 3.009

ఇ) 2.107 – 0.31

3) అక్షర 3మీ 40 సెం.మీ॥ బట్టను చొక్కా నిమిత్తం మరియు 1 మీ. 10 సెం.మీ॥ల ను లంగా నిమిత్తం కొన్నది. ఆమె మొత్తం ఎంత బట్ట కొన్నది.

4) కింది వాటిని బ్రాకెట్లతో తెలుపబడిన ప్రమాణాలలో మార్చండి.

అ) 90 రూపాయలు 75 పైసలు ఆ) 49 మీ. 20సెం॥మీ.

ఇ) 12 కిలో 450 కి.గ్రా. ఈ) 50 లీ. 500 మి॥లీ.

5) కింది వాటిని దశాంశాలుగా మార్చి కలపండి.

అ) 58 కిలో 100 గ్రా; 60 కిలోల 350 గ్రా.

ఆ) 80 మీ॥ 15 సెం॥మీ; 72 మీ॥ 30 సెం॥

6) కింది వాటిని దశాంశ భిన్నాలుగా మార్చి తీసివేయండి.

అ) 14 కిలో 720 గ్రా॥లను 16 కిలోల 744 గ్రా॥లనుండి.

ఆ) 1 లీ॥ 12 మి॥లీ. లను 2లీ 20 మీ॥లీల నుండి తీసివేయండి.

SCERT - ANDHRA PRADESH
www.apteachers.in

యూనిట్ అభ్యాసనము

1. రెండు భిన్నాల మొత్తం $5\frac{3}{9}$. అందులో ఒకటి $2\frac{3}{4}$, అయిన రెండవ భిన్నాన్ని కనుగొనండి.

2. ఒక దీర్ఘచతురస్రాకార పేపర్ పొడవు $12\frac{1}{2}$ సెం.మీ. మరియు వెడల్పు $10\frac{2}{3}$ సెంమీ. అయిన దాని చుట్టుకొలత కనుగొనండి.

3. $\left(3\frac{1}{6}-1\frac{1}{3}\right)+\left(4\frac{1}{6}-2\frac{1}{3}\right)$ ను సూక్ష్మీకరించండి.

4. $3\frac{1}{16}$ భిన్నాన్ని ఏ సంఖ్యచే గుణించగా లబ్ధం $9\frac{3}{16}$ వస్తుంది?

www.apteachers.in

5. మెట్ల వరుస పొడవు $5\frac{1}{2}$ సెం.మీ. దానిలో ఒక్కొక్క వెడల్పు $\frac{1}{4}$ మీ కలిగియున్న ఆ మెట్ల వరుసలో మెట్లెన్ని?

6. 23.5 – 27 + 35.4 – 17 సూక్ష్మీకరించండి.

7. శైలజ 3.350 కి.గ్రాల బంగాళ దుంపలు, 2.250 కి.గ్రాల టమోటాలు మరియు కొన్ని ఉల్లిపాయలు కొన్నది. మొత్తం కూరగాయల బరువు 10.250 కి.గ్రా. అయిన ఉల్లిపాయ బరువెంత.

8. 7.1 నుండి ఏ సంఖ్య తీసివేసిన 0.713 వచ్చును?

గుర్తుంచుకోవలసిన విషయాలు

H6Q3S7

1) భిన్నం × భిన్నం = $\frac{\text{లవాల లబ్ధం}}{\text{హారాల లబ్ధం}}$

2) b లో $\frac{1}{a}$ భాగం అనగా $\frac{1}{a} \times b$

3) **భిన్నాల గుణకారం:–**

- రెండు క్రమ భిన్నాల లబ్ధం. ఆ రెండు భిన్నాల కంటే తక్కువ.
- రెండు అపక్రమ భిన్నాల లబ్ధం. ఆ రెండు భిన్నాల కంటే ఎక్కువ.
- రెండు క్రమ, అపక్రమ భిన్నాల లబ్ధం, అపక్రమ భిన్నం విలువ కంటే తక్కువ క్రమ భిన్నం విలువ కంటే ఎక్కువ ఉంటుంది.

4) రెండు శూన్యేతర భిన్నాల లబ్ధం 1 అయినపుడు, ఆ భిన్నాలు ఒకదానికొకటి వ్యుత్క్రమం అవుతుంది.

5) **భిన్నాలు భాగహారం:–**

i) ఒక పూర్ణాంకాన్ని ఒక క్రమ లేదా అపక్రమ భిన్నంచే భాగించినపుడు, ఆ పూర్ణాంకాన్ని క్రమ లేదా అపక్రమ భిన్నం యొక్క వృత్క్రమం చే గుణించాలి.

ii) ఒక పూర్ణ సంఖ్య మిశ్రమ భిన్నంచే భాగించినపుడు, ముందుగా మిశ్రమ భిన్నాన్ని అపక్రమ భిన్నంగా మార్చి దాని యొక్క వృత్క్రమంచే పూర్ణాంకాన్ని గుణించాలి.

iii) ఒక భిన్నాన్ని పూర్ణాంకంచే భాగించినపుడు, భిన్నాన్ని పూర్ణాంకం యొక్క వ్యుత్క్రమంచే గుణించాలి.

iii) ఒక భిన్నాన్ని మరో భిన్నంచే భాగించాలంటే ముందు భిన్నాన్ని రెండవ భిన్నం యొక్క వ్యుత్క్రమంచే గుణించాలి.

6) **దశాంశ భిన్నాలు:–**

10, 100, 1000 .... హారాలుగా కలిగియున్న భిన్నాలను దశాంశ భిన్నాలు అంటారు.

దశాంశ భిన్నం దశమ బిందువుతో కూడి ఉంటుంది.

దశాంశ భిన్నాల సంకలనం మరియు వ్యవకలనం.

దశాంశ భిన్నాల ఉపయోగాలు.

SCERT - ANDHRA PRADESH
www.apteachers.in

www.apteachers.in

అధ్యాయం 6

ప్రాథమిక అంకగణితం

L9J6M6

అభ్యాసనా లక్ష్యాలు

విద్యార్థులు సాధించగలిగే లక్ష్యాలు

★ నిష్పత్తి అనే భావనను అవగాహన చేసుకొని వివరించగలరు.
★ నిష్పత్తిని సూచించడానికి వాడే గుర్తుని జ్ఞప్తికి తెచ్చుకోగలడు. మరియు నిష్పత్తిని కనిష్ఠ రూపంలో రాయగలుగుతాడు.
★ అనుపాతం అనే భావనని వివరించగలడు.
★ అనుపాతానికి వాడే గుర్తును చదవగలుగుతాడు.
★ అనుపాతానికి సంబంధించిన సూత్రాలను వినియోగించుకొని నిష్పత్తిలో ఉన్న సమస్యలను సాధించగలరు.
★ నిత్య జీవితంలో ఎదురయ్యే అనేక సమస్యలను ఏక వస్తు మార్గం పద్ధతి ద్వారా సాధించగలుగుతారు.
★ శాతం అనే భావనను వివరించగలుగుతారు.
★ శాతములను వివిధ రూపాలలో మార్చగలుగుతారు.

SCERT - ANDHRA PRADESH

విషయాంశాలు

6.0 పరిచయం
6.1 నిష్పత్తి
6.2 అనుపాతం
6.3 ఏకవస్తు మార్గం
6.4 శాతం

6.0 పరిచయం :

సాధారణంగా సరిపోల్చుట అనేది రెండు విధాలుగా చేస్తుంటాం.

(1) రెండు అంశంల మొత్తం వ్యత్యాసాన్ని సరి పోలుస్తుంటాం. దీనినే వ్యత్యాసాలను సరిపోల్చుట అంటారు.

ఉదాహరణకు రాము, శివలిద్దరూ అన్నదమ్ములు. వారి బరువులు వరుసగా 56 కి.గ్రా. మరియు 48 కి.గ్రా. ఉన్నవి. అప్పుడు రాము, శివ కన్నా 8 కి.గ్రా. ఎక్కువ బరువు ఉన్నాడు. ఇక్కడ మనం రాము, శివల బరువులు సరిపోల్చడానికి వారి బరువుల వ్యత్యాసాన్ని తీసుకున్నాం. ఇటువంటి సరిపోలికను వ్యత్యాసాలను సరిపోల్చుట అంటారు.

భాగహారంతో పోల్చుట : ఒక కారు వెల ₹ 6.6 లక్షలు మరొక కారు వెల ₹ 26.4 లక్షలు రెండు కార్ల వ్యత్యాసం లెక్కించగా ₹ 19.8 లక్షలు. రెండవ కారు వెల మొదటి కారుక నాలుగు రెట్లు అని భాగహారం ద్వారా పోలిక చెపుతాం.

'భాగహారం ద్వారా పోలిక చెప్పడం భేదం చెప్పడం కన్నా అనువుగా ఉంటుంది.'

6.1 నిష్పత్తి

నిష్పత్తి అంటే ఏమిటి ? ఒకే రకమైన రెండు రాశులను సరిపోల్చుటను నిష్పత్తి అంటారు. రెండు రాశులను ఒకదానితో ఒకటి భాగించినను, ఆ రాశులను నిష్పత్తి రూపంలో రాయు విధం అంటారు.

కాబట్టి రాము, శివల బరువుల నిష్పత్తి $\frac{56}{48}$.

దీనిని సూచించుటకు ":" గుర్తును రాస్తాం.

www.apteachers.in

∴ రాము శివల బరువు నిష్పత్తి $\frac{56}{48}$. దీనినే మరొక విధంగా 56 : 48 గా రాసి "56 ఈజ్ టూ 48" గాను లేదా "56 టు 48" గాను చదవవలెను.

'a' మరియు 'b' (b ≠ 0) అను రెండు రాశుల నిష్పత్తి a ÷ b లేదా $\frac{a}{b}$ మరియు a : b (a ఈజ్ టు b)గా సూచించవచ్చును.

a : b నిష్పత్తిలో 'a' రాశిని 'b' రాశిని నిష్పత్తి పదాలు అంటారు.

'a' ని "మొదటి పదం" లేదా "పూర్వపదమని" మరియు 'b' ని "ద్వితీయ పదం" లేదా "పరపదమని"అందురు.

“ఒక భిన్నం యొక్క లవ, హారాలను ఒకే సంఖ్యచే గుణించిన లేదా భాగించిన వాటి విలువ మారదు” అన్న విషయం కింది తరగతులలో మీరు తెలుసుకొని ఉన్నారు. అదే విధంగా నిష్పత్తి యొక్క పూర్వ పదం, పరపదాలను ఒకే సంఖ్యచే గుణించిన లేదా భాగించిన నిష్పత్తి విలువ మారదు (ఆ సంఖ్య శూన్యేతరమై ఉండాలి).

60 : 70 = 60 × 2 : 70 × 2 = 120 : 140 (మొదటి, రెండవ పదాలని 2తో గుణిస్తే)

56 : 48 = 56 ÷ 8 : 48 ÷ 8 = 7 : 6 (మొదటి, రెండవ పదాలని 8తో గుణిస్తే)

6.1.1 నిష్పత్తి యొక్క కనిష్ఠ రూపం

a : b అనే నిష్పత్తి సామాన్య రూపంలో ఉండవలెనన్నా పూర్వ పదం 'a' కు, పరపదం 'b' కు '1' తప్ప మరే ఉమ్మడి కారణాంకాలు ఉండరాదు. దీని నిష్పత్తి ***సామాన్య రూపంలో*** ఉన్నదనగా ఆ నిష్పత్తి కనిష్ఠ రూపంలో ఉన్నదని అర్థం.

56 : 48 అనేది సామాన్య రూపం కాదు, ఎందువలననగా '8' పూర్వ, పదాలకు ఉమ్మడి కారణాంకంగా ఉన్నది. ఉమ్మడి కారణాంకం 8 చే భాగించగా ఏర్పడిన 7 : 6 ను కనిష్ఠ రూపం అంటారు.

www.apteachers.in

సూచన-*1* : రెండు రాశుల నిష్పత్తులను కనుక్కోవలన్నా ఆ రెండు రాశులు ఒకే కొలమానం కలిగి ఉండాలి.

సూచన-*2* : నిష్పత్తికి కొలమానం ఉండదు లేదా సరిపోల్చబడిన రాశుల కొలమానాలపై ఆధారపడదు.

సూచన-*3* : నిష్పత్తి యందు పదాల క్రమం ముఖ్యమైనది. 3 : 4 మరియు 4 : 3 లు విభిన్నాలు.

8 : 3 నిష్పత్తిని పరిశీలిద్దాం.

"ఒక భిన్నములో లవ, హారాలను ఒకే సంఖ్య(శూన్యేతర సంఖ్య)చే గుణించిన దాని విలువ మారదన్న విషయం మనకి తెలుసు".

$$8 : 3 = \frac{8}{3}$$

$\frac{8}{3} = \frac{8 \times 2}{3 \times 2} = \frac{16}{6}$ లవ, హారాలను 2 చే గుణించగా.

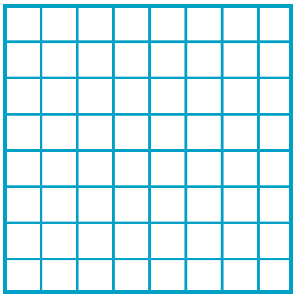
$\frac{8}{3} = \frac{8 \times 5}{3 \times 5} = \frac{40}{15}$ లవ, హారాలను 5 చే గుణించగా.

కావున, $\frac{16}{6}, \frac{40}{15}$, మొదలుగునవి. 8 : 3కి సమానమైన నిష్పత్తులు ఏమిటి గమనించావు?

"నిష్పత్తి యొక్క పూర్వ, పర పదాలను ఒకే శూన్యేతర సంఖ్యచే గుణించగా ఏర్పడిన నిష్పత్తులను సమాన నిష్పత్తులు లేదా సమ నిష్పత్తులు అంటారు".

SCERT - ANDHRA PRADESH

www.apteachers.in



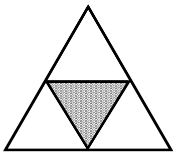
ఒక గ్రిడ్ పేపర్ తీసుకోండి. ఒక డైస్ పిక్క(లూడోకి వాడే పిక్క) తీసుకుని దానిని దొర్లించండి.

పైన కనబడే సంఖ్యను గుర్తించి దానికనుగుణంగా గడులను ఇష్టపడే రంగుతో నింపండి. తరువాత నీ స్నేహితుడుని పిలిచి అతడిని కూడా మీలాగే డైస్‌ని దొర్లించి గడులను రంగుతో నింపమనండి.

1. వేర్వేరు రంగులతో నింపిన గడుల సంఖ్య నిష్పత్తిని రాయండి.
2. నీవు నింపిన గడుల సంఖ్యతో మొత్తం రంగు గడుల సంఖ్యకు గల నిష్పత్తిని రాయండి.
3. నీ స్నేహితుడు నింపిన గడులకు మొత్తం రంగు గడులకు గల నిష్పత్తిని రాయండి.
4. దీని ద్వారా ఇంకేమైనా నిష్పత్తులు రాయడానికి వీలుపడతాయా? నీ స్నేహితునితో చర్చించి రాయండి.

నీ ప్రగతిని సరిచూసుకో

1. 45, 70 లను నిష్పత్తి గుర్తును ఉపయోగించి రాయండి.
2. 7 : 15 నందు పూర్వ పదంను రాయండి.
3. 8 : 13 నందు పరపదంను రాయండి.
4. 35 : 55 ను కనిష్ఠ రూపంలో రాయండి.
5. పక్క పటం నుండి కింది నిష్పత్తులు కనుగొనండి.
   అ) రంగు వేసిన భాగము, రంగు వేయని భాగం.
   ఆ) రంగు వేసిన భాగము, మొత్తం భాగం.
   ఇ) రంగు వేయని భాగము, మొత్తం భాగం.



6. కింది వాటిని నిష్పత్తి రూపంలో రాయండి.
   అ) దీర్ఘ చతురస్రం యొక్క పొడవు వెడల్పునకు మూడు రెట్లు.
   ఆ) ఒక పాఠశాలలో 19 సెక్షన్ల పనిభారం 38 మంది ఉపాధ్యాయులకు కుదించబడింది.

SCERT -ANDHRA PRADESH
www.apteachers.in

ఉదాహరణ-1 : 150, 400 లను నిష్పత్తి గుర్తుని ఉపయోగించి కనిష్ఠ రూపంలో రాయండి.

సాధన : ఇచ్చిన నంబర్లు 150 మరియు 400.

150, 400 ల నిష్పత్తి 150 : 400 = 15 : 40 = 3 : 8

∴ నిష్పత్తి కనిష్ఠ రూపం = 3 : 8

మరొక పద్ధతి :

ఇవ్వబడిన సంఖ్యలు 150 మరియు 400.

భాగహారం ద్వారా సరిపోల్చగా $= \frac{150}{400} = \frac{15}{40} = \frac{3}{8}$

∴ నిష్పత్తి కనిష్ఠ రూపం $= 3 : 8$

www.apteachers.in

ఉదాహరణ-2 : కింది నిష్పత్తులను కనిష్ఠ రూపంలో రాయండి.

(i) 28 : 84 (ii) 250 గ్రా॥కు 5 కిలోగ్రాములు

(iii) 24 నిమిషాలకు 3 గంటలు (iv) 200 మి॥లీ. కు 3 లీ.

సాధన :

(i) ఇవ్వబడినవి 28 : 84	84 = 1 × 84
28 = 1 × 28	= 2 × 42
= 2 × 14	= 3 × 28
= 4 × 7	= 4 × 21
	= 6 × 14
	= 7 × 12

28 కి కారణాంకాలు 1, 2, 4, 7, 14, 28

84 కి కారణాంకాలు 1, 2, 4, 7, 12, 14, 21, 28, 42, 84 లు.

28 మరియు 84 కి సామాన్య కారణాంకాలు= 1, 2, 4, 7, 14, 28

∴ 28 మరియు 84 ల గ.సా.కా = 28

కావున రెండు సంఖ్యలను గ.సా.కా (28) చే భాగించవలెను. ఆవిధంగా చేసిన

28 ÷ 28 : 84 ÷ 28 = 1 : 3 **లేదా**

ఇవ్వబడింది. = 28 : 84

= 14 : 42 (రెండు పదాలను 2 చే భాగించగా)

= 7 : 21 (రెండు పదాలను 2 చే భాగించగా)

= 1 : 3 (రెండు పదాలను 7 చే భాగించగా)

www.apteachers.in

∴ నిష్పత్తి కనిష్ఠ రూపం = 1 : 3

(ii) ఇవ్వబడినది 250 గ్రాంలకు 5 కి.గ్రా.

1 కి.గ్రా. = 1000 గ్రాంలు

250 గ్రాంలకు 5 కి.గ్రా. = 250 : 5 × 1000

= 250 : 5000

= 25 : 500

= 5 : 100

= 1 : 20

∴ కావలసిన నిష్పత్తి = 1 : 20

(iii) 24 నిమిషాలకు 3 గంటలు

1 గంట = 60 నిమిషాలు.

3 గంటలు = 3 × 60 = 180 నిమిషాలు.

24 నిమిషాలకు 3 గంటలు = 24 : 180

= 12 : 90

= 4 : 30

= 2 : 15

SCERT - ANDHRA PRADESH

www.apteachers.in

(iv) 200 మి.లీ॥కు 3 లీటర్లు

మనకు తెలుసు 1 లీటరు	= 1000 మి.లీ.
∴ 3 లీటర్లు	= 3 × 1000 = 3000 మి.లీ.
200 మి.లీ. కు 3 లీటర్లు	= 200 : 3000
	= 2 : 30
	= 1 : 15

ఉదాహరణ-3 : 100 గ్రాముల కాఫీపొడి ధర ₹ 36. $\frac{1}{2}$ కి.గ్రా. టీ పొడి ధర ₹ 240. అయిన కాఫీ పొడి మరియు టీ పొడి ధరల నిష్పత్తి ఎంత?

సాధన : ధరల నిష్పత్తిని కనుగొనాలంటే వాటి పరిమాణాలు సమానంగా ఉండాలి. కావున రెండింటిని 1 కి.గ్రా. ధరలను పరిగణలోనికి తీసుకోవాలి.

1 కిలోగ్రాము	= 1000 గ్రాములు = 10 × 100 గ్రాములు.
100 గ్రాముల కాఫీ ధర	= ₹ 36 రూపాయలు
∴ 1 కి.గ్రా. కాఫీ ధర	= ₹ 36 × 10 = 360 రూపాయలు
$\frac{1}{2}$ కి.గ్రా. టీ ధర	= ₹ 240
∴ 1 కి.గ్రా. టీ ధర	= 2 (240) = ₹ 480
ధరల నిష్పత్తి	= 1 కి.గ్రా. కాఫీ ధర : 1 కి.గ్రా టీ ధర
	= 360 : 480
	= 36 : 48
	= 9 : 12
	= 3 : 4

www.apteachers.in

SCERT - ANDHRA PRADESH

6.1.2 నిష్పత్తులను సరిపోల్చుట :

రెండు అంతకన్నా ఎక్కువ నిష్పత్తులను ఎలా సరిపోలుస్తాం? కింది ఉదాహరణలను గమనించండి.

ఉదాహరణ-4: 5 : 8 మరియు 2 : 9 లను సరిపోల్చండి.

సాధన : నిష్పత్తులను భిన్న రూపంలో రాయగా, 5 : 8 = $\frac{5}{8}$ మరియు 2 : 9 = $\frac{2}{9}$.

8 మరియు 9 ల క.సా.గు ను కనుగొనండి. 8 × 9 = 72.

పై రెండు భిన్నాల హారాలను 72 గా చేయగా

$\frac{5}{8} = \frac{5\times9}{8\times9} = \frac{45}{72}$ మరియు $\frac{2}{9} = \frac{2\times8}{9\times8} = \frac{16}{72}$

$45 > 16 \therefore \frac{45}{72} > \frac{16}{72}$

దీని నుండి $\frac{5}{8} > \frac{2}{9}$ లేదా (5:8) > (2:9)

మనం చేసిన విధానాన్ని సాధారణీకరిస్తే (అల్గారిథమ్)

www.apteachers.in

1. ఇవ్వబడిన నిష్పత్తులను రాయాలి.
2. ప్రతి నిష్పత్తిని భిన్న రూపంలో రాసి దానిని సూక్ష్మ రూపంలో రాయాలి.
3. హారంల క.సా.గును కనుగొనాలి.
4. క.సా.గు హారాలుగా గల సజాతి భిన్నాలుగా మార్చాలి. దీనికి గాను లవ, హారాలను అనువైన సంఖ్యతో గుణించాలి.
5. ఆ సజాతి భిన్నాల లవంలను సరిపోల్చాలి. లవం ఏ భిన్నానికైతే ఎక్కువుంటుందో అది రెండవ భిన్నం కన్నా పెద్దది.

ఉదాహరణ-5: ₹ 5,600 ను 3 : 4 నిష్పత్తిలో లలిత మరియు శేఖర్‌లకు పంచండి.

సాధన : ఇవ్వబడిన సొమ్ము = ₹ 5,600

ఇవ్వబడిన నిష్పత్తి = 3 : 4

నిష్పత్తి పదాల మొత్తం = 3 + 4 = 7

లలిత వాటా $= \frac{3}{7} \times 5600 = 3 \times 800 =$ ₹ 2400

శేఖర్ వాటా $= \frac{4}{7} \times 5600 = 4 \times 800 =$ ₹ 3200

ఉదాహరణ-6: 6 : 15 నకు సమానమైన రెండు నిష్పత్తులను రాయండి.

www.apteachers.in

సాధన : ఇవ్వబడిన నిష్పత్తి $= 6 : 15 = \frac{6}{15}$

లవంలను 3 చే గుణించగా

$\frac{6}{15} = \frac{6\times3}{15\times3} = \frac{18}{45} = 18:45$

లవ, హారంలను 3 చే భాగించగా

$\frac{6}{15} = \frac{6\div3}{15\div3} = \frac{2}{5} = 2:5$

18 : 45 మరియు 2 : 5 లు సమాన నిష్పత్తులగును.

SCERT - ANDHRA PRADESH

ఉదాహరణ-7: కింది బాక్స్‌ల యందు సరైన సంఖ్యతో పూరించండి.

(i) $\frac{12}{18} = \frac{\square}{36} = \frac{2}{\square}$ (ii) $\frac{16}{\square} = \frac{\square}{5} = \frac{8}{10}$

సాధన : (i) బాక్స్‌ల యందు సంఖ్య కోసం ముందుగా హారం 18 మరియు 36 ను పరిశీలించాలి.

18 × 2 = 36 అన్నది మనకు తెలుసు

కావున, లవంను కూడా 2 చే గుణించాలి. అట్లు చేయగా 12 × 2 = 24 వచ్చును.

∴ మొదట బాక్స్‌లో 24 ఉంచాలి.

రెండవ బాక్స్‌లో నిండడానికి ఈసారి లవంలను, 12 మరియు 2 లను పరిశీలించాలి.

12 ÷ 2 = 6

www.apteachers.in

కావున ఈసారి హారం 18 ని 6 చే భాగిస్తే రెండవ బాక్స్‌లో సంఖ్య లభిస్తుంది.

$$18 \div 6 = 3$$

∴ రెండవ బాక్స్‌లో సంఖ్య 3.

(ii) ఇవ్వబడినది $\frac{16}{\square} = \frac{\square}{5} = \frac{8}{10}$

$\frac{16}{\square} = \frac{8}{10}$ లను సరిపోల్చండి.

16 మరియు 8 లవములను పరిశీలించండి.

8 ని 2 చే గుణిస్తే 16 వస్తుంది. $8 \times 2 = 16$.

కావున $10 \times 2 = 20$ ని మొదటి బాక్స్‌లో ఉంచాలి.

రెండవ బాక్స్‌లో ఉంచవలసిన సంఖ్య 4. ఎలాగా? చెప్పండి.

"పై సమస్యల యందు బాక్స్‌లో సంఖ్యలను రాబట్టడానికి ఏ సూత్రం వాడాం?"

✷ కింది వాటిలో ఏ నిష్పత్తులు పెద్దవి?

అ) 5 : 4 లేదా 9 : 8

ఆ) 12 : 14 లేదా 16 : 18

ఇ) 8 : 20 లేదా 12 : 15

ఈ) 4 : 7 లేదా 7 : 11

✷ 12 : 16 నిష్పత్తికి సమాన నిష్పత్తులను రాయండి.

అభ్యాసం - 6.1

1. కింది వాటిని నిష్పత్తుల రూపంలో రాయండి.

   అ) దీర్ఘ చతురస్రం యొక్క పొడవు వెడల్పునకు 5 రెట్లు.

   ఆ) కాఫీ తయారు చేయుటకు 2 కప్పుల నీరు, 1 కప్పు పాలు అవసరం.

2. కింది వాటిని సూక్ష్మ రూపంలో రాయండి.

   అ) 24 : 9 ఆ) 144 : 12 ఇ) 961 : 31 ఈ) 1575 : 1190

3. కింది నిష్పత్తులకు పూర్వ పదాలను మరియు పరపదంలను రాయండి.

   అ) 36 : 73 ఆ) 65 : 84 ఇ) 58 : 97 ఈ) 69 : 137

4. కింది వాటిని కనిష్ఠ నిష్పత్తులుగా రాయండి.

   అ) 25 నిమిషాలకు 55 నిమిషాలు

   ఆ) 45 సెకండ్లకు 30 నిమిషాలు

   ఇ) 4 మీ. 20 సెం.మీ.కు 8 మీ. 40 సెం.మీ.

   ఈ) 5 లీటర్లకు 0.75 లీటరు

   ఉ) 4 వారాలకు 4 రోజులు

   ఊ) 5 డజన్లకు 2 స్కోర్లు (1 స్కోరు = 20 వస్తువులు)

5. రహీమ్ ఒక సాఫ్ట్‌వేర్ కంపెనీలో పని చేస్తూ నెలకు ₹ 75,000/- సంపాదిస్తున్నాడు. అతను అందులో ₹ 28,000/- ఆదా చేస్తున్నాడు. కింది నిష్పత్తులను కనుగొనండి.

   అ) అతని ఆదాకి జీతానికి

   ఆ) అతని జీతానికి ఖర్చుకు

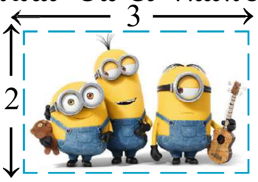
   ఇ) అతని ఆదాకి ఖర్చుకు

SCERT - ANDHRA PRADESH

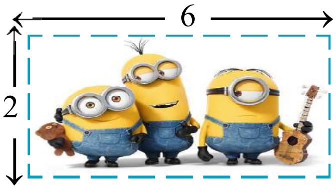
6.2 అనుపాతం

www.apteachers.in

కింది పటాలను గమనించండి. నీవేమి తేడాలు గమనించావు?



అసలు పటం



పటం-i

పటం-ii

పటం-iii

పటం (i) మరియు (ii) లో రూపాలు మారినట్లు గమనించవచ్చు. పటం (iii) లో అసలైన పటానికి పెద్ద పరిమాణం గల పటంగా కనబడుతున్నది. దీనికి కారణం పటం యొక్క కొలతలు మార్పు వలన పెద్ద పరిమాణంగా కనబడుతున్నది.

పై పటంను పరిశీలించి కింది పట్టికను నింపండి.

పటం	పొడవు	వెడల్పు	పొడవు, వెడల్పుల నిష్పత్తి	కనిష్ట రూపం
అసలైనది	3	2	3 : 2	3 : 2
పటం (i)	6	2	6 : 2	3 : 1
పటం (ii)	3	4	3 : 4	3 : 4
పటం (iii)	6	4	6 : 4	3 : 2

ఏ పటం చూడటానికి బాగుంది? ఎందువలన?

పై పట్టిక నుండి ఏమిటి చెప్పగలవు ? ఏ పటం యొక్క నిష్పత్తి అసలు పటం యొక్క నిష్పత్తికి సమానంగా ఉంది? పటం. (iii) యొక్క నిష్పత్తి కనిష్ఠ రూపం అసలు పటం యొక్క నిష్పత్తి కనిష్ఠ రూపానికి సమానంగా ఉంది.

పటం. (iii) అసలు పటాలకు అనుపాతంలో ఉందని చెప్పవచ్చును. ***నిష్పత్తుల సమానత్వంను అనుపాతం అంటారు.***

సాధారణంగా, ***'a' మరియు 'b' ల నిష్పత్తి 'c' మరియు 'd', ల నిష్పత్తిని సమానమైన అవి అనుపాతంలో ఉన్నట్లు అర్థం. దీనిని a : b :: c : d ('a' ఈజ్ టూ 'b' ఈజ్ ఏజ్ 'c' ఈజ్ టూ 'd' లేదా a కు b యాజ్ c కు d అని చదవవలెను) లేదా a : b = c : d.***

చారిత్రక విషయం

:: (ఈజ్ యాజ్) గుర్తును 1628 వ సం॥లో "Oughtrad" ప్రవేశ పెట్టారు.

SCERT- ANDHRA PRADESH

www.apteachers.in

కింది ఉదాహరణలను గమనించండి.

స్టాలిన్ 2 కి.గ్రా. కమలా పండ్లను 160 రూపాయలకు అమ్మాడు. కృష్ణ 5 కి.గ్రా. కమల పండ్లను 400 రూపాయలకు అమ్మాడు. ఎవరి వద్ద కమలా పండ్లు ఎక్కువ ఖరీదుగా ఉన్నాయి?

కింది నిష్పత్తులను పరిశీలించండి

	అమ్మిన కి.గ్రా	ధర (రూ)	బరువుల నిష్పత్తి	ధరల నిష్పత్తి
స్టాలిన్	2	160	2 : 5	160 : 400 = 16 : 40 = 2 : 5
కృష్ణ	5	400		

పైన ఇవ్వబడిన పట్టిక నుండి ఏమి గమనించావు?

బరువుల నిష్పత్తి = ధరల నిష్పత్తి.

∴ 2, 5, 160, 400 లు అనుపాతంలో ఉన్నవి.

దానిని 2 : 5 :: 160 : 400 గా రాయవలెను.

పై అనుపాతంలో 2 మరియు 400 లను అంత్యములని, 5 మరియు 160 లను మధ్యములని అంటారు.

అంత్యముల లబ్ధం = 2 × 400 = 800

మధ్యముల లబ్ధం = 5 × 160 = 800

ఏమి పరిశీలించావు?

a, b, c, d లు అనుపాతంలో ఉంటే

a : b :: c : d

a, d లు అంత్యములు. b, c లు మధ్యములు

∴ a × d = b × c

అంత్యముల లబ్ధం = మధ్యముల లబ్ధం

www.apte

మరియొక విధంగా ***రెండు నిష్పత్తుల యొక్క అంత్యంల లబ్ధం, మధ్యంల లబ్ధానికి సమానమైన అవి రెండూ అనుపాతంలో ఉన్నాయని అర్థం.***

SCERT ANDHRA PRADESH

✷ కింది పదంలు అనుపాతంలో ఉన్నవో లేదో సరిచూడండి ?

అ) 5, 6, 7, 8 ఆ) 3, 5, 6, 10 ఇ) 4, 8, 7, 14 ఈ) 2, 12, 3, 18

ఉదాహరణ-8: అనుపాతంలో ఉన్న కింది నిష్పత్తుల యందు ఖాళీలను పూరించండి.

అ) 15 : 19 = ☐ : 57 ఆ) 13 : ☐ = 26 : 36

సాధన: ఇవ్వబడిన నిష్పత్తులు అనుపాతంలో ఉన్నవి కావున అంత్యంల లబ్ధం = మధ్యంల లబ్ధం.

అ ఖాళీ యందు ఉంచవలసిన సంఖ్య = x, అనుకొంటే అప్పుడు

$$15 : 19 = x : 57$$

$15 \times 57 = 19 \times x$ లేదా $19x = 15 \times 57$

$$\therefore x = \frac{15 \times 57}{19} = 15 \times 3 = 45$$

∴ ఖాళీలో ఉంచాల్సిన సంఖ్య = 45

www.apteachers.in

ఆ) ఖాళీలో ఉంచవలసిన సంఖ్య = y, అనుకొంటే అప్పుడు

$$13 : y = 26 : 36$$

$$13 \times 36 = y \times 26$$

$$\therefore y = \frac{13 \times 36}{26} = \frac{36}{2} = 18$$

$\therefore$ ఖాళీలో ఉంచవలసిన సంఖ్య = 18

ఉదాహరణ-9: వెంకట్ 25 కి.గ్రా. బియ్యాన్ని ₹ 1200 లకు అమ్ముతున్నాడు. రహీమ్ 75 కి.గ్రా. బియ్యాన్ని ₹ 3,600 అమ్ముతున్నాడు. వారి రేట్ల నిష్పత్తి అనుపాతంలో ఉన్నాయా?

సాధన :

పద్ధతి-1 బరువుల నిష్పత్తి = 25 : 75 = 1 : 3

బియ్యం ధరల నిష్పత్తి = 1200 : 3600 = 12 : 36 = 1 : 3

నిష్పత్తులు రెండు సమానం కావున, అనుపాతంలో ఉన్నవి.

పద్ధతి-2 ఇచ్చట నిష్పత్తులు రెండూ 25 : 75 మరియు 1200 : 3600

అంత్యముల లబ్ధం = 25 × 3600 = 90,000

మధ్యముల లబ్ధం = 75 × 1200 = 90,000

అంత్యముల లబ్ధం = మధ్యముల లబ్ధం

www.apteachers.in

25, 75, 1200, 3600 లు అనుపాతంలో ఉన్నవి.

SCERT - ANDHRA PRADESH

అభ్యాసం - 6.2

1. కింది పదాలు అనుపాతంలో ఉన్నవో? లేదో? సరిచూడండి.

   అ) 10, 12, 15, 18 ఆ) 11, 16, 16, 21

   ఇ) 8, 13, 17, 19 ఈ) 30, 24, 20, 16

2. కిందనీయబడినది సత్యమో? కాదో? రాయండి.

   అ) 4 : 2 :: 14 : 7 ఆ) 21 : 7 :: 15 : 5

   ఇ) 13 : 12 :: 12 : 13 ఈ) 5 : 6 :: 7 : 8

3. కింది పదములు అనుపాతంలో ఉన్నవో లేదో సరిచూడండి. అనుపాతంలో ఉంటే అంత్యపదాలను, మధ్య పదాలను రాయండి.

   అ) 15 సెం.మీ. 1 మీ. మరియు ₹ 45, ₹ 300

   ఆ) 20 మి.లీ. 2 లీ. మరియు ₹ 100, ₹ 10,000

4. ఖాళీలలో ఉంచవలసిన సంఖ్యలను రాయండి.

   అ) 8 : 12 :: ☐ : 48 ఆ) 15 : ☐ :: 105 : 98 ఇ) 34 : 102 :: 27 : ☐

www.apteachers.in

6.3 ఏకవస్తు పద్ధతి

కింది సందర్భాలను పరిశీలించండి.

1. 5 పెన్నుల ఖరీదు ₹ 300. 3 పెన్నుల ఖరీదు ఎంత?
2. 3 లీటర్ల పెట్రోలుతో ఒక మోటారు బైక్ మీద 135 కి.మీ. దూరం ప్రయాణించవచ్చు. 90 కి.మీ. దూరాన్ని ప్రయాణించాలంటే ఎన్ని లీటర్ల పెట్రోలు అవసరం?

ఇటువంటి సంఘటనలు మనకు నిత్యజీవితంలో ఎదురవుతుంటాయి. అటువంటి సందర్భాలలో మనం ఎలా సమస్యలను సాధించవచ్చు?

మొదటి సందర్భంలో 5 పెన్నుల ఖరీదు ఇవ్వబడింది. దాని నుండి 3 పెన్నుల ఖరీదును కనుగొనాలి. దీనికి గాను ముందుగా ఒక పెన్ను ఖరీదును కనుక్కోవాలి.

$\frac{300}{5} = 60$. ఒక పెన్ను ఖరీదు ₹ 60.

స్థూలంగా పై సమస్యలో మనం చేసిన విధానం ఏమిటి? మొదటగా మనం ఒక పెన్ను ఖరీదును కనుక్కొని దాని నుండి మనకు కావలసిన సంఖ్యతో గుణించాం. ఇటువంటి విధానాన్ని 'ఏక వస్తుపద్ధతి విధానం' అంటారు.

"ఒక వస్తువు విలువను కనుగొని తద్వారా కావలసిన వస్తువుల విలువని కనుగొనే పద్ధతినే ఏక వస్తు పద్ధతి అంటారు".

ప్రయత్నించండి

www.apteachers.in

కింది పట్టికను పరిశీలించి ఖాళీలను పూరించండి.

బరువు	టమోటాల ధర	బంగాళదుంపల ధర
5 కి.గ్రా.	₹ 75	₹ 60
1 కి.గ్రా.	₹ 15	☐
3 కి.గ్రా.	☐	☐

SCERT -ANDHRA PRADESH

ఇటువంటి సమస్యలను రెండు తయారు చేసి నీ స్నేహితులకు ఇచ్చి సాధించమనండి.

ఉదాహరణ-10: డజను సబ్బుల ఖరీదు ₹ 306 లు, అయిన అటువంటి 15 సబ్బుల ఖరీదెంత?

సాధన : 1 డజను = 12 వస్తువులు

∴ 12 సబ్బుల ధర = ₹ 306

1 సబ్బు ధర = $\frac{306}{12}$ = ₹ 25.50

15 సబ్బుల ధర = 15 × 25.50

= ₹ 382.50

ఉదాహరణ-11: 24 పెన్సిళ్ల వెల ₹ 72 అయిన 15 పెన్సిళ్ల వెల ఎంత?

www.apteachers.in

సాధన : 24 పెన్సిళ్ల వెల $= ₹\ 72$

1 పెన్సిల్ వెల $= \frac{72}{24} = ₹\ 3$

15 పెన్సిళ్ల వెల $= 15 \times 3 = ₹\ 45/-$

ఉదాహరణ-12: ఒక కారు $3\frac{1}{2}$ గంటలలో 175 కి.మీ. దూరం ప్రయాణిస్తుంది.

అ) 75 కి.మీ. దూరాన్ని అదే వేగంతో ఆ కారు ప్రయాణించడానికి ఎంత కాలం పడుతుంది?

ఆ) ఆ కారు అంతే వేగంతో 2 గంటల కాలంలో ఎంత దూరం ప్రయాణిస్తుంది?

సాధన : 175 కి.మీ. దూరాన్ని $3\frac{1}{2}$ గం॥ కాలంలో ప్రయాణించగలదు. అనగా $3\frac{1}{2} = \frac{7}{2}$ గం॥

అ) 175 కి.మీ. దూరం $\frac{7}{2}$ గంటలలో ప్రయాణిస్తుంది.

1 కి.మీ. దూరం ప్రయాణించడానికి $= \frac{1\times\frac{7}{2}}{175} = \frac{7}{2\times175}$ గంటలు.

www.apteachers.in

75 కి.మీ. దూరం ప్రయాణించడానికి $= 75 \times \frac{7}{2\times175}$ గంటలు.

$= 3 \times \frac{7}{2\times7} = 3 \times \frac{1}{2} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$ గంటలు.

$\therefore$ 75 కి.మీ. దూరాన్ని $1\frac{1}{2}$ గంటల కాలంలో ప్రయాణిస్తుంది.

ఆ) $3\frac{1}{2}$ గం॥ $= \frac{7}{2}$ గం॥ కాలంలో ప్రయాణించిన దూరం $=$ 175 కి.మీ.

2 గం॥ కాలంలో ప్రయాణించిన దూరం $= \frac{2\times175}{\frac{7}{2}}$

$= \frac{2\times175\times2}{7}$

$= 2 \times 25 \times 2$

$=$ 100 కి.మీ.

2 గం॥ కాలంలలో 100 కి.మీ. దూరం ప్రయాణించును.

SCERT - ANDHRA PRADESH

www.apteachers.in

అభ్యాసం - 6.3

1. 3 ఆపిల్ పండ్ల ధర ₹ 60 అయిన 7 ఆపిల్ పండ్ల ధర ఎంత?
2. ఉమ 8 పుస్తకాలను ₹ 120 లకు కొన్నది. 5 పుస్తకాల ధరను కనుగొనండి?
3. 5 గాలిపంకాల(fans) ధర ₹ 11,000 అయిన ₹ 4,400 లకు ఎన్ని గాలిపంకాలు వచ్చును?
4. స్థిర వేగంతో ప్రయాణిస్తున్న కారు 3 గంటలలో 180 కి.మీ. ప్రయాణిస్తుంది. అదే కారు అంతే వేగంతో 420 కి.మీ. దూరాన్ని ప్రయాణించుటకు ఎంత సమయం పడుతుంది?
5. ఒక ట్రక్కు 594 కి.మీ. దూరాన్ని ప్రయాణించుటకు 108 లీ. డీజిల్ అవసరం. అదే ట్రక్కు, అదే వేగంతో 1650 కి.మీ. దూరాన్ని ప్రయాణించుటకు ఎన్ని లీటర్ల డీజిల్ అవసరం?

6.4 శాతాలు

సాధారణంగా మనం నిత్యం ఈ కింది సందర్భాలను నిజ జీవితంలో చూస్తూ ఉంటాం.

- వేసవి సందర్భంగా ఒక షాపు వాళ్లు నూలు వస్త్రాలపై పూర్తిగా 25% తగ్గింపు ఇస్తున్నారు.
- ఈ సంవత్సరం మన పాఠశాలలో పదవ తరగతిలో 92 శాతం ఉత్తీర్ణత చెందారు.
- గృహ ఋణాలపై వడ్డీ రేటు 9.75% కు పెరిగింది.

'శాతానికి' అనగా *'నూటికి' అని అర్థం.* అంటే ఒక వస్తువుని 100 భాగాలు చేస్తే, ఒకొక్క భాగము 1 శాతం అవుతుంది.

www.apteachers.in

శాతంను సూచించడానికి *"%"* గుర్తును వాడతాం.

1% (శాతం) అనగా 100 కి 1 అని అర్థం 29 % (29 శాతం) అనగా 100 కి 29 అని అర్థం.

శాతాన్ని భిన్న రూపంలో లేదా దశాంశ రూపంలో లేదా నిష్పత్తి రూపంలో రాయగలం.

ఉదాహరణకి 1 % = $\frac{1}{100}$ లేదా 0.01 లేదా 1 : 100 గా రాయవచ్చును

29 % = $\frac{29}{100}$ లేదా 0.29 లేదా 29 : 100 గా రాయవచ్చును

కింది పట్టికలో ఇవ్వబడిన వాటిని మిగిలిన రూపాలలో రాయండి.

సంఖ్య	శాతం	భిన్నం	దశాంశం	నిష్పత్తి
67	67%			
17		$\frac{17}{100}$		
29			0.29	

చారిత్రక విషయం

'శాతం'(Percentage) అను పదం లాటిన్ భాష నుండి సేకరించినది, శాతం అనగా 'వందకి' అని అర్థం.

SCERT - ANDHRA PRADESH

శాతంను భిన్న రూపంలో మార్చేదెలా?

www.apteachers.in

1. ఇవ్వబడినది $x\%$ అనుకోండి.
2. % గుర్తు తొలగించి 100 చే భాగించండి.

ఉదాహరణకి, $58\% = \frac{58}{100} = \frac{29}{50}$.

భిన్నంను శాతంగా మార్చేదెలా?

1. ఇవ్వబడిన భిన్నం $\frac{x}{y}$.
2. పై భిన్నాన్ని 100 చే గుణించి '%' గుర్తును చివరన ఉంచండి.

ఉదాహరణకి, $\frac{8}{25} = \frac{8}{25} \times 100 = 8 \times 4 = 32\%$

ఉదాహరణ-13: కిందినీయబడిన వాటిని మిగిలిన రూపాలలో రాయండి.

అ) 55% ఆ) $\frac{4}{25}$ ఇ) 0.125 ఈ) $3\frac{3}{4}$ ఉ) 3 : 16

సాధన: అ) $55\% = \frac{55}{100} = \frac{11}{20}$ ⟶ భిన్న రూపం

www.apteachers.in

$\frac{55}{100} = \frac{11}{20} = 11 : 20$ ⟶ నిష్పత్తి రూపం

$\frac{55}{100} = 0.55$ ⟶ దశాంశ రూపం

$\therefore 55\% = \frac{11}{20} = 11:20 = 0.55$

ఆ) ఇవ్వబడిన సంఖ్య $\frac{4}{25}$ భిన్న రూపంలో కలదు

$\frac{4}{25} = \frac{4}{25} \times 100 = 4 \times 4 = 16\%$ ⟶ శాత రూపం

$\frac{4}{25} = 4:25$ ⟶ నిష్పత్తి రూపం

$\frac{4}{25} = \frac{4 \times 4}{25 \times 4} = \frac{16}{100} = 0.16$ ⟶ దశాంశ రూపం

$\therefore \frac{4}{25} = 16\% = 4 : 25 = 0.16$

SCERT - ANDHRA PRADESH

ఇ) ఇవ్వబడిన సంఖ్య 0.125 దశాంశ రూపం

www.apteachers.in

$$0.125 = \frac{0.125 \times 1000}{1000} = \frac{125}{1000} = \frac{5}{40} = \frac{1}{8} \longrightarrow$$ భిన్న రూపం

$$0.125 = \frac{1}{8} = \frac{1}{8} \times 100 = \frac{25}{2} = 12\frac{1}{2}\% \longrightarrow$$ శాత రూపం

$$0.125 = \frac{1}{8} = 1:8 \longrightarrow$$ నిష్పత్తి రూపం

$$\therefore 0.125 = \frac{1}{8} = 12\frac{1}{2}\% = 1:8$$

ఈ) ఇవ్వబడిన సంఖ్య $3\frac{3}{4}$ భిన్న రూపం

$$3\frac{3}{4} = \frac{15}{4} = 15:4 \longrightarrow$$ నిష్పత్తి రూపం

$$3\frac{3}{4} = \frac{15}{4} \times 100 = 15 \times 25 = 375\% \longrightarrow$$ శాత రూపం

www.apteachers.in

$$3\frac{3}{4} = \frac{15}{4} = 3.75 \longrightarrow$$ దశాంశ రూపం

$$\therefore 3\frac{3}{4} = \frac{15}{4} = 15:4 = 375\% = 3.75$$

ఉ) ఇవ్వబడిన సంఖ్య 3:16 నిష్పత్తి రూపం

$$3:16 = \frac{3}{16} \longrightarrow$$ భిన్న రూపం

$$3:16 = \frac{3}{16} \times 100 = \frac{3}{4} \times 25 = \frac{75}{4} = 18.75\% \longrightarrow$$ శాత రూపం

$$3:16 = \frac{3}{16} = 0.1875 \longrightarrow$$ దశాంశ రూపం

$$\therefore 3:16 = \frac{3}{16} = 18.75\% = 0.1875$$

SCERT - ANDHRA PRADESH

www.apteachers.in

ఉదాహరణ-14: కనుక్కోండి.

అ) 25 కి.గ్రా.లో 24%. ఆ) ₹ 2400 లో $5\frac{1}{2}$ వ భాగం

సాధన: y లో $x\%$ $=\frac{x}{100}\times y$ అవుతుందని మనకు తెలుసు.

అ) 25 కి.గ్రా. లో 24% $=\frac{24}{100}\times 25=\frac{24}{4}=6$ కి.గ్రా.

ఆ) ₹ 2400 లో $5\frac{1}{2}$ వ భాగం $=\frac{11}{2}\times\frac{1}{100}\times 2400=11\times 12=$ ₹ 132

ఉదాహరణ-15: 4 రోజులలో 12 గంటలను శాత రూపంలో రాయండి.

సాధన: 1 రోజుకు = 24 గంటలు.

4 రోజులకు = 4×24 = 96 గంటలు.

4 రోజులలో $x\%$ = 12 గంటలు అనుకోండి.

$\Rightarrow$ 96 గంటలలో $x\%$ = 12 గంటలు అవుతుంది.

www.apteachers.in

$$\Rightarrow \frac{x}{100}\times 96=12$$

$$\Rightarrow x=\frac{12\times 100}{96}=\frac{100}{8}=\frac{25}{2}=12\frac{1}{2}$$

కావున 4 రోజులలో 12 గంటలు $12\frac{1}{2}\%$ అవుతుంది.

SCERT - ANDHRA PRADESH

ఉదాహరణ-16: వేమవరం గ్రామ జనాభాలో 60% స్త్రీలు. గ్రామ జనాభా 2,400 అయిన ఆ గ్రామంలో పురుషులెందరు?

సాధన: వేమవరం గ్రామ జనాభా = 2,400 గా ఇవ్వబడింది.

60% జనాభా $=\frac{60}{100}\times 2{,}400=1{,}440$

$\therefore$ స్త్రీల జనాభా = 1,440.

పురుష జనాభా = మొత్తం జనాభా – స్త్రీల జనాభా

= 2,400 – 1,440 = 960

www.apteachers.in

మరొక పద్ధతి:

వేమవరం జనాభా	= 2,400
స్త్రీల జనాభా	= 60%
మిగిలిన వారు పురుషులు కాబట్టి	
100% – 60%	= 40% పురుషులు
పురుషుల జనాభా= 2,400 లో 40%	$= \frac{40}{100} \times 2{,}400 = 40 \times 24 = 960$
∴ వేమవరంలో పురుష జనాభా	= 960

అభ్యాసం - 6.4

1. కిందనీయబడిన శాతాలను భిన్నాలుగా కనిష్ఠ రూపంలో రాయండి.

   అ) 15% ఆ) 35% ఇ) 50% ఈ) 75%

2. కిందనీయబడిన భిన్నాలని శాత రూపంలో రాయండి.

   అ) $\frac{15}{2}$ ఆ) $8\frac{1}{4}$ ఇ) $5\frac{3}{4}$ ఈ) $3\frac{1}{3}$

www.apteachers.in

3. కిందనీయబడిన నిష్పత్తులను శాత రూపంలో రాయండి.

   అ) 3:5 ఆ) 5:8 ఇ) 2.5:55 ఈ) 4:36

4. కిందనీయబడిన శాతాలను నిష్పత్తులుగా కనిష్ట రూపములుగా రాయండి.

   అ) 12% ఆ) 25% ఇ) 45% ఈ) 84%

5. కిందనీయబడిన శాతాలను దశాంశరూపంలో రాయండి.

   అ) 1% ఆ) 6% ఇ) 19% ఈ) 67%

6. కిందనీయబడిన దశాంశాలను శాత రూపంలో రాయండి.

   అ) 0.04 ఆ) 0.52 ఇ) 0.125 ఈ) 0.0006

7. 75 లో $12\frac{1}{2}$ % ను కనుగొనండి.

8. గణిత పరీక్షయందు పావనికి 85% మార్కులు పొందింది. పరీక్ష పేపరు 80 మార్కులకు ఇవ్వబడిన పావనికి వచ్చిన మార్కులను కనుగొనండి.

9. తన నెలసరి ఆదాయంలో శివ 78% ఖర్చు చేస్తున్నాడు. నెలకి ₹ 7,700/- లు శివ ఆదా చేస్తున్నా తన నెలసరి ఆదాయం ఎంత?

SCERT ANDHRA PRADESH

www.apteachers.in

యూనిట్ అభ్యాసనము

1. 4 భుజాల సంవృతపటంను గీసి దానిని కొన్ని సమాన భాగాలు చేయండి. రంగు వేసిన, వేయని భాగాల నిష్పత్తి 1:3 అయ్యేటట్లు రంగువేయండి.
2. రాము తన వద్ద ఉన్న సొమ్ములో $\frac{2}{5}$ వ భాగంతో కథల పుస్తకాన్ని కొన్నాడు. తను తెచ్చుకున్న వానిలో ఎంత శాతం కథల పుస్తకానికి ఖర్చు చేశాడు?
3. ₹ 72,000 లను కేశవ్, డేవిడ్‌లకు 5 : 4 నిష్పత్తిలో పంచండి?
4. 3 నెలలో కుమార్ ₹ 15,000 లు సంపాదిస్తున్నాడు. ప్రతి నెల సంపాదన సమానమైన
   అ) 5 నెలలో అతను ఎంత సంపాదిస్తున్నాడు?
   ఆ) ఎన్ని నెలలో అతను ₹ 95,000 సంపాదించగలడు?
5. 16 కుర్చీల ధర ₹ 4,800 అయిన ₹ 6,600 లకు ఎన్ని కుర్చీలు కొనవచ్చును?
6. 1 నుండి 30 సంఖ్యలలో ఒకట్ల స్థానంలో 1 లేదా 9 ఉండే సంఖ్యల శాతమెంత?
7. M = z లో y% మరియు N = y లో z% అయిన కింది వానిలో ఏది సత్యం?
   అ) M అనునది N కన్నా తక్కువ ఆ) M అనునది N కన్నా ఎక్కువ
   ఇ) M = N ఈ) M, N ల మధ్య సంబంధం తెలియపరచలేం.
8. ఒక కళాశాలలో 65% మంది విద్యార్థులు 20 సంవత్సరాల వయస్సు కన్నా తక్కువ గలవారు. 20 సంవత్సరాల వయస్సు పైబడిన వారు 20 సంవత్సరాల వయస్సు గల్గిన 42 మందిలో $\frac{2}{3}$ వ భాగం. అయిన కళాశాలలో ఉన్న మొత్తం విద్యార్థులు ఎందరు?

www.apteachers.in

SCERT - ANDHRA PRADESH

గుర్తుంచుకోవలసిన విషయాలు

N5T6A3

1. ఒకే ప్రమాణం గల రెండు రాశులను సరిపోల్చుటను నిష్పత్తి అంటారు.
2. నిష్పత్తిని ":" గుర్తుతో సూచించాలి. దానిని "ఈజ్ టు" అని చదవాలి.
3. నిష్పత్తిలో మొదటి పదాన్ని పూర్వ పదమని, రెండవ పదాన్ని పర పదమని అంటారు.
4. నిష్పత్తిని కనిష్ఠ పదంతో వ్యక్తపరచవచ్చును.
5. రెండు నిష్పత్తుల సమానత్వాన్ని అనుపాతం అంటారు.
6. అనుపాతం a : b :: c : d, a, d లను అంత్యములని b, c లను మధ్యములని అంటారు.
7. నాలుగు సంఖ్యలు అనుపాతంలో ఉన్నట్లయితే అంత్యాల లబ్ధం మధ్యముల లబ్ధానికి సమానం.
8. మొదటి ప్రమాణం యొక్క విలువను ముందుగా లెక్కించి దాని ద్వారా ఇతర ప్రమాణాల విలువలను లెక్కించడాన్ని “ప్రామాణిక పద్ధతి” అంటారు.
9. శాతం అనగా ‘నూటికి’ అని అర్థం.
10. శాతంను సూచించుటకు % గుర్తును వాడాలి.

www.apteachers.in

అధ్యాయం 7
బీజ గణిత పరిచయం

N7W8N9

అభ్యసన ఫలితాలు

ఈ అధ్యాయం తర్వాత మీరు –

★ సంఖ్యా మరియు జ్యామితీయ అమరికలను సృష్టించగలుగుతారు, వర్ణించగలుగుతారు.
★ వివిధ తెలియని రాశులకు చరరాశులను గుర్తిస్తారు.
★ విభిన్న పరిస్థితులలో చరరాశులను ఉపయోగించటాన్ని అవగాహన చేసుకుంటారు.
★ నిజజీవిత సన్నివేశాలను బీజగణితరూపంలోకి వ్యక్తపరుస్తారు.అదేవిధంగా బీజగణిత రూపాలను నిజజీవిత సన్నివేశాలుగా వ్యక్తపరచగలుగుతారు.
★ యత్నదోష పద్ధతిలో సమీకరణాలను సాధించి సాధనలు కనుగొంటారు.

విషయాంశాలు

7.0 – బీజగణిత అవసరం
7.1 – అమరికలు-సూత్రాల రూపకల్పన
7.2 – చరరాశి
7.3 – చరరాశులతో నమూనం
7.4 – రేఖాగణితం, క్షేత్రమితికి సంబంధించిన సూత్రాలు
7.5 – సామాన్యసమీకరణాలు

7.0 పరిచయం :

ఇప్పుడు మనం గణితంలో బీజగణితం అనే మరొక గణిత విభాగాన్ని గురించి తెలుసుకుందాం. బీజగణితంలో మనం ప్రధానంగా 'తెలియని రాశులను' బీజీయ అక్షరాలచే సూచిస్తాం. కొన్ని గణిత సమస్యలలో తెలియని రాశులను బీజీయ అక్షరాలతో సూచించి ఆ సమస్యలను వివిధ పద్ధతులలో సాధిస్తాం. ఈ పద్ధతులను తెలుసుకుంటే మనం నిత్యజీవితంలోని అనేక గణిత సమస్యలను మరియు పజిల్స్‌ను సులభంగా సాధించవచ్చు.

కింది సంభాషణ పరిశీలించండి.

దామిని, కౌశిక్‌లు ఒకఆట ఆడుతున్నారు.

కౌశిక్ : నా సూచనలు పాటించి, చివరి ఫలితం చెబితే, నీ వయస్సు ఎంతో చెబుతాను.
దామిని : నా వయస్సు నీకు తెలుసుకదా! దీనిలో కొత్తేముంది?
కౌశిక్ : సరే. నీ స్నేహితుని వయస్సు తీసుకో. నేను ఆ వయస్సు చెబుతా.
దామిని : అలాగే. నీ సూచనలు చెప్పు.
కౌశిక్ : మొదట, నీవు తీసుకున్న వయస్సును రెట్టింపు చేయు.
దామిని : సరే. చేశాను.
కౌశిక్ : దానికి 5 కలుపు. ఎంత ఫలితం వచ్చిందో చెప్పు.
దామిని : బాగుంది. ఫలితం '27'
కౌశిక్ : ఇదిగో, నీ స్నేహితుని వయస్సు 11 సంవత్సరాలు.

దామిని ఆశ్చర్యపోయింది. ఆమె కొంచెం ఆలోచించి వెంటనే అంది. "నాకు వయస్సు ఎలా కనుక్కోవాలో తెలిసిపోయింది".

మరినీకు కూడా ఆలోచన వచ్చిందా? మీరూ ప్రయత్నించండి!!!

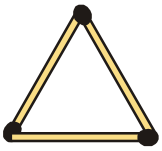
SCERT - ANDHRA PRADESH
www.apteachers

www.apteachers.in

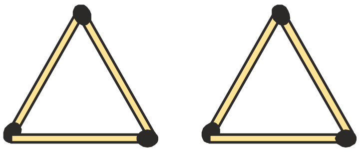
7.1 అమరికలు - సూత్రాల రూపకల్పన :

అమరిక -1

త్రిభుజం ఏర్పరచడానికి 3 అగ్గిపుల్లలు అవసరం.



రెండు త్రిభుజాలు ఏర్పరచడానికి 6 అగ్గిపుల్లలు అవసరం.



గీత త్రిభుజాలను ఏర్పరచడానికి కావాల్సిన అగ్గిపుల్లల సంఖ్య మరియు త్రిభుజాల సంఖ్యకు సంబంధించిన సమాచారంతో పట్టికను రూపొందించినది. అమరికను పరిశీలించండి.

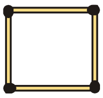
త్రిభుజాల సంఖ్య	1	2	3	4	5	6	...
కావాల్సిన అగ్గిపుల్లల సంఖ్య	3	6	9	12	15	18	...
అమరిక (పరిశీలన)	3×1	3×2	3×3	3×4	3×5	3×6	...

త్రిభుజాల సంఖ్యకు కావాల్సిన అగ్గిపుల్లల సంఖ్యకు గల సంబంధానికి సూత్రం ఏమౌతుంది?

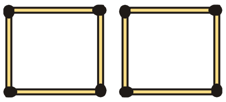
కావాల్సిన అగ్గిపుల్లల సంఖ్య = త్రిభుజాల సంఖ్యకు మూడురెట్లు (3 × త్రిభుజాల సంఖ్య)

www.apteachers.in

అమరిక – 2

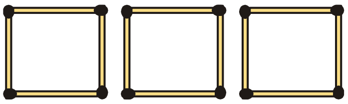


ఒక చతురస్రం ఏర్పరచడానికి 4 అగ్గిపుల్లలు అవసరం.



రెండు చతురస్రాలు ఏర్పరచడానికి 8 అగ్గిపుల్లలు అవసరం.

మూడు చతురస్రాలు ఏర్పరచడానికి 12 అగ్గిపుల్లలు అవసరం.



SCERT - ANDHRA PRADESH

పై సమాచారాన్ని క్రింది పట్టికలో అమరిస్తే ఏ విధంగా ఉంటుందో గమనించండి.

చతురస్రాల సంఖ్య	1	2	3	4	....
కావలసిన అగ్గిపుల్లల సంఖ్య	4	8	12	16	....
అమరిక (ఏర్పడిన విధానం)	4×1	4×2	4×3	4×4	....

అందుచే కావలసిన అగ్గిపుల్లల సంఖ్య = చతురస్రాల సంఖ్యకు 4 రెట్లు. (4× చతురస్రాల సంఖ్య).

7.2 చరరాశి : ఇప్పుడు మనం 1వ అమరికను పరిశీలిద్దాం.

త్రిభుజాల సంఖ్య	1	2	3	4	5	6	...
కావలసిన అగ్గిపుల్లలు	3	6	9	12	15	18	...
అమరిక (పరిశీలన)	3×1	3×2	3×3	3×4	3×5	3×6	...

www.apteachers.in

దీనిని బట్టి

కావలసిన అగ్గిపుల్లల సంఖ్య = 3 × ఏర్పరచబడే త్రిభుజాల సంఖ్య.

కావున 7 త్రిభుజాలను ఏర్పరచటానికి 3 × 7 = 21 అగ్గిపుల్లలు మనకు అవసరం.

✷ *ఇదే విధమైన మార్గంను మనం ఎన్ని త్రిభుజాల వరకైనా కొనసాగించవచ్చా? అవును.*

'n' సంఖ్యగల త్రిభుజాలు ఏర్పాటు చేయాలంటే మనకు 3 × n అగ్గిపుల్లలు అవసరం.

'n' అనగా ఏమి?

ఇది 1, 2, 3, 4, ... వంటి ఏదేని ఒక విలువ కావచ్చు.

ఇప్పుడు **ఈ అమరికకు సూత్రాన్ని** రూపకల్పన చేద్దాం.

కావలసిన అగ్గిపుల్లలసంఖ్య = 3×*n*, *n* అనునది ఏర్పరిచే త్రిభుజాల సంఖ్య.

ఇక్కడ 3 యొక్క విలువ స్థిరంగా ఉంటుంది మరియు *n* అనునది 1,2,3,4......లలో ఏదేని ఒక సంఖ్య కావచ్చు.

ఈ సూత్రంలో 3 స్థిరరాశి.

'n' విలువ మారుతు ఉన్నందున దీనిని చరరాశి అంటాం.

చతురస్రాలకు సంబంధించిన అమరిక 2 ను పరిశీలిద్దాం

అనునది ఏర్పరచబడే చతురస్రాల సంఖ్యను సూచిస్తే కావలసిన అగ్గిపుల్లల సంఖ్య **4** × *x* అవుతుంది.

ఈ అమరికకు

కావలసిన అగ్గిపుల్లల సంఖ్య = **4** × *x*, *x* అనునది ఏర్పరచబడే చతురస్రాల సంఖ్య అనే సూత్రం చెప్పవచ్చా? అవును. చెప్పవచ్చు.

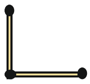
ఇక్కడ 4 స్థిరరాశి మరియు *x* ఒక చరరాశి.

చరరాశులను సూచించటానికి ఆంగ్లభాషలోని చిన్న అక్షరాలు m, n, x, y, p, q, *l* మొదలైనవి ఉపయోగిస్తారు.

ఇక చరరాశి అనే అక్షరంను ఏదేని ఒక సంఖ్యకోసం ఉపయోగిస్తారు. పై ఉదాహరణలలో మనం సంఖ్యలను సూచించటానికి x, n అనే చరరాశులను ఉపయోగించటం గమనించవచ్చు.

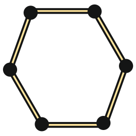
SCERT - ANDHRA PRADESH
www.apteachers.in

ప్రయత్నించండి

✷ రెండు అగ్గిపుల్లలను అమర్చి పక్క అమరికను ఏర్పరచండి 

ఇలాంటి రూపాలు 2సార్లు, 3సార్లు, 4సార్లు, ఏర్పరచి ఈ అమరికకు తగిన సూత్రంను కనుగొనండి.

✷ రీటా అగ్గిపుల్లలతో పక్క అమరికను ఏర్పరచింది.



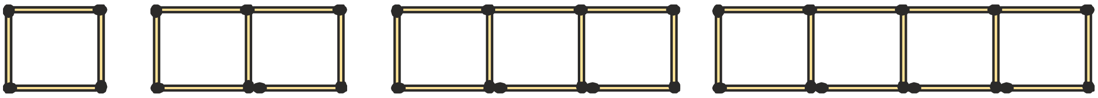
ఆమె దీనిని కొనసాగించి

కావలసిన అగ్గిపుల్లల సంఖ్య = 6y, y అనునది ఏర్పరచబడే షడ్భుజాలు అనే నియమం కనుగొన్నది? దీనికి నీవు అంగీకరిస్తావా? వివరిస్తూ, ఇలాంటి 5 అమరికలను ఏర్పరచటానికి కావలసిన అగ్గిపుల్లల సంఖ్యను కనుగొనండి.

మరిన్ని అమరికలు

www.apteachers.in

కింది అగ్గిపుల్లల అమరిక పరిశీలించండి.



ఆకారం-1 (S_1)   ఆకారం - 2(S_2)   ఆకారం - 3 (S_3)   ఆకారం - 4(S_4)

అమరిక	S_1	S_2	S_3	S_4
కావలసిన అగ్గిపుల్లల సంఖ్య	4	7	10	13

కింది దానిని పరిశీలిద్దాం

$S_1 = 4$

$S_2 = 7 = 4 + 3$ లేదా $S_1 + 3$

$S_3 = 10 = 7 + 3$ లేదా $S_2 + 3$

$S_4 = 13 = 10 + 3$ లేదా $S_3 + 3$

$S_5 = S_4 + 3$? అని చెప్పవచ్చా? అవును $S_5 = 13 + 3 = 16$

మరి S_{10} ఎంత? $S_9 + 3$. అవుతుందా. మరి S_9 ఎలా కనుగొనాలి?

ఇప్పుడు అమరికను మార్చిరాద్దాం

$S_1 = 4 = 3 + 1 = (1 \times 3) + 1$

$S_2 = 7 = 6 + 1 = (2 \times 3) + 1$

$S_3 = 10 = 9 + 1 = (3 \times 3) + 1$

$S_4 = 13 = 12 + 1 = (4 \times 3) + 1$

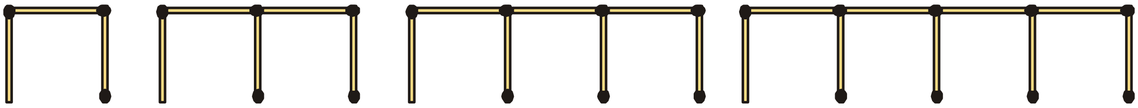
ఇప్పుడు $S_5 = (5 \times 3) + 1 = 15 + 1 = 16$

ఇప్పుడు అమరికకు సూత్రం ఏమనగా ఇటువంటి ***n*** అమరికకు కావలసిన అగ్గిపుల్లలసంఖ్య $S_n = (n \times 3) + 1 = 3n + 1$ 10వ అమరికకు కావలసిన అగ్గిపుల్లలసంఖ్య $S_n = S_{10} = 3n + 1$ $= (3 \times 10) + 1 = 30 + 1 = 31$.

www.apteachers.in
SCERT - ANDHRA PRADESH

ప్రయత్నించండి

కింది ఆకారాలను అమర్చడానికి అగ్గిపుల్లల సంఖ్యను పరిశీలించండి.



ఆకారం-1   ఆకారం-2   ఆకారం-3   ఆకారం-4

(i) పై అమరికలో ప్రతీ ఆకారాల సమూహానికి కావలసిన అగ్గిపుల్లల సంఖ్యకు సూత్రం కనుగొనండి?

(ii) పై విధంగా ఉండే 12 ఆకారాల సమూహాల అమరికకు కావలసిన అగ్గిపుల్లల సంఖ్యను తెల్పండి?

www.apteachers.in

అభ్యాసం - 7.1

1. కింది ఆకారాలను ఏర్పరచడానికి కావాల్సిన అగ్గిపుల్లల సంఖ్య కనుగొనడానికి సూత్రం రాయండి.
   (ఎ) 'T' అక్షరాల అమరిక (బి) 'E' అక్షరాల అమరిక (సి) 'Z' అక్షరాల అమరిక
2. గదిలో ఉండే ఫ్యాన్ల సంఖ్యకు, ప్రతి ఫ్యాన్‌కు ఉండే బ్లేడ్ల సంఖ్యకు గల సంబంధానికి సూత్రం రాయండి?
3. ఒక పెన్ను ధర ₹ 7 అయిన, n పెన్నులు కొనడానికి సూత్రం రాయండి?
4. q పుస్తకాలు కొనడానికి ₹ 25q, అవసరం. అయితే ఒక్కొక్క పుస్తకం ధర ఎంత?
5. హర్షిణి వద్ద పద్మ దగ్గర కంటే ఐదు బిస్కెట్లు ఎక్కువ కలవు. ఈ సంబంధాన్ని చరరాశి ' y ' ఉపయోగించి రాయండి?

7. 3 చరరాశులతో సమాసం :

అంకగణితంలో మనం సంఖ్యలతో ఏర్పరిచిన సంఖ్యా సమాసాలు 5 + 4, 11 – 9, వంటి వానిని జ్ఞప్తికి తెచ్చుకో. దిగువ వాక్యాలను పరిశీలించండి.

టోని కన్నా 5 మార్కులు తనకు ఎక్కువ వచ్చాయని రాము చెప్పాడు. రాముకు ఎన్ని మార్కులు వచ్చాయో చెప్పగలవా? కాని ఇక్కడ టోని మార్కులు మనకు తెలియవు కదా!

www.apteachers.in

ఒకవేళ టోనికి 45 మార్కులు వచ్చాయనుకుందాం. అప్పుడు రాముకు వచ్చిన మార్కులు 45 + 5 = 50. ఒకవేళ టోనీకి 56 మార్కులు వస్తే, రాముకు 56 + 5 = 61 వచ్చినట్లు. ఇదే విధంగా ఒకవేళ టోనికి మార్కులు వస్తే, రాముకు ఎన్ని వచ్చినట్లో చెప్పగలవా? అవును. రాముకు మార్కులు $x + 5$ అవుతాయి ఇది x చరరాశిలో రాసిన ఒక సమాసం.

మనం ముందు చర్చించిన అంశాలలో 2m, 3y, 4z, 2s + 1, 3s + 1, 8p, n + 3, p – 3 వంటి సమాసాలు వచ్చాయి. ఈ విధంగా చరరాశులతో సంకలనం, వ్యవకలనం, గుణకారం, భాగహార ప్రక్రియలతో కూడిన వాటిని బీజీయ సమాసాలు అంటారు. ఉదాహరణకు 'p' అనే చరరాశి నుండి 3 తీసివేసిన 'p-3' అనే సమాసం, p ని 8 చే గుణించగా 8p అనే సమాసం వచ్చాయి.

చరరాశికి అనేక రకాల విలువలు ఉంటాయని మనకు తెలుసు. వీటికి కచ్చితమైన విలువ ఉండదు. కానీ ఇవి కూడా సంఖ్యలే. అందువల్ల సంఖ్యా ప్రక్రియలైన సంకలనం, వ్యవకలనం, గుణకారం, భాగహారం వీటికి కూడా వర్తిస్తాయి.

ఉదాహరణ-1: రామువద్ద రహీంవద్ద కన్నా 3 పెన్సిళ్ళు ఎక్కువ ఉన్నాయి. రహీం వద్దగల పెన్సిళ్లను బట్టి రాముృవద్ద గల పెన్సిళ్ల సంఖ్యకు సూత్రం రాయండి?

సాధన: రహీం వద్ద 2 పెన్సిళ్లు ఉంటే రాముృవద్ద ఉండేవి 2 + 3 = 5 పెన్సిళ్లు.

రహీం వద్ద 5 పెన్సిళ్లు ఉంటే రాము వద్ద ఉండేవి 5 + 3 = 8 పెన్సిళ్లు.

రహీం వద్ద ఎన్ని పెన్సిళ్లున్నవో తెలియదు.

SCERT - ANDHRA PRADESH

కాని మనకు తెల్సింది రాముని వద్ద గల పెన్సిళ్లు = రహీం పెన్సిళ్లు + 3

www.apteachers.in

అందుచే రహీం వద్దగల పెన్సిళ్లసంఖ్యను 'n' అనుకుంటే రాముวద్ద గల పెన్సిళ్ల సంఖ్య = n + 3 అగును. ఇచ్చుట n = 1, 2, 3 ....అగును. అందుచే 'n' అనే ఒక చరరాశి.

ఉదాహరణ-2: హేమ, మాధవి ఇద్దరు అక్కచెల్లెళ్లు. మాధవి, హేమకన్నా 3 సంవత్సరాలు చిన్నది. మాధవి వయస్సును హేమ వయస్సుతో పోల్చి సూత్రం రాయండి?

సాధన:

మాధవి, హేమకన్నా 3సంవత్సరాలు 'చిన్నది' అని ఇవ్వబడింది
హేమ వయస్సు 10 సంవత్సరాలు అయితే మాధవి వయస్సు 10 – 3 = 7 సంవత్సరాలు.
హేమ వయస్సు 16 సంవత్సరాలు అయితే మాధవి వయస్సు16 – 3 = 13 సం॥
హేమ వయస్సు కచ్చితంగా తెలియనప్పుడు, ఏ వయస్సును తీసుకున్ననూ, మాధవి వయస్సు తెలుసుకోవాలి
హేమ వయస్సు 'p' సంవత్సరాలు అయితే మాధవి వయస్సు"p – 3" సంవత్సరాలు అగును.
ఇచ్చుట p అనేది చరరాశికి ఉదాహరణ. దీనికి 3, 4, 5 .... వంటి విలువలు ఇస్తాం.
దీనినుండి 'p' = 10 అయిన 'p – 3' = 7 అయిన p = 16 అయితే p – 3 = 13 అని తెలుస్తుంది.

ఉదాహరణ-3: కింది సమాసాలకు వాక్యాలను రాయండి (i) $2p$ (ii) $7 + x$

సాధన: (i) సీమ వద్ద ఉన్న డబ్బుకు రెట్టింపు డబ్బు రాజు వద్ద ఉంది. (ii) దిలీప్ వద్ద కంటే నా వద్ద 7 గోళీలు ఎక్కువగా ఉన్నాయి.

www.apteachers.in

ఉదాహరణ-4: మనోజ్ చిక్కుడు విత్తనాల కన్నా, వేరుశనగ విత్తనాలను 5 ఎక్కువగా నాటాడు. అయిన వేరుశనగ విత్తనాలు ఎన్ని?

సాధన: నాటిన చిక్కుడు విత్తనాలు = m, అనుకొనండి. అందుచే నాటిన వేరుశనగ విత్తనాల సంఖ్య = 'm + 5' అగును.

SCERT - ANDHRA PRADESH

నీ ప్రగతిని సరిచూసుకో

ఇచ్చిన ఉదాహరణ ప్రకారం కింది పట్టికలో మిగిలిన వాటిని రాయండి.

క్ర.సంఖ్య	సమాసం	పదరూపం
1	y + 3	y కంటే 3 ఎక్కువ
2	2x - 1	
3	5Z	
4	$\frac{m}{2}$	

www.apteachers.in

అభ్యాసం - 7.2

1. కింది వాక్యాలకు తగిన సమాసాలు రాయండి.
   అ) 'z' యొక్క మూడు రెట్లకు 5 కలపబడింది.
   ఆ) 'n' యొక్క 9 రెట్లకు 10 కలపబడింది.
   ఇ) 'y' యొక్క రెట్టింపు నుండి 16 తీసివేయబడింది.
   ఈ) 10 చే 'y' ను గుణించి లబ్ధానికి 'x' కలపబడింది.
2. పీటర్ వద్ద 'p' సంఖ్య గల బంతులు కలవు. డేవిడ్ వద్ద పీటర్ కన్నా అదేరకమైన బంతులు మూడు రెట్లు కలవు. దీనిని సమాసంగా రాయండి.
3. గీత వద్ద ఉన్న పుస్తకాల కన్నా సీతవద్ద 3 పుస్తకాలు ఎక్కువగా ఉన్నాయి. సీత వద్ద గల పుస్తకాలు ఎన్ని? (గీత వద్ద ఉండే పుస్తకాల సంఖ్యను ఏదైనా చరరాశితో గుర్తించు).
4. ఒక కవాతులో ప్రతి వరుసకు 5 గురు సైనికులు ఉన్నారు. మొత్తం కవాతులో పాల్గొన్న సైనికుల సంఖ్య తెలుసుకోవడానికి సూత్రం కనుగొనండి. (వరుసల సంఖ్యను 'n' అనే చరరాశితో గుర్తించు)

7.4 రేఖాగణితం, క్షేత్రమితికి సంబంధించిన సూత్రాలు :

www.apteachers.in

చతురస్ర చుట్టుకొలత

ఏదైనా బహుభుజి యొక్క చుట్టుకొలత అంటే, బహుభుజిలోని అన్ని భుజాల మొత్తం పొడవు అని తెలుసు. చతురస్రంలో 4 భుజాల పొడవులు సమానం కావున, చతురస్ర చుట్టుకొలత=చతురస్ర భుజాల పొడవుల మొత్తం (భుజం + భుజం + భుజం + భుజం) = 4 × భుజం పొడవు = $4 \times s = 4s$

ఇచ్చట చతురస్ర చుట్టుకొలత 4s అయినది, 's' యొక్క విలువలు 1, 2, 3.... తీసుకుంటే కావాల్సిన చతురస్ర చుట్టుకొలత వస్తుంది. ఇచ్చట 's' చరరాశి విలువ మారుతూ ఉంటుంది. దీని విలువ స్థిరం కాదు. చరరాశితో కూడిన సమాసం వలన మనం సూత్రాలను సులభంగా గుర్తుంచుకోవచ్చును. మనం చతురస్ర చుట్టుకొలతకు నియమం రాశాం. సమబాహు త్రిభుజం చుట్టుకొలతకు నియమం ఏమవుతుంది?

SCERT - ANDHRA PRADESH

ప్రయత్నించండి

1. దీర్ఘచతురస్ర చుట్టుకొలత కనుక్కోడానికి సాధారణ సూత్రం కనుగొనండి. (పొడవుకు l, వెడల్పుకు b అనే చరరాశులను తీసుకోండి)
2. చతురస్ర వైశాల్యం కనుగొనడానికి సాధారణ సూత్రం రాయండి. (చతురస్ర భుజాన్ని s అనే చరరాశితో గుర్తించండి)

అంకగణితంకు సంబంధించిన సూత్రం

www.apteachers.in

కింది సరిసంఖ్యల అమరికను పరిశీలించండి. 2, 4 , 6 , 8 , 10 , ...

ఈ అమరికలో n వ పదం కనుక్కోవడానికి కింది పట్టిక చూడండి.

సంఖ్య	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
అమరిక	2×1	2×2	2×3	2×4	2×5	.....	2×7	.....	2×9	.....

పై పట్టికను బట్టి మొదటి సరిసంఖ్య 2×1, రెండవది 2×2 మూడవది 2×3..... ఈ అమరికలో 6వ, 8వ, 10వ పై వివరణ బట్టి n వ సరిసంఖ్యకు సమాసం తెలుస్తుందా? ఖాళీలు పై తార్కిక ఆధారంతో నింపవచ్చు అమరికలో n వ పదం రాయవచ్చు. ఇది $2 \times n$ అంటే 2n అవుతుంది.

కావున సరిసంఖ్యల అమరికలో nవ పదం

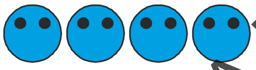
2, 4, 6, 8, 10,...... అనేది $2n$ అవుతుంది.

కావున 2, 4, 6, 8 ..... అను అమరికలో n వ పదం$2n$

✳ కింది సంఖ్యల అమరికకు n వ పదం రాయండి.

అ) 3 , 6 , 9 , 12 , ...   ఆ) 2 , 5 , 8 , 11 , ...   ఇ) 1, 4, 9, 16, ...

7.5 సామాన్య సమీకరణాలు

ముఖాల అమరికను పరిశీలిద్దాం. 

ఏర్పడే మొత్తం ముఖాల సంఖ్య m అనుకొంటే, వాటికి సరిపడే బొట్టు బిళ్ళలు సంఖ్య కనుక్కోవడానికి అవసరమయ్యే నియమం $2m$.

www.apteachers.in

కావాల్సిన ముఖాల సంఖ్యకు ఎన్ని బొట్టు బిళ్ళలు కావాలో మనం కనుగొనవచ్చు. ఇంకో విధంగా, బొట్టుబిళ్ళల సంఖ్య ఇస్తే, ఎన్ని ముఖాలు m ఏర్పడగలవో తెలుసుకోవచ్చా?

అంటే, 12 బొట్టుబిళ్ళలు ఇస్తే, వాటితో ఎన్ని ముఖాలు తయారవగలవు. 12 బిళ్ళలకు, ముఖాల సంఖ్యను తెల్సుకోవాలంటే, $2m = 12$ అవుతుంది. m సంతృప్తిపడే నియమం వెదకాలి.

ఇటువంటి సందర్భంలో వాడిన నిబంధనను ఒక సమీకరణం అనవచ్చు. కింది పట్టికను పరిశీలిస్తే మన ప్రశ్నకు జవాబు లభిస్తుంది.

SCERT - ANDHRA PRADESH

సమానత్వపు గుర్తు కలిగిన గణిత వాక్యమే సమీకరణం.

m	$2m$	నిబంధన తృప్తి అయిందా? (అవును / కాదు)
2	4	కాదు
3	6	కాదు
4	8	కాదు
5	10	కాదు
6	12	అవును
7	14	కాదు

$2m = 12$ కావున m అనే చరరాశిని తృప్తి పరిచే విలువ $m = 6$

www.apteachers.in

నీ ప్రగతిని సరిచూసుకో

కింది పట్టికను పూర్తిచేసి $\frac{p}{3} = 4$ అనే సమీకరణంను సంతృప్తి పరిచే 'p'

'p'	$\frac{p}{3} = 4$	నిబంధన తృప్తి అయిందా? (అవును / కాదు)
3		
6		
9		
12		

7.5.1 సమీకరణానికి L.H.S మరియు R.H.S

మనం $2m = 12$, అనే సమీకరణాన్ని పరిశీలిస్తే, ఇరువైపుల గల సమాసాలకు మధ్య సమానత్వ గుర్తును చూడవచ్చు. ఈ సమానత్వ గుర్తుకు ఎడమ చేతివైపు గల సమాసాన్ని ($2m$) ***(LHS) Left Hand Side*** అనియూ, కుడిచేతివైపుగల సమాసాన్ని (10)ను ***RHS (Right Hand Side)*** అంటారు.

అందుచే సమీకరణం అనగా LHS విలువ, RHS విలువకు సమానమయ్యేది అనవచ్చు. ఈ సందర్భంగా మనం సమీకరణాన్ని సామన్యత్రాసుతో పోల్చవచ్చును. LHS మరియు RHSలు సమానం కానటువంటి వాటిని సమీకరణాలు అనలేం.

ఉదాహరణకు ఒకవైపు $4 + 5$ మరొకవైపు 7 గలది సమీకరణం కాదు. దానిని మనం $4 + 5 \neq 7$ అని లేదా $4 + 5 > 7$ అని రాయవచ్చు. అలాగే $x + 5 > 6$, $y - 1 < 10$ లు కూడా సమీకరణాలు కావు.

నీ ప్రగతిని సరిచూసుకో

1. కింది సమీకరణాలలో LHS మరియు RHS లను గుర్తించి, రాయండి.

   అ) $2x + 1 = 10$ ఆ) $9 = y - 2$ ఇ) $3p + 5 = 2p + 10$

2. ఏవైనా రెండు సామాన్య సమీకరణాలు రాసి, వాటి యొక్క LHS మరియు RHS లను తెలపండి.

7.5.2 సమీకరణ సాధన (సమీకరణ మూలం) - యత్నదోష పద్ధతి

దిగువ ఉదాహరణ పరిశీలించండి.

ఈ అధ్యాయం ప్రారంభంలో మనం దామిని, కౌషిక్‌ల సంభాషణ పరిశీలించాం. దీనిలో ఆఖరుఫలితం 27 అని దామిని చెప్పగానే, కౌషిక్, ఆమె స్నేహితుని వయస్సు 11 సంవత్సరాలు అని చెప్పాడు.

అతను ఎలా వయస్సు చెప్పగలిగాడో ఇప్పుడు తెలుసుకుందాం.

SCERT - ANDHRA PRADESH
www.apteachers.in

www.apteachers.in

దామిని స్నేహితుని వయస్సు x సంవత్సరాలు అనుకుందాం. దానిని రెట్టింపు చేస్తే $2x$ అవుతుంది కదా!

దానికి 5 కలిపితే $2x + 5$ అగును. అందుచేత దామిని చెప్పిన ఆఖరుఫలితం 27కు ఇది సమానం.

అనగా $\mathbf{2x + 5 = 27}$

పై సమీకరణాన్ని తీసుకుందాం. 'x' యొక్క ఏ విలువకు ఇది తృప్తి చెందునో పరిశీలిద్దాం.

'x' అనేది చరరాశి కాబట్టి, దానికి 1, 2, 3, ...విలువలు తీసుకుందాం.

$x = 1$, అయితే $2x + 5 = 2 \times 1 + 5 = 7$ అగును

If $x = 2$, అయితే $2x + 5 = 2 \times 2 + 5 = 9$ అయితే

If $x = 3$, అయితే $2x + 5 = 2 \times 3 + 5 = 11$ అయితే

ఇలా 1,2,3,....విలువలను 'x' కు బదులుగా రాయడాన్ని **'ప్రతిక్షేపణ'** అంటాం.

x కు బదులు 4, 5, 6...... ఇలా విలువలు ప్రతిక్షేపిస్తూ $2x+5$ విలువను గణించగా

$x = 9$, అయితే $2x + 5 = 2 \times 9 + 5 = 23 \neq 27$

$x = 10$, అయితే $2x + 5 = 2 \times 10 + 5 = 25 \neq 27$

www.apteachers.in

$x = 11$, అయితే $2x + 5 = 2 \times 11 + 5 = 27 = 27$

$x = 12$, అయితే $2x + 5 = 2 \quad + 5 = 29 \neq 27$

పై పట్టికను పరిశీలిస్తే $x = 11$ విలువను ప్రతిక్షేపించునప్పుడు LHS మరియు RHS లు సమానం అయినవి. అందుచే $x = 11$ అనే విలువను $2x + 5 = 27$ సమీకరణానికి సాధన అంటారు.

పై పద్ధతిని యత్న దోష పద్ధతి అంటారు.

ఏ చరరాశి విలువకు ఒక సమీకరణంలో LHS మరియు RHS లు సమానం అగునో దానిని సమీకరణ సాధన అంటారు. దీనినే సమీకరణ మూలం అని కూడా అంటారు.

గణితంలో చిన్నచిన్న సామెతలు, పజిల్స్, నిత్యజీవిత సమస్యల సాధనలకు శక్తివంతమైన ఉపకరణమైన బీజగణితాన్ని ఉపయోగించి సులభంగా సాధించవచ్చు.

ప్రయత్నించండి

$3m = 15$ అనే సమీకరణాన్ని పరిశీలించి, m అనే చరరాశి యొక్క ఏ విలువకు సమీకరణంలో LHS మరియు RHS లు సమానమైనాయో చూడండి.

SCERT - ANDHRA PRADESH

www.apteachers.in

అభ్యాసం - 7.3

1. కింది వానిలో ఏవి సమీకరణాలో తెలపండి.

అ) $x - 3 = 7$ ఆ) $l + 5 > 9$ ఇ) $p - 4 < 10$

ఈ) $5 + m = -6$ ఉ) $2s - 2 = 12$ ఊ) $3x + 5$

2. కింది సమీకరణాలలో LHS మరియు RHS లను తెలపండి.

అ) $x - 5 = 6$ ఆ) $4y = 12$ ఇ) $2z + 3 = 7$

3. కింది సమీకరణాలను యత్న-దోష పద్ధతిలో సాధించండి.

అ) $x + 3 = 5$ ఆ) $y - 2 = 7$ ఇ) $a + 4 = 9$

యూనిట్ అభ్యాసనము

1. ఒక ఫ్యాన్ ధర ₹ 1500 అయిన 'n' ఫ్యాన్ల ధర ఎంత ?

2. శ్రీను దగ్గర కొన్ని పెన్సిళ్లు ఉన్నాయి. రహీం దగ్గర శ్రీను దగ్గ ఉన్న పెన్సిళ్లకు 4 రెట్లు ఎక్కువ పెన్సిళ్లు ఉన్నాయి. అయితే రహీం దగ్గర గల పెన్సిళ్లను ఒక సమాస రూపంలో రాయండి ?

www.apteachers.in

3. సోఫియా దగ్గర కంటే పార్వతి దగ్గర 5 పుస్తకాలు ఎక్కువగా ఉన్నాయి. పార్వతి దగ్గర ఎన్ని పుస్తకాలున్నాయి? పుస్తకాల సంఖ్యను సూచించడానికి ఏదేని ఒక చరరాశిని తీసుకొని సమాసంను రాయండి.

4. కింది వానిలో సమీకరణాలు ఏవి ?

అ) $10 - 4P = 2$ ఆ) $10 + 8 = p - 22$ ఇ) $x + 5 = 8$ ఈ) $m + 6 = 2$

ఉ) $22x - 5 = 8$ ఊ) $4k + 5 > 100$ ఋ) $4p + 7 = 23$ ౠ) $y < -4$

5. కింది సమీకరణాలకు L.H.S మరియు R.H.S లను రాయండి.

అ) $7x + 8 = 22$ ఆ) $9y - 3 = 6$

ఇ) $3k - 10 = 2$ ఈ) $3p - 4q = 19$

6. యత్న దోష పద్ధతిలో కింది సమీకరణాలను సాధించండి.

అ) $x - 3 = 5$ ఆ) $y + 6 = 15$ ఇ) $\frac{m}{2} = 1$ ఈ) $2k - 1 = 3$

SCERT - ANDHRA PRADESH

www.apteachers.in

గుర్తుంచుకోవలసిన విషయాలు

1. మనం అగ్గిపుల్లలు ఉపయోగించి వివిధ రకాల అమరికలు అక్షరాలు ఎలా రూపొందించవచ్చో తెలుసుకున్నాం. ఒక అమరికలో, పుల్లల సంఖ్యకు, పటాల సంఖ్యకు మధ్యగల సంబంధాన్ని రాబట్టాం. ఒక అమరికలో వివిధ పటాల మధ్య గల సంబంధాన్ని తెలిపే రాశికి 1, 2, 3, ... మొదలగు విలువలు ఇచ్చాం. దీనిని మనం చరరాశి అనీ, దీనిని ఒక అక్షరంతో సూచించాం.

2. చరరాశికి ఏ విలువనైనా స్వీకరిస్తుంది. దీని విలువ స్థిరం కాదు.

3. చరరాశిని తెలపడానికి సాధారణంగా a, b, m, n, p, q, x, y, z మొ॥లగు అక్షరాలు వాడతాం.

4. ఒక సందర్భాన్ని ప్రయోగాత్మకంగా తెలపడానికి చరరాశి ఉపయోగపడుతుంది.

5. చరరాశి కూడా ఒక సంఖ్యే. కాని దీని విలువ స్థిరం కాదు. అయిననూ సంఖ్యలతో చేసే ప్రక్రియలు అన్నీ చరరాశులతో చేస్తాం.

6. చరరాశులతో వివిధ ప్రక్రియలు వినియోగించి మనం $2m$, $3s + 1$, $8p$, $x/3$ వంటి సమాసాలు రూపొందిస్తాం.

7. రేఖాగణితం, అంకగణితంలలో గల వివిధ సూత్రాలను రూపొందించడానికి చరరాశులు అనేక విధాలుగా ఉపయోగపడతాయి.

8. ఒక చరరాశితో రూపొందించిన నిబంధనను సమీకరణం అనవచ్చు.

9. ప్రతీ సమీకరణానికి సమానత్వ గుర్తుకు ఇరువైపులా గల సమాసాలను LHS మరియు RHS అంటాం.

10. సమీకరణంలో చరరాశికి ఏ విలువ ప్రతిక్షేపించినప్పుడు LHS మరియు RHS లు సమానం అవుతాయో ఆ విలువను సమీకరణం సాధన అంటారు.

11. సమీకరణం సాధన యత్నదోష పద్ధతిలో కనుక్కోవచ్చును.

H1L2H6

www.apteachers.in
SCERT - ANDHRA PRADESH

www.apteachers.in

అధ్యాయం 8

జ్యామితీయ భావనలు

అభ్యసన ఫలితాలు

ఈ అధ్యాయం తర్వాత విద్యార్థి ...

★ బిందువు,కిరణం,రేఖ,రేఖా ఖండాలను గుర్తించగల్గుట, వాటి మధ్య వ్యత్యాసాలను తెలుసుకోగల్గుతారు.

★ నిత్య జీవితంలో జ్యామితీయ సమస్యలను సాధించగల్గుతారు.

★ జ్యామితీయ గుర్తులను, భావనలను చదవడం, రాయడం చేస్తారు.

★ సమాంతర రేఖలను, లంబరేఖలను, కోణాలను గీయగలరు.

★ రేఖా ఖండాలు, కోణాల కొలతలను కొలవగలుగుతారు.

T8J4G3

విషయాంశాలు

8.0 పరిచయం
8.1 రేఖా ఖండం పొడవులను కొలుచుట
8.2 ఖండన రేఖలు, సమాంతర రేఖలు, లంబరేఖలు.
8.3 కోణాలు-రకాలు, కోణాలను కొలుచుట.

SCERT - ANDHRA PRADESH

8.0 పరిచయం:

A నుండి B కి, B నుండి C కి గ్రామాల రహదారులను పరిశీలించినట్లయితే A నుండి B తిన్నగాను, B నుండి C కి వక్రం గాను కనిపిస్తున్నది. A, B చివరి బిందువులుగా గల రేఖా మార్గాన్ని రేఖాఖండం అని, B నుండి C కి గల మార్గంను వక్రరేఖ అని అంటాం.

✳ AB రేఖాఖండానికి చివరి బిందువులు ఎన్ని ఉన్నాయి ?

✳ క్యారమ్ బోర్డు ఎలా ఆడాలో మీకు తెలుసా?

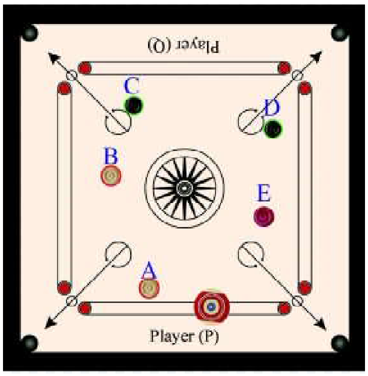
ఇద్దరు ఆటగాళ్లు ఆడుతున్నారు. పటంలో చూపిన విధంగా 5 కాయిన్స్ ఉన్నాయి.

P మరియు Q లు ఆడుతున్నారు.

P వంతు వచ్చింది.

అ) బొమ్మలో ఎన్ని కిరణాలున్నాయి?

ఆ) Q కి దగ్గరగా ఎన్ని కాయిన్స్ ఉన్నాయి?



www.apteachers.in

ఇ) స్ట్రైకర్‌తో కాయిన్స్ కొట్టేటప్పుడు ఒక కాయిన్ ఇంకొక కాయిన్ తగిలే అవకాశం కలదు. అటువంటి అన్ని అవకాశాలను రేఖాఖండాలతో కలిపి చూపండి.

ఈ) అటువంటి రేఖా ఖండాలను ఎన్ని గీయగలరు?

కింది పట్టికలను పరిశీలించండి ఖాళీలను నింపండి.

పటం	సంకేతం	చదివే పద్ధతి	సంకేతం	చదివే పద్ధతి
• A	capital letters as A, B, C...	బిందువు A	• B	....
A B (కిరణం)	$\overrightarrow{AB}$	కిరణం AB	....	కిరణం XY
A B (రేఖాఖండం)	$\overline{AB}$	రేఖాఖండం AB	....	రేఖాఖండం OP
A B (సరళరేఖ)	$\overleftrightarrow{AB}$	సరళరేఖ AB	$\leftrightarrow$	....

గమనిక : సరళ రేఖలను ℓ, m, n మొదలగు చిన్న అక్షరాలతో కూడా సూచించవచ్చును. వీటిని రేఖ ℓ, రేఖ m, రేఖ n గా చదవవలెను.

www.apteachers.in

SCERT - ANDHRA PRADESH

చారిత్రక విషయం

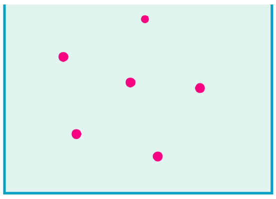
జ్యామితి అనునది అత్యంత విశిష్టమైన స్వభావం కలిగినదిగా చెప్పవచ్చు. జ్యామితి అనే పదం గ్రీకు భాషయందు 'GEOMETRON' అనే పదం నుండి సేకరించబడి 'GEOMETRY' గా మార్పు చెంది తెలుగులో 'జ్యామితి' అయ్యింది GEO అనగా భూమి, 'METRON' అనగా మాపనం. అనగా, భూ కొలత అని అర్థం. భూ కొలతలకు వినియోగింపబడే శాస్త్రమే జ్యామితి.

మొదట్లో మన పూర్వీకులు పొడవులు, కోణాలు, వైశాల్యాలు, ఘనపరిమాణాలు కొలుచుటకు, నిర్మాణాలకు, జ్యోతిష్య శాస్త్రానికి, హస్తకళా నైపుణ్యానికి వినియోగించారు.

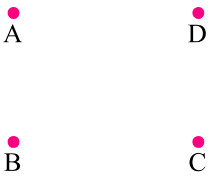
పూర్వకాలంలో భారతదేశం నుండి ఆర్యభట్ట, బ్రహ్మగుప్తుడు తదితర గణిత శాస్త్రవేత్తలు జ్యామితి అభివృద్ధికోసం తమ సేవలు అందించారు.

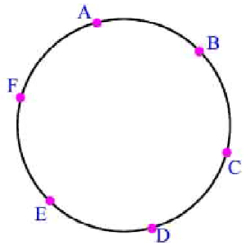
అభ్యాసం - 8.1

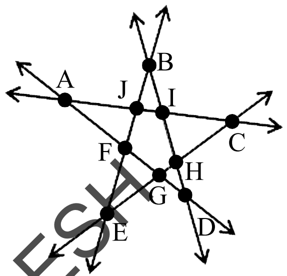
1. పక్క పటంలో కొన్ని బిందువులు గుర్తించబడినవి. వాటిని పేర్లతో సూచించండి.



2. కింద నీయబడిన బిందువులను కలపండి. ఏర్పడు రేఖా ఖండాలకు పేర్లు రాయండి.

అ) 

ఆ) 



3. పక్క పటం నుండి కింది వాటిని గుర్తించండి.
   అ) ఏవేని ఆరు బిందువులు.
   ఆ) ఏవేని ఆరు రేఖాఖండాలు. (G తో మొదలయ్యేవి)
   ఇ) ఆరు కిరణాలు. (I తో మొదలయ్యేవి)
   ఈ) ఏవేని మూడు సరళరేఖలు.
4. కింది వానికి 'సత్యం' కాని 'అసత్యం' కాని సూచించండి.
   అ) సరళరేఖకు రెండు చివరి బిందువులు ఉండును.
   ఆ) సరళరేఖలో ఒక భాగం కిరణం.
   ఇ) రేఖాఖండానికి రెండు అంత్య బిందువులు ఉంటాయి.
   ఈ) రెండు బిందువుల గుండా పోయే విధంగా ఎన్ని రేఖలైనా గీయవచ్చును.
5. పటాలను గీసి పేర్లతో సూచించండి.
   అ) 'K' బిందువు కలిగియున్న ఒక సరళరేఖ.
   ఆ) ఒక వృత్తాన్ని ఒక సరళరేఖని కింద సూచించిన విధంగా గీయండి.
      i) వృత్తాన్ని ఖండించకుండా ఉండేటట్లు
      ii) వృత్తాన్ని ఒక బిందువు వద్ద ఖండించునట్లు
      iii) వృత్తాన్ని రెండు బిందువుల వద్ద ఖండించునట్లు
   ఇ) వృత్తాన్ని మూడు బిందువుల వద్ద ఖండించగలిగే సరళరేఖను గీయగలవా?
6. కేవలం మూడు రేఖాఖండాలను మాత్రమే ఉపయోగించి రాయగలిగే పెద్ద ఆంగ్ల అక్షరాలను రాయండి.

8.1 ఇవ్వబడిన రేఖాఖండం యొక్క పొడవును కొలుచుట

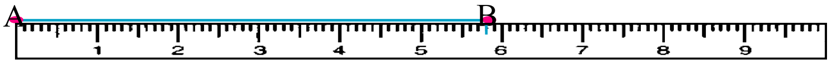
స్కేలు, విభాగిని, వృత్తలేఖిని సహాయంతో రేఖా ఖండం పొడవులను కొలుచుటకు వీలవుతుంది.

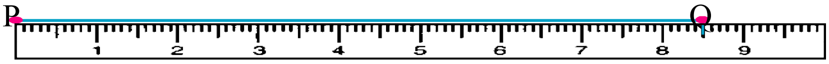
స్కేలు వినియోగించు విధం :

సోపానం-1: A రేఖాఖండం ఒక చివరి బిందువు స్కేలు నందు '0'తో ఏకీభవించేలా ఉంచండి.

సోపానం-2: స్కేలును రేఖాఖండం అంచుతో ఏకీభవించునట్లు ఉంచండి.

సోపానం-3: కావలసిన కొలతను స్కేలుపై గుర్తించి కాగితం పై అచ్చట B ను గుర్తించి AB లను కలుపండి. కలిపినప్పుడు స్కేలును కదల్చకుండా స్థిరంగా ఉంచాలి.

AB = 5.8 సెం.మీ. 

PQ = 8.5 సెం.మీ. 

www.apteachers.in
www.apteachers.in
SCERT ANDHRA PRADESH

విభాగిని లేదా వృత్తలేఖిని సహాయంతో:www.apteachers.in

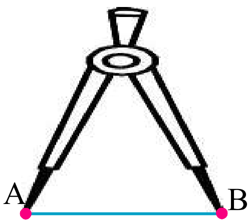
సోపానం - 1 : విభాగిని లేదా వృత్తలేఖిని యొక్క ఒక లోహపు ముల్లును రేఖాఖండం యొక్క ఒక చివరన ఉంచండి.

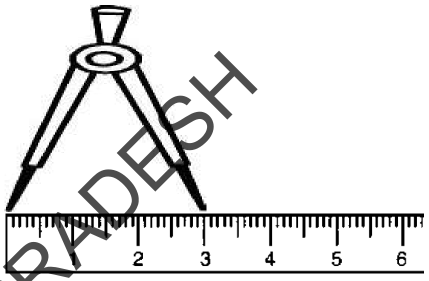
సోపానం - 2 : విభాగిని యొక్క రెండవ లోహపు ముల్లును లేదా వృత్తలేఖిని యొక్క పెన్సిల్ ముల్లును రేఖాఖండం యొక్క రెండవ చివర ఉండునట్లు సరిచేయండి.

సోపానం - 3 : నెమ్మదిగా విభాగినిని కాని వృత్తలేఖినిని గాని తొలగించి, ఒక లోహపు ముల్లును స్కేలుపై వద్ద ఉంచి రెండవ చివరను స్కేలును ఉన్న కొలతలపై ఉంచండి.

సోపానం - 4 : రెండవ వైపు స్కేలుపై ఏ విభాగంను సూచించునో అదే ఆ రేఖా ఖండపు పొడవు అవుతుంది.

AB = 3 సెం.మీ.



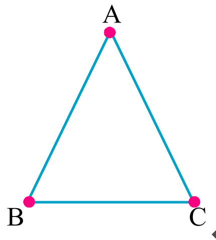


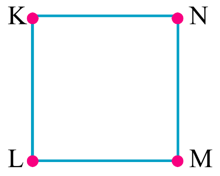
SCERT - ANDHRA PRADESH

ప్రయత్నించండి

కింది పటాలలో భుజాల కొలతలను విభాగిని మరియు స్కేలు సహాయంతో కొలిచి పొడవులను సరిపోల్చండి.

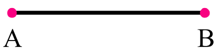
www.apteachers.in

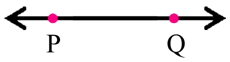


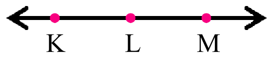


అభ్యాసం - 8.2

1. కింది వాటి పొడవులను కనుగొనండి

అ) 

ఆ) 

ఇ) 

2. కింది రేఖాఖండాలను గీయండి.

   అ) AB = 6.3 సెం.మీ. ఆ) MN = 3.6 సెం.మీ.

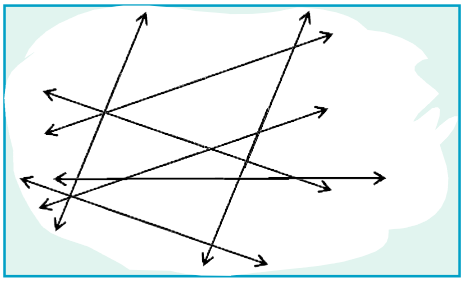
3. PQ రేఖాఖండంను 4.6 సెం.మీ. పొడవుతో గీసి, PR = 6 సెం.మీ. అగునట్లు PQను R వరకు పొడిగించండి.

4. $\overline{OP}$ అనే రేఖా ఖండంను గీసి దానిపై Q అను బిందువును గుర్తించండి. వీటి పొడవులను కొలచి $\overline{OP} - \overline{PQ} = \overline{OQ}$ అగునో? కాదో? సరిచూచండి.

8.2 ఖండన రేఖలు, సమాంతర రేఖలు, మిళిత రేఖలు, లంబ రేఖలు :

www.apteachers.in

ఉష ఒక కాగితాన్ని మడతలుగా పెట్టింది. మడతలన్నింటిని విప్పి మరలా ఆ మడతల వెంబడి పెన్సిల్ తో గీతలు గీసింది. ఈ విధంగా వివిధ రకాలుగా కాగితాన్ని మడతలు పెట్టి వాటి వెంబడి పెన్సిల్‌తో గీయగా అవి ఈ కింద చూపిన విధంగా కలవు.



పై రేఖల నుండి నీవు ఏమి గమనించావు?

కొన్ని రేఖలు, రేఖాఖండాలు, బిందువుల ఉన్నాయి.

రేఖలను ℓ, m, n, o, p, q, r. లతోను బిందువులను A, B, C, మొదలైనవి తోను సూచించండి. ఒకే రేఖపై ఉన్న బిందువులన్నీ రాయండి.

రెండు కన్నా ఎక్కువ రేఖలపై ఉన్న బిందువులను గుర్తించండి.

ఏమి గమనించావు? కొన్ని ఒక దానిపై నుండి మరొకటి పోతున్నాయి. మరికొన్ని ఆ విధంగా లేవు.

ఖండన రేఖలు : సమతంలోనే రెండు రేఖలకు ఒకే ఒక ఉమ్మడి బిందువు ఉంటే వాటిని ఖండన రేఖలు అంటారు. ఆ బిందువును ఖండన బిందువు అంటారు.

www.apteachers.in

సమాంతర రేఖలు : సమతంలోనే రెండు రేఖలకు ఉమ్మడి బిందువు లేకుంటే వాటిని సమాంతర రేఖలు అంటారు. ℓ, m అనే రెండు రేఖలు సమాంతరాలు అయిన వాటిని $\ell || m$ గా సూచించవలెను. ℓ అనే రేఖ m కి సమాంతరం అని చదువుతాం.

మిళిత రేఖలు : రెండు కన్నా ఎక్కువ రేఖలకు ఒకే ఒక ఉమ్మడి బిందువు ఉంటే, ఆ రేఖలను మిళిత రేఖలనీ, ఆ బిందువును మిళిత బిందువు అని అంటారు.

లంబ రేఖలు : పటంలో మరికొన్ని ఖండన రేఖలను గమనించిన వాటికి ఒక ప్రత్యేకమైన స్వభావాన్ని గమనించవచ్చు. అవి కాగితం యొక్క పక్క అంచులు గాను, పుస్తకము యొక్క పక్క పక్క అంచులు గాను, నల్లబల్ల, తలుపు మొదలగు వాటి పక్క పక్క అని అంటారు. దీనిని '$\perp$' గుర్తుతో సూచించవలెను. ℓ అను రేఖ m అను రేఖకు లంబమైన దాని $\ell \perp$ m గాను సూచించి "m" కు ℓ లంబం అని చదువవలెను.

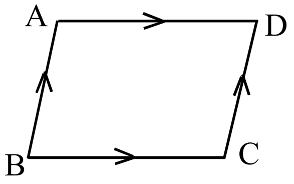
SCERT - ANDHRA PRADESH

* పై పటం నుండి సమాంతర రేఖలను గుర్తించి వాటికి పేర్లను సూచించి రాయండి. మరియు వాటిని బయటకి చదవండి.
* పై పటం నుండి ఖండన రేఖలను గుర్తించి, పేర్లు, సూచించి రాసి చదవండి.
* పై పటం నుండి మిళిత రేఖలను గుర్తించి, పేర్లు సూచించి రాసి చదవండి.
* పై పటం నుండి లంబ రేఖలను గుర్తించి, పేర్లు సూచించి, రాసి చదవండి.

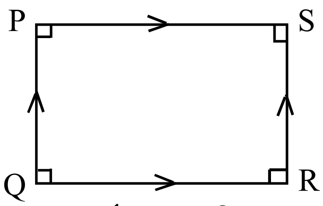
www.apteachers.in

ఉదాహరణ-1:

కింది పటాల నుండి సమాంతర భుజాలను, లంబ భుజాలను గుర్తించి వాటిని. "||", "⊥" గుర్తులను ఉపయోగించి రాయండి.



పటం - 1



పటం - 2

గమనిక: i) ఒక దిశలో బాణపు గుర్తులను సమాంతర రేఖలు తెలపడానికి చూపుతారు.

ii) "⌝" అను గుర్తు లంబ భుజాలను తెలుపుటకు ఉపయోగిస్తారు.

సాధన : పటం. 1 $\overline{BC} \parallel \overline{AD}$, $\overline{BA} \parallel \overline{CD}$ } సమాంతర రేఖలు

పటం. 2 $\overline{QR} \parallel \overline{PS}$, $\overline{PQ} \parallel \overline{SR}$ } సమాంతర రేఖలు

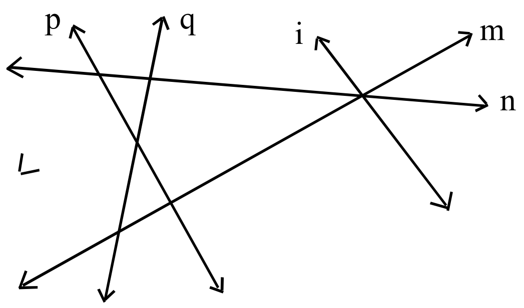
పటం. 2 $\overline{PQ} \perp \overline{QR}$, $\overline{QR} \perp \overline{RS}$, $\overline{RS} \perp \overline{SP}$, $\overline{SP} \perp \overline{PQ}$ } లంబ రేఖలు

www.apteachers.in

SCERT - ANDHRA PRADESH

ఉదాహరణ-2 :

కింది పటంలో ఖండన రేఖలు, మిళిత రేఖలను గుర్తించండి.



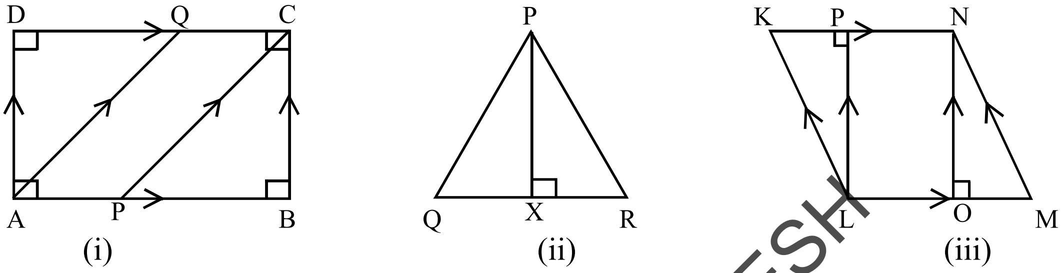
ఖండన రేఖలు: p మరియు q; p మరియు m; p మరియు n; q మరియు m; మరియు q మరియు n. మొదలుగునవి.

మిళిత రేఖలు: i, m మరియు n రేఖలు.

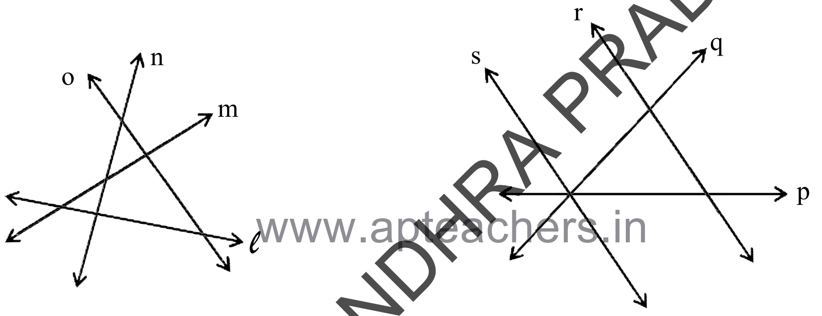
www.apteachers.in

అభ్యాసం - 8.3

1. "$\overline{AB} \parallel \overline{CD}$, $\ell \perp m$"గా ఇవ్వబడిన వీటిలో లంబ రేఖలు ఏవి? సమాంతర రేఖలు ఏవి?
2. కిందినీయబడిన పటాల యందు సమాంతర రేఖల జతలను, లంబ రేఖల జతలను గుర్తులు ఉపయోగించి రాయండి.

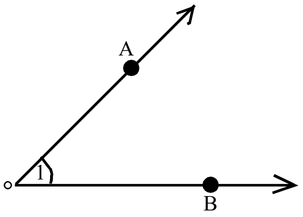


3. కింది పటాల నుండి ఖండన రేఖలు, మిళిత రేఖలు గుర్తించండి.



www.apteachers.in
SCERT - ANDHRA PRADESH

8.3 కోణాలు, అందులో రకాలు, కోణాలను కొలచుట



ఒకే తొలి బిందువును కలిగిన రెండు విభిన్న కిరణాల సమ్మేళనాన్ని కోణం అంటారు.

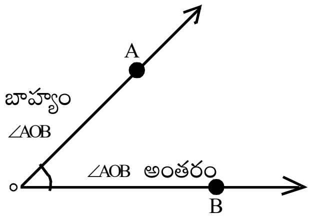
ఉమ్మడి తొలి బిందువుని కోణ శీర్షం అని, కోణం ఏర్పరిచిన కిరణాలను 'కోణ భుజాలు' అని అంటారు. పక్క పటంలో $\overrightarrow{OA}$ $\overrightarrow{OB}$ లను కోణ భుజాలని, O ని కోణశీర్షం అని అటారు.

కోణానికి వివిధ పద్ధతిలో పేరు పెట్టవచ్చు.

అ) శీర్షం ఆధారంగా కోణం $\angle O$

ఆ) కోణ శీర్షం మరియు కోణ భుజాలపై బిందువు ఆధారంగా $\angle AOB$ లేదా $\angle BOA$

ఇ) సంఖ్య ఆధారంగా $\angle 1$

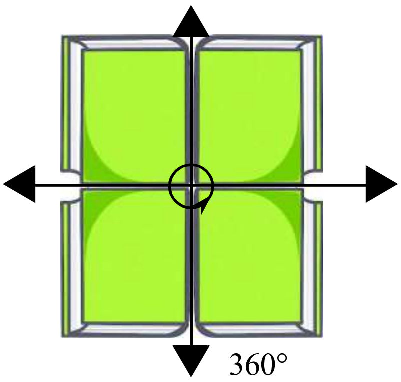


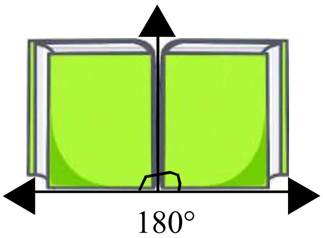
కోణ శీర్షంను ఆధారంగా చేసుకొని ఒక భుజం నుండి మరొక భుజం చేసే భ్రమణ పరిమాణాన్ని కొలవడమే కోణాన్ని కొలవడం అంటారు.

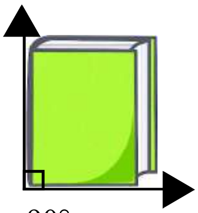
షష్ఠ్యాంశమానం : (60 తో సూచించే విధానం)

www.apteachers.in

పైన సూచించిన కోణంతో కోణ భుజము ఒక పూర్తి భ్రమణం చేసిన అది చేసే కోణం 360° గా పరిగణిస్తారు. ("°" ను డిగ్రీకి గుర్తుగా భావిస్తారు)







నాలుగు ఒకే రకమైన నోట్ పుస్తకాలను పటంలో చూపిన విధంగా కలపండి.

వాని మధ్య బిందువు వద్ద ఏర్పడిన కోణం 360° అని మనకి తెలుసు. కావున, ఒక పూర్తి భ్రమణం 360° ను సూచిస్తుంది.

రెండవ పటంలో రెండు నోట్స్‌లు జతచేయబడ్డాయి. వాని భుజాలు రెండూ ఒక సరళరేఖ మాదిరి ఉన్నాయి. మధ్య బిందువు వద్ద కోణం భుజం అర్ధ భ్రమణం చేసింది. కావున కోణం 180°
ఒక నోట్ పుస్తకం యొక్క పక్కపక్క భుజాలను పరిశీలిస్తే భ్రమణంలో పావు భాగం పూర్తయింది. కావున కోణం 90°

www.apteachers.in

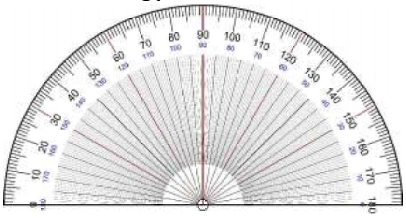
90° కన్నా తక్కువ కోణాన్ని అల్పకోణం అని, 90° కన్నా ఎక్కువ 180° కన్నా తక్కువ కోణాన్ని అధికకోణమని, 180° కన్నా ఎక్కువ 360° కన్నా తక్కువ కోణాన్ని అధికతర లేదా పరావర్తన కోణమని అంటారు.

SCERT - ANDHRA PRADESH

1)	అల్ప కోణం	< 90°
2)	లంబ కోణం	= 90°
3)	అధిక కోణం	> 90° మరియు <180°
4)	సరళ కోణం	= 180°
5)	అధికతర లేదా పరావర్తన కోణం	> 180° మరియు < 360°
6)	పరిపూర్ణ కోణం	= 360°

కోణమును ఎలా కొలవాలి ?

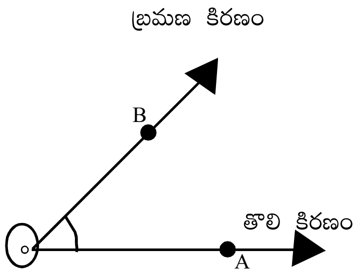
ఇవ్వబడిన కోణాన్ని కొలుచుటకు వాడే పరికరాన్ని కోణమానిని అంటారు.



Base Line

www.apteachers.in

పక్కన సూచించిన $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$ ల మధ్య కోణాన్ని కొలుద్దాం!

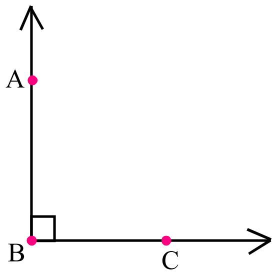


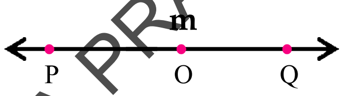
సోపానం - 1 : కోణమానిని ఆధారరేఖను $\overrightarrow{OA}$ తో దాని మధ్య బిందువును O తోనూ ఏకీభవించే విధంగా ఉంచాలి.

సోపానం - 2 : కోణమానిని అంచుపై ఉన్న కొలతలను తొలి ($\overrightarrow{OA}$) కిరణం ($\overrightarrow{OA}$) నుండి చదవడం ప్రారంభించాలి.

సోపానం - 3 : కిరణం ($\overrightarrow{OB}$) ఏ కొలత నుండి పోతుందో గమనించిన ఆ కొలతే వాటి మధ్య ఏర్పడిన కోణం కొలతగా పరిగణించాలి. $\angle AOB$ కోణపు కొలతను $m\angle AOB$ గా సూచించాలి.

ఉదాహరణ-3: కింది పటాల యందు ఏర్పడిన కోణాల కొలతలను కొలిచి వాటిని గుర్తుల సహాయంతో రాయండి.





www.apteachers.in

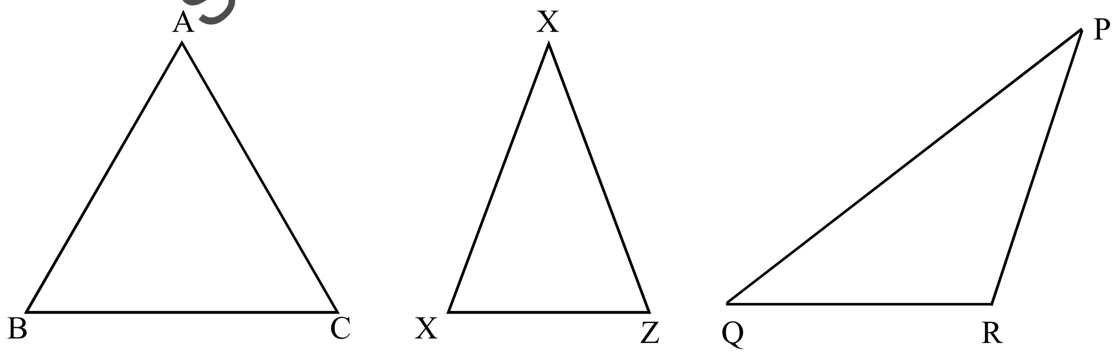
SCERT ANDHRA PRADESH

సాధన :

అ) $m\angle ABC = 90°$

ఆ) $m\angle POQ = 180° = 2$ లంబ కోణం

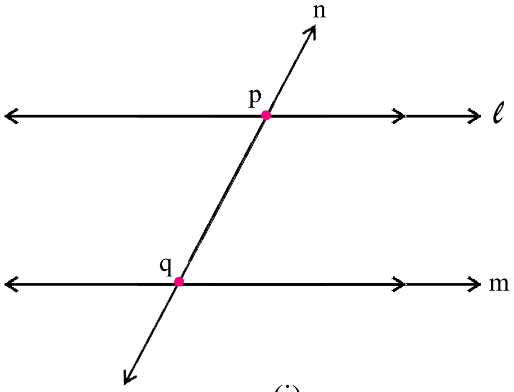
✳ కింది పటాల శీర్షాల వద్ద ఏర్పడిన కోణాలని కొలవండి.



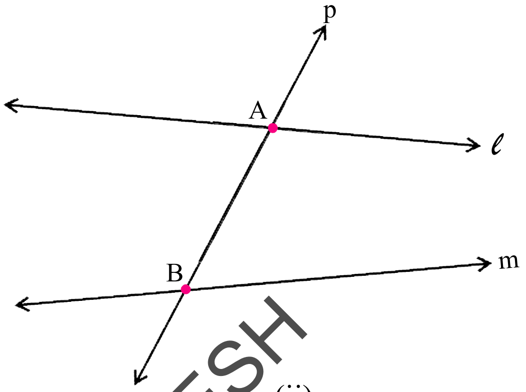
www.apteachers.in

అభ్యాసం - 8.4

1.



(i)



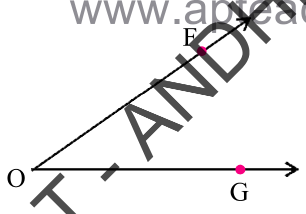
(ii)

పైన ఇవ్వబడిన పటాల యందు కోణాలను కొలవండి.

2. పైన ఇవ్వబడిన ప్రంతి పటం నందు ఏ రెండు కోణాల మొత్తం 180° అగునో గుర్తించండి.

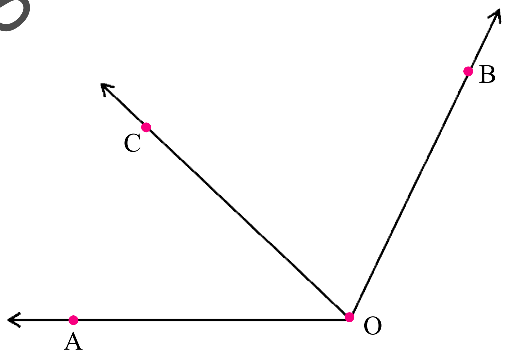
3. కింది పటం నుండి $\angle FOG$ కోణాన్ని కొలిచి, అంతే కోణాన్ని మీ నోట్ పుస్తకం లో గీయండి.

www.apteachers.in



SCERT - ANDHRA PRADESH

4. కింది పటం నందు $\angle AOB$, $\angle BOC$ కోణాలను కొలవండి.



5. అల్పకోణం, అధిక కోణం, పరావర్తన కోణాలకి కనీసం రెండు చొప్పున కోణాలు రాయండి.

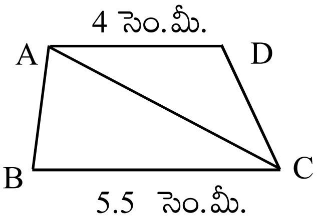
www.apteachers.in

యూనిట్ అభ్యాసనము

1. కింది పటం నందు AC, AB, CD ల పొడవులను కొలిచి కింది వాక్యాలు సత్యమో, కాదో సరిచూడండి.

   అ) AB + BC > AC

   ఆ) AC > AD - DC



2. $\overline{AB}$ అనే రేఖా ఖండంను గీచి దానిపై C బిందువును గుర్తించండి. $\overline{CB}$ ని D వరకు CD > AB. అయ్యేటట్లు పొడిగించండి. AC మరియు BD ల పొడవులను సరిపోల్చండి.

3. $m\angle AOB = 40^\circ$ కొలతగా గల $\angle AOB$ని గీయండి $m\angle AOC = 90^\circ$ అగునట్లు $\angle BOC$ కోణాన్ని గీయండి. $m\angle AOB + m\angle BOC = m\angle AOC$ అగునో, కాదో సరిచూడండి.

4. $m\angle XYZ = 62^\circ$ అగునట్లు $\angle XYZ$ కోణాన్ని గీయండి. $\angle XYZ$ బాహ్యకోణం ఎంత ఉందో కొలవండి.

5. జతపర్చండి.

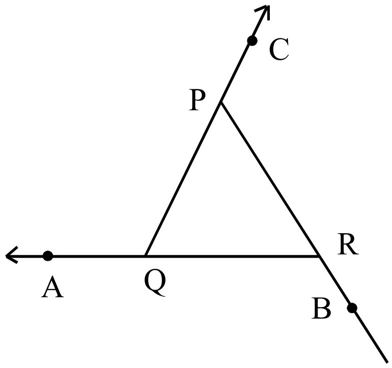
   1. మూలమట్టాలు — A) కోణాలను కొలుచుటకు

   2. కోణమానిని — B) రేఖా ఖండాల పొడవులు కొలుచుటకు

   3. విభాగిని — C) సమాంతర రేఖలు గీయుటకు

6. ఆంగ్ల అక్షరమాలలో పెద్ద అక్షరాలు (capital letters) నుండి లంబకోణాలను కలిగి ఉన్న అక్షరాలను రాయండి.

7. $\angle AQP$, $\angle CPR$, $\angle BRQ$ ల కొలతలను కొలవండి.



$m\angle AQP$, $m\angle CPR$, $m\angle BRQ$ విలువలు రాయండి.

www.apteachers.in
SCERT - ANDHRA PRADESH

www.apteachers.in

గుర్తుంచుకోవలసిన విషయాలు

1) బిందువులను ఆంగ్ల అక్షరంలోని capital letters లో సూచించవలెను.

2) విభాగిని మరియు స్కేలులను ఉపయోగించి రేఖాఖండపు పొడవులను కొలవగలము.

3) సమాంతర రేఖలు అనగా ఏ రేఖలను పొడిగించిన కలవవో వాటిని సమాంతర రేఖలు అంటారు.

4) రెండు రేఖలు ఒకదానికొకటి ఖండించుకున్న వాటిని ఖండన రేఖలనీ అట్టి ఉమ్మడి బిందువుని ఖండన బిందువు అని అంటారు.

5) రెండు కన్నా ఎక్కువ రేఖలు ఒకే బిందువు గుండా పోవుచున్న అట్టి రేఖలను మిళిత రేఖలని, అట్టి బిందువుని మిళిత బిందువని అందురు.

6) ఒకే ఆది బిందువు కలిగిన రెండు విభిన్న కిరణాలు తలాన్ని రెండు భాగాలుగా విభజించును. కోణభుజాలతో కూడిన అంతర్భాగాన్ని అంతరకోణమని అంటారు.

7) కోణ భుజాలతో కూడిన బాహ్య భాగాన్ని బాహ్యకోణమని అంటారు.

8) షష్ట్యాంశమానంలోని కోణాలని '^{O}' డిగ్రీలలో కొలుస్తారు.

SCERT, ANDHRA PRADESH
www.apteachers.in

C8F6F7

www.apteachers.in

అధ్యాయం 9 ద్విమితీయ - త్రిమితీయ ఆకారాలు

అభ్యసన ఫలితాలు

ఈ అధ్యాయం తర్వాత విద్యార్థి ...

★ తమ పరిసరాలలో వివిధ జ్యామితీయ ఆకారాలు అనగా త్రిభుజం, చతుర్భుజం మరియు వృత్తాకార వస్తువులను పోల్చగల్గుతారు.

★ త్రిభుజంలో భాగాలను గుర్తించగల్గుతారు.

★ బహుభుజిలో శీర్షాలను, మరియు భుజాలను గుర్తించగల్గుతారు.

★ వివిధ త్రిమితీయ ఆకారాలు అనగా గోళం, ఘనం, దీర్ఘ ఘనం, పట్టకం, పిరమిడ్, శంఖువు మరియు స్థూపాకార వస్తువులను గుర్తించి పోల్చగల్గుతారు.

★ త్రిమితీయ ఆకారాల అంచులు, శీర్షాలు, ముఖాలను ఉదాహరణలతో వివరించగల్గుతారు.

★ F + V = E + 2 అనే ఆయిలర్ సూత్రాన్ని పరీక్షించగల్గుతారు.

Z9Q9C5

SCERT - ANDHRA PRADESH

విషయాంశాలు

9.0 పరిచయం

9.1 బహుభుజి - వివిధ రకాలు

9.2 త్రిభుజం

9.3 చతుర్భుజం

9.4 వృత్తం

9.5 సౌష్ఠవం

9.6 త్రిమితీయ ఆకారాలు పై అవగాహన

9.0 పరిచయం:

మన చుట్టూ ఉండే పరిసరాలలో ఉండే వివిధ రకాల ఆకారాలు గల వస్తువులను మనం గమనిస్తాం. త్రిభుజం, వృత్తం, దీర్ఘ చతురస్రం, వంటి ఆకారాలు గల వస్తువులను ఉదాహరణకు చదునైన ఉపరితలంపై ఉండే కాగితం, బోర్డు మొదలైన వాటిని ద్విమితీయ ఆకారాలు లేదా 2D ఆకారాలు అని అంటారు.

కొన్ని ఆకారాలు గల వస్తువులు అనగా ఇల్లు, బంతి, స్థంభం మొదలైన వాటిని చదునైన ఉపరితలంపై మనం గీయలేము. ఇటువంటి ఆకారాలను త్రిమితీయ లేదా 3D ఆకారాలు అని అంటారు.

2D లేదా ద్విమితీయ ఆకారాలు వస్తువులకు పొడవు మరియు వెడల్పు అనే కొలతలు కలిగి ఉంటాయి. అదే విధంగా త్రిమితీయ లేదా 3D - ఆకారాల వస్తువులకు పొడవు, వెడల్పు మరియు ఎత్తు (లేదా లోతు) అనే కొలతలు కలిగి ఉంటాయి.

ఈ అధ్యాయంలో మనం వివిధ త్రిమితీయ ఆకారాల గూర్చి నేర్చుకొంటాం.

www.apteachers.in

తలం :

నక్షత్రాలు మరియు ఉపగ్రహాలను మనం ఎక్కడ చూడగలం?

అంతరిక్షంలో అవును, వ్యోమగాములు రాకెట్లలో అంతరిక్షంలో ప్రయాణిస్తూ ఉంటారు. అంతరిక్షం అనేది అన్ని దిశలలో వ్యాప్తి చెంది ఉంటుంది మరియు త్రిమితీయంలో ఉండే అన్ని బిందువుల సముదాయమే విశ్వం. నిజజీవితంలో కొన్ని సమతలాలలోను చూసే ఉంటావు ఉదాహరణకి గోడ, నల్లబల్ల, కాగితం మొదలైనవి.

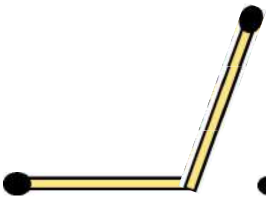
చదునుగా ఉండే ఉపరితలంపై ఉండే బిందు సముదాయాన్ని 'తలం' అంటారు. తలం అన్ని దిశలా వ్యాప్తి చెంది ఉంటుంది.

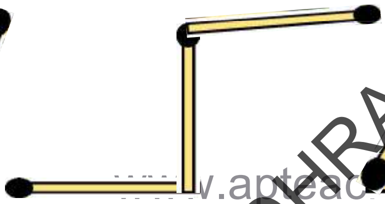
త్రిభుజాలు మరియు రేఖలు వంటి ఆకారాలను చదువైన కాగితంపై మనం గీయగలం.

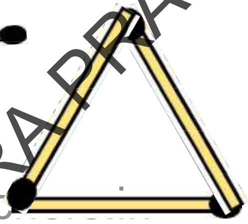
9.1 బహుభుజి - వివిధ రకాలు :

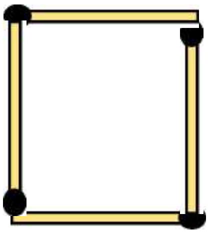
ముందు అధ్యాయంలో రేఖలు, కిరణాలు, రేఖాఖండాలు, కోణాలు, సంవృత మరియు వివృత పటాలు గురించి నేర్చుకొన్నాం.

అగ్గిపుల్లలతో ఏర్పడే కింది పటాలను పరిశీలించండి.


పటం-*i*


పటం-*ii*

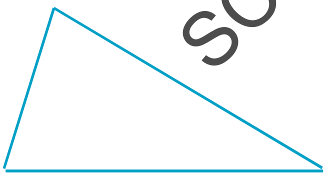

పటం-*iii*


పటం-*iv*

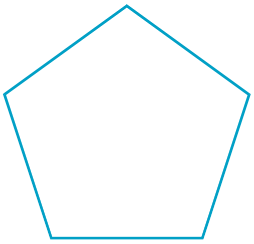
పటం (i) మరియు (ii) లు సంవృత పటాలు కావు. పటం (iii) మరియు (iv) లు సంవృత పటాలు.

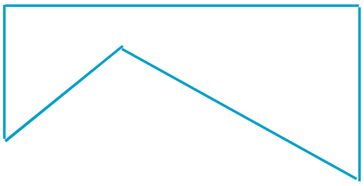
రెండు అగ్గిపుల్లలతో ఎందుకు సంవృత పటాన్ని ఏర్పరచలేకపోయామో చెప్పగలవా?

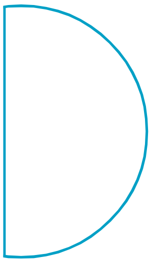
కింది పటాలను పరిశీలించండి.

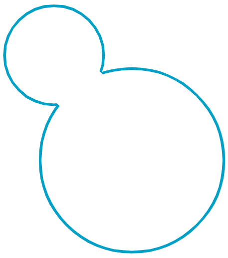

పటం-*i*

పటం-*ii*


పటం-*iii*


పటం-*iv*


పటం-*v*


పటం-*vi*

SCERT - ANDHRA PRADESH

పై పటాలన్నీ సంవృత పటాలే. కాని కొన్ని పటాలు కేవలం రేఖాఖండాలతో ఏర్పడిన సంవృత పటాలు. పై పటాలలో i, ii, iii మరియు iv రేఖాఖండాలతో ఏర్పడిన సంవృత పటాలు. వీటిని 'బహుభుజులు' అంటారు. ఆంగ్లంలో ***polygons*** (***Poly*** = many, ***gons*** = sides) అంటారు.

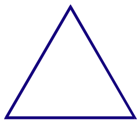
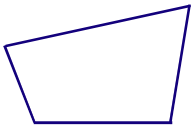
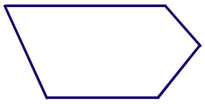
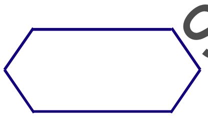
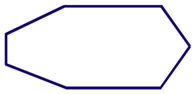
www.apteachers.in

పరిమిత సంఖ్య గల రేఖాఖండాలతో ఏర్పడిన సరళ సంవృత పటాలను 'బహుభుజులు' అంటాం.

బహుభుజి అనేది సరళ రేఖాఖండాలతో ఏర్పడిన ద్విమితీయ ఆకారం గల సంవృత పటం. ఒక బహుభుజి ఏర్పడుటకు కనీసం మూడు భుజాలు ఉండాలి. మరియు నాల్గు లేదా అంతకంటే ఎక్కువ కూడ కల్గి యుండవచ్చు.

బహుభుజులు ఏర్పడటానికి అవసరమయ్యే రేఖా ఖండాల సంఖ్యను బట్టి వాటిని త్రిభుజం, చతుర్భుజం, పంచభుజం, షడ్భుజం, సప్తభుజం, అష్టభుజం మొదలైన పేర్లతో పిలుస్తాం.

కింద పట్టిక ద్వారా వివిధ రకాల బహుభుజులను, వాటి పేర్లను తెలుసుకోవచ్చు.

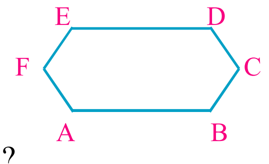
పటం	భుజాల సంఖ్య	బహుభుజి పేరు	
	3	త్రిభుజం	(త్రి అనగా 3)
	4	చతుర్భుజం	(చతుర్ = 4)
	5	పంచభుజి	(పంచ = 5)
	6	షడ్భుజి	(షట్ = 6)
	7	సప్తభుజి	(సప్త = 7)

www.apteachers.in
SCERT - ANDHRA PRADESH

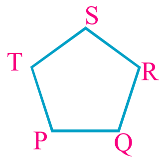
✳ మీ నోటు పుస్తకంలో 6 వివిధ రకాల బహుభుజుల యొక్క చిత్తు పటాలు గీయండి.
ఏ సందర్భంలో బహుభుజి ఏర్పడదు. ఎందుకు?
బహుభుజి ఏర్పడటానికి కావలసిన కనీస భుజాల సంఖ్య ఎన్ని?
కచ్చితంగా మూడు.

www.apteachers.in

అభ్యాసం - 9.1

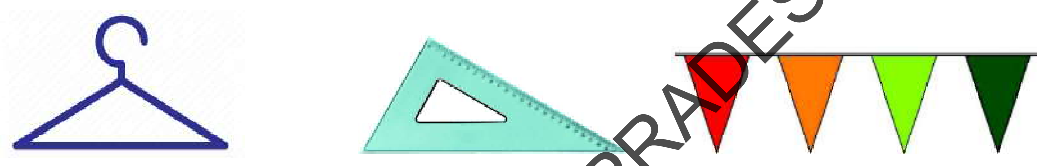


1. నాల్గు భుజాలు కలిగియున్న బహుభుజి పేరేమి? దాని చిత్తు పటం గీయండి.
2. పంచభుజి యొక్క చిత్తు పటాన్ని గీయండి.
3. పక్కన ఇవ్వబడిన ABCDEF బహుభుజి యొక్క భుజాలన్నింటిని రాయండి?
4. PQRST బహుభుజి యొక్క అంతర కోణాలు రాయండి.
5. PQRST బహుభుజి భుజాల పొడవులను కొలవండి.



9.2 త్రిభుజాలు :

కింది పటాలు పరిశీలించండి.

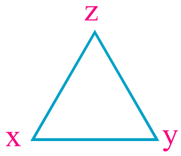


"మూడు రేఖా ఖండాలతో ఏర్పడిన సరళ సంవృత పటాన్ని త్రిభుజం అంటారు". రేఖా ఖండాలను త్రిభుజ భుజాలంటారు. త్రిభుజం మూడు భుజాలు, మూడు కోణాలు మరియు మూడు శీర్షాలను కల్గియుంటుంది. త్రిభుజాన్ని "Δ" గుర్తుతో సూచిస్తాం.

www.apteachers.in

SCERT - ANDHRA PRADESH

త్రిభుజంలో భాగాలు :



ΔXYZ లో $\overline{XY}, \overline{YZ}, \overline{ZA}$ అనేవి.

$\angle XYZ$ లేదా $\angle Y$; $\angle YZX$ లేదా $\angle Z$; $\angle ZXY$ లేదా $\angle X$ అనేవి ఇవ్వబడిన ΔXYZ యొక్క మూడు కోణాలు.

బిందువులు X, Y మరియు Z అనేవి ΔXYZ యొక్క శీర్షాలు.

- **ఒక కార్డు బోర్డు లేదా ఒక అట్టను తీసుకొని వివిధ పరిమాణాలతో త్రిభుజాలను ఏర్పరచి వాటిని కత్తిరించండి.**

ఉదాహరణ-1 : కింది త్రిభుజాన్ని పరిశీలించి అందులో శీర్షంలు, భుజంలు మరియు కోణాలను రాయండి.

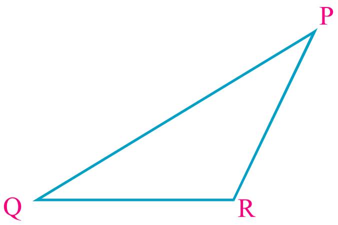
సాధన :

ఇవ్వబడిన ΔPQR లో

శీర్షాంలు: P, Q, R

భుజాలు: $\overline{PQ}, \overline{QR}, \overline{RP}$

కోణాలు: $\angle P, \angle Q, \angle R$.

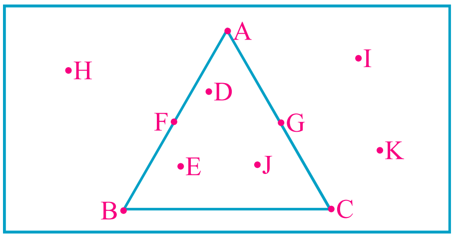


9.2.1 త్రిభుజాకార ప్రాంతం:

www.apteachers.in

త్రిభుజాన్ని మరియు పటంలో గుర్తింపబడిన బిందువులను పరిశీలించండి.

బిందువు "D" ABC అంతరంలో ఉంది. అదే విధంగా E మరియు J కూడా. వీటిని త్రిభుజ అంతరంలో గల బిందువులని అంటారు.



బిందువు A త్రిభుజం మీద కలదు. అదే విధంగా B, C, F మరియు G కూడా త్రిభుజం మీద కలదు. I అనే బిందువు త్రిభుజానికి బయట కలదు. అదే విధంగా H మరియు K కూడా త్రిభుజమునకు బయట కలవు వీటిని బాహ్య బిందువులని అంటారు.

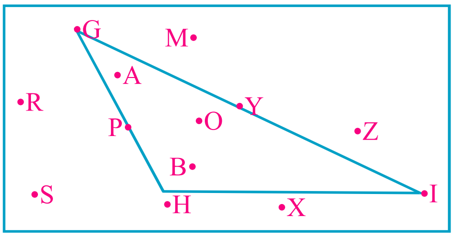
అనగా, త్రిభుజమనేది ఒక తలంలో బిందువులను మూడు భాగాలుగా విభజిస్తుంది.

1. త్రిభుజం అంతరంలోని బిందువులు.
2. త్రిభుజం మీది బిందువులు.
3. త్రిభుజానికి బాహ్యంగా ఉన్న బిందువులు.

www.apteachers.in
SCERT - ANDHRA PRADESH

నీ ప్రగతిని సరిచూసుకో

పక్క పటం పరిశీలించండి.



1. Δ GHI త్రిభుజానికి అంతరంలో గల బిందువులేవి?
2. త్రిభుజం మీద గల బిందువులేవి?
3. Δ GHI బాహ్యంగా గల బిందువులేవి?

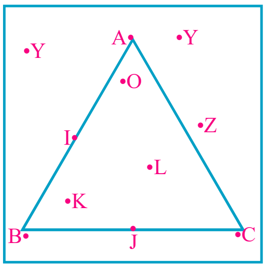
అభ్యాసం - 9.2

1. ఇవ్వబడిన త్రిభుజాన్ని గమనించండి మరియు కింది ప్రశ్నలకు జవాబివ్వండి.

   అ) త్రిభుజానికి బాహ్యంగా ఉండే బిందువులేవి?

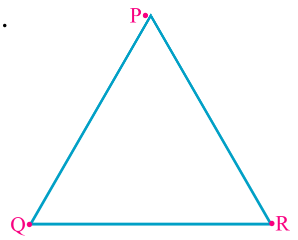
   ఆ) త్రిభుజం మీద గల బిందువులేవి?

   ఇ) త్రిభుజానికి అంతరంగా ఉండే బిందువులేవి?



www.apteachers.in

2. ఇవ్వబడిన త్రిభుజాన్ని గమనించి కింది ప్రశ్నలకు సమాధానాలివ్వండి.



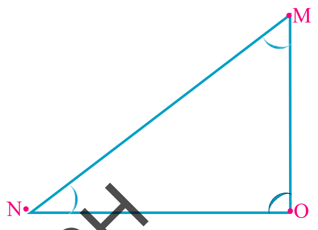
అ) త్రిభుజంలో ఎన్ని భుజాలు కలవు? అవి ఏవి?

ఆ) త్రిభుజంలో ఎన్ని శీర్షాలు ఉన్నవి? అవి ఏవి?

ఇ) శీర్షం P కు అభిముఖంగా ఉన్న భుజం ఏది?

ఈ) $\overline{PR}$ భుజానికి అభిముఖంగా ఉన్న శీర్షం ఏది?

3. పక్క త్రిభుజాన్ని పరిశీలించి, కింది వాటికి జవాబివ్వండి.



అ) త్రిభుజంలో గల కోణాలెన్ని? అవి ఏవి?

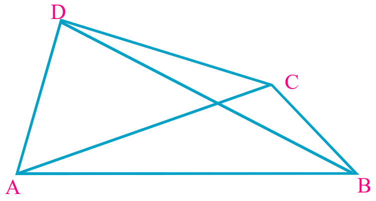
ఆ) $\overline{MN}$ భుజానికి అభిముఖంగా గల కోణమేది?

ఇ) ఇవ్వబడిన త్రిభుజంలో లంబకోణం కల్గిన శీర్షమేది?

9.3 చతుర్భుజం :

నాలుగు భుజాలు కల్గిన బహుభుజి పేరు నీకు తెలుసా?

నాలుగు భుజాలు కలిగిఉన్న బహుభుజిని 'చతుర్భుజి' అని అంటారు.



పక్క పటం గమనించండి చతుర్భుజంలో నాలుగు భుజాలు సమానంగా ఉండవచ్చు లేదా సమానంగా లేకపోవచ్చు. ABCD చతుర్భుజంలో $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CD}$ మరియు $\overline{DA}$ అనేవి నాల్గు భుజాలుంటాయి $\angle A, \angle B, \angle C$ మరియు $\angle D$ అనే కోణాలు. A,B,C మరియు D అనే నాల్గు శీర్షాలుంటాయి.

www.apteachers.in

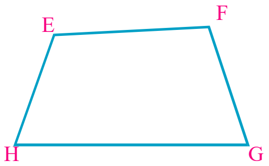
$\overline{AC}$ మరియు $\overline{BD}$ రేఖా ఖండాలను కర్ణాలు అని అంటారు.

చతుర్భుజాలను చిత్ర లేఖనం వంటి దృశ్య కళలకు సంబంధించిన వాటిలో శిల్ప కళలు, లోగోలలో, కంప్యూటర్ ప్రోగ్రామింగ్ మరియు వెబ్ డిజైన్లలో ఉపయోగిస్తాం.

SCERT - ANDHRA PRADESH

ఉదాహరణ-*4* :

ఇవ్వబడిన చతుర్భుజం పరిశీలించి కింది ప్రశ్నలకు జవాబివ్వండి.



1) $\angle E$ కు ఆసన్న కోణమేది?

2) $\angle G$ కు ఎదురుగా ఉండే కోణమేది?

సాధన - *1* : EFGH చతుర్భుజంలో $\angle H$ మరియు $\angle F$ అనే కోణాలు $\angle E$ ఆసన్న కోణాలు.

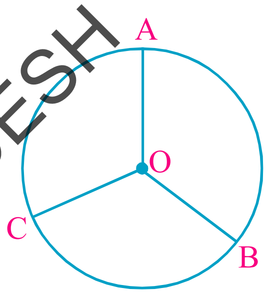
సాధన - *2* : $\angle E$ ఎదురుగా ఉండే కోణం $\angle G$.

9.4 వృత్తం :

www.apteachers.in

కింది పటాలను పరిశీలించండి.

ఒక కాగితంపై గుండ్రటి ఆకారం గల వస్తువు నుంచి దాని అంచు వెంబడి పెన్సిల్ సహాయంతో గీత గీయండి. ఈ ఆకారం వృత్త భావనను సూచిస్తుంది. ఈ రూపంలో ఉన్న ఆకారాన్ని 'వృత్తం' అని అంటారు.



ఒక సైకిల్ చక్రాన్ని తీసుకొని దానిలోని సైకిల్ చక్రం చువ్వల పొడవులను కొలవండి. అన్ని సైకిల్ చక్రం చువ్వల పొడవులు సమానంగా ఉన్నాయి అని మనం గమనించవచ్చు. మధ్యలో ఉండే బిందువును **"కేంద్రం"** అని మరియు చక్రపు అంచు పొడవును **"వృత్త పరిధి"** అని, కేంద్రం నుండి వృత్తానికి గల దూరాన్ని **"వ్యాసార్థం"** అని అంటాం.

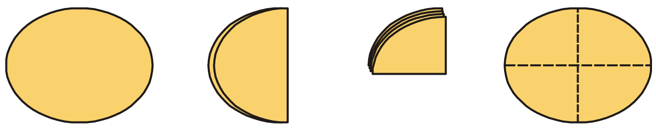
పక్క పటంలో "O" వృత్త కేంద్రం. $\overline{OA}$, $\overline{OB}$ మరియు $\overline{OC}$ లు వ్యాసార్థాలు. వీటి పొడవులను కొలవండి

www.apteachers.in

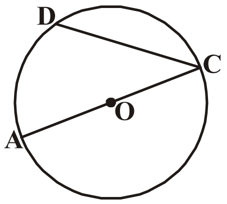
అన్ని వ్యాసార్థాలు సమానమేనా?.

SCERT - ANDHRA PRADESH

కాగితంపై ఒక వృత్తాన్ని గీసి దాని అంచు వెంబడి కత్తిరించండి. దానిని పటంలో చూపిన విధంగా సగానికి మడిచి తిరిగి నాలుగవ భాగానికి మడవండి.



కాగితాన్ని తిరిగి తెరవండి. వృత్తం మధ్యలోని బిందువును గుర్తించండి దానిని Oతో సూచించండి. ఈ బిందువును 'వృత్త కేంద్రం' అని అంటారు. ఇదే విధంగా వృత్తంలోని వ్యాసార్థాలను గుర్తించండి. ఒక వృత్తంలో ఎన్ని వ్యాసార్థాలను మనం గీయగలం?

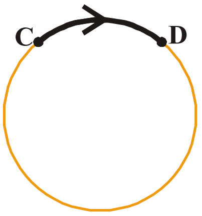


$\overline{AC}$ అనునది వృత్తంపైన రెండు బిందువులను కలిపే ఏదయినా రేఖాఖండం. పక్క పటంలో వృత్తంలో ఉండే రెండు బిందువులను కలిపే మరొక ఖండం $\overline{CD}$. ఒక వృత్తంపై రెండు బిందువులను కలిపే రేఖాఖండాన్ని 'జ్యా' అని అంటారు. కాబట్టి

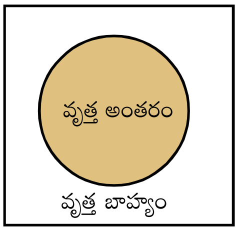
www.apteachers.in

ఈ వృత్తంలో $\overline{AC}$ మరియు $\overline{CD}$ లను 'జ్యా' లు అవుతాయి. కాని $\overline{AC}$ జ్యాకు ఒక ప్రత్యేకత ఉంది. ఈ జ్యా వృత్త కేంద్రం 'O' గుండా పోతుంది. వృత్త కేంద్రం గుండా పోయే జ్యాను "వ్యాసం" అని అంటారు. ఇది వృత్తంలో అతి పెద్ద జ్యా.

పక్క పటాన్ని గమనించండి. ఒక వృత్తంపై ఉండే రెండు బిందువులు C మరియు D ల మధ్య ఉండే వృత్త భాగాన్ని "చాపం" అని అంటాం మరియు ఈ చాపాన్ని $\overset{\frown}{CD}$ తో సూచిస్తారు. ఇంకొక చాపాన్ని గుర్తించండి.



వృత్తంపై మరికొన్ని చాపాలు గీసి పేరుతో సూచించండి.



వృత్తం ఒక సరళ సంవృత పటం కాబట్టి అది తలాన్ని తన సరిహద్దు (పరిధి) తో కలిపి వృత్త అంతరం మరియు వృత్త బాహ్యంగా విభజిస్తుంది.

వృత్తం అది గీయబడిన తలాన్ని మూడు బిందు సముదాయాలుగా విభజిస్తుంది. వృత్త అంతరం, వృత్త బాహ్యం, వృత్తం పైగల బిందువుల సముదాయం.

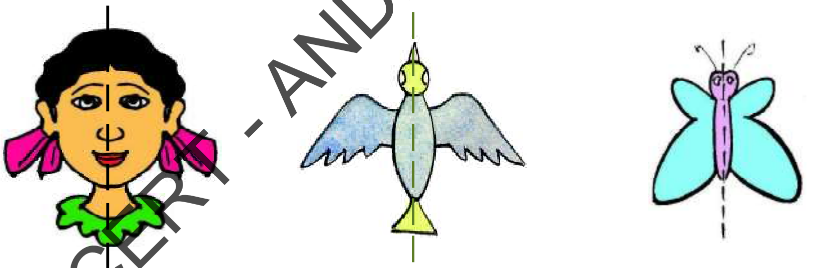
SCERT - ANDHRA PRADESH

9.5 సౌష్ఠవం:

రేఖా సౌష్ఠవం :

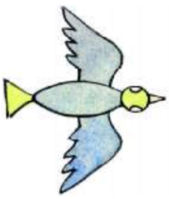
కింది చిత్రాలను పరిశీలించండి. మీరు ఏమి గమనించారు?

www.apteachers.in



పై చిత్రాలు సౌష్ఠవంగా ఉండడం వల్ల అందంగా కనిపిస్తున్నాయి. ఈ చిత్రాలను ఇచ్చిన చుక్కల గీత వెంబడి మడిస్తే ఒక భాగం వేరొక భాగంతో పూర్తిగా ఏకీభవిస్తాయి. దీనినే రేఖా సౌష్ఠవమని, మనం ఏ రేఖ వెంబడి కాగితాన్ని మడిచామో ఆ రేఖను సౌష్ఠవ రేఖ లేదా సౌష్ఠవాక్షం అని అంటారు.

కింది చిత్రాలను గమనించండి

(i) M (ii) G (iii) 

మొదటి మరియు మూడవ చిత్రాలు సౌష్ఠవ పటాలు. పై ఉదాహరణలో M నకు సౌష్ఠవ రేఖ నిలువుగా ఉంటే, పక్షి చిత్రంలో సౌష్ఠవ రేఖ అడ్డంగా ఉంటుంది.

www.apteachers.in

ఏ గీత వెంబడి మనం చిత్రాన్ని మడిచినప్పుడు రెండు భాగాలు ఒక దానితో ఒకటి సరిగ్గా ఏకీభవిస్తాయో ఆ రేఖనే 'సౌష్ఠవ రేఖ' అంటాం. ఇది అడ్డంగా, నిలువుగా లేదా ఒక మూలగా (కర్ణం వెంబడి) ఉండవచ్చును.

✷ ఒక దీర్ఘ చతురస్రాకార కాగితాన్ని (పోస్టుకార్డు వంటిది) తీసుకోండి. దాని పొడవు వెంబడి మధ్యకు మడవగా ఒక సగభాగం మరో సగభాగంతో కచ్చితంగా ఏకీభవించాలి. అయితే ఈ మడత వెంబడి ఏర్పడిన రేఖ సౌష్ఠవ రేఖ అవుతుందా? ఎందుకు?

కాగితం మడతను విప్పి మరల వెడల్పు వెంబడి మధ్యకు మడవండి. ఇప్పుడు ఏర్పడిన రెండవ మడత వెంబడి రేఖ కూడ సౌష్ఠవ రేఖ అవుతుందా? ఎందుకు?

ఇలా ఏర్పడిన రెండు రేఖలు, సౌష్ఠవ రేఖలని నీవు అనుకుంటున్నావా! ఎందుకు?

ఒక చతురస్రాకార కాగితాన్ని తీసుకోండి. దాని మధ్యకు మడవండి. మడత తెరవండి. మడత వెంబడి సౌష్ఠవ రేఖ ఉంటుందా? ఎందుకు? రెండు సగాలు సర్వ సమానమని గుర్తించండి. ఈ కాగితాన్ని వీలైనన్ని విధాలుగా మడవండి. ఏర్పడిన సౌష్టవ రేఖలు కనుగొనండి. ఎన్ని సౌష్ఠవ రేఖలు ఉంటాయి?

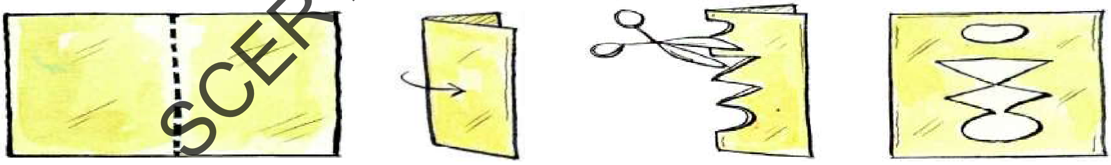
కాగితం కళ - సౌష్ఠవత :

మీరు స్వాతంత్ర్య దినోత్సవం, గణతంత్ర దినోత్సవాలను మీ తరగతి గదిని ఎలా అలంకరిస్తారో తెలుసా? చతురస్రంలో ఉండే కాగితాలను పలు డిజైన్లలో కత్తిరించి అతికిస్తారు కదా! మరి ఈ డిజైన్లను ఎలా కత్తిరించాలో మీకు తెలుసా?

www.apteachers.in

SCERT - ANDHRA PRADESH

ఒక చతురస్రాకార కాగితాన్ని తీసుకొని దానిని నిలువుగా మధ్యకు మడవండి. పటంలో చూపినట్లు మడిచిన కాగితంపై డిజైన్‌ను గీసి అంచుల వెంబడి కత్తిరించండి. కాగితాన్ని తెరచి చూడగా ఒక సౌష్ఠవ రేఖ కలిగిన సౌష్ఠవ పటాన్ని చూడవచ్చు.



ఒక చతురస్ర కాగితాన్ని తీసుకొని మధ్యలోకి అడ్డుగాను, నిలువు గాను మడవండి. మడతపై పటంలో చూసినట్లు ఒక డిజైను గీచి అంచుల వెంబడి కత్తిరించండి. కాగితాన్ని తెరచి చూడగా రెండు సౌష్ఠవ రేఖలు కల్గిన సౌష్ఠవ పటాన్ని చూడవచ్చును.

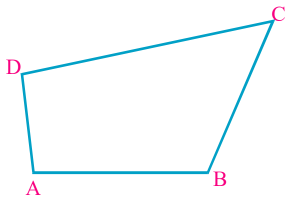
ప్రాజెక్టు

మీ పరిసరాలలో లభించే సౌష్ఠవ పటాలను సేకరించండి. అతికించండి.

www.apteachers.in

అభ్యాసం - 9.3

1. ఇవ్వబడిన చతుర్భుజాన్ని పరిశీలించి, ప్రశ్నలకు సమాధానమివ్వండి.



అ) ఇవ్వబడిన చతుర్భుజం యొక్క భుజం లేవి?

ఆ) $\overline{AB}$ భుజానికి ఎదుటి భుజమేది?

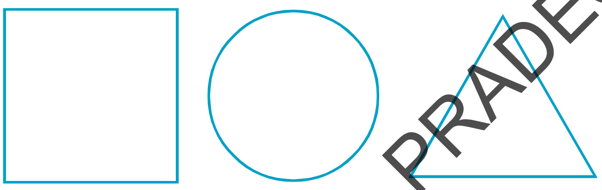
ఇ) శీర్షం B కు ఎదుటి కోణమేది?

ఈ) $\angle C$ కు ఎదుటి ఉండే భుజం ఏది?

ఉ) పక్క కోణాల జతలెన్ని? అవి ఏవి?

ఊ) ఎదుటి కోణాల జతలెన్ని? అవి ఏవి?

2. కింద ఇవ్వబడిన పటాలకు సౌష్ఠవాక్షాల సంఖ్య తెలపండి.



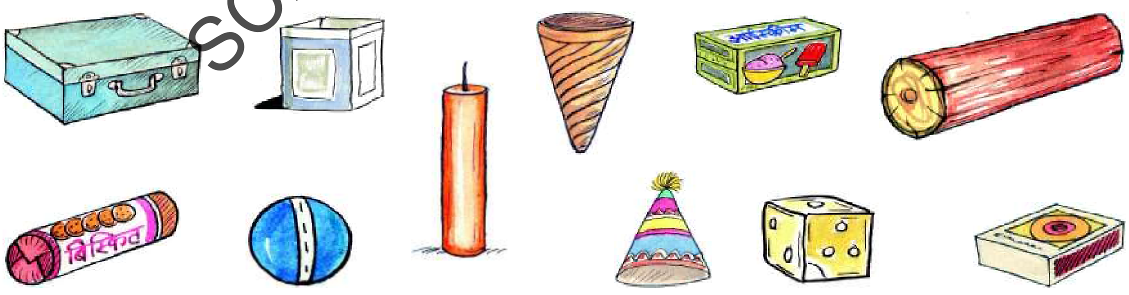
SCERT - ANDHRA PRADESH

9.6 త్రిమితీయ ఆకారాలపై అవగాహన :

www.apteachers.in

కింది తరగతుల్లో త్రిభుజాలు, చతురస్రాలు, దీర్ఘ చతురస్రాలు మొదలగు వాటి గురించి నేర్చుకొన్నారు. ఈ ఆకారాలన్నీ రెండు దిశలలో మాత్రమే విస్తరణను కలిగి ఉంటాయి. వీటినే ద్విమితీయ ఆకారాలు లేదా **2D** ఆకారాలు అంటాం.

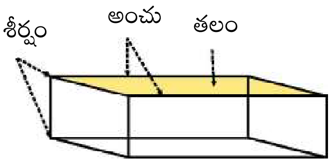
కింద ఇవ్వబడిన కొన్ని పటాల యొక్క ఆకారాలను పరిశీలించండి.



పైన ఇవ్వబడిన అన్ని ఘనాకార వస్తువులు పొడవు, వెడల్పు, ఎత్తు లేక లోతులు అనే మూడు కొలతలను కలిగి ఉంటాయి. వీటిని త్రిమితీయ ఆకారాలు లేక ***3D*–** ఆకారాలు అంటాం. ఇప్పుడు, మనం వివిధ త్రిమితీయ లేక 3D – ఆకారాలు గురించి నేర్చుకుందాం.

9.6.1 దీర్ఘఘనం (Cuboid)

www.apteachers.in



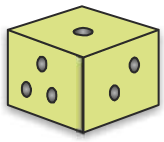
అగ్గిపెట్టె వంటి ఆకారంలో గల వస్తువు దీర్ఘఘనానికి ఉదాహరణ. అగ్గిపెట్టె పై భాగాన్ని నీ చేతితో తాకుము. ఈ భాగాన్ని అగ్గిపెట్టె తలం అంటారు. అగ్గిపెట్టెకు ఎన్ని తలాలుంటాయి?

ఈ తలాల భుజాలే అంచులు. అగ్గిపెట్టెకు ఎన్ని అంచులు ఉంటాయి? అంచుల చివరలను శీర్షాలంటారు. అగ్గిపెట్టెకు ఎన్ని శీర్షాలుంటాయి?

ఇప్పుడు ఒక రబ్బరు (Eraser) తీసుకోండి. అది కూడా ఒక అగ్గి పెట్టె మాదిరిగా ఉంటుందని గ్రహించండి. దాని తలాలు, అంచులు మరియు శీర్షాలను పరిశీలించండి. అగ్గిపెట్టె వలె రబ్బరు కూడా ఇదే సంఖ్యలో తలాలు, అంచులు, శీర్షాలను కలిగిఉందా? ఇది నిజమని తెలుస్తుంది.

అగ్గిపెట్టె, రబ్బరు మొదలైన దీర్ఘఘనాకారంలో ఉండే వస్తువులు 6 తలాలు, 12 అంచులు, 8 శీర్షాలను కలిగిఉంటాయి.

9.6.2 ఘనం (Cube)



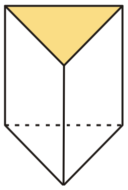
పాచిక ఆకారంలోని వస్తువులకు సమఘనానికి ఉదాహరణలు. ఒక పాచిక తలాలు, అంచులు, శీర్షాలను పరిశీలించి, లెక్కించండి. పాచికలకు ఎన్ని తలాలు, అంచులు, శీర్షాలు ఉంటాయో చెప్పండి?

దీర్ఘఘనం వలె దీనికి కూడా 6 తలాలు, 12 అంచులు మరియు 8 శీర్షాలు ఉంటాయని నీవు కనుగొంటావు. మరి సమఘనానికి, దీర్ఘఘనానికి గల తేడా ఏమిటి? ఒక సమఘనం యొక్క పొడవు, వెడల్పు మరియు ఎత్తులు సమానమని అదే దీర్ఘఘనమైతే అని సమానం కాదని నీవు కనుగొనగలవు. పెన్సిల్ రబ్బరు, పాచికల పొడవు, వెడల్పు, ఎత్తులను కొలిచి సరిచూడండి.

www.apteachers.in
SCERT - ANDHRA PRADESH

9.6.3 పట్టకం (Prism)

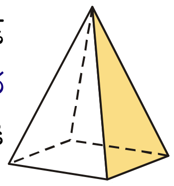
పక్కన పట్టకం పటం ఇవ్వబడినది.


పట్టకం

ప్రయోగశాలలో దీనిని చూసే ఉంటావు. దీనికి రెండు త్రిభుజాకార ముఖాలు ఉంటాయి. మిగిలిన ముఖాలు దీర్ఘచతురస్రాకారంలో గాని, చతురస్రాకారంలో గాని ఉంటాయి. ఇదే త్రిభుజాకార పట్టకం.

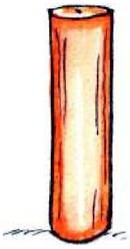
ఒక పట్టకంనకు భూమి దీర్ఘ చతురస్రాకార పట్టకానికి మరొక పేరు చెప్పగలవా?

9.6.4 పిరమిడ్ (Pyramid)


పిరమిడ్

భూమి బహుభుజి గాను మిగిలిన ముఖాలు త్రిభుజాకారంలో ఉంటే అది పిరమిడ్ అవుతుంది. దాని త్రిభుజాకార తలాలన్ని శీర్షం వద్ద కలుసుకొంటాయి. ఇక్కడ చతురస్రాకార పిరమిడ్ ఇవ్వబడింది. దీని భూమి చతురస్రం. త్రిభుజాకార పిరమిడ్‌ను గీయడానికి ప్రయత్నించండి.

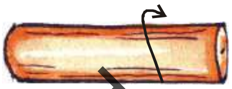
9.6.5 స్థూపం (Cylinder)



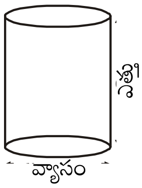
పటం 1

పైపు, కొయ్య దూలం, కొవ్వొత్తి, ట్యూబ్‌లైట్, నీళ్ల బాటిల్ మొదలైన వస్తువులు స్థూపాకారంలో ఉంటాయి. ఒక కొవ్వొత్తిని తీసుకొని పటం(1) లో చూపిన విధంగా పై భాగంలో కత్తిరించండి.

చిన్న ముక్కను పారవేసి మిగిలిన కొవ్వొత్తిని పటం(2) చూపినట్లు అడ్డంగా నేలపై ఉంచి దొర్లించండి.

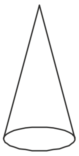


పటం 2 పటం 3



ఏ తలపై కొవ్వొత్తి దొర్లుతుందో, ఆ తలాన్ని 'వక్రతలం' అంటాం. అది దొర్లలేని వృత్తాకార తలాన్ని 'భూమి' అంటారు. పటం(3)లో చూపినట్లు దాని ఎత్తు, వ్యాసం లను చూడండి.

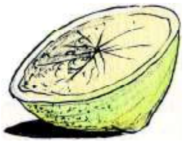
9.6.6 శంకువు (Cone)



జాన్ తన పుట్టిన రోజున ఒక ప్రత్యేకమైన టోపిని కొనదలిచాడు. హర్షిణిని తనతో రమ్మని అడిగాడు. దాని కోసం దుకాణానికి వెళ్లనవసరం లేదు, మనమే ఆ టోపిని పటంలో చూపిన విధంగా తయారుచేసుకోవచ్చు అని హర్షిని అన్నది. పక్క పటంలో ఉన్న ఆకారాన్ని శంకువు అంటారు. శంఖువు అనేది చదునైన వృత్తాకార భూమి కలిగి వక్ర తలం స్పృశించిన, చదునైన తలం కలిగి ఒక బిందువు వద్దకు కొనసాగే త్రిమితీయ వస్తువు. అట్టి బిందువును **శీర్షం** అంటారు.

www.apteachers.in
SCERT - ANDHRA PRADESH

9.6.7 గోళం (Sphere)



బంతులు, లడ్డూలు, గోళీలు మొదలైనవి గోళాకారంలో ఉంటాయి. ఇవి అన్ని వైపుల నుండి సులువుగా దొర్లగలవు. నీవు నిమ్మకాయను చూసి ఉంటావు. దాని అడ్డు కోత కోస్తే పటంలో వలె కనిపిస్తుంది. ఇది దాదాపు అర్ధగోళం వలె ఉంటుంది.

స్థూపం, శంకువు మరియు గోళానికి నిలువు అంచులు లేవు.

కింది వస్తువుల ఆకారాలను గుర్తించి పట్టికలో రాయండి.

వస్తువు	ఆకారం
అగ్గిపెట్టె	
బంతి	
కొయ్య దూలం	
పాచిక	
పుట్టిన రోజు టోపి	

www.apteachers.in

9.6.8 ముఖాలు, అంచులు, శీర్షాలు - ఆయిలర్ సూత్రం

మనం వివిధ రకాల ఘనాకార వస్తువులు అనగా, దీర్ఘఘనం, ఘనం, పట్టకం, పిరమిడ్, శంకువు, స్థూపం, మరియు గోళంలను చూశాం. వాటి యొక్క ముఖాలు, అంచులు మరియు శీర్షాలను ఒకసారి గుర్తుకు తెచ్చుకొందాం. కింది పట్టికను పరిశీలించండి.

ఆకారం	ముఖాలు(F)	అంచులు (E)	శీర్షాలు (V)	F+V	E+2
ఘనం	6	12	8	6 + 8 = 14	12+2 = 14
పిరమిడ్	5	8	5	5+5 = 10	8+2 = 10

పై పట్టికను బట్టి $F + V = E + 2$ అని తెలుస్తుంది. ఈ సంబంధాన్ని 'ఆయిలర్ సూత్రం' అని అంటాం.

అభ్యాసం - 9.4

1) కింది వాటి ఆకారాలను రాయండి.

అ) ఇటుక ఆ) రోడ్డు రోలరు ఇ) ఫుట్‌బాల్ ఈ) జోకర్ టోపి

2) కింది ఖాళీలు పూరించండి.

www.apteachers.in

అ) ధాన్యపు రాశి ఆకారం ______

ఆ) పాచిక ఆకారం ______

ఇ) నీటి బుడగ ఆకారం ______

ఈ) కొవ్వొత్తి ఆకారం ______

SCERT - ANDHRA PRADESH

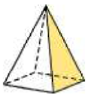
3) కింది వాటిని జతపరచండి.

అ) పిరమిడ్ [ ] 1)

ఆ) దీర్ఘఘనం [ ] 2)

ఇ) స్థూపం [ ] 3)

ఈ) శంకువు [ ] 4)

ఉ) గోళం [ ] 5) 

4) కింది పట్టికను పూరించండి www.apteachers.in

ఆకారం	ముఖాల సంఖ్య	శీర్షాల సంఖ్య	అంచుల సంఖ్య
ఘనం			
త్రిభుజాకార పట్టకం			
చతురస్రాకార పిరమిడ్			
దీర్ఘఘనం			

పై పట్టిక నుండి ఆయిలర్ సూత్రాన్ని సరిచూడండి.

యూనిట్ అభ్యాసనము

1. కింద పట్టికలో ఇవ్వబడిన ఆకారాలకు తగిన ఉదాహరణలివ్వండి.

వ.సం	గోళం	స్థూపం	ఘనం	శంకువు
1				
2				
3				

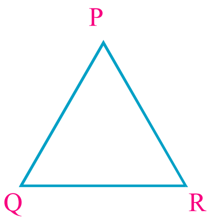
www.apteachers.in

SCERT - ANDHRA PRADESH

2. కింద ఇవ్వబడిన పటంను పరిశీలించి, ప్రశ్నలకు తగిన సమాధానాలివ్వండి.

   అ) త్రిభుజం పేరేమిటి?

   ఆ) త్రిభుజం భుజాలు, కోణాలు మరియు శీర్షాలను రాయండి?

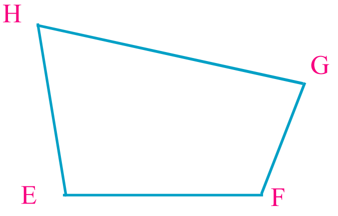


3) పక్క పటం పరిశీలించి, ఇవ్వబడిన ప్రశ్నలకు జవాబులివ్వండి.

   అ) బహుభుజి పేరేమిటి.

   ఆ) పక్క భుజాలు మరియు పక్క కోణాల జతలను రాయండి.

   ఇ) శీర్షాలు, ఎదుటి భుజాల జతలు, ఎదుటి కోణాల జతలను రాయండి.



4) కింది వాక్యాలు సత్యమో, అసత్యమో తెల్పండి www.apteachers.in

అ) వృత్తంలో ఒకే ఒక కేంద్రాన్ని గుర్తించగలం. [ ]

ఆ) వృత్తంలో అన్ని 'జ్యా'లు వ్యాసాలు. [ ]

ఇ) చతురస్రాకార పిరమిడ్, చతురస్రాలు ముఖాలుగా కలిగిఉంటుంది. [ ]

5) దీర్ఘఘనం, సమఘనం, గోళం ఆకారంలో ఉండే నిత్యజీవిత ఉదాహరణలు రాయండి.

గుర్తుంచుకోవలసిన విషయాలు

1) పరిమిత సంఖ్యతో కూడిన రేఖాఖండాలతో ఏర్పడిన సరళ సంవృత పటాలను 'బహుభుజులు' అంటారు.

2) మూడు రేఖా ఖండాలతో ఏర్పడిన సరళ సంవృత పటాన్ని త్రిభుజం అంటారు.

3) త్రిభుజంలో మూడు శీర్షాలు, మూడు భుజాలు మరియు మూడు కోణాలు ఉంటాయి.

www.apteachers.in

4) త్రిభుజం అంతరం మరియు బాహ్యం.

5) నాలుగు రేఖాఖండాలతో ఏర్పడిన సరళసంవృత పటాన్ని చతుర్భుజం అంటారు.

6) రేఖా సౌష్ఠవం.

7) త్రిమితీయ ఆకారాలు (దీర్ఘఘనం, ఘనం, పట్టకం, పిరమిడ్, శంకువు, స్థూపం, గోళం)

8) ఆయిలర్ సూత్రం $F + V = E + 2$

SCERT - ANDHRA PRADESH

C3Z5L7

www.apteachers.in

అధ్యాయం 10 ప్రాయోజిక జ్యామితి

D7N1A7

అభ్యసన ఫలితాలు :-

ఈ అధ్యాయం తర్వాత విద్యార్థి ...

★ ఇచ్చిన సరళరేఖల జతలు లంబంగా ఉన్నవో, లేవో అంచనా వేయగలరు.

★ ఇచ్చిన సరళరేఖల జతలు, కోణ సమద్విఖండన రేఖలగునో, కావో అంచనా వేయగలరు.

★ రేఖాఖండం, వృత్తం, లంబసమద్విఖండన రేఖ, కోణం, కోణ సమద్విఖండన రేఖల నిర్మాణ క్రమాన్ని వివరించగలరు.

★ రేఖాఖండం, వృత్తం, లంబసమద్విఖండన రేఖ, కోణం, కోణ సమద్విఖండన రేఖలు నిర్మించగలరు.

SCERT - ANDHRA PRADESH

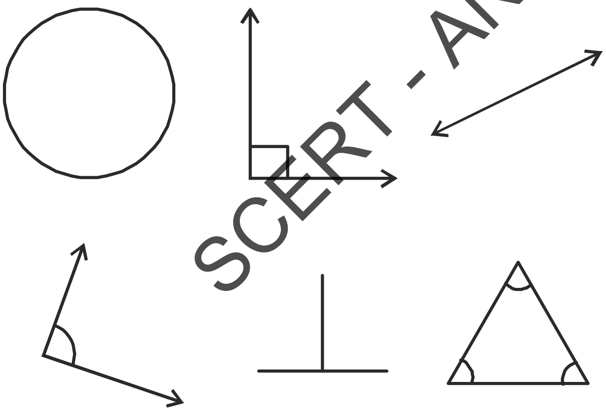
విషయాంశాలు

10.1 పరిచయం
10.2 రేఖాఖండం
10.3 వృత్త నిర్మాణం
10.4 ఇచ్చిన రేఖాఖండం లంబ సమద్విరేఖ నిర్మాణం
10.5 కోణమానినితో కోణనిర్మాణం
10.6 కోలత తెలియని కోణంకు సమాన కోణం నిర్మాణం
10.7 కోణ సమద్విఖండన రేఖ నిర్మాణం
10.8 దత్త బిందువు గుండా దత్త రేఖకు సమాంతర రేఖ నిర్మాణం
10.9 ప్రత్యేక కొలతలు గల కోణాల నిర్మాణం

10.0 పరిచయం

ఈ కింది పదాలను పెన్సిల్‌తో మీ నోట్ పుస్తకంలో గీయండి.

www.apteacher



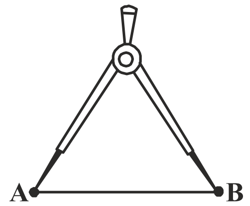
మీరు గీసిన పటాలు పైన ఇచ్చిన వాటివలె ఉన్నాయా?

స్కేలు మరియు కోణమానిని సాయంతో వాటి భుజాలు, కోణాలు కొలవండి. వాటి కొలతలు సరిగా లేవని గ్రహిస్తారు. ఇచ్చిన పటాలవలె కచ్చితంగా మనం గీయడానికి మనకు కొన్ని పరికరాలు కావాలి.

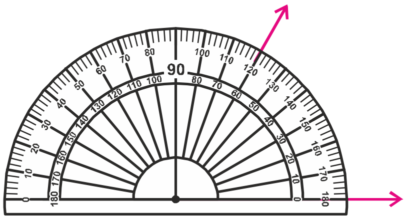
ఈ అధ్యాయంలో వృత్తలేఖిని, కోణమానిని, స్కేలు ఉపయోగించి జ్యామితీయ పటాలను నిర్మించడం నేర్చుకుందాం. ఇవి జ్యామితీయ పెట్టెలోని పరికరాలు. జ్యామితీయ ఉపకరణాలు పెట్టెలు పరిశీలిద్దాం.

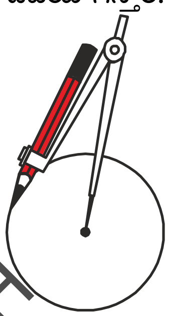
www.apteachers.in

జ్యామితీయ ఉపకరణాల పెట్టెలో ఏమేమి ఉన్నాయి? స్కేలు, వృత్తలేఖిని, కోణమానినితో పాటు విభాగిని మరియు మూలపట్టాలు ఉంటాయి. రేఖలు, రేఖాఖండాలు గీయడానికి స్కేలును, వృత్తాలు, చాపాలు గీయడానికి వృత్తలేఖిని, ఇచ్చిన కొలతలు గల కోణాలు గీయడానికి, కోణాలను కొలవడానికి కోణమానిని, ఇచ్చిన రేఖాఖండాన్ని సమభాగాలుగా విభజించడానికి, రేఖపై బిందువులను గుర్తించడానికి విభాగిని, ఇచ్చిన రేఖకు, ఇచ్చిన బిందువు గుండా సమాంతర, లంబరేఖలు గీయుటకు మూలమట్టాలను ఉపయోగిస్తాం.



విభాగిని


కోణమానిని


వృత్తలేఖిని

10.1 రేఖా ఖండం

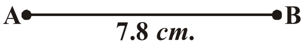
A, Bలు కాగితంపై ఏవైన రెండు బిందువులు అయిన, A, B బిందువుల మధ్య కనిష్ఠ ఋజు మార్గంను రేఖాఖండం అంటాం. దీనిని A, B చే సూచిస్తాం. A, B బిందువుల మాధ్య దూరంను AB రేఖాఖండం పొడవు అంటారు. రేఖాఖండం నిర్దిష్ట పొడవును కలిగి ఉంటుంది. దీనిని మనం కొలవగలం.

10.1.1 ఇచ్చిన కొలతతో రేఖా ఖండం నిర్మించుట.

www.apteachers.in

ఇచ్చిన కొలతతో రేఖాఖండాన్ని నిర్మించుటకు రెండు పద్ధతులు ఉన్నవి.

1. **స్కేలు సహాయంతో :** 7.8 సెం.మీ. పొడవుగల రేఖాఖండం ఈ కింది విధంగా గీయవచ్చును. కాగితంపై స్కేలును కదలకుండా ఉంచి, 0 సెం.మీ. కొలతవద్ద పెన్సిల్‌తో ఒక బిందువును పెట్టి, దానికి A అని పేరు పెట్టాలి. 7 సెం.మీ. దాటిన తరువాత 8 చిన్న గీతలు లెక్కపెట్టి, అక్కడ మరో బిందువును పెట్టి, దానికి B అని పెరు పెట్టాలి. స్కేలు అంచువెంబడి A, B లను పెన్సిల్‌తో కలపాలి. 7.8 సెం.మీ. పొడవుగల రేఖా ఖండం A, B నిర్మితమైనది.

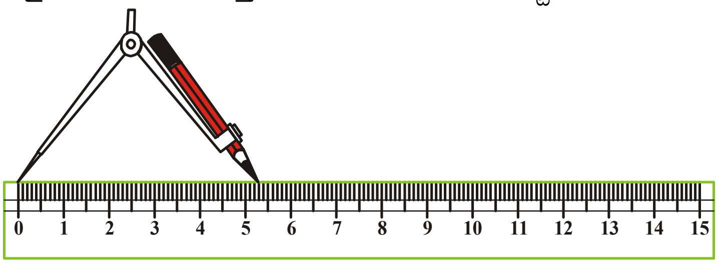


2. **వృత్తలేఖిని ఉపయోగించి :**

5.3 సె.మీ పొడవుగల రేఖా ఖండం ఈ కింది విధంగా గీయవచ్చు

సోపానం - 1: l అనే రేఖను గీచి, దానిపై ఒక బిందువును గుర్తించి దానికి A అని పేరు పెట్టాలి.

సోపానం - 2: వృత్తలేఖిని లోహపు ముల్లును స్కేలు 0 సె.మీ. స్థానంలో ఉంచి, పెన్సిల్ ముల్లును 5.3 సె.మీ. వద్ద ఉండునట్లు సరి చూడాలి.



SCERT ANDHRA PRADESH

సోపానం - 3: వృత్తలేఖిని లోహపు ముల్లును l రేఖపై గల A బిందువుపై దించి, పెన్సిల్‌తో ఆ రేఖపై ఒకచాపంను గీయాలి. చాపం రేఖల ఖండన బిందువును B అని పేరు పెట్టాలి.

సోపానం - 4: l రేఖపై 5.3 సె.మీ. పొడవుగల AB రేఖాఖండం నిర్మితమైంది.

10.2 వృత్తాన్ని నిర్మించుట

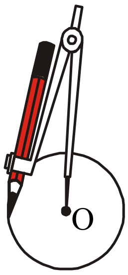
పక్కన ఇవ్వబడిన చక్రాన్ని పరిశీలించండి. దాని పరిధిపైగల అన్ని బిందువులూ కేంద్రంనుండి సమాన దూరంలో ఉన్నవని గమనించండి.

ఈ విధంగా ఉన్న ఆకారాలకు 5 ఉదాహరణలివ్వండి.

గాజు, గిన్నెపై భాగం, కంచం మొదలైనవి వివిధ పరిమాణాలలో ఉంటాయి. నిర్దిష్ట వ్యాసార్థం (కేంద్రం, వృత్తంపైగల, ఏదేని బిందువుల మధ్య దూరం) గల వృత్తాన్ని గీయడానికి వృత్తలేఖిని ఉపయోస్తారు.

వృత్త నిర్మాణంలో కింది సోపానాలు అనుసరిస్తాం.

సోపానం -1: వృత్తలేఖిని ముల్లు, పెన్సిల్ కొన మధ్య దూరం అవసరమైనంత ఉండేలా చూడాలి. ఉదా: 3.7 సె.మీ. తీసుకోవాలి.



సోపానం -2: కాగితంపై పెన్సిల్‌తో ఒక బిందువును గుర్తించి దానికి O అని పేరు పెట్టాలి.

సోపానం -3: వృత్తలేఖిని లోహపుముల్లు O పై ఉంచాలి.

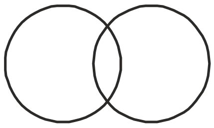
సోపానం -4: లోహపుముల్లును కదలకుండా నొక్కి, పెన్సిల్‌ముల్లును నెమ్మదిగా చుట్టూకదుపుతూ ఒకే ప్రయత్నంలో వృత్తాన్ని గీయాలి.

ప్రయత్నించండి

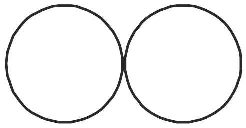
ఒకే వ్యాసార్థం గల రెండు వృత్తాలు నిర్మించండి.

i) రెండు బిందువులవద్ద ఖండించుకొనేలా నిర్మించండి.

ii) ఒకే ఒక బిందువువద్ద స్పర్శించుకొనేలా నిర్మించండి.



(i)



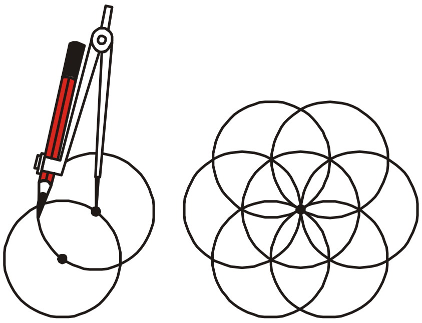
(ii)

అభ్యాసం - 10.1

1. 6.9 సె.మీ. పొడవుగల రేఖాఖండమును స్కేలు, వృత్తలేఖిని సాయంతో గీయండి.
2. 4.3 సె.మీ. పొడవుగల రేఖాఖండమును స్కేలు సాయంతో గీయండి.
3. M కేంద్రంగా, 4 సె.మీ. వ్యాసార్థంగా గల వృత్తం గీయండి.
4. ఒక వృత్తంను గీసి, దానిపై మూడు బిందువులు A, B, C లు కింద సూచించిన విధంగా గుర్తించండి.
   అ) A వృత్తంపై ఉండాలి ఆ) B వృత్తం అంతరంలో ఉండాలి
   ఇ) C వృత్త బాహ్యంలో ఉండాలి

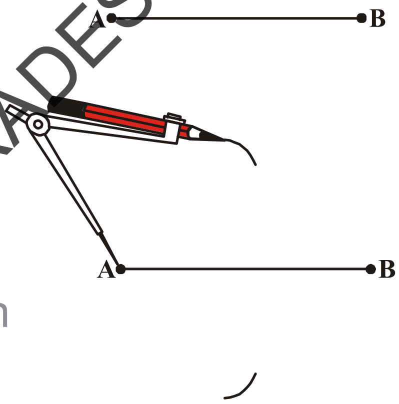
www.apteachers.in
SCERT - ANDHRA PRADESH
www.apteachers.in

www.apteachers.in



నీ పుస్తకంలో కొంత వ్యాసార్ధంలో ఒక వృత్తం గీయండి. దానిపై ఒక బిందువు గుర్తించు, వ్యాసార్ధం మార్చకుండా ఆ బిందువు కేంద్రంగా మరోవృత్తం గీయండి. అది మొదటి వృత్తాన్ని రెండు బిందువుల వద్ద ఖండిస్తుంది. ఆ బిందువులను కేంద్రాలుగా తీసుకొని మరలా అదే వ్యాసార్ధంలో గీయండి. ఈ విధంగా కొనసాగితే అందమైన చిత్రం వస్తుంది. దానికి మీ ఇష్టమైన రంగులు వేయి.

10.3 ఇచ్చిన రేఖాఖండానికి లంబ సమద్విఖండన రేఖను నిర్మించుట :



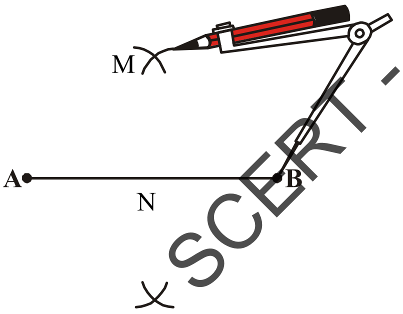
సోపానం -1: $\overline{AB}$ రేఖాఖండం గీయండి.

సోపానం -2: వృత్తలేఖిని తీసుకొని $\overline{AB}$ పొడవులో సగంకంటే ఎక్కువగా వ్యాసార్ధంగా సరిచేయాలి.

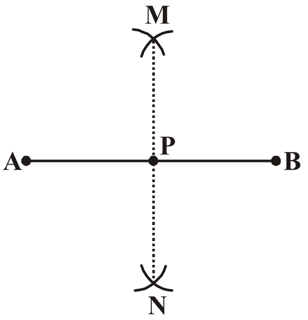
సోపానం -3: A ను కేంద్రంగా రేఖాఖండముపైన, కింద రెండు చాపాలు గీతలు గీయాలి.

www.apteachers.in

SCERT - ANDHRA PRADESH



సోపానం -4: B కేంద్రంగా అదే వ్యాసార్ధంలో మరలా రెండు చాపాలు పైన గీచిన చాపాలను ఖండిచేటట్లు గీయాలి. ఖండన బిందువులకు M, N అని పేరు పెట్టాలి.



సోపానం -5: M, N బిందువులను కలుపుతూ ఒక రేఖ గీయాలి. అదే $\overline{AB}$ కి లంబ సమద్వఖండన రేఖ $\overline{AB}$ ని ఖండించిన బిందువును Pఅని పేరు పెట్టాలి.

పై రెండు పద్ధతులలోను $\overline{AP}$, $\overline{BP}$ పొడవులు కొలవండి. ఏమి గమనించారు?

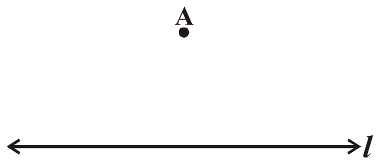
www.apteachers.in

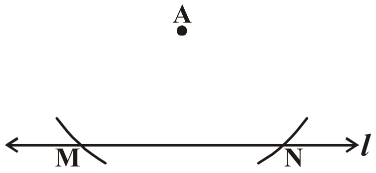
ఆలోచించండి

రేఖాఖండానికి లంబ సమద్విఖండన రేఖ గీచే విధానంలో సోపానం-2 లో $\overline{AB}$ సగంకంటే తక్కువ పొడవును వ్యాసార్ధంగా తీసుకుంటే ఏం జరుగుతుంది?

2. ఇచ్చిన రేఖకు, ఆ రేఖపై లేని బిందువు నుండి లంబరేఖను గీయుట.

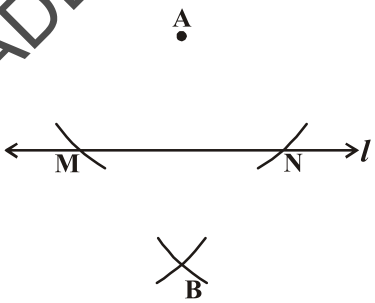
సోపానం -1: సరళరేఖ l గీసి దానికి కొంతదూరంలో బిందువు A గుర్తించాలి.



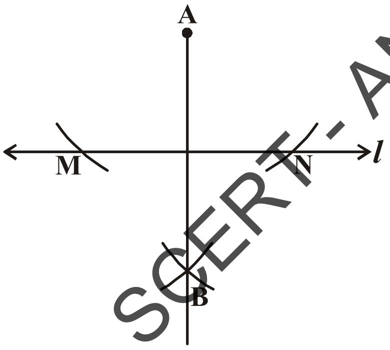


సోపానం -2: A కేంద్రంగా l ను M, N బిందువులవద్ద ఖండించేలా రెండు చాపాలు గీయాలి.

సోపానం -3: అదే వ్యాసార్ధంతోగాని, MN లో సగం కంటే ఎక్కువ వ్యాసార్ధంతోగాని M, N లు కేంద్రాలుగా రెండు చాపాలు పటంలో చూపిన విధంగా ఖండించుకునేలా గీయాలి. ఖండన బిందువుకు B అని పేరు పెట్టాలి.



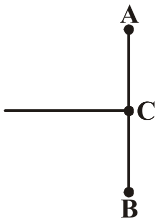
www.apteachers.in



సోపానం - 4: A,B లను కలుపుతూ ఒక సరళరేఖ గీయాలి. $\overline{AB}$ కు l లంబరేఖ అవుతుంది.

SCERT - ANDHRA PRADESH

అభ్యాసం - 10.2

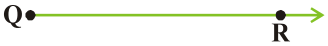


1. PQ = 5.8 సెం.మీ. రేఖాఖండాన్ని గీసి, స్కేలు, వృత్తలేఖిని సాయంతో $\overline{PQ}$ కు లంబ సమద్విఖండన రేఖ నిర్మించండి.
2. రవి 8.6 సెం.మీ. పొడవుగల రేఖాఖండం గీసాడు. C వద్ద $\overline{AB}$ కు సమద్విఖండన రేఖ నిర్మించాడు $\overline{AC}$, $\overline{BC}$ ల పొడవులు కనుగొనండి.
3. స్కేలు, వృత్తలేఖిని ఉపయోగించి AB = 6.4 సెం.మీ. రేఖాఖండం గీయండి.. జ్యామితీయ నిర్మాణం ద్వారా దాని మధ్య బిందువు గుర్తించండి.

www.apteachers.in

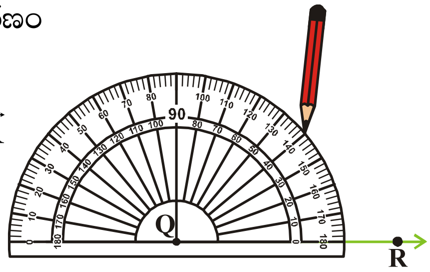
10.4 కోణమానిని ఉపయోగించి కోణం నిర్మించుము.

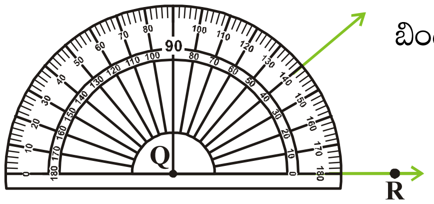
$\angle PQR = 40^\circ$ కోణం నిర్మిద్దాం.

సోపానం -1: కొంత పొడవుగల 

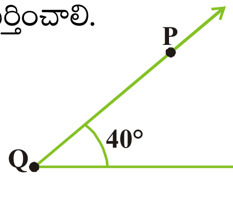
కిరణం గీయవలెను.

సోపానం -2: కోణమానిని మధ్య బిందువును Q వద్ద ఉంచి $\overline{QR}$ ఆధారరేఖతో ఏకీభవించునట్లు చేయాలి.





సోపానం -3: 40°వద్ద P బిందువును గుర్తించాలి.

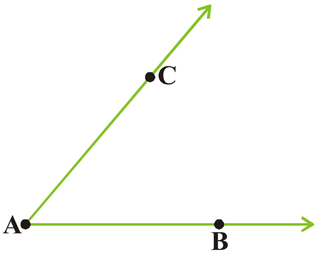


సోపానం -4: QP లు కలపాలి. $\angle PQR$ కోరిన 40° కోణం.

10.5 కొలత తెలియని కోణానికి సమానమైన కోణం నిర్మించుట.

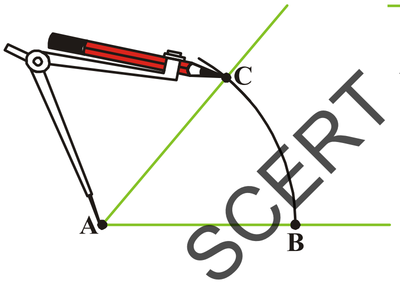
కొలత తెలియని కోణం మనకు ఇచ్చారనుకుందాం.
దానికి సమానమైన కోణాన్ని మనం నిర్మించాలి.

$\angle A$ ఇవ్వబడింది (కొలత తెలియనిది)



www.apteachers.in

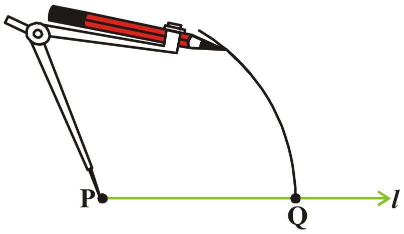
సోపానం -1: l రేఖ గీసి, దానిపై P బిందువు గుర్తించాలి.

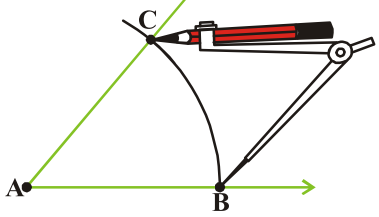


సోపానం -2: వృత్తలేఖిని లోహపు ముల్లును A బిందువు పై ఉంచి, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AB}$లను C, B ల వద్ద ఖండించేలా చాపం గీయాలి.

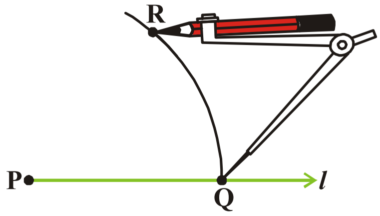
SCERT - ANDHRA PRADESH

సోపానం -3: వృత్తలేఖిని వ్యాసార్ధం మార్చకుండా P కేంద్రంగా l రేఖను Q వద్ద ఖండించేలా ఒక పెద్ద చాపం గీయాలి.



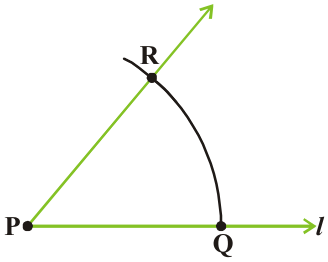


సోపానం -4: $\overline{BC}$ వ్యాసార్ధంగా వృత్తలేఖిని సరిచేయాలి.



సోపానం -5 : $\overline{BC}$ వ్యాసార్ధంతో Q కేంద్రంగా ఒక చాపం గీయాలి. అది ముందు గీచిన చాపాన్ని ఖండించు బిందువుకు R అని పేరు పెట్టాలి.

www.apteachers.in

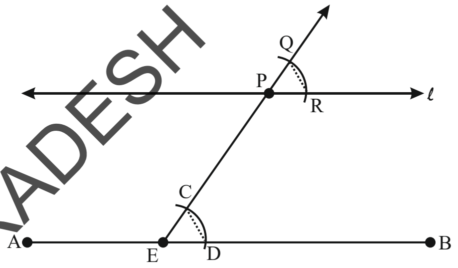


సోపానం -6: P, Rలు కలపాలి. ∠RPQ మనకు కావలసిన ∠CAB కి సమానకొలత గల కోణం.

10.6 సమాంతర రేఖలు నిర్మించుట

ఇచ్చిన రేఖకు ఇచ్చిన బిందువు గుండా సమాంతర రేఖను నిర్మించుట ఎలా?

$\overline{AB}$ ఒక రేఖాఖండం, P బిందువుగుండా $\overline{AB}$ కు సమాంతర రేఖ నిర్మించాలనుకుందాం.



సోపానం -1: $\overline{AB}$ రేఖా ఖండం గీయవలెను.

సోపానం -2: ఎంతో కొంత కోణం చేసేలా P గుండా $\overrightarrow{EQ}$ కిరణం గీయాలి.

సోపానం -3: వృత్తలేఖినితో E కేంద్రంగా $\overline{EP}$, $\overline{AB}$ లను C,D ల వద్ద ఖండించేలా చాపం గీయాలి.

సోపానం -4: వృత్తలేఖిని వ్యాసార్ధం మార్చకుండా P కేంద్రంగా $\overline{EP}$ ని వద్ద Q ఖండించేలా ఒక చాపం గీయాలి.

సోపానం -5: Q కేంద్రంగా $\overline{CD}$ వ్యాసార్ధంతో పై చాపాన్ని R వద్ద ఖండించేలా మరో చాపం గీయాలి.

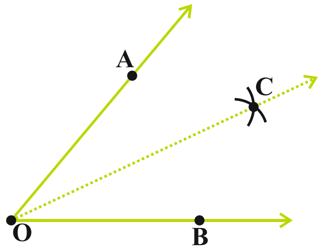
సోపానం -6: P, R లను కలుపుతూ ℓ రేఖ గీయాలి. ℓ రేఖ $\overline{AB}$ కు సమాంతర రేఖ అవుతుంది.

www.apteachers.in

SCERT - ANDHRA PRADESH

10.7 ఇచ్చిన కోణం యొక్క సమద్విఖండన రేఖ నిర్మించుము.

మడత పెట్టడం ద్వారా..

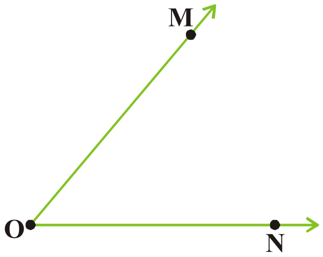


ఒక ఉల్లిపొర కాగితం తీసుకొని దానిపై O బిందువు గుర్తించాలి. $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$ కిరణాలు గీయాలి. ∠AOB ఏర్పడింది $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$ లు ఏకీభవించేలా కాగితాన్ని O గుండా మడవాలి. మడత విప్పి దాని వెంబడి ఒక గీత గీచి దానిని $\overrightarrow{OC}$ గా గుర్తించాలి.

$\overrightarrow{OC}$, ∠AOB యొక్క సౌష్ఠవరేఖ .

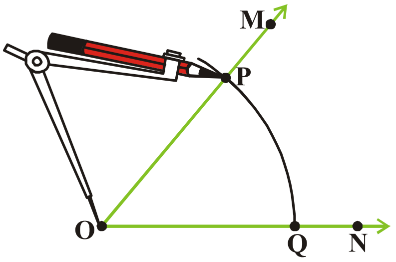
∠AOC, ∠COB లు కొలవండి. అవి సమానమేనా?

∠AOB యొక్క సౌష్ఠవ రేఖ $\overrightarrow{OC}$ ఆ కోణ సమద్వి రేఖ కిరణం అవుతుంది.



∠MON ఇవ్వబడిన కోణమనుకొందాం.

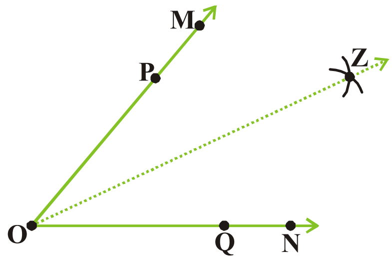
www.apteachers.in



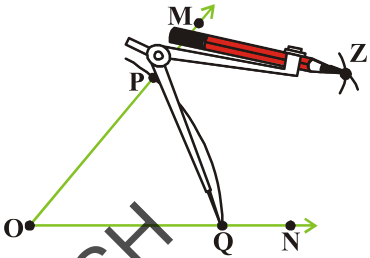
సోపానం -1: O కేంద్రంగా ఎంతోకొంత వ్యాసార్ధంతో $\overrightarrow{OM}$, $\overrightarrow{ON}$ లను P, Q ల వద్ద ఖండించేలా ఒక చాపం గీయాలి.

సోపానం -2: P కేంద్రంగా PQ లో సగంకంటే ఎక్కువ వ్యాసార్ధంతో కోణ అంతరంలో ఒక చాపం గీయవలెను.

సోపానం -3: Q కేంద్రంగా అదే వ్యాసార్ధంతో పై చాపాన్ని Z వద్ద ఖండించేలా మరోచాపం గీయవలెను.



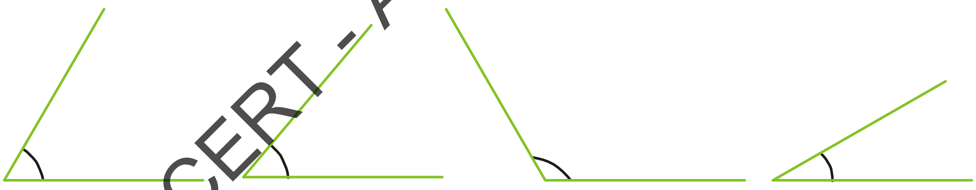
సోపానం -4: కిరణం $\overrightarrow{OZ}$ గీయవలెను $\overrightarrow{OZ}$, $\angle MON$ యొక్క కోణ సమద్విఖండన కిరణం అగును. $\angle MOZ = \angle ZON$ అగునని గమనించండి.



అభ్యాసం - 10.3

1. కోణమానిని సాయంతో కింది కోణాలు నిర్మించండి.
   అ) $\angle ABC = 65°$ ఆ) $\angle PQR = 136°$
   ఇ) $\angle Y = 45°$ ఈ) $\angle O = 172°$
2. కింది కోణాలను నీ నోట్‌పుస్తకంలో కాపీ చేసి, వాటి కోణ సమద్విఖండన కిరణాలు గీయండి.

www.apteachers.in



SCERT - ANDHRA PRADESH

10.8 ప్రత్యేక కొలతలు గల కోణాల నిర్మాణం

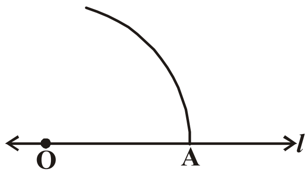
కోణమానిని ఉపయోగించకుండా ప్రత్యేక కొలతలు గల కోణాలను కచ్చితంగా నిర్మించగలిగే కొన్ని పద్ధతులు ఉన్నవి. వాటిలో కొన్నిటిని చూద్దాం.

కోణమానిని సాయంతో ఇచ్చిన కోణాన్ని నిర్మించడం నేర్చుకున్నారు. వృత్తలేఖిని మాత్రమే ఉపయోగించి కొన్ని కోణాలను ఎలా నిర్మించవచ్చో ఇప్పుడు నేర్చుకుందాం.

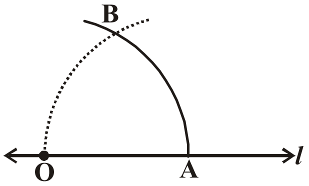
10.8.1 60° కోణం నిర్మించుట

సోపానం -1: 'l' రేఖను గీచి దానిపై బిందువు 'O' గుర్తించాలి.

సోపానం -2: వృత్తలేఖిని లోహముల్లు 'O' మీద ఉంచి, కొంత వ్యాసార్ధంతో l ను A వద్ద ఖండించినట్లు ఒక చాపం గీయాలి.

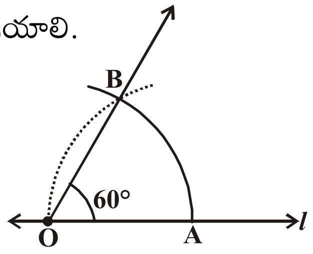


www.apteachers.in



సోపానం -3: A కేంద్రంగా సోపానం 2 లోని వ్యాసార్ధంతో పై చాపాన్ని B వద్ద ఖండించేలా మరో చాపం గీయాలి.

సోపానం -4: OB లు కలపాలి. 60° కొలత గల ∠BOA ఏర్పడినది.

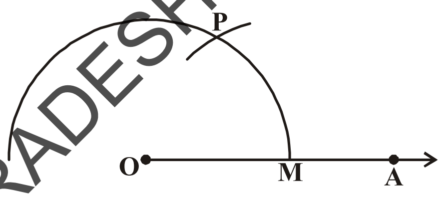


10.8.2 120° కోణం నిర్మించుట

60° కోణానికి రెట్టింపే 120° కావున అది ఈ విధంగా నిర్మించవచ్చు:

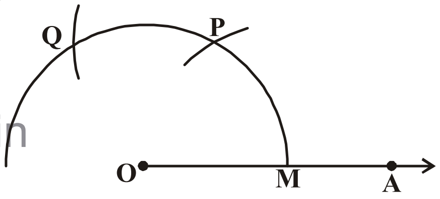
సోపానం -1: OA కిరణం గీయాలి.

సోపానం -2: O కేంద్రంగా కొంత వ్యాసార్ధంలో OA ను M వద్ద ఖండించేలా ఒక చాపం గీయాలి.

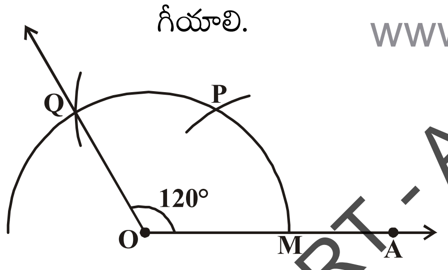


సోపానం -3: M కేంద్రంగా అదే వ్యాసార్ధంతో పై చాపాన్ని P వద్ద ఖండించేలా ఒక చాపం గీయాలి.

సోపానం - 4: P కేంద్రంగా మరలా అదే వ్యాసార్ధంతో మొదటి చాపాన్ని Q వద్ద ఖండించేలా మరో చాపం గీయాలి.



www.apteachers.in



సోపానం -5: OQ లు కలపాలి. ∠AOQ కావలసిన కోణం.

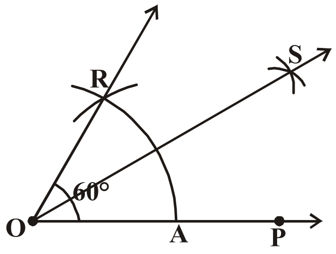
- 180°, 240°, 300° కోణాలు నిర్మించండి.

SCERT - ANDHRA PRADESH

10.8.3 30° కోణం నిర్మించుట

సోపానం -1: పైన చేసిన విధంగా 60° కోణం నిర్మించాలి. దాని పేరు ∠AOR అనుకోండి.

సోపానం -2: ఇంతకుముందు చేసిన విధంగా ∠AOR ను కోణ సమద్విఖండన చేసిన 30° కోణం ఏర్పడును.



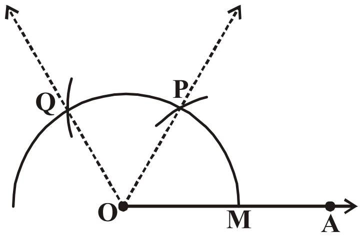
10.8.4 90° కోణం నిర్మించుట

కింది పటం చూచండి.

∠AOP = 60°, ∠POQ = 60° మరియు

∠AOQ = 120°

మనం 90° కోణం నిర్మించాలి.



www.apteachers.in

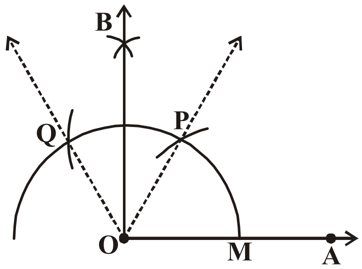
90° = 60° + 30° మరియు 90° = 120° - 30° కావున

∠POQ ను సమద్విఖండన చేసి 30° కోణం ఉండాలి.

∠BOP = 30°, ∠AOB = 90°

90° కోణం నిర్మించడానికి మరో పద్ధతి ఆలోచించండి.

- వృత్తలేఖిని సాయంతో 45° కోణం నిర్మించండి.



అభ్యాసం - 10.4

G6T8G6

1. కోణమానిని ఉపయోగించకుండా ∠ABC = 60° నిర్మించండి.
2. కోణమానిని మరియు వృత్తలేఖినిల సాయంతో 120° కోణం నిర్మించండి.
3. వృత్తలేఖిని స్కేలు సాయంతో క్రింది కోణాలు నిర్మించి నిర్మాణక్రమం రాయండి.

   అ) 75° ఆ) 15° ఇ) 105°

యూనిట్ అభ్యాసనము

1. X కేంద్రంగా 10 సెం.మీ. వ్యాసం గల ఒక వృత్తం నిర్మించుము.
2. P కేంద్రంగా 2 సెం.మీ., 3సెం.మీ., 4సెం.మీ. మరియు 5సెం.మీ., వ్యాసార్ధాలు గల నాలుగువృత్తాలు గీయుము.
3. కోణమానిని ఉపయోగించి కింది కోణాలు నిర్మించండి.

   అ) 75° ఆ) 15° ఇ) 105°
4. ∠ABC = 50° నిర్మించి, దానికి సమానమగు ∠XYZ ను కోణమానిని సాయం లేకుండా నిర్మించండి.
5. ∠DEF = 60° నిర్మించి, దానిని సమద్విఖండన చేయుము. ప్రతి సగాన్ని కోణమానితో కొలవండి.

www.apteachers.in

SCERT ANDHRA PRADESH

గుర్తుంచుకోవలసిన విషయాలు

1. జ్యామితీయ పటాలు గీయడానికి కింది జ్యామితీయ పరికరాలు ఉపయోగిస్తాము.

   అ) స్కేలు ఆ) వవృత్తలేఖిని ఇ) విభాగిని ఈ) మూలమట్టాలు ఉ) కోణమానిని
2. వృత్తలేఖిని, స్కేలు సాయంతో కింది నిర్మాణాలు చేయవచ్చు.

   అ) వ్యాసార్ధం ఇచ్చిన వృత్తం ఆ) పొడవు ఇచ్చిన రేఖా ఖండం

   ఇ) రేఖాఖండం యొక్క ప్రతి కాపీ

   ఈ) ఒక రేఖకు లంబరేఖ (a) ఆ రేఖపై గల బిందువుగుండా (b) ఆ రేఖపైన లేని బిందువు గుండా

   ఉ) ఇచ్చిన పొడవుగల రేఖాఖండానికి లంబసమద్విఖండన రేఖ

   ఊ) ఇచ్చిన కొలతగల కోణం ఋ)కోణం యొక్క ప్రతి కాపీ

   ౠ) ఇచ్చిన కోణ సమద్విఖండన రేఖ

   ఎ) కొన్ని ప్రత్యేక కొలతల కోణాలు

   a)90° b) 60° c) 30° d) 120°

www.apteachers.in

అధ్యాయం 11

చుట్టుకొలత-వైశాల్యం

P2P2P9

అభ్యసన ఫలితాలు

ఈ అధ్యాయం తర్వాత విద్యార్థి ...

- ★ దీర్ఘ చతురస్రం, చతురస్రాల చుట్టుకొలత, వైశాల్యాలను కలిగియున్న నిజ జీవిత సమస్యలను సాధించగలరు.
- ★ దీర్ఘ చతురస్రం, చతురస్రాల చుట్టుకొలత, వైశాల్యాలను కూడిన పద సమస్యలను సాధిస్తారు.
- ★ దీర్ఘ చతురస్రాల చుట్టుకొలత, వైశాల్యాల సూత్రాలను గుర్తించి, వాటి పదాలను వివరించగలరు.
- ★ చుట్టుకొలత, వైశాల్యాల ప్రమాణాలను అవగాహన చేసుకుంటారు.
- ★ వివిధ భావనలతో కూడిన చుట్టుకొలత, వైశాల్యాలకు సంబంధించిన సమస్యలు సాధిస్తారు.
- ★ ఇచ్చిన పటం యొక్క చుట్టుకొలత, వైశాల్యాలను నిర్వచించగలరు.

SCERT - ANDHRA PRADESH

11.0 చుట్టుకొలత

పరిచయం

వైద్యుడు లక్ష్మిని ప్రతి రోజూ రెండు కి.మీ. నడవమని చెప్పారు. ఆమె సమీపాన గల ఆటస్థలంలో నడుద్దామనుకుంది. ఆ ఆటస్థలం 100 మీ. భుజం పొడవు గల ఒక చతురస్రాకారంలో ఉంది.

ఆమె 2 కి.మీ పూర్తి చేయుటకు ఆ స్థలం చుట్టూ ఎన్నిసార్లు నడవాలి?

సలీం, విక్టర్‌లు రెండు దీర్ఘ చతురస్రాకార నివాస స్థలాలు కొన్నారు. ఆ స్థలాలు కొలతలు 100 మీ x 80 మీ మరియు 120మీ x 60మీ. వాటి చుట్టూ కంచె నిర్మించాలంటే ఎవరికి ఎక్కువ ఖర్చు అవుతుంది? ఇటువంటి సందర్భాలలో మనం ఆయా ప్రాంతాల అంచుల పొడవుల మొత్తం కనుగొనవలసి ఉంటుంది.

విషయాంశాలు

11.0 చుట్టుకొలత
11.1 పరిధి
11.2 దీర్ఘ చతురస్రం, చతురస్రంల వైశాల్యం.
11.3 బాటల వైశాల్యం, మరికొన్ని సంక్లిష్ట ఆకృతులు.

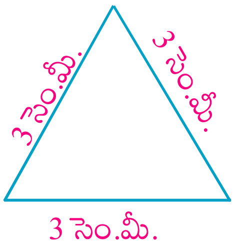
ఒక బహుభుజి యొక్క అన్ని భుజాల పొడవుల మొత్తాన్ని దాని 'చుట్టుకొలత' అంటాం.

ముందు అధ్యాయంలో సమతలంలోని కొన్ని జ్యామితీయ పటాల గూర్చి నేర్చుకున్నాము. వాటి భుజాల పొడవులు సమానంగా ఉండవచ్చు. ఉండకపోవచ్చు.

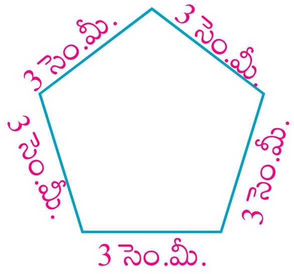
భుజాల పొడవులు సమానంగా గల కొన్ని పటాల చుట్టుకొలతకు సూత్రాన్ని రాబడదాం.

కొన్ని ఉదాహరణలు చూద్దాం

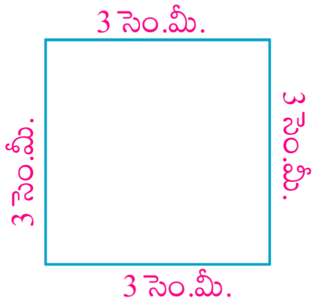
www.apteachers.in



చుట్టు కొలత = 3 + 3 + 3
= 3 x 3 సెం.మీ.
= 9 సెం.మీ.



చుట్టు కొలత = 3+3+3+3+3
= 5 x 3 సెం.మీ.
= 15 సెం.మీ.



చుట్టు కొలత = 3+3+3+3
= 4 x 3 సెం.మీ.
= 12 సెం.మీ.

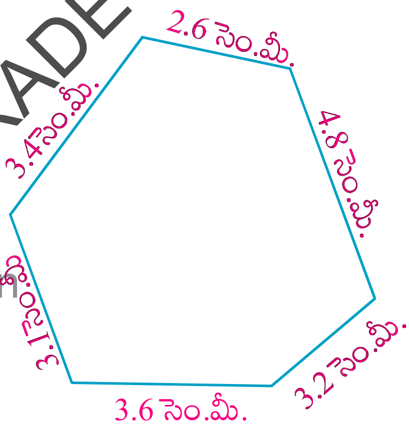
SCERT - ANDHRA PRADESH

మరో ఉదాహరణ

సింహాచలం తన భూమిని పాఠశాలకు విరాళమిచ్చాడు. ఆ భూమి సర్వే పటం ఇలా ఉంది. ప్రభుత్వం దాని చుట్టూ ప్రహరీ గోడ కట్టాలని నిర్ణయించింది. మొత్తం ఎంత పొడవు గోడ నిర్మించాలి?

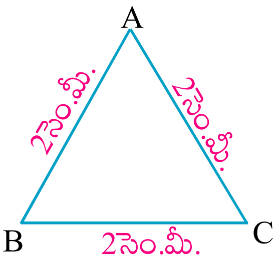
మొత్తం పొడవు కనుక్కోడానికి అన్ని భుజాల పొడవులనూ కూడితే చాలు. స్థలం ఆకారం క్రమ బహుభుజి కాదు. అందువల్ల దాని చుట్టు కొలతకు సూత్రాన్ని ఉపయోగించలేం.

www.apteachers.in

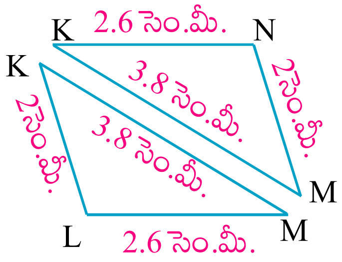


నీ ప్రగతిని సరిచూసుకో

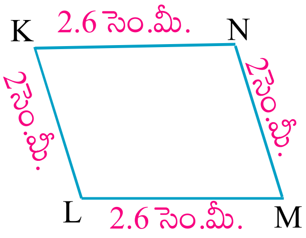
కింది పటాల చుట్టుకొలతలు కనుగొనండి.



(i)



(ii)



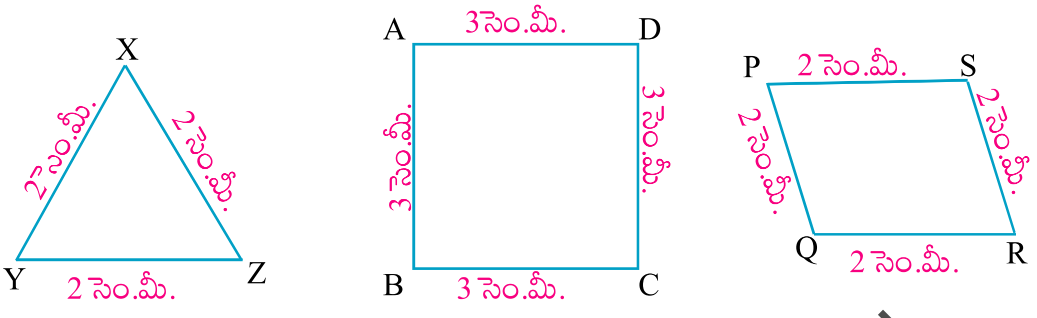
(iii)

a) △ KLM మరియు ◻ KLMN ల చుట్టుకొలతలు.
△ KMN మరియు ◻ KLMN ల చుట్టుకొలతలు పోల్చండి.
ఏమి గమనించావు?

www.apteachers.in

అభ్యాసం - 11.1

1) క్రింది పటాల చుట్టుకొలతలు కనుగొనండి.



i) △XYZ చుట్టుకొలత = 3 × భుజం పొడవు అగునా?

ii) ◻ABCD చుట్టుకొలత = 4 × భుజం పొడవు అగునా?

iii) ◻PQRS చుట్టుకొలత = 4 × భుజం పొడవు అగునా?

2) రెండు దీర్ఘ చతురస్రాకార మైదానాల కొలతలు 50 మీ. × 30 మీ. మరియు 60 మీ. × 40 మీ. వాటి చుట్టుకొలతలు కనుగొనండి. వాటి చుట్టుకొలతలు 2 × పొడవు + 2 × వెడల్పు అగునో సరిచూడండి.

3) చుట్టు కొలతలు కనుగొనండి.

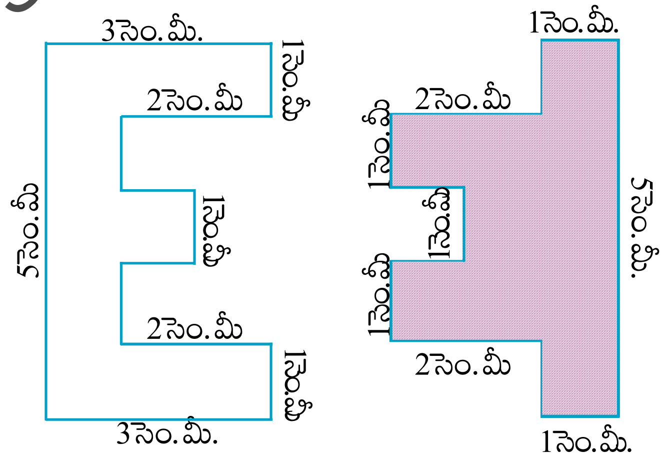
a) 3.5 సెం.మీ. భుజం గల సమబాహు త్రిభుజం.

b) 4.8 సెం.మీ. భుజం గల చతురస్రం.

4) ఒక టేబుల్ పై భాగం పొడవు, వెడల్పులు వరుసగా 160 సెం.మీ., 90సెం.మీ. దాని చుట్టూ అంచు కట్టుటకు ఎంత పొడవు బీడింగ్ అవసరం?

5) మానస వద్ద 24 సెం.మీ. పొడవు గల లోహపు తీగ ఉంది. దానితో పొడవులు పూర్ణాంకాలయ్యేలా సమాన భుజాలు గల బహుభుజులు చేయాలనుకొంది. ఆమె ఎన్ని రకాల బహుభుజులు ఏర్పరచగలదో కనుగొనండి.

6) కింది పటాల చుట్టుకొలతలు కనుగొనండి?



(i) (ii)

SCERT - ANDHRA PRADESH
www.apteachers.in

www.apteachers.in

7) P : ఒకే చుట్టుకొలత గల అనేక దీర్ఘ చతురస్రాలు ఉంటాయి.

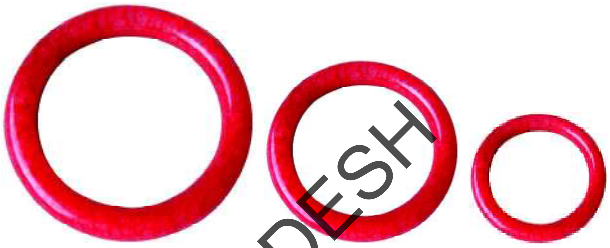
Q : ఒకే చుట్టుకొలత గల అనేక చతురస్రాలు ఉంటాయి.

పై వాక్యాలలో ఏది సత్యం?

A) P అసత్యం Q సత్యం B) P సత్యం Q అసత్యం

C) P, Q లు రెండూ సత్యం D) P, Q లు రెండూ అసత్యం

11.1 పరిధి :



- వివిధ సైజులలో గాజులు లేదా రింగులు తీసుకో.
- రెండు స్ట్రాల మధ్య, పటంలో చూపిన విధంగా ఒక గాజు ఉంచండి.

- స్ట్రాల మధ్య దూరం 'd' కొలువు.
- గాజుకు ఒక చోట గుర్తు పెట్టి దొర్లించు.

SCERT - ANDHRA PRADESH

i) ఒకసారి దొర్లించినపుడు అది వెళ్ళిన దూరం కొలవండి.

ii) విభిన్న *'d'* కొలతలు గల 5 గాజులు తీసుకోండి.

iii) (i) లో చేసిన పనిని మరలా చేయండి.

iv) మీ కొలతలను కింది పట్టికలో నమోదు చేయండి.

గాజు	'd' కొలత	ఒక చుట్టు తిరిగినపుడు వెళ్ళిన దూరం 'l'	l / d
1)			
2)			
3)			
4)			
5)			

పై పట్టిక చివరి నిలువ వరుస పరిశీలిస్తే, అన్ని $\frac{l}{d}$ లు ఒకే విలువ (సుమారుగా) కలిగి ఉన్నవి ఈ స్థిర విలువను పై (π) అంటాం. దీని విలువ సుమారుగా $\frac{22}{7}$.

$\pi = \frac{l}{d}$ లేదా $l = \pi$ d.

వృత్త పరిధి $= \pi$ d

$= 2\pi r$ $(d=2r)$

పరిధిని C అక్షరంతో సూచిస్తాం. కావున $C = 2\pi r = \pi d$

ఉదాహరణ-1 : 7 సెం.మీ. వ్యాసార్థం గల వృత్త పరిధి. ($\pi = \frac{22}{7}$)

సాధన : వ్యాసార్థం (r) = 7 సెం.మీ.

వృత్త పరిధి $= 2\pi r$ ($\pi = \frac{22}{7}$)

$= 2 \times \frac{22}{\cancel{7}} \times \cancel{7}^{1} = 44$ సెం.మీ.

ఉదాహరణ-2 : వృత్త పరిధి 66 సెం.మీ. దాని వ్యాసార్థం ఎంత?

సాధన : వృత్త వ్యాసార్థం $= 2\pi r = 66$ సెం.మీ.

$2 \times \frac{22}{7} \times r = 66$

$\frac{2 \times \frac{22}{7} \times r}{2 \times \frac{22}{7}} = \frac{66}{2 \times \frac{22}{7}}$

$\therefore$ వృత్త వ్యాసార్థం $= \frac{\cancel{66}^{3} \times 7}{2 \times \cancel{22}^{1}} = \frac{21}{2} = 10.5$ సెం.మీ.

www.apteachers.in
SCERT - ANDHRA PRADESH
www.apteachers.in

www.apteachers.in

ప్రయత్నించండి

1) వృత్త వ్యాసార్ధాన్ని రెట్టింపు చేస్తే, దాని పరిధిలో మార్పు ఏమిటి?

2) వృత్త వ్యాసార్ధాన్ని సగం చేస్తే, దాని పరిధిలో మార్పు ఏమిటి?

అభ్యాసం - 11.2

1) కింది వ్యాసార్ధాలు గల వృత్తాల, వృత్త పరిధులు కనుగొనండి.

A) 7 సెం.మీ. B) 3.5 సెం.మీ. C) 14 సెం.మీ.

2) వృత్త పరిధులు కింది విధంగా ఉన్నవి. ఆ వృత్త వ్యాసార్ధాలు కనుగొనండి.

A) 4.4 మీ. B) 176 సెం.మీ. C) 1.54 సెం.మీ.

3) ఒక స్వర్ణకారుని వద్ద 8.8 మీ. బంగారు తీగ ఉన్నది. దానితో 2 సెం.మీ వ్యాసార్ధ్యం గల ఉంగరాలు ఎన్ని చేయగలడు?

4) ఒక తీగ 7 సెం.మీ. వ్యాసార్ధం గల వృత్తంగా ఉంచబడింది, అదే తీగను ఒక చతురస్రంగా వంచిన, దాని భుజం ఎంత?

5) ఒక రసాయన కర్మాగారంలో వేర్వేరు వ్యాసార్ధాలున్న రెండు చక్రాలు ఒక బెల్టుతో కలపబడ్డాయి. పెద్ద చక్రం వ్యాసార్ధం 21 సెం.మీ, చిన్న చక్రం వ్యాసార్ధం 7సెం.మీ. పెద్ద చక్రం 100 సార్లు తిరిగిన, చిన్న చక్రం ఎన్ని సార్లు తిరుగును?

6) మోహన్ ఒక లోహ తీగతో చేసిన 14 సెం.మీ., వ్యాసార్ధం గల రింగుతో ఆడుతున్నాడు. తన సోదరుడు అడగ్గా, తీగను రెండు సమ భాగాలుగా తెంచి, వాటితో రెండు చిన్న రింగులు చేశాడు. చిన్న రింగు వ్యాసార్ధం ఎంత?

7) ఒక ఇనుప చట్రం చేయుటకు కమ్మరికి 7 సెం.మీ. వ్యాసార్ధం గల 70 రింగులు అవసరం. 20 సెం.మీ. తరుగు పోయిన, ఎంత పొడవు గల కమ్మీ అవసరం?

www.apteachers.in
SCERT - ANDHRA PRADESH

11.2 దీర్ఘ చతురస్రం, చతురస్రాల వైశాల్యాలు

బుజ్జి, వాళ్ళ నాన్నతో టైల్స్ కొనడానికి వెళ్ళింది. ఒక డిజైన్ ఎంపిక చేసుకున్నారు. షాపతను చదరపు అడుగుకు ₹ 125 ధర అని చెప్పాడు. వారు అవి కొని ఇంటికి వస్తుండగా బుజ్జి తండ్రిని “చదరపు అడుగు’ అంటే ఏమిటి?” అని అడిగింది.

కొన్ని సార్లు పొడవును అడుగులలో కొలుస్తాం. 1 అడుగు పొడవు గల చతురస్రం ఆక్రమించే ప్రాంతాన్ని 1 చదరపు అడుగు అంటాం. ఒక వస్తువు ఆవరించు ప్రాంతాన్ని దాని వైశాల్యం అంటాం. వైశాల్యాన్ని చదరపు ప్రమాణాలలో కొలుస్తాం. అని బుజ్జి వాళ్ళ నాన్న సమాధానమిచ్చాడు.

ఉదాహరణ-3: ఒక దీర్ఘ చతురస్రం పొడవు 16 సెం.మీ, వెడల్పు 13 సెం.మీ. దాని వైశాల్యం కనుగొనండి.

సాధన : దీర్ఘ చతురస్ర పొడవు (l) = 16 సెం.మీ.

వెడల్పు (h) = 12 సెం.మీ.

దీర్ఘ చతురస్ర వైశాల్యం = పొడవు × వెడల్పు = 16 × 12 = 192 చదరపు సెం.మీ.

ఉదాహరణ-4: 16 సెం.మీ. భుజం గల ఒక చతురస్రాకార కాగితము నుండి 12సెం.మీ× 8 సెం.మీ. దీర్ఘ చతురస్రాన్ని కత్తిరించిన, మిగిలిన కాగిత వైశాల్యం ఎంత?

సాధన : చతురస్ర భుజం (s) = 16 సెం.మీ.

చతురస్ర వైశాల్యం = s × s = 16 × 16 = 256 చ.సెం.మీ.

దీర్ఘ చతురస్ర పొడవు l = 12 సెం.మీ.

వెడల్పు b = 8 సెం.మీ.

దీర్ఘ చతురస్ర వైశాల్యం = l × b = 12 × 8 = 96 చ.సెం.మీ.

మిగిలిన కాగితం యొక్క వైశాల్యం = చతురస్ర వైశాల్యం – దీర్ఘ చతురస్ర వైశాల్యం

= 256 – 96 = 160 చ.సెం.మీ.

నీ ప్రగతిని సరిచూసుకో

1) 16 సెం.మీ. భుజం గల చతురస్ర వైశాల్యం కనుగొనండి.
2) దీర్ఘ చతురస్ర పొడవు, వెడల్పులు వరుసగా 16 సెం.మీ, 12 సెం.మీ. అయిన దాని వైశాల్యం ఎంత?

ఆలోచించండి

4 సెం.మీ భుజం గల చతురస్ర చుట్టుకొలత, వైశాల్యం కనుగొనుము. రెండూ ఒకటేనా? నీ సమాధానాన్ని సమర్థిస్తూ కొన్ని ఉదాహరణలివ్వండి.

1. 15 సెం.మీ. 8 సెం.మీ. లు పొడవు, వెడల్పులు గల దీర్ఘ చతురస్ర వైశాల్యం కనుగొనండి?
2. 64 మీటర్లు చుట్టుకొలతగా గల చతురస్ర వైశాల్యం ఎంత?
3. ఒక దీర్ఘ చతురస్రం, చతురస్రం చుట్టుకొలతలు సమానం. దీర్ఘ చతురస్ర పొడవు 14 సెం.మీ, చతురస్రం చుట్టుకొలత 44 సెం.మీ, అయిన దీర్ఘ చతురస్రం వైశాల్యం ఎంత?
4. కింది వాని చుట్టుకొలతలు, వైశాల్యాలు కనుగొని, ప్రశ్నలకు జవాబులు రాయండి.

   A) 16 సెం.మీ., 8 సెం.మీ. లు పొడవు, వెడల్పులుగా గల దీర్ఘ చతురస్రం

   B) 14 సెం.మీ., 10 సెం.మీ. లు పొడవు, వెడల్పులుగా గల దీర్ఘ చతురస్రం

   C) 12 సెం.మీ. భుజంగా గల చతురస్రం

   i) వేటి చుట్టుకొలతలు సమానం ?

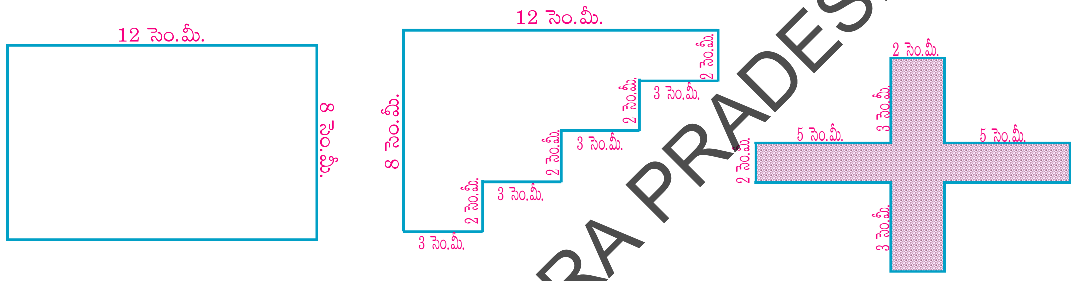
   ii) అన్నిటి వైశాల్యాలు సమానమా? కానిచో దేని వైశాల్యం ఎక్కువ ?

www.apteachers.in
SCERT - ANDHRA PRADESH
www.apteachers.in

www.apteachers.in

యూనిట్ అభ్యాసనము

1. 48 సెం.మీ. చుట్టుకొలతగల చతురస్ర వైశాల్యం కనుగొనండి ?
2. దీర్ఘచతురస్ర పొడవు 14 సెంటీమీటర్లు. దాని చుట్టుకొలత పొడవుకు 3 రెట్లు. అయిన దాని వైశాల్యం కనుగొనండి ?
3. 14 సెం.మీ., వ్యాసం గల వృత్త పరిధి కనుగొనండి ?
4. దీర్ఘచతురస్ర పొడవు, వెడల్పులు వరుసగా 14 సెం.మీ, 12 సెంటీమీటర్లు. దాని వెడల్పు 6సెం.మీ పెంచి, పొడవు 6సెం.మీ. తగ్గించిన, వైశాల్యంలో మార్పు కనుగొనండి ?
5. కింది పటాల చుట్టుకొలతలు కనుగొనండి. ఏమి గమనించారు.



6. 8 సెం.మీ. భుజం గల ఒక చతురస్రాకార కాగితాన్ని 64 సమాన చతురస్రాలుగా చేయబడింది. పెద్ద చతురస్రం చుట్టుకొలత కనుగొనుము. 64 చిన్న చతురస్రాల చుట్టుకొలతల మొత్తం కనుగొనండి. ఏమి గమనించితివి?

www.apteachers.in
SCERT - ANDHRA PRADESH

గుర్తుంచుకోవలసిన విషయాలు

1. బహుభుజి భుజాల పొడవుల మొత్తమే దాని చుట్టుకొలత.
2. సమ బాహు త్రిభుజ చుట్టుకొలత 3 × భుజం పొడవు.
3. దీర్ఘ చతురస్ర చుట్టుకొలత (2 × పొడవు + 2 × వెడల్పు).
4. చతురస్ర చుట్టుకొలత 4 × భుజం పొడవు.
5. వృత్త పరిధి $2\pi r$ (r వృత్త వ్యాసార్థం).
6. దీర్ఘ చతురస్ర వైశాల్యం $l \times b$, l పొడవు b వెడల్పు.
7. చతురస్ర వైశాల్యం s × s, s చతురస్ర భుజం పొడవు.

S1U9V8

అధ్యాయం 12

దత్తాంశ నిర్వహణ

అభ్యసన ఫలితాలు

ఈ అధ్యాయం తర్వాత విద్యార్థి ...

★ ముడి (అవర్గీకృత) దత్తాంశాన్ని వర్గీకృత దత్తాంశంగా మార్చగలరు.

★ నిజ జీవితంలో పట చిత్రాలు, కమ్మీ రేఖా చిత్రాల ఉపయోగాన్ని అవగాహన చేసుకొంటారు.

★ దత్తాంశమును పట చిత్రాలలోను, కమ్మీరేఖా చిత్రంలలోను ప్రదర్శించగలరు.

★ పట్టికలో ఇచ్చిన దత్తాంశాన్ని పద రూపంలో వివరించగలరు.

Z5A8I5

విషయాంశాలు

12.0 పరిచయం

12.1 దత్తాంశ నమోదు

12.2 దత్తాంశ నిర్వహణ

12.3 దత్తాంశప్రదర్శన

12.0 పరిచయం

సిరి వాళ్ళ నాన్న గారు ఒక మొబైల్ ఫోన్ కొనాలనుకొన్నారు. దాని కొరకు ఆయన మార్కెట్‌లో లభించే వివిధ రకాల మొబైల్ ఫోన్లకు సంబంధించిన సమాచారాన్ని తన మిత్రులను అడిగి తెలుసుకొని, వాటి ధర, లక్షణాలను ఈ క్రింది పట్టికలో నమోదు చేశారు.

లక్షణాలు	బ్రాండ్-1 మొబైల్	బ్రాండ్-2 మొబైల్	బ్రాండ్-3 మొబైల్
ధర	₹7500	₹6000	₹ 9000
MP3	✓	✓	✓
కెమెరా	×	×	✓
బ్లూటూత్	×	×	✓
అలారం	✓	✓	✓
FM	✓	×	✓
గ్యారెంటీ కాలం	1 సం॥	3 నెలలు	6 నెలలు

SCERT - ANDHRA PRADESH

ఈ పట్టిక అవసరమేంటని సిరి ఆమె నాన్న గారిని ప్రశ్నించింది? దానికి ఆయన, "నేను ఒక మొబైల్ ఫోన్ కొనాలనుకున్నాను కదా! నా అవసరాలకు ఏ ఫోన్ సరిపోతుందో, ఏయే ఫోన్‌లలో ఏయే సౌకర్యాలు ఉన్నాయో పోల్చుకోవాలంటే ఇలా పట్టిక రూపంలో రాసుకుంటే సరైన నిర్ణయం తీసుకోగలను." అని సమాధానమిచ్చాడు.

కొన్ని సందర్భాలలో సరైన నిర్ణయాలు తీసుకోవడానికి వివరాలు సేకరించడం, ఆ సమాచారాన్ని తగు విధంగా క్రమపరచడం ఎంతో అవసరం.

ఒక నిర్ణయం తీసుకోవడానికి సహాయపడు సంఖ్యాత్మక లేదా వివరణాత్మక సమాచారాన్ని 'దత్తాంశం' అంటాం. పై ఉదాహరణలోని వివిధ రకాల మొబైల్ ఫోన్‌ల ధరలు, వాటి కెమెరా, బ్లూటూత్, FM మొదలైన లక్షణాల వివరాలను అన్నిటిని కలిపి 'దత్తాంశం' అంటాం. ఈ విధమైన రకరకాల దత్తాంశాలను మనం నిత్య జీవితంలో గమనిస్తూ ఉంటాం.

12.1 దత్తాంశ నమోదు :

లక్ష్మీ తన స్నేహితురాళ్ళతో విహార యాత్రకు వెళ్ళాలని తలచింది. విహార యాత్రలో వారందరికీ పండ్లు ఇవ్వాలని అనుకొన్నది. తల్లి సలహాపై ఎవరెవరికి ఏయే పండ్లు ఇష్టమో కింది పట్టికలో సేకరించింది:

వ్యక్తి	ఇష్టపడే పండు
లక్ష్మీ	కమలా పండు
ప్రీతి	జామ పండు
రాధ	కమలా పండు
ఉమ	సీతా ఫలం
రేష్మ	జామ పండు
మేరీ	కమలా పండు
లత	కమలా పండు
గౌరి	అరటి పండు
సల్మా	సీతా ఫలం
రీటా	జామ పండు

ప్రయత్నించండి

- *సంఖ్యాత్మక విలువలు గల దత్తాంశానికి* రెండు ఉదాహరణలివ్వండి.
- *వివరణాత్మక విలువలు గల దత్తాంశానికి* రెండు ఉదాహరణలివ్వండి.

పై జాబితాను లక్ష్మి వాళ్ళమ్మకు ఇచ్చింది. ఆమె దానిని పరిశీలించి, అందరి స్నేహితురాళ్ళలో ఎంతెంత మందికి ఏయే పండ్లు ఇష్టమో లెక్కపెట్టింది.

వివరాలను చివరకు ఈ విధంగా రాసింది.

కమలా పండ్లు - 4, జామ పండ్లు - 3, అరటి పండు - 1, సీతా ఫలం - 2

ఈ దత్తాంశంలో కమలా పండు 4 సార్లు వచ్చింది. అందువల్ల 4 ను కమలా పండు యొక్క 'పౌన:పున్యం' అంటాం. అదే విధంగా జామ పండు పౌన:పున్యం 3, ...

లక్ష్మి స్నేహితురాళ్ళ సంఖ్య 50 అయి ఉంటే ఆమె తల్లి ఇంత సులభంగా లెక్కించగలిగేదా?

అన్ని పండ్ల సంఖ్యను ఒకేసారి సులభంగా లెక్కించేందుకు ఆమెకు ఒక పద్ధతి అవసరం. అదేమిటో పరిశీలిద్దాం.

www.apteachers.in
SCERT - ANDHRA PRADESH

12.2 దత్తాంశ నిర్వహణ :

www.apteachers.in

2011 జన గణన సందర్భంగా ఒక గణకుడు ఒక ఆవాస ప్రాంతంలోని 55 కుటుంబాల నుండి కుటుంబ సభ్యుల సంఖ్యలను సేకరించాడు.

సరళ ప్రతి నాలుగు గణన చిహ్నాలను ఐదవ గణన చిహ్నంతో కట్టకడుతూ గణన చిహ్నాలను నమోదు చేసింది.

కుటుంబ పరిమాణం	గణన చిహ్నాలు	కుటుంబాల సంఖ్య
2	𝍸 |	6
3	𝍸 𝍸 𝍸 ||||	19
4	𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 |||	23
5	𝍸	5
6	||	2

సాధారణంగా, సరళ చూపిన విధంగా గణన చిహ్నాలను రాస్తూ ఒకొక్క అంశమునకు తగిన పౌన:పున్యంలను సూచిస్తాం. దత్తాంశంలోని వివిధ అంశాలను, వాటి 'పౌన:పున్యాలను సూచించు పట్టికను పౌన:పున్య విభాజన పట్టిక' అంటాం.

www.apteachers.in

SCERT - ANDHRA PRADESH

ఉదాహరణ-*1.* 10 మార్కుల పరీక్షలో ఒక తరగతిలోని 25 మంది విద్యార్థులు పొందిన మార్కులు ఈ విధంగా ఉన్నవి- 5, 6, 7, 5, 4, 2, 2, 9, 10, 2, 4, 7, 4, 6, 9, 5, 5, 4, 7, 9, 5, 2, 4, 5, 7.

(i) పై దత్తాంశాన్ని వర్గీకరించి, గణన చిహ్నాలతో పౌన:పున్య విభాజన పట్టికలో చూపండి.

(ii) తరగతిలో ఎక్కువ మంది విద్యార్థులు పొందిన మార్కులు ఎన్ని?

(iii) తరగతిలో ఎంతమంది విద్యార్థులు కనిష్ఠ మార్కులు పొందారు?

(iv) ఎంత మంది విద్యార్థులు 8 మార్కులు పొందారు?

సాధన :

i)

పొందిన మార్కులు	గణన చిహ్నాలు	విద్యార్థుల సంఖ్య
2	||||	4
4	𝍸	5
5	𝍸 |	6
6	||	2
7	||||	4
9	|||	3
10	|	1

ii) తరగతిలో ఎక్కువ మంది విద్యార్థులు (6) పొందిన మార్కులు 5.
www.apteachers.in

iii) తరగతిలో కనిష్ఠ మార్కులు (2) పొందిన విద్యార్థుల సంఖ్య 4.

iv) 8 మార్కులు పొందిన విద్యార్థుల సంఖ్య '0' (తరగతిలోని ఏ విద్యార్థీ 8 మార్కులు పొందలేదు).

అభ్యాసం - 12.1

1. 25 మంది విద్యార్థులకు ఇష్టమైన రంగులు ఇలాఉన్నవి :

నీలం, ఎరుపు, ఆకుపచ్చ, తెలుపు, నీలం, ఆకుపచ్చ, తెలుపు, ఎరుపు, నారింజ, ఆకుపచ్చ, నీలం, తెలుపు, నీలం, నారింజ, నీలం, నీలం, తెలుపు, ఎరుపు, తెలుపు, తెలుపు, ఎరుపు, ఆకుపచ్చ, నీలం, నీలం, తెలుపు.

ఈ దత్తాంశానికి గణన చిహ్నాలను ఉపయోగించి పౌన:పున్య విభాజన పట్టిక తయారు చేయండి. అతి తక్కువ మంది విద్యార్థులకు ఇష్టమయిన రంగు ఏది?

2. 'మద్యపాన నిషేధం' పై ఒక టి.వి. ఛానెల్ వారు SMS పోల్ నిర్వహిస్తూ ఈ కింది వానిలో ఒక దానికి ఓటు వేయమని కోరారు.

A - పూర్తి నిషేదం B - పాక్షిక నిషేధం C - అమ్మకాలు కొనసాగించాలి

వారు మొదటి గంటలో అందుకున్న SMS లు ఈ విధంగా ఉన్నవి-

A	A	B	C	A	B	B	C	A	A
A	A	C	C	B	A	A	C	B	A
A	A	A	B	B	C	C	A	A	C
C	B	B	B	A	A	A	A	A	C

www.apteachers.in
SCERT - ANDHRA PRADESH

పై దత్తాంశమును గణన చిహ్నాలు ఉపయోగించి పౌన:పున్య విభాజన పట్టికలో చూపండి.

3. ఒక రహదారి తనిఖీ కేంద్రం వద్ద ఉదయం 10 గం॥లు మరియు 11 గం॥లు మధ్య ప్రయాణించిన వాహనాలు:

కారు, లారీ, బస్సు, లారీ, ఆటో, లారీ, లారీ, బస్సు, ఆటో, బైక్, బస్సు, లారీ, లారీ, జీపు, లారీ, బస్సు, జీపు, కారు, బైక్, బస్సు, కారు, లారీ, బస్సు, లారీ, బస్సు, బైక్, కారు, జీపు, బస్సు, లారీ, లారీ, బస్సు, కారు, కారు, బైక్, ఆటో.

పై దత్తాంశాన్ని గణన చిహ్నాలు ఉపయోగించి పౌన:పున్య విభాజన పట్టికలో చూపండి.

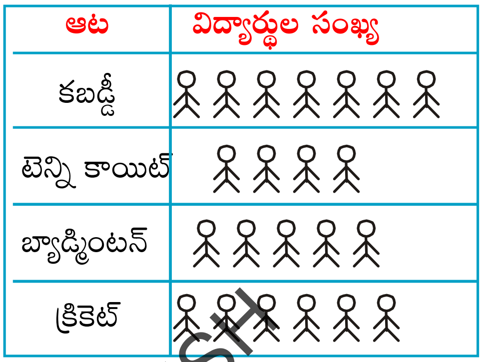
ఒక పాచికను దొర్లించి, వచ్చిన సంఖ్యను నమోదు చేయండి. ఇలా 40 సార్లు పాచికను దొర్లించి సంఖ్యలు నమోదు చేయండి. ఈ దత్తాంశాన్ని గణన చిహ్నాలు ఉపయోగించి పౌన:పున్య విభాజన పట్టికలో చూపండి

12.3 దత్తాంశాన్ని సూచించుట :

www.apteachers.in

పౌన:పున్య విభాజన పట్టికలో చూపిన దత్తాంశాన్ని దృశ్య రూపంలో పట చిత్రాలు, కమ్మీ రేఖా చిత్రాలుగా చూపవచ్చు.

ఉదాహరణ-1: 25 మంది గల ఒక తరగతిలోని విద్యార్థులు వివిధ ఆటలు ఆడతారు. (ఒకొక్క విద్యార్థి ఒక్కొక్క ఆటను మాత్రమే ఆడును). ఆటగాళ్ళ సంఖ్యాత్మక వివరాలు పట చిత్రంలో చూపబడింది



స్కేలు = 1 విద్యార్థి

i) ఎంతమంది విద్యార్థులు బ్యాడ్మింటన్ ఆడతారు?
ii) ఎక్కువ మంది విద్యార్థులు ఆడే ఆట ఏది?
iii) తక్కువ మంది విద్యార్థులు ఆసక్తి చూపే ఆట ఏది?
iv) ఏ ఆటనూ ఆడని విద్యార్థుల సంఖ్య ఎంత?

సాధన : i. 5 మంది విద్యార్థులు బ్యాడ్మింటన్ ఆడతారు.
ii. ఎక్కువ మంది విద్యార్థులు (7) ఆడే ఆట కబడ్డీ.
iii. తక్కువ మంది విద్యార్థులు (4) ఆసక్తి చూపే ఆట టెన్ని కాయిట్.
iv. మొత్తం ఆటగాళ్ళ సంఖ్య $= 7 + 4 + 5 + 6 = 22$
మొత్తం విద్యార్థుల సంఖ్య $= 25$
ఏ ఆటనూ ఆడని విద్యార్థుల సంఖ్య $= 25 - 22 = 3$

ఉదాహరణ:2 ఒక పాఠశాలలోని విద్యార్థుల సంఖ్యను పట చిత్రంగా చూపుదాం.

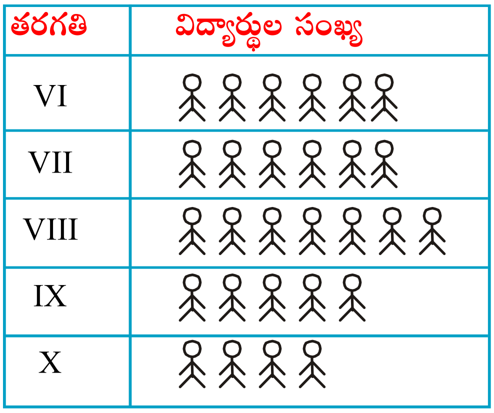
www.apteachers.in

తరగతి	VI	VII	VIII	IX	X
విద్యార్థుల సంఖ్య	30	30	35	25	20

35 మంది విద్యార్థులను సూచించుటకు 35 బొమ్మలు వేయడం సమంజసమా? కావున ప్రతి 5 మంది విద్యార్థులను ఒక బొమ్మ సూచిస్తుందని అనుకుంటే, ఆ సూచనను 'స్కేలు' అంటాం. సాధారణంగా 'స్కేలు' గా దత్తాంశంలోని అన్ని పౌన:పున్యాల యొక్క గ.సా.భా ను తీసుకుంటాం.

స్కేలు: ఒక బొమ్మ ( ) 5 మంది విద్యార్థులను సూచించును.

పై దత్తాంశమును సూచించు పట చిత్రం ఈ కింది విధంగా ఉంటుంది-



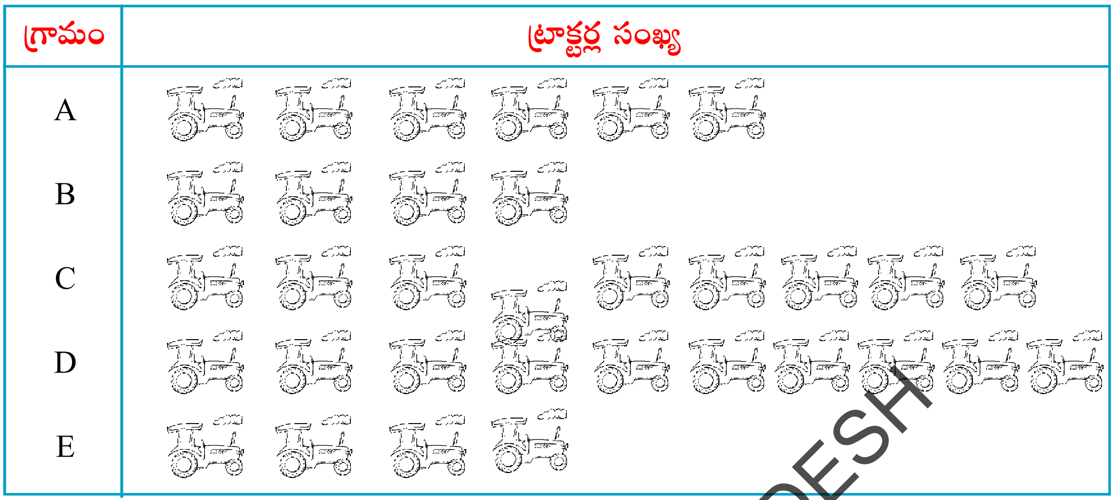
= 5

SCERT - ANDHRA PRADESH

www.apteachers.in

ఉదాహరణ-3: కింది పట చిత్రం ఐదు గ్రామాల్లో గల ట్రాక్టర్ల సంఖ్యను చూపుతున్నది.

స్కేలు : = 2 ట్రాక్టర్లు



i) ఏ గ్రామములో కనిష్ఠ సంఖ్యలో ట్రాక్టర్లు కలవు ?

ii) ఏ గ్రామములో గరిష్ఠ సంఖ్యలో ట్రాక్టర్లు కలవు?

iii) గ్రామము B కన్నా గ్రామము C లో ఎన్ని ట్రాక్టర్లు ఎక్కువ కలవు?

iv) ఐదు గ్రామాలలోనూ గల మొత్తం ట్రాక్టర్ల సంఖ్య ఎంత?

సాధన: i) B మరియు E గ్రామములలో కనిష్ఠ సంఖ్యలో (8) ట్రాక్టర్లు కలవు.

ii) D గ్రామములో గరిష్ఠ సంఖ్యలో (20) ట్రాక్టర్లు కలవు.

iii) B గ్రామము కంటె C గ్రామములో అధికముగా గల ట్రాక్టర్ల సంఖ్య 10.

iv) ఐదు గ్రామాలలోనూ గల మొత్తం ట్రాక్టర్ల సంఖ్య (66).

www.apteachers.in

SCERT - ANDHRA PRADESH

అభ్యాసం - 12.2

1. ఒక చేతి గడియారముల కర్మాగారము ఒక వారములో తయారు చేసిన గడియారముల సంఖ్య ఈ కింది విధంగా ఉంది:

సోమవారం	మంగళవారం	బుధవారం	గురువారం	శుక్రవారం	శనివారం
300	350	250	400	300	275

తగు స్కేలు నిర్ణయించి, పై దత్తాంశాన్ని పట చిత్రంలో చూపండి.

2. ఒక గ్రామ పంచాయితీ సర్పంచ్ ఎన్నికలో నలుగురు అభ్యర్థులు పొందిన ఓట్ల సంఖ్య వారి గుర్తుకెదురుగా ఇవ్వబడినవి.

గుర్తు	సూర్యుడు	కుండ	చెట్టు	గడియారం
ఓట్ల సంఖ్య	400	550	350	200

www.apteachers.in

తగు స్కేలు నిర్ణయించి, పై దత్తాంశాన్ని పట చిత్రంలో చూపి, ఈ కింది ప్రశ్నలకు జవాబులు రాయండి.

i) ఏ గుర్తుకు కనిష్ఠ సంఖ్యలో ఓట్లు లభించాయి?

ii) ఏ గుర్తు అభ్యర్థి ఎన్నికలలో విజయం సాధించాడు?

- దిన పత్రికలు మరియు ఇతర పత్రికలలోని వివిధ పట చిత్రాలను సేకరించండి. వాటిని అధ్యయనం చేసి వాటిపై తగు ప్రశ్నలను మీరు స్వయంగా తయారు చేయండి.

12.3.2 కమ్మీరేఖాచిత్రం :

ఆకాష్ తన ఆవాస ప్రాంతంలో గల 275 మంది విద్యార్థుల వివరాలు సేకరించి, పౌన:పున్య విభాజన పట్టిక తయారు చేశాడు:

విద్యాస్థాయి	ప్రజల సంఖ్య
ప్రాథమిక విద్య	109
సెకండరీ విద్య	72
ఇంటర్మీడియట్	56
డిగ్రీస్థాయి	31
పి.జి. స్థాయి	7

www.apteachers.in

SCERT - ANDHRA PRADESH

ఆకాష్ పై దత్తాంశాన్ని పట చిత్రంగా చూపాలని మొదట ప్రయత్నించాడు. కాని దానికి ఎక్కువ సమయం అవసరమని మరియు కష్టతరమని భావించాడు. కావున పై పటంలో వలె కమ్మీ రేఖా చిత్రంగా చూపించాడు.

సాధారణంగా దత్తాంశంలోని రాశులను వాటి పౌన:పున్యాలతో ప్రాతినిధ్య పరచడానికి కమ్మీ రేఖా చిత్రాలు ఉపయోగిస్తాం.

కమ్మీ రేఖా చిత్రంలో సమాన వెడల్పు గల కమ్మీలను నిలువుగా లేదా అడ్డంగా, వాటి మధ్య ఖాళీలు సమానంగా ఉండేటట్లు నిర్మిస్తాం. కమ్మీల పొడవులు అవి సూచించే రాశుల పౌనఃపున్యాలకు అనులోమానుపాతాలలో ఉంటాయి.

పై కమ్మీ రేఖా చిత్రం నుండి చాలా ఎక్కువ మంది ప్రాథమిక విద్యను మాత్రమే కలిగి ఉన్నారని తెలుస్తుంది. ఇంకా చాలా తక్కువ మంది పి.జి. స్థాయి విద్యను పొందారని తెలుస్తుంది.

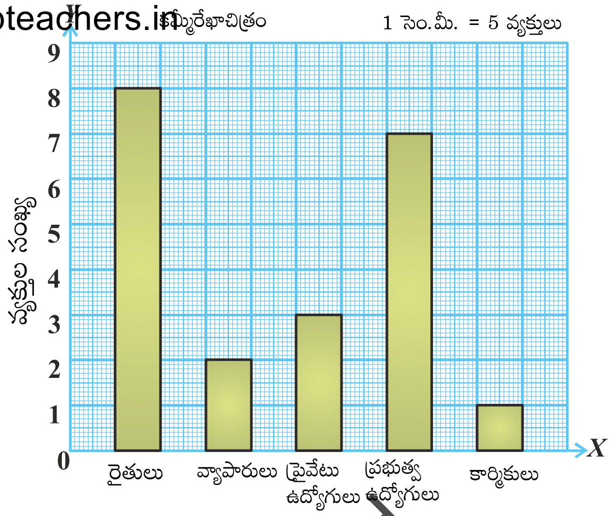
పటచిత్రం కన్న కమ్మీ రేఖా చిత్రం ఏ విధంగా ఉత్తమమైనది?

కమ్మీ రేఖా చిత్ర నిర్మాణం

ఒక కాలనీలోని ప్రజల వృత్తులను తెలుపు దత్తాంశంను పరిశీలిద్దాం:

వృత్తి	రైతులు	వ్యాపారులు	ప్రైవేటు ఉద్యోగులు	ప్రభుత్వ ఉద్యోగులు	కార్మికులు
వ్యక్తుల సంఖ్య	40	10	15	35	5

పై దత్తాంశాన్ని నిలువు కమ్మీరేఖా చిత్రంలో చూపుటకు అనుసరించవలసిన సోపానాలు:



i) గ్రాఫ్ కాగితముపై పరస్పరం లంబంగా ఉండే క్షితిజాక్షం (X-అక్షము) మరియు లంబాక్షం (Y-అక్షము) లను గీయండి.

ii) Y- అక్షము వెంబడి వ్యక్తుల సంఖ్యను, X- అక్షము వెంబడి వృత్తులను గుర్తించండి.

iii) దత్తాంశములోని అన్ని పౌనఃపున్యంలను సూచించుటకు అనువైన స్కేలు 1 సెం.మీ. = 5 వ్యక్తులు తీసుకొనండి.

iv) సూచిక భిన్నంచే ప్రతి పౌనఃపున్యమును భాగించి, కమ్మీల పొడవును లెక్కించండి:

రైతులను సూచించే కమ్మీ పొడవు	$= 40 \div 5 = 8$ సెం.మీ.
వ్యాపారులను సూచించే కమ్మీ పొడవు	$= 10 \div 5 = 2$ సెం.మీ.
ప్రైవేటు ఉద్యోగులను సూచించే కమ్మీ పొడవు	$= 15 \div 5 = 3$ సెం.మీ.
ప్రభుత్వ ఉద్యోగులను సూచించే కమ్మీ పొడవు	$= 35 \div 5 = 7$ సెం.మీ.
కార్మికులను సూచించే కమ్మీ పొడవు	$= 5 \div 5 = 1$ సెం.మీ.

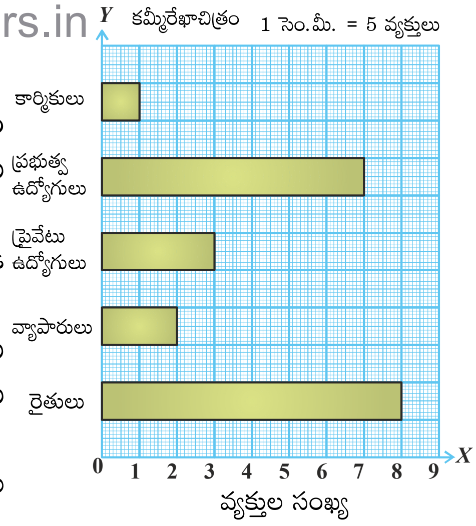
v) ఒకే వెడల్పు (1 సెం,మీ), లెక్కించిన పొడవులు గల నిలువు కమ్మీలను X-అక్షముపై నిర్మించండి.

అదే విధముగా ఈ దత్తాంశమును అడ్డ కమ్మీరేఖా చిత్రంగా కూడా చూపవచ్చు.

www.apteachers.in

SCERT - ANDHRA PRADESH

నిర్మాణ సోపానాలు:



i) గ్రాఫ్ కాగితంపై పరస్పరం లంబంగా ఉండే క్షితిజాక్షం (X- అక్షం) మరియు లంబాక్షం (Y - అక్షం) లను గీయండి.

ii) X - అక్షము వెంబడి వ్యక్తుల సంఖ్యను, Y - అక్షం వెంబడి వృత్తులను గుర్తించండి.

iii) దత్తాంశంలోని అన్ని పౌన:పున్యాలను సూచించు టకు అనువైన స్కేలు (సూచిక భిన్నం) 1 సెం.మీ. = 5 వ్యక్తులు తీసుకోండి.

iv) సూచిక భిన్నంచే ప్రతి పౌన:పున్యాన్ని భాగించి, కమ్మీల పొడవును లెక్కించండి.

రైతులను సూచించే కమ్మీ పొడవు	$= 40 \div 5 = 8$ సెం.మీ.
వ్యాపారులను సూచించే కమ్మీ పొడవు	$= 10 \div 5 = 2$ సెం.మీ.
ప్రైవేటు ఉద్యోగులను సూచించే కమ్మీ పొడవు	$= 15 \div 5 = 3$ సెం.మీ.
ప్రభుత్వ ఉద్యోగులను సూచించే కమ్మీ పొడవు	$= 35 \div 5 = 7$ సెం.మీ.
కార్మికులను సూచించే కమ్మీ పొడవు	$= 5 \div 5 = 1$ సెం.మీ.

v) ఒకే వెడల్పు (1సెం.మీ.), లెక్కించిన పొడవులు గల అడ్డ కమ్మీలను Y అక్షంపై నిర్మించండి. (కింది నుండి పైకి)

www.apteachers.in

అభ్యాసం - 12.3

1. కొన్ని జంతువుల జీవితకాలాలు కింద ఇవ్వబడినవి:
   ఎలుగుబంటి - 40 సం॥లు, ఒంటె - 50 సం॥లు, పిల్లి - 25 సం॥లు, గాడిద - 45 సం॥లు, మేక - 15 సం॥లు, గుఱ్ఱం - 10 సం॥లు, ఏనుగు - 70 సం॥లు.
   పై దత్తాంశాన్ని అడ్డుకమ్మీ రేఖా చిత్రంలో చూపండి.
2. హైదరాబాదు నుండి తిరుపతికి వివిధ ప్రయాణ సాధనముల ద్వారా పట్టు సమయం ఈ విధంగా ఉంది
   కారు - 8 గం॥లు, బస్సు - 15 గం॥లు, రైలు - 12 గం॥లు, విమానం - 1 గం॥. ఈ సమాచారంను కమ్మీ రేఖా చిత్రంలో చూపండి.
3. 120 మంది విద్యార్థులపై వారు తమ 'తీరిక సమయాన్ని ఎలా గడుపుతారు' అని సర్వే చేయగా ఈ సమాచారం లభించింది.

ఇష్టపడే కృత్యం	ఆటలాడటం చదవడం	పుస్తకాలు చూడడం	టీ.వి వినడం	సంగీతం	చిత్ర లేఖనం
విద్యార్థుల సంఖ్య	25	10	40	10	15

www.apteachers.in

ఈ దత్తాంశాన్ని సూచించు కమ్మీరేఖా చిత్రం నిర్మించండి.

SCERT - ANDHRA PRADESH

ప్రాజెక్టు

1. దినపత్రికలు, వార పత్రికల నుండి వివిధ రకాల కమ్మీరేఖా చిత్రాలు సేకరించి, ఒక ఆల్బమ్ తయారు చేయండి. ప్రతీ కమ్మీరేఖా చిత్రం గురించి వ్యాఖ్యానించండి.
2. మీ ఆవాస ప్రాంతంలోని వివిధ రకాల గృహాలు అనగా పూరిళ్ళు, పెంకుటిళ్ళు, మేడ, అంతస్తులు మొ॥వి. ఈ సమాచారాన్ని పట్టికలో పొందుపరిచి, కమ్మీరేఖా చిత్రంను ప్రదర్శించండి.

యూనిట్ అభ్యాసనము

1. ఒక పాఠశాలలోని 20 మంది విద్యార్థుల వయస్సులు దిగువ ఇవ్వబడ్డాయి.
   13, 10, 11, 12, 10, 11, 11, 13, 12, 11, 10, 11, 12, 11, 13, 11, 10, 13, 10, 12
   i) ఈ దత్తాంశానికి గణన చిహ్నాలతో పౌనఃపున్య విభాజన పట్టికను నిర్మించండి.
   ii) ఏ వయసు గల విద్యార్థులు ఎక్కువమంది కలరు?

www.apteachers.in

iii) 10 సం॥ వయస్సు గల విద్యార్థులెందరు?

iv) గరిష్ఠ వయస్సు గల విద్యార్థుల సంఖ్య ఎంత?

2. ఒక పాచికను 30 సార్లు దొర్లించగా వచ్చిన ఫలితాలు

5 3 4 6 2 3 6 2 2 3 1 5

2 5 4 6 2 1 4 5 1 6 2 1

3 1 3 3 4 6

i) పై దత్తాంశమునకు పౌనఃపున్య విభాజన పట్టిక తయారు చేయండి?

ii) ఎక్కువ సార్లు (గరిష్ఠంగా) వచ్చిన ఫలితము (సంఖ్య) ఏది?

iii) 4 కంటె పెద్దదైన సంఖ్య ఎన్నిసార్లు ఫలితంగా వచ్చింది?

iv) బేసి సంఖ్య ఎన్నిసార్లు ఫలితంగా వచ్చింది?

3. ఒక పాఠశాలలోని వివిధ తరగతులలో A గ్రేడు విద్యార్థుల శాతాలు ఈ విధంగా ఉన్నది .

తరగతి	VI	VII	VIII	IX	X
A గ్రేడు	65	75	85	60	80

www.apteachers.in

పై దత్తాంశమును నిలువు కమ్మీ రేఖ చిత్రంలో చూపండి.

4. ఒక పుస్తక విక్రేత ఆరు రోజులలో అమ్మిన గణిత పుస్తకాల సంఖ్య కింద ఇవ్వబడింది.

రోజు	సోమవారం	మంగళవారం	బుధవారం	గురువారం	శుక్రవారం	శనివారం
పుస్తకాల సంఖ్య	65	40	30	50	70	20

ఈ దత్తాంశానికి అడ్డు కమ్మీ రేఖా చిత్రం నిర్మించండి.

SCERT - ANDHRA PRADESH

P. C. మహలనోబిస్ (భారతదేశం)

1893 - 1972

- ఈయన భారత సాంఖ్యక శాస్త్ర పితామహుడిగా ఖ్యాతిగాంచారు.
- కోల్‌కతాలో గల భారత సాంఖ్యక శాస్త్ర పరిశోధనా సంస్థను ఈయన స్థాపించారు ఈయన 'నేషనల్ శాంపిల్ సర్వేలు' ప్రపంచ ఖ్యాతిని పొందాయి.

www.apteachers.in

గుర్తుంచుకోవలసిన విషయాలు

1. ఒక నిర్ణయం తీసుకొనుటకు సహాయపడు సంఖ్యాత్మక లేక వివరణాత్మక సమాచారాన్ని 'దత్తాంశం' అంటారు.

2. ఒక దత్తాంశం నుండి అవసరమగు విషయాలను త్వరగా అవగాహన చేసుకొనుటకు గణన చిహ్నాలు ఉపయోగించి పౌనఃపున్య విభాజన పట్టికను తయారు చేస్తాం.

3. పట చిత్రం బొమ్మలు, వస్తువులు, వాటి భాగాలను కలిగి ఏ విధంగా దత్తాంశాన్ని సూచిస్తుందో తెలుసుకున్నాం. పట చిత్రాన్ని చదివి అర్థం చేసుకోవడం, దానిపై ఇచ్చిన ప్రశ్నలకు సమాధానాలు ఇవ్వడం నేర్చుకున్నాం. ఎక్కువ పౌనఃపున్యం గల వస్తువులను సూచించుటకు వీలుగా స్కేలు (సూచిక భిన్నం) ఎలా నిర్ణయించాలో తెలుసుకున్నాం. ఉదా, = 100 పుస్తకాలు.

4. కమ్మీ రేఖా చిత్రం (దిమ్మ రేఖా చిత్రం) తో దత్తాంశాను ఏ విధంగా ప్రదర్శించవచ్చో తెలుసుకున్నాం. కమ్మీ రేఖా చిత్రంలో అన్ని కమ్మీల వెడల్పులు సమానంగా ఉంటాయని, వాటి మధ్య ఖాళీలు సమానంగా కలిగి, అడ్డంగా గాని, నిలువుగా గాని ఉంటాయని తెలుసుకున్నాం. కమ్మీల పొడవులు అవి సూచించే రాశులు పౌనఃపున్యాలకు అనుపాతంలో ఉంటాయి.

SCERT ANDHRA PRADESH
www.apteachers.in

M9G1Y7

జవాబులు

అధ్యాయం - 1

అభ్యాసం -1.1

1) పెద్ద సంఖ్య చిన్నసంఖ్య
   i) 76547 15476
   ii) 274347 64567
2) i) 24625, 75645, 77845, 85690
   అవరోహణ క్రమం: 85690, 77845, 75645, 24625
   ii) 6790, 16176, 27895, 50000
   అవరోహణ క్రమం: 50000, 27895, 16176, 6790
3) i) డెబ్బై మూడు వేల అరవై రెండు
   ii) ఒక లక్ష యనభై వేల ఐదు వందల అరవై ఐదు
   iii) ఇరవై ఐదు లక్షల నలభై ఐదు వేల ఐదు వందల ఐదు
4) i) 60,066 ii) 78,414 iii) 9,96,090
5) ii) పెద్దసంఖ్య 8752 చిన్నసంఖ్య 2578 భేదం 6174
   iii) పెద్దసంఖ్య 98640 చిన్నసంఖ్య 40689 భేదం 57951
   iv) పెద్దసంఖ్య 98743 చిన్నసంఖ్య 34789 భేదం 93951
6) 5670, 5607, 5067, 5076, 5760, 5706, 6057, 6075, 6750, 6705, 6507, 6570, 7065, 7056, 7605, 7650, 7506, 7560

అభ్యాసం -1.2

1) i) 60,75,92,502 ii) 944,60,55,486 iii) 10,00,10,010
2) i) 57657560- ఐదు కోట్ల డెబ్బై ఆరు లక్షల యాభై ఏడు వేల ఐదు వందల అరవై
   ii) 70560762- ఏడు కోట్ల ఐదు లక్షల అరవై వేల ఏడు వందల అరవై రెండు
   iii) 97256775613-తొమ్మిది వేల ఏడు వందల ఇరవై ఐదు కోట్ల అరవై ఏడు లక్షల డెబ్బై ఐదు వేల ఆరు వందల పదమూడు
3) i) 756723 - 7,00,000+56,000+700+20+3
   ii) 6056724 - 6,00,00,000+5,00,000+60,000+7000 +200+30+4
   iii) 8500756762 - 800,00,00,000+50,00,00,000+ 7,00,000+ 50,000+6000+700+60+2
4) 5,94,000

అభ్యాసం -1.3

1) i) 9,700,605 - 9,000,000+700,000+600+5
   ii) 700,872,407- 700,000,000+800,000+70,000 +2000+400+7
2) i) 717,858- ఏడు వందల పదిహేడు వేల ఎనిమిది వందల యాభై ఎనిమిది
   ii)3,250,672- మూడు మిలియన్ల రెండు వందల యాభై వేల ఆరు వందల డెబ్బై రెండు
   iii)75,623,562- డెబ్బై ఐదు మిలియన్ల ఆరు వందల ఇరవై మూడు వేల ఐదు వందల అరవై రెండు
   iv) 956,237,676- తొమ్మిది వందల యాభై ఆరు మిలియన్ల రెండు వందల ముప్పై ఏడు వేల ఆరు వందల డెబ్బై ఆరు
3) i) 67,56,327 - అరవై ఏడు లక్షల యాభై ఆరు వేల మూడు వందల ఇరవై ఏడు
   6,756,327- ఆరు మిలియన్ల ఏడు వందల యాభై ఆరు వేల మూడు వందల ఇరవై ఏడు
   ii) 4,56,07,087- నాలుగు కోట్ల యాభై ఆరు లక్షల ఏడు వేల యనభై ఏడు
   45,607,087 – నలభై ఐదు మిలియన్ల ఆరు వందల ఏడు వేల యనభై ఏడు
   iii) 856,07,07,236 - ఎనిమిది వందల యాభై ఆరు కోట్ల ఏడు లక్షల ఏడు వేల రెండు వందల ముప్పై ఆరు
   8,560,707,236 - ఎనిమిది బిలియన్ల ఐదు వందల అరవై మిలియన్ల ఏడు వందల ఏడు వేల రెండు వందల ముప్పై ఆరు
5) i) రెండు వందల తొంభై మూడు మిలియన్ల ఐదు వందల యాభై ఆరు వేల ఏడు వందల యాభై మూడు
   ii) పది బిలియన్ల తొమ్మిది మిలియన్ల తొమ్మిది వందల వేల యాభై మూడు
6 i) తొమ్మిది వందల రెండు కోట్ల నలభై లక్షల యాభై వేల డెబ్బై రెండు
   ii) డెబ్బై వేల కోట్ల అరవై లక్షల నాలుగు వేల ఏడు వందల ఐదు

అభ్యాసం -1.4

2) 4500 గ్రాములు - 4.5 కిలో గ్రాములు
3) 14670 కిలో గ్రాములు - 146.7 క్వింటాలు
4) 25,13,22,872
5) 21246 పరుగులు
6) 90110 ఓట్లు
7) 987640-406789 = 58085
8) ₹. 9976

యూనిట్ అభ్యాసం

1) ii) 20,497,096,472
2) i) హిందూ సంఖ్యామానం: ఎనిమిది వందల ఇరవై ఏడు కోట్ల యాభై ఆరు లక్షల డెబ్బై ఎనిమిది వేల తొమ్మిది వందల అరవై
   ఆంగ్ల సంఖ్యామానం: ఎనిమిది బిలియన్ల రెండు వందల డెబ్బై ఐదు మిలియన్ల ఆరు వందల డెబ్బై ఎనిమిది వేల తొమ్మిది వందల అరవై
   ii) హిందూ సంఖ్యామానం: ఐదు వందల డెబ్బై రెండు కోట్ల యాభై ఐదు లక్షల మూడు వేల ఇరవై ఏడు
   ఆంగ్ల సంఖ్యామానం: ఐదు బిలియన్ల ఏడు వందల ఇరవై నాలుగు మిలియన్ల ఐదు వందల వేల మూడు వందల ఇరవై ఏడు
   iii)హిందూ సంఖ్యామానం: నూట ఇరవై మూడు కోట్ల నలభై ఐదు లక్షల అరవై ఏడు వేల ఎనిమిది వందల తొంభై
   ఆంగ్ల సంఖ్యామానం: ఒక బిలియన్ రెండు వందల ముప్పై నాలుగు మిలియన్ల ఐదు వందల అరవై ఏడు వేల ఎనిమిది వందల తొంభై
3) 79, 92,000
4) 900000
5) వెయ్యి వేలు
7) 5 లక్షలు

www.apteachers.in
www.apteachers.in
SCERT - ANDHRA PRADESH

అధ్యాయం - 2

అభ్యాసం-2.1

1) 18
3) i) 895 ii) 10001 iii) 15678

అభ్యాసం-2.2

1) i) 1095 ii) 600
2) i) 196300 ii) 1530000
3) i) 407745 ii) 200955
4) ₹ 5000

అభ్యాసం-2.3

1) 123456 × 8+6= 987654
   1234567 × 8+6= 9876543
   12345678 × 8+6= 98765432
   123456789 × 8+6= 987654321

అభ్యాసం

1) i) > ii) > iii) < iv) >
3) i) true ii) true iii) false
4) i) 532 ii) c iii) 85
5) i) 11040 ii) 388710
6) ₹ 330
7) i) C ii) E iii) B iv) A v) D
8) 91
9) 91, 91, 91, 91

అధ్యాయం - 3

అభ్యాసం - 3.1

1) I,II,III,V
2) 250,1250,45880
3) 2,3,4 లచే ఏర్పడే అన్ని మూడంకెల సంఖ్యలు తొమ్మిదిచే భాగింపబడతాయి.
4) i) 56 - 2 చే భాగింపబడుతుంది
   ii) 67 - 2,3,5,6,9 లచే భాగింపబడదు
   iii)75 - 3,5 లచే భాగింపబడుతుంది
5) 2
6) 6
7) 102,108,114,120,126,132,138,144,150,156, 162,168,174,180,186,192,198
8) 9999 - 3, 9 లచే భాగింపబడుతుంది
9) ii,iii,iv
10) 12344

అభ్యాసం - 3.2

1) i,ii,iv లు 11 చే భాగింపబడతాయి
2) 2002,2013,2024,2035,2046, 2057,2068,2079,2090
3) 1232

అభ్యాసం - 3.3

1) i) 24-1,2,3,4,6,8,12,24
   ii) 56- 1,2,4,7,8,14,28,56
   iii) 80-1,2,4,5,8,10,20,40,80,
   iv) 98-1,2,7,14,49,98
2) 97
3) (17,71), (37,73)
4) i) 18=7+11 ii) 24= 5+19 iii) 36= 5+31
   iv) 44= 7+37
5) 90,91,92,93,94,95,96
6) 29-19=10 , 23-10=13
7) (2,3), (3,7),(11,19)

అభ్యాసం - 3.4

5) 210

అభ్యాసం - 3.5

1) i) 16 ii) 18 iii) 4 iv) 5
2) 15
3) 31

అభ్యాసం - 3.6

1) i) 60 ii) 75 iii) 42
2) i) 2352 ii)2142 iii) 1980
3) 247
4) 900
5) 12

అభ్యాసం - 3.7

1) i) క.సా.గు- 120 గ.సా.భ - 3
   ii) క.సా.గు- 200 గ.సా.భ - 1
   iii) క.సా.గు- 48 గ.సా.భ - 12
   iv) క.సా.గు- 240 గ.సా.భ - 6
2) 25 3) 546 4) 18 5) అవును 6) కాదు

యూనిట్ అభ్యాసం

1) 5500,14560 లు 10 చే భాగింపబడతాయి
   972,45813 లు 9 చే భాగింపబడతాయి
   14560,1790184 లు 8 చే భాగింపబడతాయి
   912,179084 లు 6 చే భాగింపబడతాయి
   912,5500,14560,1790184 లు 2 చే భాగింపబడతాయి
3) i)1 ii) 2 iii) 1
4) 7 5) 9 6) 24 7) 8 8) 27

అధ్యాయం - 4

అభ్యాసం - 4.1

1) i) సత్యము ii) అసత్యము iii) సత్యము iv) సత్యము v) సత్యము
2) i) 1 ii) 5 iii) 9 iv) -3,-4,-5 లేదా ఏదైనా
   v) -1,0,1 లేదా ఏదైనా

అభ్యాసం - 4.2

1) i) < ii) > iii) <
2) i) ఆరోహణ క్రమం: -7,3.5
   అవరోహణ క్రమం: 5,-3,-7
   ii) ఆరోహణ క్రమం: -1,0,3
   అవరోహణ క్రమం: 3,0,-1
   iii) ఆరోహణ క్రమం: -5,-3,-1
   అవరోహణ క్రమం : -1,-3,-5
3) i) సత్యము ii) అసత్యము iii) సత్యము iv) అసత్యము
4) i) 0 ii) -4,-3,-2,-1 iii) -7 iv) -1,-2
5) కుష్ణీ

అభ్యాసం - 4.3

1) i) 1 ii) -10 iii) -9

www.apteachers.in
www.apteachers.in
SCERT - ANDHRA PRADESH

2) i) 7 ii) 6 iii) 0
3) i) -154 ii) -40
4) i) 6 ii) -78

అభ్యాసం - 4.4

1) i) 18 ii) -14 iii) -33 iv) -33 v) 44 v) 19
2) i) < ii) > iii) >
3) i) 13 ii) 0 iii) -9 iv) -8

యూనిట్ అభ్యాసం

1) i) 225 ii) -1250 iii) -12°C iv) -3800
2) i) true ii) true iii) true iv) true v)true

అధ్యాయం - 5

అభ్యాసం - 5.1

1) క్రమ భిన్నం : $\frac{3}{4}, \frac{2}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4}$

అపక్రమ భిన్నం : $\frac{6}{5}, \frac{3}{2}, \frac{4}{1}, -\frac{18}{13}$

మిశ్రమ భిన్నం : $1\frac{5}{7}, 11\frac{1}{2}$

2) i) $\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{3}{2}, \frac{8}{7}$

ii) $\frac{4}{9}, \frac{2}{7}, \frac{3}{4}, \frac{3}{8}, \frac{5}{7}$

3) $2\frac{1}{2}$ 4) $\frac{8}{15}$

5) i) $\frac{11}{15}$ ii) $\frac{29}{21}$ iii) $\frac{1}{4}$ iv) $\frac{32}{100}$

అభ్యాసం - 5.2

1) i) $1\frac{1}{4}$ ii) $22\frac{1}{2}$ iii) 1 iv) $1\frac{13}{35}$

2) i) $\frac{1}{2}$ of $\frac{6}{7}$ ii) $\frac{3}{5}$ of $\frac{5}{8}$

3) i) 210 ii) 60 iii) $\frac{32}{7}$ iv) $\frac{3}{70}$

4) ₹ 387 5) $144\frac{3}{8}$ కి.మీ

అభ్యాసం - 5.3

1) i) $\frac{9}{5}$ ii) $\frac{7}{12}$ iii) $\frac{5}{11}$ iv) 8 v) $\frac{11}{13}$ vi) $\frac{3}{8}$

2) i) 20 ii) $3, \frac{9}{11}$ iii) $\frac{9}{7}$ iv $\frac{4}{135}$ v) $\frac{31}{98}$

3) i) $\frac{2}{3}$ ii) $\frac{1}{2}$ iii) $\frac{35}{9}$ iv) $\frac{30}{7}$

4) $\frac{31}{8}$ 5) $\frac{68}{117}$ 6) 23 7) $32, \frac{2}{5}$ 8) $5, \frac{1}{3}$

అభ్యాసం - 5.4

www.apteachers.in

1) i), ii)
2) i) 0.802, 54.320, 873.274
ii) 4.780, 9.193, 11.300
iii) 16.003, 16.900, 16.190
3) a) 7.2, 7.26, 7.62
b) 0.446, 0.464, 0.644, 0.664
c) 30.000, 30.060, 30.30
4) 16.99, 16.96, 16.42, 16.3, 16.1, 16.03, 16.01
5) i) > ii) > iii) =

అభ్యాసం - 5.5

1) i) 19.242 ii) 129.296
2) i) 141.844 ii) 1.991 iii) 1.797
3) 4.50 మీటర్లు
4) i) ₹ 90.75 ii) 49.20 మీటర్లు iii) 12.450 కి.గ్రా iv) 150.500
5) i) 118.450 కి.గ్రా ii) 152.45 మీటర్లు
6) i) 2.024 కి.గ్రా ii) 11.08

SCERT - ANDHRA PRADESH

యూనిట్ అభ్యాసం

1) $2, \frac{7}{12}$ 2) $46, \frac{1}{3}$ 3) $3, \frac{5}{6}$ 4) 3

5) 22 6) 14.9 7) 4.650 8) 6.387

www.apteachers.in

అధ్యాయం - 6

అభ్యాసం - 6.1

1) i) 5:1 ii) 2:1
2) i) 8:3 ii) 12:1 iii) 31:1 iv) 45:34
3) పూర్వ పదం, పరపదం

i) 36	73
ii) 65	84
iii) 58	97
iv) 69	137

4) i) 5:11 ii) 1:40 iii) 1:2 iv) 20:3 v) 7:1
vi) 3:2
5) i) 28:75 ii) 75:47 iii) 28:47

అభ్యాసం - 6.2

1) a) అవును b) కాదు, నిష్పత్తి లేదు
c) కాదు, నిష్పత్తి లేదు d) కాదు, నిష్పత్తి లేదు
2) a) సత్యము b) సత్యము c) అసత్యము d) అసత్యము
3) a) అవును, మధ్యపదము 1మీ., ₹45 ;
అంత్యము 15 సెం.మీ., ₹ 300
b) అవును, మధ్యపదము 21, ₹ 100 ;
అంత్యము 20మి.లీ., ₹ 10000
4) a) 32 b) 14 c) 81

అభ్యాసం -6.3

1) ₹ 140 2) ₹ 75 3) 2
4) 7 గంటలు 5) 300 లీటర్లు

అభ్యాసం-6.4

1) a) $\frac{3}{20}$ b) $\frac{7}{20}$ c) $\frac{1}{2}$ d) $\frac{3}{4}$

2) a) 750% b) 825% c) 575% d) $333\frac{1}{3}$%

3) a) 60% b) 62.5% c) $4\frac{6}{11}$% d) $11\frac{1}{9}$%

4) a) 3:25 b) 1:4 c) 9:20 d) 21:25
5) a) 0.01 b) 0.06 c) 0.19 d) 00.67
6) a) 4% b) 52% c) 12.5% d) 0.06%
7) 600 8) 68 9) ₹ 35000

యూనిట్ అభ్యాసం
2) 2:3
3) కేశవ - ₹ 40,000, డేవిడ్ - ₹ 32,000
4) a) ₹ 25,000 b) 1 సంవత్సరం 7 నెలలు
5) 22 కుర్చీలు 6) 20% 7) C 8) 100

అధ్యాయం – 7

అభ్యాసం - 7.1
1) i) 3 ii) 4 iii) 3
2) 3n
3) 7n
4) ₹ 25
5) 2y+5

అభ్యాసం - 7.2
1) i) 3z+5 ii) 9n+10 iii) 2y-16 iv) 10y+x
2) 3p 3) S=3+G 4) 5n

అభ్యాసం - 7.3
1) i, iv, v
2) i) LHS-X-5 RHS-6
ii) LHS=4Y RHS=12
iii) LHS=2z+3 RHS=7
3) i) X=2 ii) Y=9 iii) a=5

అభ్యాసం
1) 1500n
2) 4p
3) x+5
4) i, iii, iv, v, vii
5) i) L.H.S=7x+8 R.H.S=22
ii) L.H.S=9Y-3 R.H.S=6
iii) L.H.S =3k-10 R.H.S=2
iv) L.H.S=3p-4q R.H.S-19
6) i) x=8 ii) y=9 iii)m=-2 iv) k=2

అధ్యాయం – 8

అభ్యాసం - 8.1
1) A, B, C, D, E, F (ప్రతి బిందువు దగ్గర పెద్ద ఆంగ్ల అక్షరం వాడాలి.)

2) i) $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CD}, \overline{DA}, \overline{AC}, \overline{BD}$

ii) $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CD}, \overline{DE}, \overline{EF}, \overline{FA}$

$\overline{AC}, \overline{AD}, \overline{AE}, \overline{AF}$

$\overline{BD}, \overline{BE}, \overline{BF}$

$\overline{CE}, \overline{CF}$

$\overline{DF}$

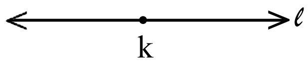
3) i) A, B, C, D, E, F, G, H, I, J (ఏ ఆరు అయిన)

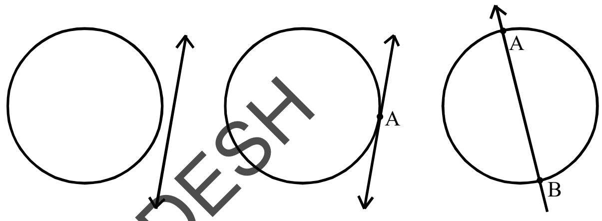
ii) $\overline{GH}, \overline{GD}, \overline{GE}, \overline{GF}, \overline{GA}, \overline{GC}$

iii) $\overrightarrow{IA}, \overrightarrow{IC}, \overrightarrow{IG}, \overrightarrow{IB}$

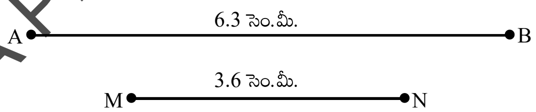
iv) $\overleftrightarrow{AC}, \overleftrightarrow{EC}, \overleftrightarrow{BE}, \overleftrightarrow{BD}, \overleftrightarrow{AD}$

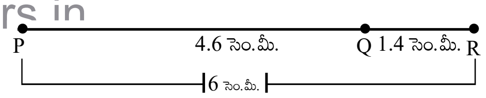
4) i) అసత్యం ii) సత్యం iii) సత్యం iv) అసత్యం

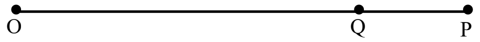
5) i) 

ii) 

అభ్యాసం - 8.2
1)

2) 

3) 

4) 

అవును = $\overline{OP} - \overline{PQ} = \overline{OQ}$ ఇది సత్యము.

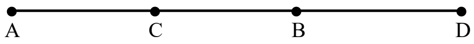
అభ్యాసం - 8.3
1) ℓ,m లంబ రేఖలు, $\overleftrightarrow{AB}, \overleftrightarrow{CD}$ సమాంతర రేఖలు

2) i) $\overline{AQ} \| \overline{PC}$, $AD \perp CD$, $AB \perp BC$, $BC \perp CD$, $DA \perp AB$

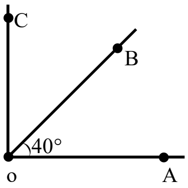
ii) $\overline{QR} \perp \overline{PX}$ iii) $\overline{LP} \| \overline{ON}$, $OM \perp ON$, $KP \perp PL$

3) ℓ,m; m,n; n,o; o,ℓ లు ఖండన రేఖలు
P, Q, S లంబ రేఖలు

అభ్యాసం - 8.4
1) కాదు 2) A, F, H, I, K, N, Y, Z

అభ్యాసం
1)
2) 

కాదు $\overline{AC} \neq \overline{BD}$

3) 

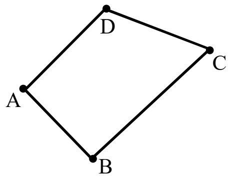
అవును $m\angle AOB + m\angle BOC = m\angle AOC$

5) 1 - C | 2 - A | 3 - B 6) E, F, H, I, L, T

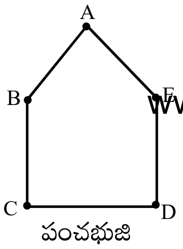
www.apteachers.in
SCERT - ANDHRA PRADESH
www.apteachers.in

అధ్యాయం - 9

అభ్యాసం - 9.1

1) 

సమచతుర్భుజం

2) 

పంచభుజి

3) $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CD}, \overline{DE}, \overline{EF}, \overline{FA}$

4) $\angle PQR, \angle QRS, \angle RST, \angle STP, \angle TPQ$

అభ్యాసం - 9.2

1) i) X, Y, Z   ii) A, I, B, J, C   iii) O, L, K

2) i) 3 భుజాలు $\overline{PQ}, \overline{QR}, \overline{RP}$ ii) 3 శీర్షాలు P, Q, R

iii) $\overline{QR}$ iv) Q

3) i) 3 కోణాలు $\angle MNO, \angle NOM, \angle OMN$

ii) $\angle NOM$ iii) $\wedge$t శీర్షం 'O'

అభ్యాసం - 9.3

1) i) $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CD}, \overline{DA}$ ii) $\overline{CD}$ iii) D   iv) $\angle A$

v) $\angle A, \angle B$; $\angle B, \angle C$; $\angle C, \angle D$; $\angle D, \angle A$

4 జతలు

vi) $\angle B, \angle D$; $\angle C, \angle A$

2) చతురస్రం: 4, వృత్తం: అనంతం, సమాంతర త్రిభుజం: 3

అభ్యాసం - 9.3

1) i) సమఘనం ii) స్థూపం iii) గోళం iv) శంఖువు

2) i) శంఖువు   ii) ఘనం   iii) గోళం   iv) స్థూపం

3) $a \to 5$, $b \to 3$, $c \to 4$, $d \to 1$, $e \to 2$

4)

6	12	8
5	9	6
5	8	5
6	12	8

అభ్యాసం

1)

2) i) $\triangle$ PQR, $\overline{PQ}, \overline{QR}, \overline{RP}$, $\angle PQR, \angle QRP, \angle RPQ$

P, Q, R

3) i) సమచతుర్భుజం

ii) $\overline{EF}, \overline{FG}$; $\overline{FG}, \overline{GH}$; $\overline{GH}, \overline{HE}$; $\overline{HE}, \overline{EF}$; $\angle E$,

$\angle F$; $\angle F, \angle G$; $\angle G, \angle H$; $\angle H, \angle F$

iii) E, F, G, H

iv) $\overline{EF}, \overline{GH}$; $\overline{FG}, \overline{EH}$;

$\angle F, \angle H$; $\angle E, \angle G$

4) i) సత్యం   ii) అసత్యం   iii) అసత్యం

అధ్యాయం - 11

అభ్యాసం - 11.1

1) i) అవును 3×2 సెం.మీ = 6 సెం.మీ

ii) అవును 4×3 సెం.మీ = 12 సెం.మీ

iii) అవును 4×2 సెం.మీ = 8 సెం.మీ

2) 160 మీ ; 200 మీ

Yes Perimeter of Rectangle = $2 \times$ length + $2 \times$ breadth

3) a) 3×3.5 సెం.మీ = 10.5 సెం.మీ

b) 4×4.8 సెం.మీ = 19.2 సెం.మీ

4) 500 సెం.మీ

5) 1

6) 22 సెం.మీ, 18 సెం.మీ

7) B

అభ్యాసం - 11.2

1) a) 44 సెం.మీ b)22 సెం.మీ   c) 88 సెం.మీ

2) a) 0.7 మీ   b) 28 సెం.మీ   c) 0.245 సెం.మీ

3) 70

4) 11 సెం.మీ

5) 300 times

6) 3.5సెం.మీ

7) 3100 సెం.మీ

అభ్యాసం - 11.3

1) 120 చ.సెం.మీ

2) 256 చ.సెం.మీ

3) 112 చ.సెం.మీ

4) a) చుట్టుకొలత: 4.8సెం.మీ   c) i) A, B

వైశాల్యం : 128 sq.సెం.మీ   ii) కాదు

b) చుట్టుకొలత: 48సెం.మీ

వైశాల్యం : 140 చ.సెం.మీ

అభ్యాసం

1) 144 చ.సెం.మీ

2) 98 చ.సెం.మీ

3) 44 చ.సెం.మీ

4) 168 చ.సెం.మీ, $8 \times 18 = 144$ చ.సెం.మీ, బేధము = 24 చ.సెం.మీ

5) 40సెం.మీ, 40సెం.మీ, 40సెం.మీ

6) 32సెం.మీ

256 సెం.మీ

64 చిన్న చదరాల చుట్టుకొలత మొత్తం

= 8 × అన్ని చదరాల చుట్టుకొలత

***

www.apteachers.in
SCERT - ANDHRA PRADESH
www.apteachers.in

ఎక్కాలు

www.apteachers.in

2 x 1 = 2	3 x 1 = 3	4 x 1 = 4	5 x 1 = 5
2 x 2 = 4	3 x 2 = 6	4 x 2 = 8	5 x 2 = 10
2 x 3 = 6	3 x 3 = 9	4 x 3 = 12	5 x 3 = 15
2 x 4 = 8	3 x 4 = 12	4 x 4 = 16	5 x 4 = 20
2 x 5 = 10	3 x 5 = 15	4 x 5 = 20	5 x 5 = 25
2 x 6 = 12	3 x 6 = 18	4 x 6 = 24	5 x 6 = 30
2 x 7 = 14	3 x 7 = 21	4 x 7 = 28	5 x 7 = 35
2 x 8 = 16	3 x 8 = 24	4 x 8 = 32	5 x 8 = 40
2 x 9 = 18	3 x 9 = 27	4 x 9 = 36	5 x 9 = 45
2 x 10 = 20	3 x 10 = 30	4 x 10 = 40	5 x 10 = 50
2 x 11 = 22	3 x 11 = 33	4 x 11 = 44	5 x 11 = 55
2 x 12 = 24	3 x 12 = 36	4 x 12 = 48	5 x 12 = 60
2 x 13 = 26	3 x 13 = 39	4 x 13 = 52	5 x 13 = 65
2 x 14 = 28	3 x 14 = 42	4 x 14 = 56	5 x 14 = 70
2 x 15 = 30	3 x 15 = 45	4 x 15 = 60	5 x 15 = 75
2 x 16 = 32	3 x 16 = 48	4 x 16 = 64	5 x 16 = 80
2 x 17 = 34	3 x 17 = 51	4 x 17 = 68	5 x 17 = 85
2 x 18 = 36	3 x 18 = 54	4 x 18 = 72	5 x 18 = 90
2 x 19 = 38	3 x 19 = 57	4 x 19 = 76	5 x 19 = 95
2 x 20 = 40	3 x 20 = 60	4 x 20 = 80	5 x 20 = 100

www.apteachers.in
SCERT - ANDHRA PRADESH

6 x 1 = 6	7 x 1 = 7	8 x 1 = 8	9 x 1 = 9
6 x 2 = 12	7 x 2 = 14	8 x 2 = 16	9 x 2 = 18
6 x 3 = 18	7 x 3 = 21	8 x 3 = 24	9 x 3 = 27
6 x 4 = 24	7 x 4 = 28	8 x 4 = 32	9 x 4 = 36
6 x 5 = 30	7 x 5 = 35	8 x 5 = 40	9 x 5 = 45
6 x 6 = 36	7 x 6 = 42	8 x 6 = 48	9 x 6 = 54
6 x 7 = 42	7 x 7 = 49	8 x 7 = 56	9 x 7 = 63
6 x 8 = 48	7 x 8 = 56	8 x 8 = 64	9 x 8 = 72
6 x 9 = 54	7 x 9 = 63	8 x 9 = 72	9 x 9 = 81
6 x 10 = 60	7 x 10 = 70	8 x 10 = 80	9 x 10 = 90
6 x 11 = 66	7 x 11 = 77	8 x 11 = 88	9 x 11 = 99
6 x 12 = 72	7 x 12 = 84	8 x 12 = 96	9 x 12 = 108
6 x 13 = 78	7 x 13 = 91	8 x 13 = 104	9 x 13 = 117
6 x 14 = 84	7 x 14 = 98	8 x 14 = 112	9 x 14 = 126
6 x 15 = 90	7 x 15 = 105	8 x 15 = 120	9 x 15 = 135
6 x 16 = 96	7 x 16 = 112	8 x 16 = 128	9 x 16 = 144
6 x 17 = 102	7 x 17 = 119	8 x 17 = 136	9 x 17 = 153
6 x 18 = 108	7 x 18 = 126	8 x 18 = 144	9 x 18 = 162
6 x 19 = 114	7 x 19 = 133	8 x 19 = 152	9 x 19 = 171
6 x 20 = 120	7 x 20 = 140	8 x 20 = 160	9 x 20 = 180