MATHEMATICS
கணிதம்
Class / வகுப்பு - VIII
Semester - I

CONTENTS / பொருளடக்கம்

Chapter 1	Rational Numbers	
அத்தியாயம் 1	விகிதமுறு எண்கள்	2 - 41
Chapter 2	Linear Equation with One Variable	
அத்தியாயம் 2	ஒரு மாறியில் நேரிய சமன்பாடுகள்	42 - 73
Chapter 3	Understanding Quadrilaterals	
அத்தியாயம் 3	நாற்கரங்களை புரிந்துக்கொள்ளல்	74 - 113
Chapter 4	Practical Geometry	
அத்தியாயம் 4	செய்முறை வடிவியல்	114 - 137
Chapter 5	Data Handling	
அத்தியாயம் 5	விவரங்களை கையாளுதல்	138 - 177
Chapter 6	Squares and Square Roots	
அத்தியாயம் 6	வர்க்கங்கள் மற்றும் வர்க்கமூலங்கள்	178 - 217
Chapter 7	Cubes and Cube Roots	
அத்தியாயம் 7	கனங்கள் மற்றும் கனமூலங்கள்	218 - 233
Chapter 8	Comparing Quantities	
அத்தியாயம் 8	அளவுகளை ஒப்பிடுதல்	218 - 233
	Answers	
	விடைகள்	272 - 288

K3Z9B3

Teacher Corner

V6F6R8

Student Corner

Rational Numbers

CHAPTER 1

0852CH01

1.1 Introduction

In Mathematics, we frequently come across simple equations to be solved. For example, the equation

$$x + 2 = 13 \qquad (1)$$

is solved when $x = 11$, because this value of x satisfies the given equation. The solution 11 is a **natural number**. On the other hand, for the equation

$$x + 5 = 5 \qquad (2)$$

the solution gives the **whole number** 0 (zero). If we consider only natural numbers, equation (2) cannot be solved. To solve equations like (2), we added the number zero to the collection of natural numbers and obtained the whole numbers. Even whole numbers will not be sufficient to solve equations of type

$$x + 18 = 5 \qquad (3)$$

Do you see 'why'? We require the number –13 which is not a whole number. This led us to think of **integers, (positive and negative)**. Note that the positive integers correspond to natural numbers. One may think that we have enough numbers to solve all simple equations with the available list of integers. Now consider the equations

$$2x = 3 \qquad (4)$$

$$5x + 7 = 0 \qquad (5)$$

for which we cannot find a solution from the integers. (Check this)

We need the numbers $\frac{3}{2}$ to solve equation (4) and $\frac{-7}{5}$ to solve equation (5). This leads us to the collection of **rational numbers**.

We have already seen basic operations on rational numbers. We now try to explore some properties of operations on the different types of numbers seen so far.

விகிதமுறு எண்கள்

அத்தியாயம் 1

F6H2H9

1. 1 அறிமுகம்

கணிதத்தில் எளிய சமன்பாடுகளை நாம் அடிக்கடி தீர்க்க வேண்டியுள்ளது. எடுத்துக்காட்டாக சமன்பாடு

$$x + 2 = 13 \qquad (1)$$

$x = 11$ எனும்போது தீர்க்கப்பட்டுள்ளது. ஏனெனில் x ன் இந்த மதிப்பு கொடுக்கப்பட்ட சமன்பாட்டை திருப்திப்படுத்துகிறது. தீர்வு 11 என்பது ஒரு இயல்எண். மற்றொரு சமன்பாட்டை கவனி.

$$x + 5 = 5 \qquad (2)$$

இதன் தீர்வு முழு எண்ணை தருகிறது 0 (பூஜ்ஜியம்). இயல் எண்களை மட்டும் எடுத்துக் கொண்டால் சமன்பாடு 2 ஐ தீர்க்க முடியாது. சமன்பாடு(2) ஐ தீர்க்க வேண்டுமானால் இயல எண்களின் தொகுப்புடன் பூஜ்ஜியத்தை சேர்க்கும்போது முழு எண்களை பெறலாம். கீழுள்ள சமன்பாட்டை தீர்க்க முழு எண்கள் கூட போதுமானதாக இருப்பதில்லை.

$$x + 18 = 5 \qquad (3)$$

இதை பார்த்தீர்களா? நமக்குத் தேவையான எண் -13 ஏன்? இது முழு எண் அல்ல. இது முழுக்களைப்பற்றி சிந்திக்க வைக்கிறது. (மிகை மற்றும் குறை) மிகை முழுக்கள் இயல் எண்களுடன் ஒத்துப்போகின்றன என்பதை நினைவில் கொள்ளவும். முழுக்களை மட்டுமே கொண்டு அனைத்து எளிய சமன்பாடுகளையும் தீர்க்க போதுமான எண்கள் நம்மிடம் உள்ளதாக நினைத்துக் கொள்ளலாமா? இந்த சமன்பாட்டை கவனியுங்கள்.

$$2x = 3 \qquad (4)$$

$$5x + 7 = 0 \qquad (5)$$

முழுக்களிலிருந்து இதற்கான தீர்வை நம்மால் கண்டறிய முடியாது. (இதை சோதிக்கவும்)

சமன்பாடு (4)ஐ தீர்க்க $\frac{3}{2}$ என்ற எண்ணும் சமன்பாடு(5)ஐ தீர்க்க $\frac{-7}{5}$ என்ற எண்ணும் தேவைப்படுகிறது. இது விகிதமுறு எண்களின் தொகுப்பிற்கு வழிவகுக்கிறது.

நாம் ஏற்கனவே விகிதமுறு எண்களின் மீது அடிப்படை செயல்களை செய்து இருக்கிறோம். இப்போது நாம் பல்வேறு வகையான எணகளின் மீது சில செயல்களின் பண்புகளைப் பற்றி ஆய்வு செய்வோம்.

1.2 Properties of Rational Numbers

1.2.1 Closure

(i) Whole numbers

Let us revisit the closure property for all the operations on whole numbers in brief.

Operation	Numbers	Remarks
Addition	0 + 5 = 5, a whole number 4 + 7 = ... Is it a whole number? In general, $a + b$ is a whole number for any two whole numbers a and b.	Whole numbers are closed under addition.
Subtraction	5 – 7 = – 2, which is not a whole number.	Whole numbers are **not** closed under subtraction.
Multiplication	0 × 3 = 0, a whole number 3 × 7 = ... Is it a whole number? In general, if a and b are any two whole numbers, their product ab is a whole number.	Whole numbers are closed under multiplication.
Division	$5 \div 8 = \frac{5}{8}$, which is not a whole number.	Whole numbers are **not** closed under division.

Check for closure property under all the four operations for natural numbers.

(ii) Integers

Let us now recall the operations under which integers are closed.

Operation	Numbers	Remarks
Addition	– 6 + 5 = – 1, an integer Is – 7 + (–5) an integer? Is 8 + 5 an integer? In general, $a + b$ is an integer for any two integers a and b.	Integers are closed under addition.
Subtraction	7 – 5 = 2, an integer Is 5 – 7 an integer? – 6 – 8 = – 14, an integer	Integers are closed under subtraction.

1. 2 விகிதமுறு எண்களின் பண்புகள்

1.2.1 அடைவுப்பண்பு

(i) முழுஎண்கள்

முழுஎண்களில் அடைவுப்பண்பின் மீது அனைத்து செயல்களையும் பற்றி மீண்டும் ஒருமுறை விரிவாக பார்ப்போம்.

செயல்	எண்கள்	குறிப்பு
கூட்டல்	$0 + 5 = 5$, ஒரு முழுஎண். $4 + 7 = ...$ இது ஒரு முழுஎண்ணா? பொதுவாக a மற்றும் b ஆகியவை ஏதேனும் இரண்டு முழுஎண்கள் எனில் $a + b$ ஒரு முழுஎண் ஆகும்.	கூட்டலை பொறுத்து முழுஎண்கள் அடைவுப்பண்பை பெற்றுள்ளது.
கழித்தல்	$5 - 7 = -2$, இது ஒரு முழுஎண் அல்ல	கழித்தலை பொறுத்து முழுஎண்கள் அடைவுப்பண்பை பெற்றிருக்காது.
பெருக்கல்	$0 \times 3 = 0$,, ஒரு முழுஎண். $3 \times 7 = ...$ இது ஒரு முழுஎண்ணா? பொதுவாக a மற்றும் b ஆகியவை ஏதேனும் இரண்டு முழுஎண்கள் எனில் ab ஒரு முழுஎண் ஆகும்.	பெருக்கலை பொறுத்து முழுஎண்கள் அடைவுப்பண்பை பெற்றுள்ளது.
வகுத்தல்	$5 \div 8 = \frac{5}{8}$, இது ஒரு முழுஎண் அல்ல	வகுத்தலை பொறுத்து முழுஎண்கள் அடைவுப்பண்பை பெற்றிருக்காது.

இயல் எண்கள் அனைத்தும் நான்கு வகையான செயல்களின் மீதும் அடைவுப்பண்பை பெற்றுள்ளதா என சோதிக்கவும்.

(ii) முழுக்கள்

எந்த செயல்களை பொருத்து முழுக்கள் அடைவுப்பண்பை பெற்றுள்ளது என்பதை நினைவு கூறுவோம்.

செயல்	எண்கள்	குறிப்பு
கூட்டல்	$-6 + 5 = -1$, ஒரு முழுக்கள் $-7+(-5)$இது ஒரு முழுக்களா? $8 + 5$ ஒரு முழுவாக இருக்குமா? பொதுவாக a மற்றும் b ஆகியவை ஏதேனும் இரண்டு முழுக்கள் எனில் $a + b$ ஒரு முழுவாகும்.	கூட்டலை பொறுத்து முழுக்கள் அடைவுப்பண்பை பெற்றுள்ளது.
கழித்தல்	$7 - 5 = 2$, ஒரு முழுக்கள் $5 - 7$ ஒரு முழுவா? $-6 - 8 = -14$, ஒரு முழுக்கள்	கழித்தலை பொறுத்து முழுக்கள் அடைவுப்பண்பை பெற்றுள்ளது.

	$-6-(-8)=2$, an integer Is $8-(-6)$ an integer? In general, for any two integers a and b, $a-b$ is again an integer. Check if $b-a$ is also an integer.	
Multiplication	$5\times8=40$, an integer Is -5×8 an integer? $-5\times(-8)=40$, an integer In general, for any two integers a and b, $a\times b$ is also an integer.	Integers are closed under multiplication.
Division	$5\div8=\frac{5}{8}$, which is not an integer.	Integers are **not** closed under division.

You have seen that whole numbers are closed under addition and multiplication but not under subtraction and division. However, integers are closed under addition, subtraction and multiplication but not under division.

(iii) Rational numbers

Recall that a number which can be written in the form $\frac{p}{q}$, where p and q are integers and $q\neq0$ is called a **rational number**. For example, $-\frac{2}{3}, \frac{6}{7}, \frac{9}{-5}$ are all rational numbers. Since the numbers 0, –2, 4 can be written in the form $\frac{p}{q}$, they are also rational numbers. (Check it!)

(a) You know how to add two rational numbers. Let us add a few pairs.

$$\frac{3}{8}+\frac{(-5)}{7}=\frac{21+(-40)}{56}=\frac{-19}{56}$$ (a rational number)

$$\frac{-3}{8}+\frac{(-4)}{5}=\frac{-15+(-32)}{40}=\ldots$$ Is it a rational number?

$$\frac{4}{7}+\frac{6}{11}=\ldots$$ Is it a rational number?

We find that sum of two rational numbers is again a rational number. Check it for a few more pairs of rational numbers.

We say that *rational numbers are closed under addition. That is, for any two rational numbers a and b, a + b is also a rational number.*

(b) Will the difference of two rational numbers be again a rational number?

We have,

$$\frac{-5}{7}-\frac{2}{3}=\frac{-5\times3-2\times7}{21}=\frac{-29}{21}$$ (a rational number)

	$-6-(-8)=2$, ஒரு முழுக்கள் $8-(-6)$ இது ஒரு முழுக்களா? பொதுவாக a மற்றும் b ஆகியவை ஏதேனும் இரண்டு முழுக்கள் எனில் $a-b$ ஒரு முழுக்களாகும். $b-a$ கூட ஒரு முழுக்களாக உள்ளதா சோதிக்கவும்.	
பெருக்கல்	$5 \times 8 = 40$, ஒரு முழுக்கள் -5×8 ஒரு முழுக்களா? $-5\times(-8)=40$ ஒரு முழுக்கள். பொதுவாக a மற்றும் b ஆகியவை ஏதேனும் இரண்டு முழுக்கள் எனில் $a \times b$ ஒரு முழுக்களாகும்.	பெருக்கலை பொறுத்து முழுக்கள் அடைவுப்பண்பை பெற்றுள்ளது.
வகுத்தல்	$5 \div 8 = \frac{5}{8}$, இது ஒரு முழுக்கள் அல்ல	வகுத்தலை பொறுத்து முழுக்கள் அடைவுப்பண்பை பெற்றிருக்காது.

முழு எண்கள் கூட்டல் மற்றும் பெருக்லைப் பொறுத்து அடைவுப்பண்பை பெற்றுள்ளது. ஆனால் கழித்தல் மற்றும் வகுத்தலைப் பொறுத்து அடைவுப்பண்பை பெற்றிருக்காது. எனினும் முழுக்கள் கூட்டல், கழித்தல் மற்றும் பெருக்கலைப் பொறுத்து அடைவுப்பண்பை பெற்றுள்ளது. ஆனால் வகுத்தலைப் பொறுத்து அடைவுப்பண்பு பெற்றிருக்காது.

(iii) விகிதமுறு எண்கள்

p மற்றும் q ஆகியவை முழுக்கள் மேலும் $(q \neq 0)$ எனில் $\frac{p}{q}$ வடிவில் எழுதக்கூடிய எண்கள் விகிதமுறு எண்கள் எனப்படும்.

எடுத்துக்காட்டாக $-\frac{2}{3}, \frac{6}{7}, \frac{9}{-5}$ ஆகியவை விகிதமுறு எண்கள் ஆகும்.

$0, -2, 4$ போன்ற எண்களை $\frac{p}{q}$ வடிவில் எழுத முடியும். இவைகளும் கூட விகிதமுறு எண்களே(இவற்றை சோதிக்கவும்)

(a) இரண்டு விகிதமுறு எண்களை கூட்டுவது எவ்வாறு என்பது உங்களுக்கு தெரியும். சில விகிதமுறு எண்களின் ஜோடிகளை கூட்டல் செய்வோம்.

$$\frac{3}{8}+\frac{(-5)}{7} = \frac{21+(-40)}{56} = \frac{-19}{56} \quad \text{(ஒரு விகிதமுறு எண்)}$$

$$\frac{-3}{8}+\frac{(-4)}{5} = \frac{-15+(-32)}{40} = \ldots \quad \text{ஒரு விகிதமுறு எண்ணா?}$$

$$\frac{4}{7}+\frac{6}{11} = \ldots \quad \text{ஒரு விகிதமுறு எண்ணா?}$$

இரண்டு விகிதமுறு எண்களின் கூடுதல் மீண்டும் ஒரு விகிதமுறு எண்ணாக இருப்பதை காணலாம். மேலும் சில விகிதமுறு எண் ஜோடிகளைக் கொண்டு இதை சோதிக்கவும். விகிதமுறு எண்கள் கூட்டலைப் பொறுத்து அடைவுப்பண்பை பெற்றுள்ளது என நாம் கூறலாம். அதாவது a மற்றும் b, ஆகியவை ஏதேனும் இரண்டு விகிதமுறு எண்கள் எனில் $a+b$ கூட ஒரு விகிதமுறு எண் ஆகும்.

(b) இரண்டு விகிதமுறு எண்களின் வித்தியாசம் ஒரு விகிதமுறு எண்ணா?

$$\frac{-5}{7}-\frac{2}{3}=\frac{-5\times 3-2\times 7}{21} = \frac{-29}{21} \quad \text{(ஒரு விகிதமுறு எண்)}$$

$$\frac{5}{8}-\frac{4}{5}=\frac{25-32}{40}=\ldots$$ Is it a rational number?

$$\frac{3}{7}-\left(\frac{-8}{5}\right)=\ldots$$ Is it a rational number?

Try this for some more pairs of rational numbers. We find that *rational numbers are closed under subtraction. That is, for any two rational numbers a and b, a – b is also a rational number.*

(c) Let us now see the product of two rational numbers.

$$\frac{-2}{3}\times\frac{4}{5}=\frac{-8}{15};\ \frac{3}{7}\times\frac{2}{5}=\frac{6}{35}$$ (both the products are rational numbers)

$$-\frac{4}{5}\times\frac{-6}{11}=\ldots$$ Is it a rational number?

Take some more pairs of rational numbers and check that their product is again a rational number.

We say that *rational numbers are closed under multiplication. That is, for any two rational numbers a and b, a × b is also a rational number.*

(d) We note that $\frac{-5}{3}\div\frac{2}{5}=\frac{-25}{6}$ (a rational number)

$\frac{2}{7}\div\frac{5}{3}=\ldots$. Is it a rational number? $\frac{-3}{8}\div\frac{-2}{9}=\ldots$. Is it a rational number?

Can you say that rational numbers are closed under division?

We find that for any rational number a, $a\div 0$ is **not defined**.

So rational numbers are **not closed** under division.

However, if we exclude zero then the collection of, all other rational numbers is closed under division.

TRY THESE

Fill in the blanks in the following table.

Numbers	Closed under			
	addition	**subtraction**	**multiplication**	**division**
Rational numbers	Yes	Yes	...	No
Integers	...	Yes	...	No
Whole numbers	...	...	Yes	...
Natural numbers	...	No	...	...

$\frac{5}{8}-\frac{4}{5}=\frac{25-32}{40}=\ldots$ ஒரு விகிதமுறு எண்ணா?

$\frac{3}{7}-\left(\frac{-8}{5}\right)=\ldots$ ஒரு விகிதமுறு எண்ணா?

மேலும் சில விகிதமுறு எண் ஜோடிகளைக் கொண்டு இதை சரிபார். விகிதமுறு எண்கள் கழித்தலைப் பொறுத்து அடைவுப்பண்பை பெற்றுள்ளது என நாம் காணலாம். அதாவது a மற்றும் b ஆகியவை ஏதேனும் இரண்டு விகிதமுறு எண்கள் எனில் $a-b$ கூட ஒரு விகிதமுறு எண் ஆகும்.

(c) இப்போது இரண்டு விகிதமுறு எண்களின் பெருக்கற்பலனை பார்க்கலாம்.

$\frac{-2}{3}\times\frac{4}{5}=\frac{-8}{15}$; $\frac{3}{7}\times\frac{2}{5}=\frac{6}{35}$ (இரண்டு பெருக்கற்பலன்களும் விகிதமுறு எண்களே)

$-\frac{4}{5}\times\frac{-6}{11}=\ldots$ ஒரு விகிதமுறு எண்ணா?

மேலும் சில விகிதமுறு எண் ஜோடிகளைக் கொண்டு இவற்றின் பெருக்கற்பலன் மீண்டும் ஒரு விகிதமுறு எண்ணை தருகிறதா என சரிபார். விகிதமுறு எண்கள் பெருக்கலைப் பொறுத்து அடைவுப்பண்பை பெற்றுள்ளது என கூறலாம். அதாவது a மற்றும் b ஆகியவை ஏதேனும் இரண்டு விகிதமுறு எண்கள் எனில் $a \times b$ கூட ஒரு விகிதமுறு எண் ஆகும்.

(d) $\frac{-5}{3}\div\frac{2}{5}=\frac{-25}{6}$ (ஒரு விகிதமுறு எண்)

$\frac{2}{7}\div\frac{5}{3}=\ldots$. ஒரு விகிதமுறு எண்ணா?

$\frac{-3}{8}\div\frac{-2}{9}=\ldots$. ஒரு விகிதமுறு எண்ணா?

விகிதமுறு எண்கள் வகுத்தலைப் பொறுத்து அடைவுப்பண்பை பெற்றுள்ளதா?

a எனும் ஏதேனும் ஒரு விகிதமுறு எண்ணுக்கு $a \div 0$ ஐ வரையறுக்க முடியாது. எனவே வகுத்தலை பொறுத்து அடைவுப்பண்பை பெற்றிருக்காது.

இருப்பினும் பூஜ்ஜியத்தை தவிர மற்ற அனைத்து விகிதமுறு எண்களும் வகுத்தலைப் பொறுத்து அடைவுப்பண்பை பெற்றிருக்கும்.

முயன்றுபார்

பின்வரும் அட்டவணையிலுள்ள கோடிட்ட இடங்களை நிரப்புக.

எண்கள்	அடைவுப்பண்பை பொறுத்து			
	கூட்டல்	கழித்தல்	பெருக்கல்	வகுத்தல்
விகிதமுறு எண்கள்	ஆம்	ஆம்	...	இல்லை
முழுக்கள்	...	ஆம்	...	இல்லை
முழுஎண்கள்	...	...	ஆம்	...
இயல் எண்கள்	...	இல்லை	...	...

1.2.2 Commutativity

(i) Whole numbers

Recall the commutativity of different operations for whole numbers by filling the following table.

Operation	Numbers	Remarks
Addition	$0 + 7 = 7 + 0 = 7$ $2 + 3 = ... + ... = ...$ For any two whole numbers a and b, $a + b = b + a$	Addition is commutative.
Subtraction	....	Subtraction is not commutative.
Multiplication	....	Multiplication is commutative.
Division	....	Division is not commutative.

Check whether the commutativity of the operations hold for natural numbers also.

(ii) Integers

Fill in the following table and check the commutativity of different operations for integers:

Operation	Numbers	Remarks
Addition	....	Addition is commutative.
Subtraction	Is $5 - (-3) = -3 - 5$?	Subtraction is not commutative.
Multiplication	....	Multiplication is commutative.
Division	....	Division is not commutative.

(iii) Rational numbers

(a) Addition

You know how to add two rational numbers. Let us add a few pairs here.

$$\frac{-2}{3}+\frac{5}{7}=\frac{1}{21} \text{ and } \frac{5}{7}+\left(\frac{-2}{3}\right)=\frac{1}{21}$$

So, $$\frac{-2}{3}+\frac{5}{7}=\frac{5}{7}+\left(\frac{-2}{3}\right)$$

Also, $$\frac{-6}{5}+\left(\frac{-8}{3}\right) = \dots \text{ and } \frac{-8}{3}+\left(\frac{-6}{5}\right)=\dots$$

Is $$\frac{-6}{5}+\left(\frac{-8}{3}\right)=\left(\frac{-8}{3}\right)+\left(\frac{-6}{5}\right)?$$

1.2.2 மாற்றுப்பண்பு

(i) முழுஎண்கள்

பின்வரும் அட்டவணையை நிரப்புவதன் மூலம் முழுஎண்களின் மீது பல்வேறு செயல்களின் மாற்றுப்பண்பை நினைவுகூர்வோம்.

செயல்	எண்கள்	குறிப்பு
கூட்டல்	$0 + 7 = 7 + 0 = 7$ $2 + 3 = \ldots + \ldots = \ldots.$ a மற்றும் b ஆகியவை ஏதேனும் இரண்டு முழுஎண்கள் எனில் $a + b = b + a$ ஆகும்.	கூட்டலை பொறுத்து மாற்றுப்பண்பு உள்ளது.
கழித்தல்	………	கழித்தலை பொறுத்து மாற்றுப்பண்பு இல்லை.
பெருக்கல்	………	பெருக்கலை பொறுத்து மாற்றுப்பண்பு உள்ளது.
வகுத்தல்	………	வகுத்தலை பொறுத்து மாற்றுப்பண்பு இல்லை.

இயல்எண்கள் கூட பல்வேறு செயல்களை பொறுத்து மாற்றுப்பண்பை கொண்டுள்ளதா என சோதிக்கவும்.

(ii) முழுக்கள்

பின்வரும் அட்டவணையை நிரப்புக மேலும் முழுக்கள் பல்வேறு செயல்களை பொறுத்து மாற்றுப்பண்பை பெற்றுள்ளதா என சரிபார்.

செயல்	எண்கள்	குறிப்பு
கூட்டல்	………	கூட்டலை பொறுத்து மாற்றுப்பண்பு உள்ளது.
கழித்தல்	$5 - (-3) = -3 - 5$?	கழித்தலை பொறுத்து மாற்றுப்பண்பு இல்லை.
பெருக்கல்	………	பெருக்கலை பொறுத்து மாற்றுப்பண்பு உள்ளது.
வகுத்தல்	………	வகுத்தலை பொறுத்து மாற்றுப்பண்பு இல்லை.

(iii) விகிதமுறு எண்கள்

(a) கூட்டல்

இரண்டு விகிதமுறு எண்களை கூட்டுவது எவ்வாறு என்று உங்களுக்கு தெரியும். இங்கு ஒரு சில ஜோடிகளை கூட்டல் செய்வோம்.

$$\frac{-2}{3} + \frac{5}{7} = \frac{1}{21} \text{ மற்றும் } \frac{5}{7} + \left(\frac{-2}{3}\right) = \frac{1}{21}$$

எனவே, $\frac{-2}{3} + \frac{5}{7} = \frac{5}{7} + \left(\frac{-2}{3}\right)$

மேலும், $\frac{-6}{5} + \left(\frac{-8}{3}\right) = \ldots$ மற்றும் $\frac{-8}{3} + \left(\frac{-6}{5}\right) = \ldots$

$\frac{-6}{5} + \left(\frac{-8}{3}\right) = \left(\frac{-8}{3}\right) + \left(\frac{-6}{5}\right)$ இருக்குமா?

Is $\frac{-3}{8}+\frac{1}{7}=\frac{1}{7}+\left(\frac{-3}{8}\right)$?

You find that two *rational numbers can be added in any order. We say that addition is commutative for rational numbers. That is, for any two rational numbers a and b, a + b = b + a.*

(b) Subtraction

Is $\frac{2}{3}-\frac{5}{4}=\frac{5}{4}-\frac{2}{3}$?

Is $\frac{1}{2}-\frac{3}{5}=\frac{3}{5}-\frac{1}{2}$?

You will find that subtraction is not commutative for rational numbers.

Note that subtraction is not commutative for integers and integers are also rational numbers. So, subtraction will not be commutative for rational numbers too.

(c) Multiplication

We have, $\frac{-7}{3}\times\frac{6}{5}=\frac{-42}{15}=\frac{6}{5}\times\left(\frac{-7}{3}\right)$

Is $\frac{-8}{9}\times\left(\frac{-4}{7}\right)=\frac{-4}{7}\times\left(\frac{-8}{9}\right)$?

Check for some more such products.

You will find that *multiplication is commutative for rational numbers.*

In general, a × b = b × a for any two rational numbers a and b.

(d) Division

Is $\frac{-5}{4}\div\frac{3}{7}=\frac{3}{7}\div\left(\frac{-5}{4}\right)$?

You will find that expressions on both sides are not equal.

So division is **not commutative** for rational numbers.

TRY THESE

Complete the following table:

Numbers	Commutative for			
	addition	**subtraction**	**multiplication**	**division**
Rational numbers	Yes	...	...	...
Integers	...	No	...	...
Whole numbers	...	...	Yes	...
Natural numbers	...	...	...	No

$$\frac{-3}{8}+\frac{1}{7}=\frac{1}{7}+\left(\frac{-3}{8}\right)$$ இது சரியா?

இரண்டு விகிதமுறு எண்களை எந்த வரிசையில் இருந்தாலும் அவற்றை நம்மால் கூட்ட முடியும். எனவே விகிதமுறு எண்கள் கூட்டலைப் பொறுத்து மாற்றுப்பண்பை பெற்றுள்ளது என கூறலாம். அதாவது a மற்றும் b ஆகியவை ஏதேனும் இரண்டு விகிதமுறு எண்கள் எனில், $a+b=b+a$ ஆகும்.

(b) கழித்தல்

$$\frac{2}{3}-\frac{5}{4}=\frac{5}{4}-\frac{2}{3}$$ இது சரியா?

$$\frac{1}{2}-\frac{3}{5}=\frac{3}{5}-\frac{1}{2}$$ இது சரியா?

விகிதமுறு எண்கள் கழித்தலைப் பொறுத்து மாற்றுப்பண்பை பெறவில்லை என அறியலாம்.

(c) பெருக்கல்

இப்போது $\frac{-7}{3}\times\frac{6}{5}=\frac{-42}{15}=\frac{6}{5}\times\left(\frac{-7}{3}\right)$

மேலும் $\frac{-8}{9}\times\left(\frac{-4}{7}\right)=\frac{-4}{7}\times\left(\frac{-8}{9}\right)$ இது சரியா?

இதுபோன்று மேலும் சில பெருக்கற்பலனை சரிபார்க்கவும். விகிதமுறு எண்கள் பெருக்கலைப் பொறுத்து மாற்றுப்பண்பை பெற்றுள்ளது என அறியலாம். பொதுவாக a மற்றும் b ஆகியவை ஏதேனும் இரண்டு விகிதமுறு எண்கள் எனில் $a\times b=b\times a$ ஆகும்.

(d) வகுத்தல்

$$\frac{-5}{4}\div\frac{3}{7}=\frac{3}{7}\div\left(\frac{-5}{4}\right)$$ இது சரியா?

இங்கு இருபக்கங்களிலும் கிடைத்த கோவைகள் சமமில்லை என்பதை காணலாம். எனவே விகிதமுறு எண்கள் வகுத்தலைப் பொறுத்து மாற்றுப்பண்பு இல்லை என அறியலாம்.

முயன்றுபார்

பின்வரும் அட்டவணையை நிரப்புக:

எண்கள்	மாற்றுப்பண்பு			
	கூட்டல்	கழித்தல்	பெருக்கல்	வகுத்தல்
விகிதமுறு எண்கள்	ஆம்	...	...	...
முழுக்கள்	...	இல்லை	...	...
முழுஎண்கள்	...	...	ஆம்	...
இயல்எண்கள்	...	...	...	இல்லை

1.2.3 Associativity

(i) Whole numbers

Recall the associativity of the four operations for whole numbers through this table:

Operation	Numbers	Remarks
Addition	....	Addition is associative
Subtraction	....	Subtraction is **not** associative
Multiplication	Is $7 \times (2 \times 5) = (7 \times 2) \times 5$? Is $4 \times (6 \times 0) = (4 \times 6) \times 0$? For any three whole numbers a, b and c $a \times (b \times c) = (a \times b) \times c$	Multiplication is associative
Division	....	Division is **not** associative

Fill in this table and verify the remarks given in the last column.
Check for yourself the associativity of different operations for natural numbers.

(ii) Integers

Associativity of the four operations for integers can be seen from this table

Operation	Numbers	Remarks
Addition	Is $(-2) + [3 + (-4)]$ $= [(-2) + 3)] + (-4)$? Is $(-6) + [(-4) + (-5)]$ $= [(-6) + (-4)] + (-5)$? For any three integers a, b and c $a + (b + c) = (a + b) + c$	Addition is associative
Subtraction	Is $5 - (7 - 3) = (5 - 7) - 3$?	Subtraction is **not** associative
Multiplication	Is $5 \times [(-7) \times (-8)$ $= [5 \times (-7)] \times (-8)$? Is $(-4) \times [(-8) \times (-5)]$ $= [(-4) \times (-8)] \times (-5)$? For any three integers a, b and c $a \times (b \times c) = (a \times b) \times c$	Multiplication is associative
Division	Is $[(-10) \div 2] \div (-5)$ $= (-10) \div [2 \div (-5)]$?	Division is **not** associative

1.2.3 சேர்ப்புப்பண்பு

(i) முழுஎண்கள்

பின்வரும் அட்டவணையின் மூலம் நான்கு அடிப்படை செயல்களை பொறுத்து முழுஎண்களில் சேர்ப்புப்பண்பை நினைவு கூறுவோம்.

செயல்	எண்கள்	குறிப்பு
கூட்டல்	....	கூட்டலை பொறுத்து சேர்ப்புப்பண்பு பெற்றுள்ளது.
கழித்தல்	....	கழித்தலை பொறுத்து சேர்ப்புப்பண்பு பெறவில்லை.
பெருக்கல்	$7\times(2\times5)=(7\times2)\times5$ இது சரியா? $4\times(6\times0)=(4\times6)\times0$ இது சரியா? a, b மற்றும் c ஏதேனும் மூன்று முழுஎண்கள் எனில் $a\times(b\times c)=(a\times b)\times c$	பெருக்கலை பொறுத்து சேர்ப்புப்பண்பு பெற்றுள்ளது.
வகுத்தல்	....	வகுத்தலை பொறுத்து சேர்ப்புப்பண்பு பெறவில்லை

மேலுள்ள அட்டவணையில் விடுபட்ட இடங்களை நிரப்புக மற்றும் கடைசி நிரல் வரிசையிலுள்ள குறிப்பை சரிபார்க்கவும்.

இயல்எண்களின் வெவ்வேறான செயல்களில் சேர்ப்புப்பண்பை நீங்களே சோதிக்கவும்.

(ii) முழுக்கள்

நான்கு அடிப்படை செயல்களை பொறுத்து முழுக்களின் மேல் சேர்ப்புப்பண்பை பின்வரும் அட்டவணையில் காண்போம்.

செயல்	எண்கள்	குறிப்பு
கூட்டல்	$(-2)+[3+(-4)]$ $=[(-2)+3)]+(-4)$ இது சரியா? $(-6)+[(-4)+(-5)]$ $=[(-6)+(-4)]+(-5)$ இது சரியா? a,b மற்றும் c ஏதேனும் மூன்று முழுக்களுக்கு $a+(b+c)=(a+b)+c$	கூட்டலை பொறுத்து சேர்ப்புப்பண்பு பெற்றுள்ளது.
கழித்தல்		கழித்தலை பொறுத்து சேர்ப்புப்பண்பு பெறவில்லை
பெருக்கல்	$5-(7-3)=(5-7)-3$ இது சரியா? $5\times[(-7)\times(-8)]$ $=[5\times(-7)]\times(-8)$ இது சரியா? $(-4)\times[(-8)\times(-5)]$ $=[(-4)\times(-8)]\times(-5)$இது சரியா? a,b மற்றும் c ஏதேனும் மூன்று முழுக்களுக்கு$a\times(b\times c)=(a\times b)\times c$	பெருக்கலை பொறுத்து சேர்ப்புப்பண்பு பெற்றுள்ளது.
வகுத்தல்	$[(-10)\div2]\div(-5)$ $=(-10)\div[2\div(-5)]$ இது சரியா?	வகுத்தலை பொறுத்து சேர்ப்புப்பண்பு பெறவில்லை

(iii) Rational numbers

(a) Addition

We have $\frac{-2}{3}+\left[\frac{3}{5}+\left(\frac{-5}{6}\right)\right]=\frac{-2}{3}+\left(\frac{-7}{30}\right)=\frac{-27}{30}=\frac{-9}{10}$

$$\left[\frac{-2}{3}+\frac{3}{5}\right]+\left(\frac{-5}{6}\right)=\frac{-1}{15}+\left(\frac{-5}{6}\right)=\frac{-27}{30}=\frac{-9}{10}$$

So, $\frac{-2}{3}+\left[\frac{3}{5}+\left(\frac{-5}{6}\right)\right]=\left[\frac{-2}{3}+\frac{3}{5}\right]+\left(\frac{-5}{6}\right)$

Find $\frac{-1}{2}+\left[\frac{3}{7}+\left(\frac{-4}{3}\right)\right]$ and $\left[\frac{-1}{2}+\frac{3}{7}\right]+\left(\frac{-4}{3}\right)$. Are the two sums equal?

Take some more rational numbers, add them as above and see if the two sums are equal. We find that *addition is associative for rational numbers. That is, for any three rational numbers a, b* and *c*, $a+(b+c)=(a+b)+c$.

(b) Subtraction

You already know that subtraction is not associative for integers, then what about rational numbers.

Is $\frac{-2}{3}-\left[\frac{-4}{5}-\frac{1}{2}\right]=\left[\frac{2}{3}-\left(\frac{-4}{5}\right)\right]-\frac{1}{2}$?

Check for yourself.

Subtraction is **not associative** for rational numbers.

(c) Multiplication

Let us check the associativity for multiplication.

$$\frac{-7}{3}\times\left(\frac{5}{4}\times\frac{2}{9}\right)=\frac{-7}{3}\times\frac{10}{36}=\frac{-70}{108}=\frac{-35}{54}$$

$$\left(\frac{-7}{3}\times\frac{5}{4}\right)\times\frac{2}{9}=\ldots$$

We find that $\frac{-7}{3}\times\left(\frac{5}{4}\times\frac{2}{9}\right)=\left(\frac{-7}{3}\times\frac{5}{4}\right)\times\frac{2}{9}$

Is $\frac{2}{3}\times\left(\frac{-6}{7}\times\frac{4}{5}\right)=\left(\frac{2}{3}\times\frac{-6}{7}\right)\times\frac{4}{5}$?

Take some more rational numbers and check for yourself.

We observe that *multiplication is associative for rational numbers. That is for any three rational numbers a, b* and *c*, $a\times(b\times c)=(a\times b)\times c$.

(iii) விகிதமுறு எண்கள்

(a) கூட்டல்

நாம் பெறுவது $\frac{-2}{3}+\left[\frac{3}{5}+\left(\frac{-5}{6}\right)\right]=\frac{-2}{3}+\left(\frac{-7}{30}\right)=\frac{-27}{30}=\frac{-9}{10}$

$$\left[\frac{-2}{3}+\frac{3}{5}\right]+\left(\frac{-5}{6}\right)=\frac{-1}{15}+\left(\frac{-5}{6}\right)=\frac{-27}{30}=\frac{-9}{10}$$

எனவே $\frac{-2}{3}+\left[\frac{3}{5}+\left(\frac{-5}{6}\right)\right]=\left[\frac{-2}{3}+\frac{3}{5}\right]+\left(\frac{-5}{6}\right)$

$\frac{-1}{2}+\left[\frac{3}{7}+\left(\frac{-4}{3}\right)\right]$ மற்றும் $\left[\frac{-1}{2}+\frac{3}{7}\right]+\left(\frac{-4}{3}\right)$ இரண்டின் கூடுதல் சமமா? கண்டுபிடி.

மேலும் சில விகிதமுறு எண்களை எடுத்துக்கொண்டு மேலே காட்டியவாறு கூட்டவும். இரண்டின் கூடுதல் சமமாக இருப்பதை பார்க்கவும். விகிதமுறு எண்கள் கூட்டலைப் பொறுத்தது சேர்ப்புப்பண்பு பெற்றுள்ளதை காணலாம். அதாவது a, b மற்றும் c ஏதேனும் மூன்று விகிதமுறு எண்களுக்கு $a+(b+c)=(a+b)+c$.

(b) கழித்தல்

முழுக்கள் கழித்தலைப் பொறுத்து சேர்ப்புப்பண்பு பெறவில்லை என்பது உங்களுக்கு ஏற்கனவே தெரியும். ஆனால் விகிதமுறு எண்களை பொறுத்து எப்படி இருக்கும்?

$\frac{-2}{3}-\left[\frac{-4}{5}-\frac{1}{2}\right]=\left[\frac{2}{3}-\left(\frac{-4}{5}\right)\right]-\frac{1}{2}$ இது சரியா?

நீங்களே சோதிக்கவும். கழித்தலைப் பொறுத்து சேர்ப்புப்பண்பை பெற்றிருக்காது.

(c) பெருக்கல்

பெருக்கலின் சேர்ப்புப்பண்பை சோதிக்கவும்.

$$\frac{-7}{3}\times\left(\frac{5}{4}\times\frac{2}{9}\right)=\frac{-7}{3}\times\frac{10}{36}=\frac{-70}{108}=\frac{-35}{54}$$

$$\left(\frac{-7}{3}\times\frac{5}{4}\right)\times\frac{2}{9}=\ldots$$

$\frac{-7}{3}\times\left(\frac{5}{4}\times\frac{2}{9}\right)=\left(\frac{-7}{3}\times\frac{5}{4}\right)\times\frac{2}{9}$ நாம் கண்டறிவோம்.

$\frac{2}{3}\times\left(\frac{-6}{7}\times\frac{4}{5}\right)=\left(\frac{2}{3}\times\frac{-6}{7}\right)\times\frac{4}{5}$ இது சரியா?

மேலும் சில விகிதமுறு எண்களை எடுத்துக்கொண்டு நீங்களே சோதிக்கவும். விகிதமுறு எண்கள் பெருக்கலைப் பொறுத்தது சேர்ப்புப்பண்பு பெற்றுள்ளதை காணலாம். அதாவது a, b மற்றும் c ஏதேனும் மூன்று விகிதமுறு எண்களுக்கு $a\times(b\times c)=(a\times b)\times c$.

(d) Division

Recall that division is not associative for integers, then what about rational numbers?

Let us see if $\frac{1}{2} \div \left[\frac{-1}{3} \div \frac{2}{5}\right] = \left[\frac{1}{2} \div \left(\frac{-1}{3}\right)\right] \div \frac{2}{5}$

We have, LHS $= \frac{1}{2} \div \left(\frac{-1}{3} \div \frac{2}{5}\right) = \frac{1}{2} \div \left(\frac{-1}{3} \times \frac{5}{2}\right)$ (reciprocal of $\frac{2}{5}$ is $\frac{5}{2}$)

$= \frac{1}{2} \div \left(-\frac{5}{6}\right) = \ldots$

RHS $= \left[\frac{1}{2} \div \left(\frac{-1}{3}\right)\right] \div \frac{2}{5}$

$= \left(\frac{1}{2} \times \frac{-3}{1}\right) \div \frac{2}{5} = \frac{-3}{2} \div \frac{2}{5} = \ldots$

Is LHS = RHS? Check for yourself. You will find that division is **not associative** for rational numbers.

TRY THESE

Complete the following table:

Numbers	Associative for			
	addition	**subtraction**	**multiplication**	**division**
Rational numbers	...	...	...	No
Integers	...	...	Yes	...
Whole numbers	Yes	...	...	...
Natural numbers	...	No	...	...

Example 1: Find $\frac{3}{7} + \left(\frac{-6}{11}\right) + \left(\frac{-8}{21}\right) + \left(\frac{5}{22}\right)$

Solution: $\frac{3}{7} + \left(\frac{-6}{11}\right) + \left(\frac{-8}{21}\right) + \left(\frac{5}{22}\right)$

$= \frac{198}{462} + \left(\frac{-252}{462}\right) + \left(\frac{-176}{462}\right) + \left(\frac{105}{462}\right)$ (Note that 462 is the LCM of 7, 11, 21 and 22)

$= \frac{198 - 252 - 176 + 105}{462} = \frac{-125}{462}$

(d) வகுத்தல்

முழுக்கள் வகுத்தலைப் பொறுத்து சேர்ப்புப்பண்பு பெறவில்லை என்பதை நினைவு கூறுவோம். ஆனால் விகிதமுறு எண்களை பொறுத்து எப்படி இருக்கும்?

$\frac{1}{2} \div \left[\frac{-1}{3} \div \frac{2}{5}\right] = \left[\frac{1}{2} \div \left(\frac{-1}{3}\right)\right] \div \frac{2}{5}$ ஐ கவனி.

நாம் பெறுவது LHS $= \frac{1}{2} \div \left(\frac{-1}{3} \div \frac{2}{5}\right) = \frac{1}{2} \div \left(\frac{-1}{3} \times \frac{5}{2}\right)$ ($\frac{2}{5}$ ன் தலைகீழி $\frac{5}{2}$)

$= \frac{1}{2} \div \left(-\frac{5}{6}\right) = \ldots$

RHS $= \left[\frac{1}{2} \div \left(\frac{-1}{3}\right)\right] \div \frac{2}{5} = \left(\frac{1}{2} \times \frac{-3}{1}\right) \div \frac{2}{5} = \frac{-3}{2} \div \frac{2}{5} = \ldots$

LHS = RHS சரியா? நீங்களே சரிபார்க்கவும். விகிதமுறு எண்கள் வகுத்தலை பொறுத்து சேர்ப்புப்பண்பை பெறவில்லை என்பதை காணலாம்.

முயன்றுபார்

பின்வரும் அட்டவணையை நிரப்புக.

எண்கள்	சேர்ப்புப்பண்பின் கீழ்			
	கூட்டல்	கழித்தல்	பெருக்கல்	வகுத்தல்
விகிதமுறு எண்கள்	...	...	...	இல்லை
முழுக்கள்	...	...	ஆம்	...
முழுஎண்கள்	ஆம்	...	...	...
இயல்எண்கள்	...	இல்லை	...	...

எடுத்துக்காட்டு 1 : $\frac{3}{7} + \left(\frac{-6}{11}\right) + \left(\frac{-8}{21}\right) + \left(\frac{5}{22}\right)$ கண்டுபிடி

தீர்வு : $\frac{3}{7} + \left(\frac{-6}{11}\right) + \left(\frac{-8}{21}\right) + \left(\frac{5}{22}\right)$

$= \frac{198}{462} + \left(\frac{-252}{462}\right) + \left(\frac{-176}{462}\right) + \left(\frac{105}{462}\right)$ (7, 11, 21 மற்றும் 22 மி.சி.ம 462)

$= \frac{198 - 252 - 176 + 105}{462} = \frac{-125}{462}$

We can also solve it as.

$$\frac{3}{7}+\left(\frac{-6}{11}\right)+\left(\frac{-8}{21}\right)+\frac{5}{22}$$

$$=\left[\frac{3}{7}+\left(\frac{-8}{21}\right)\right]+\left[\frac{-6}{11}+\frac{5}{22}\right] \quad \text{(by using commutativity and associativity)}$$

$$=\left[\frac{9+(-8)}{21}\right]+\left[\frac{-12+5}{22}\right] \quad \text{(LCM of 7 and 21 is 21; LCM of 11 and 22 is 22)}$$

$$=\frac{1}{21}+\left(\frac{-7}{22}\right)=\frac{22-147}{462}=\frac{-125}{462}$$

Do you think the properties of commutativity and associativity made the calculations easier?

Example 2: Find $\frac{-4}{5}\times\frac{3}{7}\times\frac{15}{16}\times\left(\frac{-14}{9}\right)$

Solution: We have

$$\frac{-4}{5}\times\frac{3}{7}\times\frac{15}{16}\times\left(\frac{-14}{9}\right)$$

$$=\left(-\frac{4\times3}{5\times7}\right)\times\left(\frac{15\times(-14)}{16\times9}\right)$$

$$=\frac{-12}{35}\times\left(\frac{-35}{24}\right)=\frac{-12\times(-35)}{35\times24}=\frac{1}{2}$$

We can also do it as.

$$\frac{-4}{5}\times\frac{3}{7}\times\frac{15}{16}\times\left(\frac{-14}{9}\right)$$

$$=\left(\frac{-4}{5}\times\frac{15}{16}\right)\times\left[\frac{3}{7}\times\left(\frac{-14}{9}\right)\right] \quad \text{(Using commutativity and associativity)}$$

$$=\frac{-3}{4}\times\left(\frac{-2}{3}\right)=\frac{1}{2}$$

1.2.4 The role of zero (0)

Look at the following.

$2 + 0 = 0 + 2 = 2$ (Addition of 0 to a whole number)

$-5 + 0 = \ldots + \ldots = -5$ (Addition of 0 to an integer)

$\frac{-2}{7} + \ldots = 0 + \left(\frac{-2}{7}\right) = \frac{-2}{7}$ (Addition of 0 to a rational number)

இவ்வாறே கீழ்உள்ளவற்றையும் தீர்க்கலாம்.

$$\frac{3}{7}+\left(\frac{-6}{11}\right)+\left(\frac{-8}{21}\right)+\frac{5}{22}$$

$$=\left[\frac{3}{7}+\left(\frac{-8}{21}\right)\right]+\left[\frac{-6}{11}+\frac{5}{22}\right]$$ (மாற்றுப்பண்பு மற்றும் சேர்ப்புப்பண்புகளை பயன்படுத்தினால்)

$$=\left[\frac{9+(-8)}{21}\right]+\left[\frac{-12+5}{22}\right]$$ (7, 21ன் மீ.சி.ம 21; 11, 22ன் மீ.சி.ம 22)

$$=\frac{1}{21}+\left(\frac{-7}{22}\right)=\frac{22-147}{462}=\frac{-125}{462}$$

மாற்றுப்பண்பு மற்றும் சேர்ப்புப்பண்புகள் இந்த கணக்கீட்டை எளிதாக்குகின்றன என நீங்கள் நினைக்கின்றீர்களா?

எடுத்துக்காட்டு 2 : $\frac{-4}{5}\times\frac{3}{7}\times\frac{15}{16}\times\left(\frac{-14}{9}\right)$ கண்டுபிடி.

தீர்வு :

$$\frac{-4}{5}\times\frac{3}{7}\times\frac{15}{16}\times\left(\frac{-14}{9}\right)$$

$$=\left(-\frac{4\times 3}{5\times 7}\right)\times\left(\frac{15\times(-14)}{16\times 9}\right)$$

$$=\frac{-12}{35}\times\left(\frac{-35}{24}\right)=\frac{-12\times(-35)}{35\times 24}=\frac{1}{2}$$

இவ்வாறே கீழுள்ளவற்றையும் செய்யலாம்.

$$\frac{-4}{5}\times\frac{3}{7}\times\frac{15}{16}\times\left(\frac{-14}{9}\right)$$

$$=\left(\frac{-4}{5}\times\frac{15}{16}\right)\times\left[\frac{3}{7}\times\left(\frac{-14}{9}\right)\right]$$ (மாற்றுப்பண்பு மற்றும் சேர்ப்புப்பண்புகளை பயன்படுத்தினால்)

$$=\frac{-3}{4}\times\left(\frac{-2}{3}\right)=\frac{1}{2}$$

1.2.4 பூஜ்ஜியத்தின் பங்கு (0)

பின்வருவனவற்றை கவனி.

$2+0=0+2=2$ (ஒரு முழுஎண்ணுடன் 0ஐ கூட்டினால்)

$-5+0=\ldots+\ldots=-5$ (ஒரு முழுவுடன் 0ஐ கூட்டினால்)

$\frac{-2}{7}+\ldots=\quad 0+\left(\frac{-2}{7}\right)=\frac{-2}{7}$ (ஒரு விகிதமுறு எண்ணுடன் 0ஐ கூட்டினால்)

You have done such additions earlier also. Do a few more such additions.

What do you observe? You will find that when you add 0 to a whole number, the sum is again that whole number. This happens for integers and rational numbers also.

In general, $a + 0 = 0 + a = a$, where a is a whole number

$b + 0 = 0 + b = b$, where b is an integer

$c + 0 = 0 + c = c$, where c is a rational number

Zero is called the identity for the addition of rational numbers. It is the additive identity for integers and whole numbers as well.

1.2.5 The role of 1

We have,

$$5 \times 1 = 5 = 1 \times 5 \qquad \text{(Multiplication of 1 with a whole number)}$$

$$\frac{-2}{7} \times 1 = \ldots \times \ldots = \frac{-2}{7}$$

$$\frac{3}{8} \times \ldots = 1 \times \frac{3}{8} = \frac{3}{8}$$

What do you find?

You will find that when you multiply any rational number with 1, you get back the same rational number as the product. Check this for a few more rational numbers. You will find that, $a \times 1 = 1 \times a = a$ for any rational number a.

We say *that* 1 *is the multiplicative identity for rational numbers.*

Is 1 the multiplicative identity for integers? For whole numbers?

THINK, DISCUSS AND WRITE

If a property holds for rational numbers, will it also hold for integers? For whole numbers? Which will? Which will not?

1.2.6 Negative of a number

While studying integers you have come across negatives of integers. What is the negative of 1? It is – 1 because $1 + (-1) = (-1) + 1 = 0$

So, what will be the negative of (–1)? It will be 1.

Also, $2 + (-2) = (-2) + 2 = 0$, so we say 2 is the **negative or additive inverse** of –2 and vice-versa. In general, for an integer a, we have, $a + (-a) = (-a) + a = 0$; so, a is the negative of $-a$ and $-a$ is the negative of a.

For the rational number $\frac{2}{3}$, we have,

$$\frac{2}{3} + \left(-\frac{2}{3}\right) = \frac{2 + (-2)}{3} = 0$$

இதுபோன்ற கூட்டல்களை நீங்கள் ஏற்கனவே செய்திருப்பீர்கள். மேலும் சில கூட்டல்களை செய்வோம். நீங்கள் உற்றுநோக்கியது என்ன?

ஒரு முழு எண்ணுடன் 0 வை கூட்டுவதால் கிடைக்கும் கூட்டுத்தொகை மீண்டும் அதே முழு எண் என்பதை காணலாம். முழுக்கள் மற்றும் விகிதமுறு எண்களுக்கும் இவ்வாறே ஏற்படுகிறது.

பொதுவாக, $a + 0 = 0 + a = a$ இங்கு a என்பது முழுஎண்

$b + 0 = 0 + b = b$ இங்கு b என்பது முழுக்கள்

$c + 0 = 0 + c = c$ இங்கு c என்பது விவிதமுறு எண்

0 வை விகிதமுறு எண்களின் கூட்டலுக்கான சமனி என்று அழைப்பர். இது முழுக்கள் மற்றும் முழுஎண்களின் கூட்டல் சமனி என்றும் அழைக்கப்படுகிறது.

1.2.5 1 ன் பங்கு

$5 \times 1 = 5 = 1 \times 5$ (ஒரு முழுஎண்ணுடன் 1 ஐ பெருக்குதல்)

$$\frac{-2}{7} \times 1 = \ldots \times \ldots = \frac{-2}{7}$$

$$\frac{3}{8} \times \ldots = 1 \times \frac{3}{8} = \frac{3}{8}$$

நீ அறிவது என்ன?

எந்த ஒரு விகிதமுறு எண்ணுடனும் 1 ஐ பெருக்கினால் கிடைக்கும் பெருக்கற்பலன் அதே விகிதமுறு எண் என்பதை காணலாம். மேலும் சில விகிதமுறு எண்களைக் கொண்டு இதை சரிபார். a என்பது ஏதேனும் ஒரு விகிதமுறு எண் எனில் $a \times 1 = 1 \times a = a$ என அறியலாம்.

1 ஐ விகிதமுறு எண்களின் பெருக்கல் சமனி என்று கூறலாம். 1 என்பது முழுக்கள் மற்றும் முழுஎண்களின் பெருக்கல் சமனியா?

சிந்தித்து கலந்துரையாடி எழுது

விகிதமுறு எண்கள் ஒரு பண்பை பெற்றிருந்தால் அதை முழுக்களும் பெற்றிருக்குமா? முழுஎண்களும் பெற்றிருக்குமா? எதற்கு இருக்கும்? எதற்கு இருக்காது?

1.2.6 ஓர் எண்ணின் எதிர்மறை

முழுக்களைப் பற்றி படிக்கும்போது நாம் குறைமுழுக்களையும் சிந்திக்க வேண்டியுள்ளது. 1 ன் எதிர்மறை என்ன? அது -1 ஆகும். ஏனெனில் $1+(-1)=(-1)+1=0$

எனவே (-1) ன் எதிர்மறை என்னவாக இருக்கும்? அது 1 ஆகும்.

மேலும் $2 + (-2) = (-2) + 2 = 0$ எனவே 2 ன் எதிர்மறை அல்லது கூட்டல் எதிமாறி -2 ஆகும் மற்றும் எதிர்மாறு ஆகும். பொதுவாக a என்பது ஒரு முழுக்கள் எனில் $a + (-a) = (-a) + a = 0$ எனவே a என்பது $-a$ ன் எதிர்மறை மேலும் $-a$ என்பது a ன் எதிர்மறை.

$\frac{2}{3}$ என்ற விகிதமுறு எண்ணை எடுத்துக்கொண்டால்

$$\frac{2}{3} + \left(-\frac{2}{3}\right) = \frac{2+(-2)}{3} = 0$$

Also, $\left(-\frac{2}{3}\right)+\frac{2}{3}=0$ (How?)

Similarly, $\frac{-8}{9}+\ldots=\ldots+\left(\frac{-8}{9}\right)=0$

$$\ldots+\left(\frac{-11}{7}\right)=\left(\frac{-11}{7}\right)+\ldots=0$$

In general, for a rational number $\frac{a}{b}$, we have, $\frac{a}{b}+\left(-\frac{a}{b}\right)=\left(-\frac{a}{b}\right)+\frac{a}{b}=0$. We say that $-\frac{a}{b}$ *is the additive inverse of* $\frac{a}{b}$ *and* $\frac{a}{b}$ *is the additive inverse of* $\left(-\frac{a}{b}\right)$.

1.2.7 Reciprocal

By which rational number would you multiply $\frac{8}{21}$, to get the product 1? Obviously by $\frac{21}{8}$, since $\frac{8}{21}\times\frac{21}{8}=1$.

Similarly, $\frac{-5}{7}$ must be multiplied by $\frac{7}{-5}$ so as to get the product 1.

We say that $\frac{21}{8}$ is the reciprocal of $\frac{8}{21}$ and $\frac{7}{-5}$ is the reciprocal of $\frac{-5}{7}$.

Can you say what is the reciprocal of 0 (zero)?

Is there a rational number which when multiplied by 0 gives 1? Thus, zero has no reciprocal.

We say that a rational number $\frac{c}{d}$ is called the **reciprocal** or **multiplicative inverse** of another non-zero rational number $\frac{a}{b}$ if $\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}=1$.

1.2.8 Distributivity of multiplication over addition for rational numbers

To understand this, consider the rational numbers $\frac{-3}{4}$, $\frac{2}{3}$ and $\frac{-5}{6}$.

$$\frac{-3}{4}\times\left\{\frac{2}{3}+\left(\frac{-5}{6}\right)\right\}=\frac{-3}{4}\times\left\{\frac{(4)+(-5)}{6}\right\}$$

$$=\frac{-3}{4}\times\left(\frac{-1}{6}\right)=\frac{3}{24}=\frac{1}{8}$$

Also $\frac{-3}{4}\times\frac{2}{3}=\frac{-3\times 2}{4\times 3}=\frac{-6}{12}=\frac{-1}{2}$

மேலும் $\left(-\frac{2}{3}\right)+\frac{2}{3}=0$ (ஏன்?)

இவ்வாறே $\frac{-8}{9}+\ldots=\ldots+\left(\frac{-8}{9}\right)=0$

$$\ldots+\left(\frac{-11}{7}\right)=\left(\frac{-11}{7}\right)+\ldots=0$$

பொதுவாக, $\frac{a}{b}$ ஒரு விகிதமுறு எண் எனில், $\frac{a}{b}+\left(-\frac{a}{b}\right)=\left(-\frac{a}{b}\right)+\frac{a}{b}=0$. எனவே $-\frac{a}{b}$ என்பது $\frac{a}{b}$ ன் கூட்டல் எதிர்மாறி மேலும் $\frac{a}{b}$ என்பது $\left(-\frac{a}{b}\right)$ ன் கூட்டல் எதிர்மாறி என கூறலாம்.

1.2.7 தலைகீழ்

$\frac{8}{21}$ ஐ எந்த விகிதமுறு எண்ணால் பெருக்கினால் பெருக்கற்பலன் 1 கிடைக்கும்?

வெளிப்படையாக $\frac{21}{8}$ என கூறலாம். இதிலிருந்து, $\frac{8}{21}\times\frac{21}{8}=1$

இவ்வாறு, $\frac{-5}{7}$ ஐ $\frac{7}{-5}$ ஆல் பெருக்கினால் மட்டுமே பெருக்கற்பலன் 1 கிடைக்கும்.

எனவே $\frac{21}{8}$ ஐ $\frac{8}{21}$ ன் தலைகீழி என கூறலாம் மற்றும் $\frac{7}{-5}$ ஐ $\frac{-5}{7}$ ன் தலைகீழி என கூறலாம்.
0 (பூஜ்ஜியம்) இன் தலைகீழ் என்னவென்று உங்களால் கூறமுடியுமா?
0 (பூஜ்ஜியம்) ஆல் பெருக்கினால் 1 கிடைக்குமாறு ஏதேனும் ஒரு விகிதமுறு எண் உள்ளதா? எனவே பூஜ்ஜியத்திற்கு தலைகீழ் இல்லை.

$\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}=1$ எனில் $\frac{c}{d}$ என்பது $\frac{a}{b}$ ன் தலைகீழ் அல்லது பெருக்கல் தலைகீழ் எனப்படும்.

1.2.8 விகிதமுறு எண்களில் கூட்டலின் மீது பெருக்கல் பங்கீட்டுபண்பு

இதை புரிந்துகொள்ள $\frac{-3}{4}, \frac{2}{3}$ மற்றும் $\frac{-5}{6}$ என்ற விகிதமுறு எண்ணை எடுத்துக்கொள்.

$$\frac{-3}{4}\times\left\{\frac{2}{3}+\left(\frac{-5}{6}\right)\right\}=\frac{-3}{4}\times\left\{\frac{(4)+(-5)}{6}\right\}$$

$$=\frac{-3}{4}\times\left(\frac{-1}{6}\right)=\frac{3}{24}=\frac{1}{8}$$

மேலும் $\frac{-3}{4}\times\frac{2}{3}=\frac{-3\times 2}{4\times 3}=\frac{-6}{12}=\frac{-1}{2}$

And $\frac{-3}{4} \times \frac{-5}{6} = \frac{5}{8}$

Therefore $\left(\frac{-3}{4} \times \frac{2}{3}\right) + \left(\frac{-3}{4} \times \frac{-5}{6}\right) = \frac{-1}{2} + \frac{5}{8} = \frac{1}{8}$

Thus, $\frac{-3}{4} \times \left\{\frac{2}{3} + \frac{-5}{6}\right\} = \left(\frac{-3}{4} \times \frac{2}{3}\right) + \left(\frac{-3}{4} \times \frac{-5}{6}\right)$

Distributivity of Multiplication over Addition and Subtraction.
For all rational numbers a, b and c,
$a\ (b + c) = ab + ac$
$a\ (b - c) = ab - ac$

TRY THESE

Find using distributivity. (i) $\left\{\frac{7}{5} \times \left(\frac{-3}{12}\right)\right\} + \left\{\frac{7}{5} \times \frac{5}{12}\right\}$ (ii) $\left\{\frac{9}{16} \times \frac{4}{12}\right\} + \left\{\frac{9}{16} \times \frac{-3}{9}\right\}$

Example 3: Write the additive inverse of the following:

(i) $\frac{-7}{19}$ (ii) $\frac{21}{112}$

When you use distributivity, you split a product as a sum or difference of two products.

Solution:

(i) $\frac{7}{19}$ is the additive inverse of $\frac{-7}{19}$ because $\frac{-7}{19} + \frac{7}{19} = \frac{-7+7}{19} = \frac{0}{19} = 0$

(ii) The additive inverse of $\frac{21}{112}$ is $\frac{-21}{112}$ (Check!)

Example 4: Verify that – (– x) is the same as x for

(i) $x = \frac{13}{17}$ (ii) $x = \frac{-21}{31}$

Solution: (i) We have, $x = \frac{13}{17}$

The additive inverse of $x = \frac{13}{17}$ is $-x = \frac{-13}{17}$ since $\frac{13}{17} + \left(\frac{-13}{17}\right) = 0$.

The same equality $\frac{13}{17} + \left(\frac{-13}{17}\right) = 0$, shows that the additive inverse of $\frac{-13}{17}$ is $\frac{13}{17}$

or $-\left(\frac{-13}{17}\right) = \frac{13}{17}$, i.e., $-(-x) = x$.

(ii) Additive inverse of $x = \frac{-21}{31}$ is $-x = \frac{21}{31}$ since $\frac{-21}{31} + \frac{21}{31} = 0$.

The same equality $\frac{-21}{31} + \frac{21}{31} = 0$, shows that the additive inverse of $\frac{21}{31}$ is $\frac{-21}{31}$,
i.e., $-(-x) = x$.

மற்றும் $\frac{-3}{4} \times \frac{-5}{6} = \frac{5}{8}$

எனவே $\left(\frac{-3}{4} \times \frac{2}{3}\right) + \left(\frac{-3}{4} \times \frac{-5}{6}\right) = \frac{-1}{2} + \frac{5}{8} = \frac{1}{8}$

ஆகையால் $\frac{-3}{4} \times \left\{\frac{2}{3} + \frac{-5}{6}\right\} = \left(\frac{-3}{4} \times \frac{2}{3}\right) + \left(\frac{-3}{4} \times \frac{-5}{6}\right)$

> **கூட்டல் மற்றும் கழித்தல் மீது பெருக்கலின் பங்கீட்டு பண்பு**
>
> எல்லா விகிதமுறு எண்கள் a, b, c களுக்கு
>
> $a\,(b + c) = ab + ac$
>
> $a\,(b - c) = ab - ac$

முயன்றுபார்

(i) பங்கீட்டு பண்பை பயன்படுத்தி காண்க $\left\{\frac{7}{5} \times \left(\frac{-3}{12}\right)\right\} + \left\{\frac{7}{5} \times \frac{5}{12}\right\}$ (ii) $\left\{\frac{9}{16} \times \frac{4}{12}\right\} + \left\{\frac{9}{16} \times \frac{-3}{9}\right\}$

எடுத்துக்காட்டு 3: பின்வருவனவற்றின் கூட்டல் எதிர்மாறியை எழுதுக

> பங்கீட்டை பயன்படுத்தும் போது ஒரு பெருக்கற்பலனை இரண்டு பெருக்கற்பலன்களின் கூடுதல் (அ) கழித்தலாக பிரித்து எழுதலாம்.

(i) $\frac{-7}{19}$ (ii) $\frac{21}{112}$

தீர்வு :

(i) $\frac{7}{19}$ ன் கூட்டல் எதிர்மாறி $\frac{-7}{19}$ ஏனெனில் $\frac{-7}{19} + \frac{7}{19} = \frac{-7+7}{19} = \frac{0}{19} = 0$

(ii) $\frac{21}{112}$ ன் கூட்டல் எதிர்மாறி $\frac{-21}{112}$ (சரிபார்!)

எடுத்துக்காட்டு 4: $-(-x)$ என்பது x ஆகும். இதை சரிபார்.

(i) $x = \frac{13}{17}$ (ii) $x = \frac{-21}{31}$

தீர்வு: (i) $x = \frac{13}{17}$

$x = \frac{13}{17}$ ன் கூட்டல் எதிர்மாறி $-x = \frac{-13}{17}$ ஏனெனில் $\frac{13}{17} + \left(\frac{-13}{17}\right) = 0$.

$\frac{13}{17} + \left(\frac{-13}{17}\right) = 0$ என்ற சமநிலையில் $\frac{-13}{17}$ ன் கூட்டல் எதிர்மாறி $\frac{13}{17}$ என்பதை காட்டுகிறது. அல்லது $-\left(\frac{-13}{17}\right) = \frac{13}{17}$, அதாவது, $-(-x) = x$.

(ii) $x = \frac{-21}{31}$ ன் கூட்டல் எதிர்மாறி $-x = \frac{21}{31}$ ஏனெனில் $\frac{-21}{31} + \frac{21}{31} = 0$.

$\frac{-21}{31} + \frac{21}{31} = 0$, என்ற சமநிலையில் $\frac{21}{31}$ ன் கூட்டல் எதிர்மாறி $\frac{-21}{31}$ என்பதை காட்டுகிறது. அதாவது $-(-x) = x$.

Example 5: Find $\frac{2}{5} \times \frac{-3}{7} - \frac{1}{14} - \frac{3}{7} \times \frac{3}{5}$

Solution: $\frac{2}{5} \times \frac{-3}{7} - \frac{1}{14} - \frac{3}{7} \times \frac{3}{5} = \frac{2}{5} \times \frac{-3}{7} - \frac{3}{7} \times \frac{3}{5} - \frac{1}{14}$ (by commutativity)

$$= \frac{2}{5} \times \frac{-3}{7} + \left(\frac{-3}{7}\right) \times \frac{3}{5} - \frac{1}{14}$$

$$= \frac{-3}{7}\left(\frac{2}{5} + \frac{3}{5}\right) - \frac{1}{14} \quad \text{(by distributivity)}$$

$$= \frac{-3}{7} \times 1 - \frac{1}{14} = \frac{-6-1}{14} = \frac{-1}{2}$$

EXERCISE 1.1

1. Using appropriate properties find.

   (i) $-\frac{2}{3} \times \frac{3}{5} + \frac{5}{2} - \frac{3}{5} \times \frac{1}{6}$ (ii) $\frac{2}{5} \times \left(-\frac{3}{7}\right) - \frac{1}{6} \times \frac{3}{2} + \frac{1}{14} \times \frac{2}{5}$

2. Write the additive inverse of each of the following.

   (i) $\frac{2}{8}$ (ii) $\frac{-5}{9}$ (iii) $\frac{-6}{-5}$ (iv) $\frac{2}{-9}$ (v) $\frac{19}{-6}$

3. Verify that $-(-x) = x$ for.

   (i) $x = \frac{11}{15}$ (ii) $x = -\frac{13}{17}$

4. Find the multiplicative inverse of the following.

   (i) -13 (ii) $\frac{-13}{19}$ (iii) $\frac{1}{5}$ (iv) $\frac{-5}{8} \times \frac{-3}{7}$

   (v) $-1 \times \frac{-2}{5}$ (vi) -1

5. Name the property under multiplication used in each of the following.

   (i) $\frac{-4}{5} \times 1 = 1 \times \frac{-4}{5} = -\frac{4}{5}$ (ii) $-\frac{13}{17} \times \frac{-2}{7} = \frac{-2}{7} \times \frac{-13}{17}$

   (iii) $\frac{-19}{29} \times \frac{29}{-19} = 1$

6. Multiply $\frac{6}{13}$ by the reciprocal of $\frac{-7}{16}$.

7. Tell what property allows you to compute $\frac{1}{3} \times \left(6 \times \frac{4}{3}\right)$ as $\left(\frac{1}{3} \times 6\right) \times \frac{4}{3}$.

8. Is $\frac{8}{9}$ the multiplicative inverse of $-1\frac{1}{8}$? Why or why not?

9. Is 0.3 the multiplicative inverse of $3\frac{1}{3}$? Why or why not?

எடுத்துக்காட்டு 5: $\frac{2}{5}\times\frac{-3}{7}-\frac{1}{14}-\frac{3}{7}\times\frac{3}{5}$ ன் மதிப்பை கண்டுபிடி.

தீர்வு:

$$\frac{2}{5}\times\frac{-3}{7}-\frac{1}{14}-\frac{3}{7}\times\frac{3}{5}=\frac{2}{5}\times\frac{-3}{7}-\frac{3}{7}\times\frac{3}{5}-\frac{1}{14}$$ (மாற்றுப்பண்பின்படி)

$$=\frac{2}{5}\times\frac{-3}{7}+\left(\frac{-3}{7}\right)\times\frac{3}{5}-\frac{1}{14}$$

$$=\frac{-3}{7}\left(\frac{2}{5}+\frac{3}{5}\right)-\frac{1}{14}$$ (பங்கீட்டுபண்பின்படி)

$$=\frac{-3}{7}\times 1-\frac{1}{14}=\frac{-6-1}{14}=\frac{-1}{2}$$

பயிற்சி 1.1

1. தகுந்த பண்புகளை பயன்படுத்தி பின்வருவனவற்றின் மதிப்பை காண்க.

   (i) $-\frac{2}{3}\times\frac{3}{5}+\frac{5}{2}-\frac{3}{5}\times\frac{1}{6}$ (ii) $\frac{2}{5}\times\left(-\frac{3}{7}\right)-\frac{1}{6}\times\frac{3}{2}+\frac{1}{14}\times\frac{2}{5}$

2. பின்வருவனவற்றின் கூட்டல் எதிர்மாறியை எழுதுக.

   (i) $\frac{2}{8}$ (ii) $\frac{-5}{9}$ (iii) $\frac{-6}{-5}$ (iv) $\frac{2}{-9}$ (v) $\frac{19}{-6}$

3. $-(-x)=x$ ஐ கீழ் உள்ளவற்றிற்கு சரிபார்க்கவும்.

   (i) $x=\frac{11}{15}$ (ii) $x=-\frac{13}{17}$

4. பின்வருவனவற்றின் பெருக்கல் தலைகீழியை காண்க.

   (i) -13 (ii) $\frac{-13}{19}$ (iii) $\frac{1}{5}$ (iv) $\frac{-5}{8}\times\frac{-3}{7}$

   (v) $-1\times\frac{-2}{5}$ (vi) -1

5. பின்வருவனவற்றின் பெருக்கலை பொறுத்து பண்பின் பெயரை எழுதுக.

   (i) $\frac{-4}{5}\times 1=1\times\frac{-4}{5}=-\frac{4}{5}$ (ii) $-\frac{13}{17}\times\frac{-2}{7}=\frac{-2}{7}\times\frac{-13}{17}$

   (iii) $\frac{-19}{29}\times\frac{29}{-19}=1$

6. $\frac{-7}{16}$ ன் தலைகீழியோடு $\frac{6}{13}$ ஐ பெருக்குக.

7. $\frac{1}{3}\times\left(6\times\frac{4}{3}\right)$ ஐ $\left(\frac{1}{3}\times 6\right)\times\frac{4}{3}$ ஆக பெருக்க எந்த பண்பை பயன்படுத்துவாய்?

8. $-1\frac{1}{8}$ ன் பெருக்கல் தலைகீழி $\frac{8}{9}$ இது சரியா? அல்லது ஏனில்லை?

9. $3\frac{1}{3}$ ன் பெருக்கல் தலைகீழி 0.3 இது சரியா? அல்லது ஏனில்லை?

10. Write.

(i) The rational number that does not have a reciprocal.

(ii) The rational numbers that are equal to their reciprocals.

(iii) The rational number that is equal to its negative.

11. Fill in the blanks.

(i) Zero has _________ reciprocal.

(ii) The numbers _________ and _________ are their own reciprocals

(iii) The reciprocal of – 5 is _________.

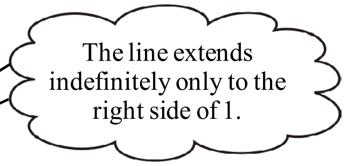
(iv) Reciprocal of $\frac{1}{x}$, where $x \neq 0$ is _________.

(v) The product of two rational numbers is always a ________.

(vi) The reciprocal of a positive rational number is _________.

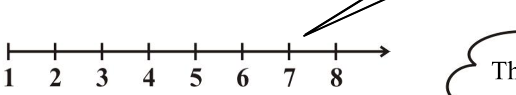
1.3 Representation of Rational Numbers on the Number Line

You have learnt to represent natural numbers, whole numbers, integers and rational numbers on a number line. Let us revise them.



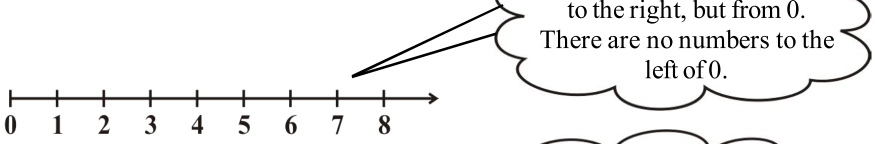
Natural numbers

(i)



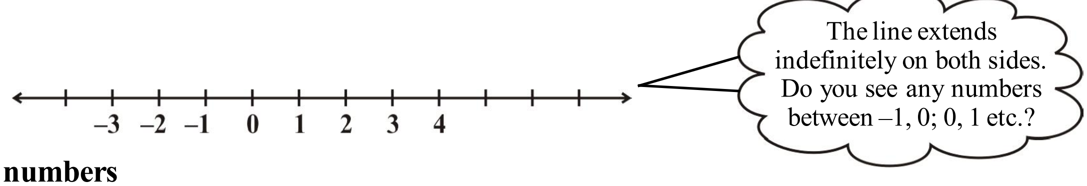
Whole numbers

(ii)



Integers

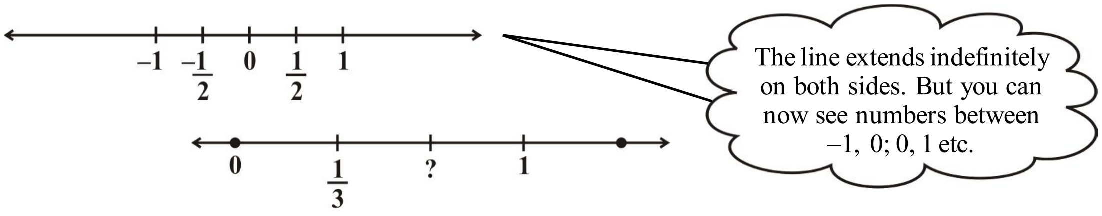
(iii)



Rational numbers

(iv)

(v)



The point on the number line (iv) which is half way between 0 and 1 has been labelled $\frac{1}{2}$. Also, the first of the equally spaced points that divides the distance between 0 and 1 into three equal parts can be labelled $\frac{1}{3}$, as on number line (v). How would you label the second of these division points on number line (v)?

10. பின்வருவனவற்றிற்கு விடையளி.

(i) தலைகீழ் இல்லாத ஒரு விகிதமுறு எண்

(ii) எண்ணும் அதன் தலைகீழியும் சமமாக உள்ள விகிதமுறு எண்

(iii) ஒரு எண்ணுடன் அதன் எதிர்மாறியும் சமமாக உள்ள விகிதமுறு எண்

11. கோடிட்ட இடங்களை நிரப்புக

(i) பூஜ்ஜியத்திற்கு தலைகீழி ________.

(ii) ________ மற்றும் ________ ஆகியவை சுய தலைகீழிகள்.

(iii) – 5 ன் தலைகீழி ________.

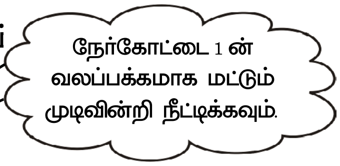
(iv) $\frac{1}{x}$ $(x \neq 0)$ ன் தலைகீழி ________.

(v) இரண்டு விகிதமுறு எண்களின் பெருக்கற்பலன் எப்போதும் ஒரு ________.

(vi) ஒரு மிகை விகிதமுறு எண்ணின் தலைகீழி ________.

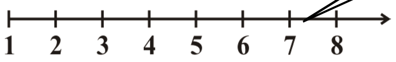
1.3 எண்கோட்டின் மேல் விகிதமுறு எண்ணை குறித்துக்காட்டல்

எண்கோட்டின் மீது இயல்எண்கள், முழுஎண்கள், முழுக்கள் மற்றும் விகிதமுறு எண்கள் ஆகியவற்றை குறித்துக் காட்டுவதைப் பற்றி கற்றுள்ளோம். இவற்றை திருப்புதல் செய்வோம்.



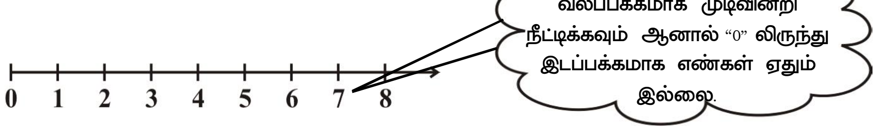
இயல்எண்கள்

(i)



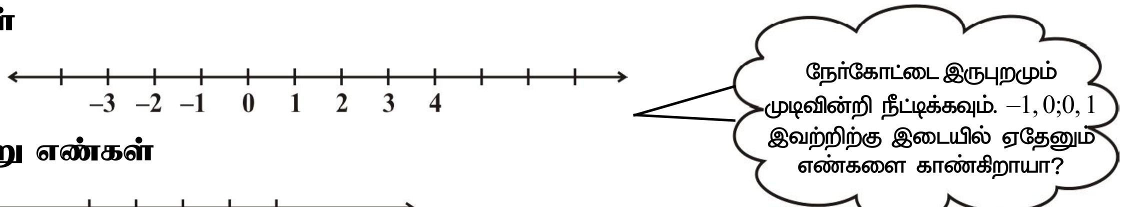
முழுஎண்கள்

(ii)



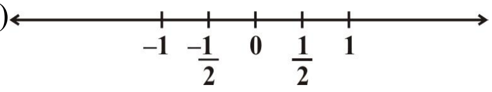
முழுக்கள்

(iii)

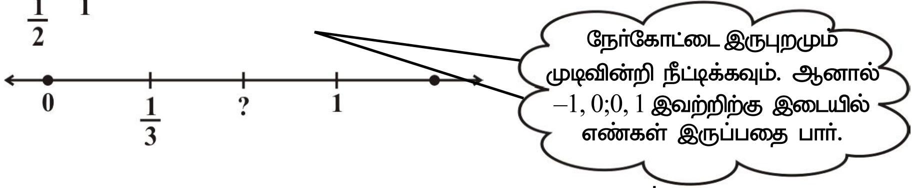


விகிதமுறு எண்கள்

(iv)



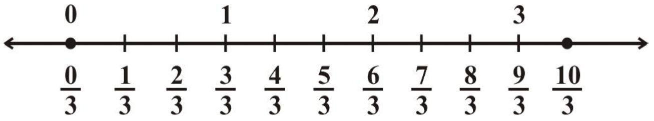
(v)

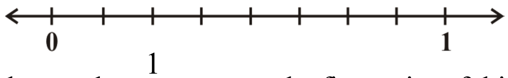


எண்கோடு (iv) ன் மேல் 0 மற்றும் 1 க்கு இடையில் உள்ள எண் $\frac{1}{2}$ என குறிக்கப்பட்டுள்ளது. எண்கோடு (v) ல் 0 மற்றும் 1 க்கு இடைப்பட்ட தூரத்தை மூன்று சமமான பாகங்களாக பிரித்து முதலாவது சமான பாகத்தை $\frac{1}{3}$ என காட்டப்பட்டுள்ளது. எண்கோடு (v)ல் இரண்டாவது புள்ளியை எவ்வாறு குறிப்பாய்?

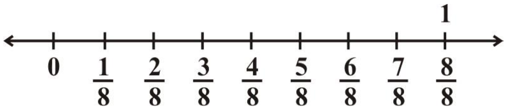
The point to be labelled is twice as far from and to the right of 0 as the point labelled $\frac{1}{3}$. So it is two times $\frac{1}{3}$, i.e., $\frac{2}{3}$. You can continue to label equally-spaced points on the number line in the same way. In this continuation, the next marking is 1. You can see that 1 is the same as $\frac{3}{3}$.

Then comes $\frac{4}{3}, \frac{5}{3}, \frac{6}{3}$ (or 2), $\frac{7}{3}$ and so on as shown on the number line (vi)

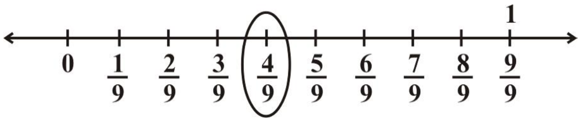
(vi) 

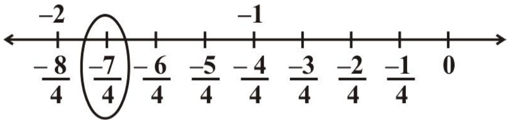
Similarly, to represent $\frac{1}{8}$, the number line may be divided into eight equal parts as shown: 

We use the number $\frac{1}{8}$ to name the first point of this division. The second point of division will be labelled $\frac{2}{8}$, the third point $\frac{3}{8}$, and so on as shown on number line (vii)

(vii) 

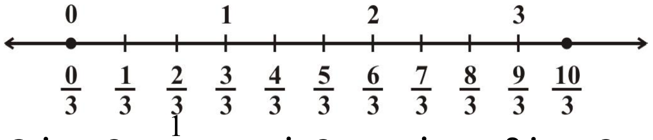
Any rational number can be represented on the number line in this way. In a rational number, the numeral below the bar, i.e., the denominator, tells the number of equal parts into which the first unit has been divided. The numeral above the bar i.e., the numerator, tells 'how many' of these parts are considered. So, a rational number such as $\frac{4}{9}$ means four of nine equal parts on the right of 0 (number line viii) and for $\frac{-7}{4}$, we make 7 markings of distance $\frac{1}{4}$ each on the *left* of zero and starting from 0. The seventh marking is $\frac{-7}{4}$ [number line (ix)].

(viii) 

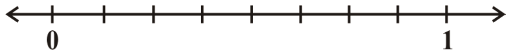
(ix) 

குறிக்கப்பட வேண்டிய புள்ளி 0 ன் வலதுபுறத்திலிருந்து குறிக்கப்பட்ட புள்ளி $\frac{1}{3}$ ஐ போல 2 மடங்காக உள்ளது. எனவே இது $\frac{1}{3}$ ஐ போல 2 மடங்காகும். அதாவது $\frac{2}{3}$. இவ்வாறு எண்கோட்டின் மேல் சமமான இடைவெளியில் அமைந்த புள்ளிகளை தொடர்ந்து குறித்துக்கொண்டே சென்றால் அடுத்து நாம் குறிப்பது 1 ஆகும். 1 என்பது $\frac{3}{3}$ க்கு சமம். $\frac{4}{3}, \frac{5}{3}, \frac{6}{3}$ (அல்லது 2), $\frac{7}{3}$ மற்றும் இதன் தொடர்ச்சி எண்கோடு (vi) காட்டியவாறு அமைகிறது.

(vi)

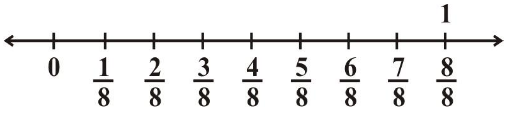


இவ்வாறே $\frac{1}{8}$ ஐ எண்கோட்டில் குறிக்க வேண்டுமானால் படத்தில் காட்டியவாறு 8 சமமாக பாகங்களாக பிரித்துக் கொள்ள வேண்டும்.



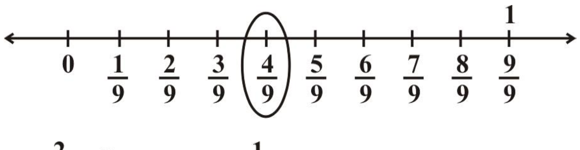
இந்த பங்கீட்டின் முதல் புள்ளியை $\frac{1}{8}$, என் குறிக்க வேண்டும். இரண்டாவது புள்ளி $\frac{2}{8}$ எனவும் மூன்றாவது புள்ளி $\frac{3}{8}$ எனவும் மற்றும் இதன் தொடர்ச்சி எண்கோடு (vii) ல் காட்டப்பட்டுள்ளது.

(vii)

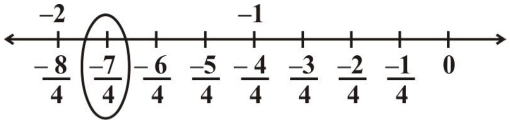


இவ்வாறு எந்த ஒரு விகிதமுறு எண்ணையும் எண்கோட்டின் மீது குறிக்கலாம். விகிதமுறு எண்ணில் கோட்டிற்கு கீழேயுள்ள எண் அதாவது பகுதி என்பது ஒவ்வொரு அலகும் எத்தனை சமமான பாகங்களாக பிரிக்கப்பட்டுள்ளது என்பதையும் கோட்டிற்கு மேலேயுள்ள எண் அதாவது தொகுதி என்பது எத்தனை சமமான பாகங்கள் கருத்தில் கொள்ளப்பட்டுள்ளது என்பதையும் குறிக்கும். $\frac{4}{9}$ என்ற விகிதமுறு எண் 0 ன் வலப்பக்கத்தில் ஒன்பது சமமான பாகங்களில் 4 வது பாகத்தை குறிக்கிறது (எண்கோடு viii) மற்றும் $\frac{-7}{4}$ ஐ குறிக்க 0 ல் தொடங்கி இடப்பக்கமாக ஒவ்வொன்றும் $\frac{1}{4}$ தூரம் இருக்குமாறு 7 புள்ளிகளை குறி. ஏழாவது குறிக்கப்பட்ட புள்ளி $\frac{-7}{4}$ ஆகும். (எண்கோடு ix).

(viii)

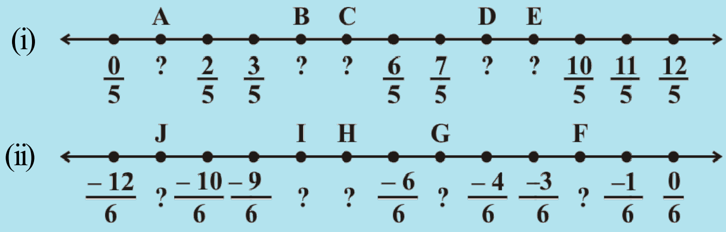


(ix)



TRY THESE

Write the rational number for each point labelled with a letter.



1.4 Rational Numbers between Two Rational Numbers

Can you tell the natural numbers between 1 and 5? They are 2, 3 and 4.
How many natural numbers are there between 7 and 9? There is one and it is 8.
How many natural numbers are there between 10 and 11? Obviously none.
List the integers that lie between –5 and 4. They are – 4, – 3, –2, –1, 0, 1, 2, 3.
How many integers are there between –1 and 1?
How many integers are there between –9 and –10?

You will find a definite number of natural numbers (integers) between two natural numbers (integers).

How many rational numbers are there between $\frac{3}{10}$ and $\frac{7}{10}$?

You may have thought that they are only $\frac{4}{10}, \frac{5}{10}$ and $\frac{6}{10}$.

But you can also write $\frac{3}{10}$ as $\frac{30}{100}$ and $\frac{7}{10}$ as $\frac{70}{100}$. Now the numbers, $\frac{31}{100}, \frac{32}{100}, \frac{33}{100}, \ldots, \frac{68}{100}, \frac{69}{100}$, are all between $\frac{3}{10}$ and $\frac{7}{10}$. The number of these rational numbers is 39.

Also $\frac{3}{10}$ can be expressed as $\frac{3000}{10000}$ and $\frac{7}{10}$ as $\frac{7000}{10000}$. Now, we see that the rational numbers $\frac{3001}{10000}, \frac{3002}{10000}, \ldots, \frac{6998}{10000}, \frac{6999}{10000}$ are between $\frac{3}{10}$ and $\frac{7}{10}$. These are 3999 numbers in all.

In this way, we can go on inserting more and more rational numbers between $\frac{3}{10}$ and $\frac{7}{10}$. So unlike natural numbers and integers, the number of rational numbers between two rational numbers is not definite. Here is one more example.

How many rational numbers are there between $\frac{-1}{10}$ and $\frac{3}{10}$?

Obviously $\frac{0}{10}, \frac{1}{10}, \frac{2}{10}$ are rational numbers between the given numbers.

முயன்றுபார்

எண்கோட்டின் மேல் எழுத்துக்களால் குறிக்கப்பட்ட விகிதமுறு எண்களை எழுதுக.

(i) A, B, C, D, E

$\frac{0}{5}$, ?, $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{5}$, ?, ?, $\frac{6}{5}$, $\frac{7}{5}$, ?, ?, $\frac{10}{5}$, $\frac{11}{5}$, $\frac{12}{5}$

(ii) J, I, H, G, F

$\frac{-12}{6}$, ?, $\frac{-10}{6}$, $\frac{-9}{6}$, ?, ?, $\frac{-6}{6}$, ?, $\frac{-4}{6}$, $\frac{-3}{6}$, ?, $\frac{-1}{6}$, $\frac{0}{6}$

1.4 இரண்டு விகிதமுறு எண்களுக்கு இடையில் உள்ள விகிதமுறு எண்கள்

1 மற்றும் 5 க்கு இடையிலுள்ள இயல்எண்களை உங்களால் கூறமுடியுமா? அவை 2,3 மற்றும் 4. 7 மற்றும் 9 க்கு இடையில் எத்தனை இயல்எண்கள் உள்ளன? ஒரு எண் அதாவது 8. 10 மற்றும் 11 க்கு இடையில் எத்தனை இயல்எண்கள் உள்ளன? வெளிப்படையாக ஏதுமில்லை.

-5 மற்றும் 4 க்கு இடையிலுள்ள முழுக்களை பட்டியலிடு. அவை $-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$.

-1 மற்றும் 1க்கு இடையில் எத்தனை முழுக்கள் உள்ளன? -9 மற்றும்10க்கு இடையில் எத்தனை முழுக்கள் உள்ளன?

இரண்டு இயல்எண்களுக்கு (முழுக்கள்) இடையிலுள்ள இயல்எண்களை (முழுக்கள்) உங்களால் கண்டறியமுடியும்.

$\frac{3}{10}$ மற்றும் $\frac{7}{10}$ இடையில் எத்தனை விகிதமுறு எண்கள் உள்ளன?

நீங்கள் யோசித்து பார்த்தால் $\frac{4}{10}, \frac{5}{10}$ மற்றும் $\frac{6}{10}$ மட்டும் இருப்பதாக தோன்றும். ஆனால் $\frac{3}{10}$ ஐ $\frac{30}{100}$ எனவும் $\frac{7}{10}$ ஐ $\frac{70}{100}$ எனவும் எழுதலாம்.

இப்போது கிடைக்கும் $\frac{31}{100}, \frac{32}{100}, \frac{33}{100}, \ldots \frac{68}{100}, \frac{69}{100}$ போன்ற அனைத்தும் $\frac{3}{10}$ மற்றும் $\frac{7}{10}$ க்கு இடையில் அமையும். இவற்றிற்கிடையே 39 விகிதமுறு எண்கள் இருக்கின்றன. மேலும் $\frac{3}{10}$ ஐ $\frac{3000}{10000}$ எனவும் $\frac{7}{10}$ ஐ $\frac{7000}{10000}$ எனவும் எழுதலாம். இப்போது கிடைக்கும் $\frac{3001}{10000}, \frac{3002}{10000}, \ldots, \frac{6998}{10000}, \frac{6999}{10000}$ போன்ற விகிதமுறு எண்கள் $\frac{3}{10}$ மற்றும் $\frac{7}{10}$ க்கு இடையில் அமைவதை காணலாம். இவை மொத்தம் 3999 எண்கள் இருக்கும்.

இவ்வாறு $\frac{3}{10}$ மற்றும் $\frac{7}{10}$ க்கு இடையில் மேலும் மேலும் விகிதமுறு எண்களை புகுத்த முடியும். எனவே வேறின இயல்எண்கள் மற்றும் முழுக்களில் இரண்டு விகிதமுறு எண்களுக்கு இடையில் எண்ணற்ற விகிதமுறு எண்கள் உள்ளன. மேலும் ஒரு எடுத்துக்காட்டை பார்ப்போம்.

$\frac{-1}{10}$ மற்றும் $\frac{3}{10}$ க்கு இடையில் எத்தனை விகிதமுறு எண்கள் உள்ளன?

நாம் வெளிப்படையாக $\frac{0}{10}, \frac{1}{10}, \frac{2}{10}$ ஆகிய விகிதமுறு எண்கள் உள்ளன என கூறுவோம்.

If we write $\frac{-1}{10}$ as $\frac{-10000}{100000}$ and $\frac{3}{10}$ as $\frac{30000}{100000}$, we get the rational numbers $\frac{-9999}{100000}, \frac{-9998}{100000}, ..., \frac{-29998}{100000}, \frac{29999}{100000}$, between $\frac{-1}{10}$ and $\frac{3}{10}$.

You will find that *you get countless rational numbers between any two given rational numbers.*

Example 6: Write any 3 rational numbers between –2 and 0.

Solution: –2 can be written as $\frac{-20}{10}$ and 0 as $\frac{0}{10}$.

Thus we have $\frac{-19}{10}, \frac{-18}{10}, \frac{-17}{10}, \frac{-16}{10}, \frac{-15}{10}, ..., \frac{-1}{10}$ between –2 and 0.

You can take any three of these.

Example 7: Find any ten rational numbers between $\frac{-5}{6}$ and $\frac{5}{8}$.

Solution: We first convert $\frac{-5}{6}$ and $\frac{5}{8}$ to rational numbers with the same denominators.

$$\frac{-5 \times 4}{6 \times 4} = \frac{-20}{24} \quad \text{and} \quad \frac{5 \times 3}{8 \times 3} = \frac{15}{24}$$

Thus we have $\frac{-19}{24}, \frac{-18}{24}, \frac{-17}{24}, ..., \frac{14}{24}$ as the rational numbers between $\frac{-20}{24}$ and $\frac{15}{24}$.

You can take any ten of these.

Another Method

Let us find rational numbers between 1 and 2. One of them is 1.5 or $1\frac{1}{2}$ or $\frac{3}{2}$. This is the **mean** of 1 and 2. You have studied mean in Class VII.

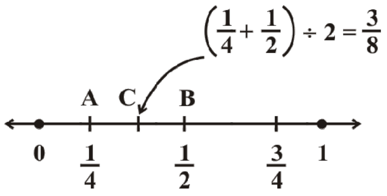
We find that *between any two given numbers, we need not necessarily get an integer but there will always lie a rational number.*

We can use the idea of mean also to find rational numbers between any two given rational numbers.

Example 8: Find a rational number between $\frac{1}{4}$ and $\frac{1}{2}$.

Solution: We find the mean of the given rational numbers.

$$\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{2}\right) \div 2 = \left(\frac{1+2}{4}\right) \div 2 = \frac{3}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{8}$$



$\frac{3}{8}$ lies between $\frac{1}{4}$ and $\frac{1}{2}$.

This can be seen on the number line also.

$\frac{-1}{10}$ ஐ $\frac{-10000}{100000}$ எனவும், $\frac{3}{10}$ ஐ $\frac{30000}{100000}$ எனவும் எழுதினால், $\frac{-1}{10}$ மற்றும் $\frac{3}{10}$ க்கு இடையில் $\frac{-9999}{100000}, \frac{-9998}{100000}, ..., \frac{-29998}{100000}, \frac{29999}{100000}$ ஆகிய விகிதமுறு எண்களை பெறலாம்.

கொடுக்கப்பட்ட ஏதேனும் இரண்டு விகிதமுறு எண்களுக்கு இடையில் எண்ணிலடங்கா விகிதமுறு எண்களை நீங்கள் கண்டறியலாம்.

எடுத்துக்காட்டு 6: -2 மற்றும் 0 க்கு இடையிலுள்ள ஏதேனும் 3 விகிதமுறு எண்களை எழுதுக.

தீர்வு: -2 ஐ $\frac{-20}{10}$ எனவும் 0 ஐ $\frac{0}{10}$ எனவும் எழுதலாம்.

-2 மற்றும் 0 க்கு இடையில் $\frac{-19}{10}, \frac{-18}{10}, \frac{-17}{10}, \frac{-16}{10}, \frac{-15}{10}, ..., \frac{-1}{10}$ ஆகியவை இருக்கும். இவற்றுள் ஏதேனும் மூன்றை எடுத்துக்கொள்ளலாம்.

எடுத்துக்காட்டு 7: $\frac{-5}{6}$ மற்றும் $\frac{5}{8}$ க்கு இடையிலுள்ள ஏதேனும் 10 விகிதமுறு எண்களை எழுதுக.

தீர்வு: நாம் முதலில் $\frac{-5}{6}$ மற்றும் $\frac{5}{8}$ ஐ ஒரே மாதிரியான பகுதிகளைக் கொண்ட விகிதமுறு எண்களாக மாற்ற வேண்டும்.

$\frac{-5 \times 4}{6 \times 4} = \frac{-20}{24}$ மற்றும் $\frac{5 \times 3}{8 \times 3} = \frac{15}{24}$ இப்போது $\frac{-20}{24}$ மற்றும் $\frac{15}{24}$ க்கு இடையில் $\frac{-19}{24}, \frac{-18}{24}, \frac{-17}{24}, ..., \frac{14}{24}$ போன்ற விகிதமுறு எண்கள் கிடைக்கும். இவற்றுன் ஏதேனும் பத்து விகிதமுறு எண்களை எடுத்துக்கொள்ளவும்.

மற்றொரு முறை

1 மற்றும் 2 க்கு இடையில் விகிதமுறு எண்களை கண்டறிவோம். இவற்றுள் ஒன்று 1.5 (அ) $1\frac{1}{2}$ (அ) $\frac{3}{2}$. இது 1 மற்றும் 2 ன் சராசரி ஆகும். நீங்கள் சராசரி பற்றி VII ம் வகுப்பில் படித்துள்ளீர்கள்.

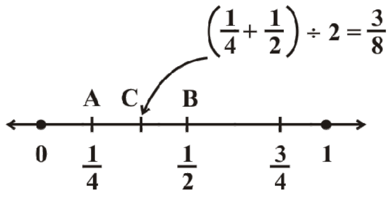
கொடுக்கப்பட்ட ஏதேனும் இரண்டு எண்களுக்கிடையில் உள்ள விகிதமுறு எண்களை கண்டறிய நாம் முழுக்களை பெறவேண்டிய அவசியம் இல்லை ஆனால் இங்கு எப்போதும் ஒரு விகிதமுறு எண் இருக்கும்.

கொடுக்கப்பட்ட இரண்டு விகிதமுறு எண்களுக்கு இடையிலுள்ள விகிதமுறு எண்களை கண்டறிய சராசரி எனும் முறையை பயன்படுத்தலாம்.

எடுத்துக்காட்டு 8: $\frac{1}{4}$ மற்றும் $\frac{1}{2}$ க்கு இடையிலுள்ள விகிதமுறு எண்களை கண்டுபிடி.

தீர்வு: கொடுக்கப்பட்ட விகிதமுறு எண்களின் சராசரியை நாம் கண்டறிவோம்.

$$\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{2}\right) \div 2 = \left(\frac{1+2}{4}\right) \div 2 = \frac{3}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{8}$$



$\frac{1}{4}$ மற்றும் $\frac{1}{2}$ க்கு இடையில் $\frac{3}{8}$ உள்ளது.
இதை எண்கோட்டின் மீதும் பார்க்கலாம்.

We find the mid point of AB which is C, represented by $\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{2}\right) \div 2 = \frac{3}{8}$.

We find that $\frac{1}{4} < \frac{3}{8} < \frac{1}{2}$.

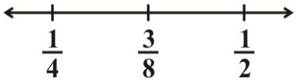
If a and b are two rational numbers, then $\frac{a+b}{2}$ is a rational number between a and b such that $a < \frac{a+b}{2} < b$.

This again shows that there are countless number of rational numbers between any two given rational numbers.

Example 9: Find three rational numbers between $\frac{1}{4}$ and $\frac{1}{2}$.

Solution: We find the mean of the given rational numbers.

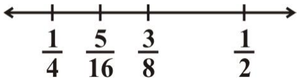
As given in the above example, the mean is $\frac{3}{8}$ and $\frac{1}{4} < \frac{3}{8} < \frac{1}{2}$.



We now find another rational number between $\frac{1}{4}$ and $\frac{3}{8}$. For this, we again find the mean of $\frac{1}{4}$ and $\frac{3}{8}$. That is,

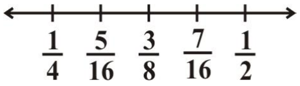
$$\left(\frac{1}{4}+\frac{3}{8}\right) \div 2 = \frac{5}{8} \times \frac{1}{2} = \frac{5}{16}$$

$$\frac{1}{4} < \frac{5}{16} < \frac{3}{8} < \frac{1}{2}$$



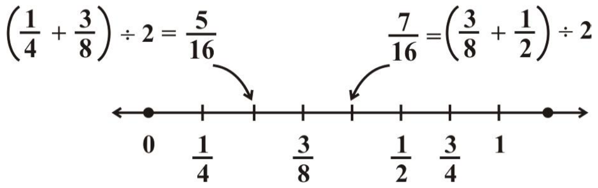
Now find the mean of $\frac{3}{8}$ and $\frac{1}{2}$. We have, $\left(\frac{3}{8}+\frac{1}{2}\right) \div 2 = \frac{7}{8} \times \frac{1}{2} = \frac{7}{16}$

Thus we get $\frac{1}{4} < \frac{5}{16} < \frac{3}{8} < \frac{7}{16} < \frac{1}{2}$.



Thus, $\frac{5}{16}, \frac{3}{8}, \frac{7}{16}$ are the three rational numbers between $\frac{1}{4}$ and $\frac{1}{2}$.

This can clearly be shown on the number line as follows:



In the same way we can obtain as many rational numbers as we want between two given rational numbers. You have noticed that there are countless rational numbers between any two given rational numbers.

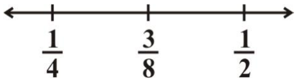
AB ன் மையப்புள்ளி C என்பதை நாம் காணலாம். இது $\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{2}\right) \div 2 = \frac{3}{8}$ என குறிக்கப்படுகிறது.

அதாவது $\frac{1}{4} < \frac{3}{8} < \frac{1}{2}$

a, b என்பன இரண்டு விகிதமுறு எண்கள் எனில் $\frac{a+b}{2}$ என்பது a மற்றும் bக்கு இடையிலுள்ள ஒரு விகிதமுறு எண் ஆகும். அதாவது $a < \frac{a+b}{2} < b$. ஏதேனும் இரண்டு விகிதமுறு எண்கள் கொடுக்கப்பட்டபோது அவற்றிற்கிடையில் எண்ணற்ற விகிதமுறு எண்கள் இருப்பதை இது மீண்டும் காட்டுகிறது.

எடுத்துக்காட்டு 9: $\frac{1}{4}$ மற்றும் $\frac{1}{2}$ க்கு இடையில் மூன்று விகிதமுறு எண்களை கண்டுபிடி.

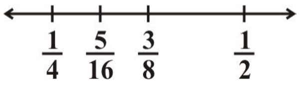
தீர்வு: கொடுக்கப்பட்ட விகிதமுறு எண்களின் சராசரியை காண்போம் மேலே கொடுக்கப்பட்ட எடுத்துக்காட்டிலிருந்து சராசரி $\frac{3}{8}$ ஆகும் மற்றும் $\frac{1}{4} < \frac{3}{8} < \frac{1}{2}$.



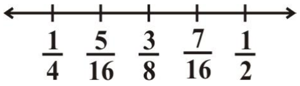
இப்போது நாம் $\frac{1}{4}$ மற்றும் $\frac{3}{8}$ க்கு இடையிலுள்ள மற்றொரு விகிதமுறு எண்ணை கண்டறிய $\frac{1}{4}$ மற்றும் $\frac{3}{8}$ ன் சராசரியை காண வேண்டும்.

அதாவது $\left(\frac{1}{4}+\frac{3}{8}\right) \div 2 = \frac{5}{8} \times \frac{1}{2} = \frac{5}{16}$

$$\frac{1}{4} < \frac{5}{16} < \frac{3}{8} < \frac{1}{2}$$

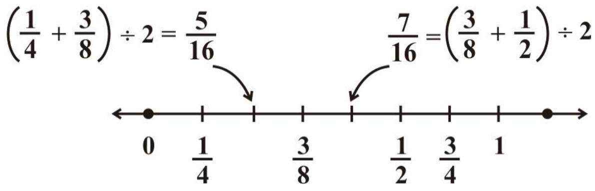


இப்போது $\frac{3}{8}$ மற்றும் $\frac{1}{2}$ ன் சராசரியை காண வேண்டும் $\left(\frac{3}{8}+\frac{1}{2}\right) \div 2 = \frac{7}{8} \times \frac{1}{2} = \frac{7}{16}$



அதாவது $\frac{1}{4} < \frac{5}{16} < \frac{3}{8} < \frac{7}{16} < \frac{1}{2}$.

$\frac{1}{4}$ மற்றும் $\frac{1}{2}$ க்கு இடையிலுள்ள மூன்று விகிதமுறு எண்கள் $\frac{5}{16}, \frac{3}{8}, \frac{7}{16}$ ஆகும். பின்வரும் எண்கோடானது இதை தெளிவாக காட்டுகிறது.



இவ்வாறே நாம் கொடுக்கப்பட்ட இரண்டு விகிதமுறு எண்களுக்கு இடையில் பல விகிதமுறு எண்களை பெறலாம். ஏதேனும் இரண்டு விகிதமுறு எண்கள் கொடுக்கப்பட்டால் அவற்றிற்கு இடையே எண்ணற்ற விகிதமுறுற எண்கள் நாம் அறியலாம்.

EXERCISE 1.2

1. Represent these numbers on the number line. (i) $\frac{7}{4}$ (ii) $\frac{-5}{6}$
2. Represent $\frac{-2}{11}, \frac{-5}{11}, \frac{-9}{11}$ on the number line.
3. Write five rational numbers which are smaller than 2.
4. Find ten rational numbers between $\frac{-2}{5}$ and $\frac{1}{2}$.
5. Find five rational numbers between.

   (i) $\frac{2}{3}$ and $\frac{4}{5}$ (ii) $\frac{-3}{2}$ and $\frac{5}{3}$ (iii) $\frac{1}{4}$ and $\frac{1}{2}$
6. Write five rational numbers greater than –2.
7. Find ten rational numbers between $\frac{3}{5}$ and $\frac{3}{4}$.

WHAT HAVE WE DISCUSSED?

1. Rational numbers are **closed** under the operations of addition, subtraction and multiplication.
2. The operations addition and multiplication are
   (i) **commutative** for rational numbers.
   (ii) **associative** for rational numbers.
3. The rational number 0 is the **additive identity** for rational numbers.
4. The rational number 1 is the **multiplicative identity** for rational numbers.
5. The **additive inverse** of the rational number $\frac{a}{b}$ is $-\frac{a}{b}$ and vice-versa.
6. The **reciprocal** or **multiplicative inverse** of the rational number $\frac{a}{b}$ is $\frac{c}{d}$ if $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = 1$.
7. **Distributivity** of rational numbers: For all rational numbers a, b and c,

   $a(b + c) = ab + ac$ and $a(b - c) = ab - ac$
8. Rational numbers can be represented on a number line.
9. Between any two given rational numbers there are countless rational numbers. The idea of **mean** helps us to find rational numbers between two rational numbers.

பயிற்சி 1.2

1. எண்கோட்டின் மேல் குறித்துக்காட்டு (i) $\frac{7}{4}$ (ii) $\frac{-5}{6}$
2. $\frac{-2}{11}, \frac{-5}{11}, \frac{-9}{11}$ ஐ எண்கோட்டின் மேல் குறித்துக்காட்டு.
3. 2 ஐ விட சிறிய ஐந்து விகிதமுறு எண்களை எழுதுக.
4. $\frac{-2}{5}$ மற்றும் $\frac{1}{2}$ க்கு இடையிலுள்ள பத்து விகிதமுறு எண்களை கண்டுபிடி.
5. கீழுள்ளவற்றிற்கு இடையிலுள்ள ஐந்து விகிதமுறு எண்களை கண்டுபிடி.

   (i) $\frac{2}{3}$ மற்றும் $\frac{4}{5}$ (ii) $\frac{-3}{2}$ மற்றும் $\frac{5}{3}$ (iii) $\frac{1}{4}$ மற்றும் $\frac{1}{2}$
6. -2 ஐ விட பெரிய ஐந்து விகிதமுறு எண்களை எழுதுக.
7. $\frac{3}{5}$ மற்றும் $\frac{3}{4}$ க்கு இடையிலுள்ள பத்து விகிதமுறு எண்களை கண்டுபிடி.

இதுவரை நாம் கற்றவை

1. கூட்டல், கழித்தல் மற்றும் பெருக்கலை பொறுத்து விகிதமுறு எண்கள் அடைவுப்பண்பை பெற்றுள்ளது.
2. கூட்டல் மற்றும் பெருக்கலின் செயல்களில்
   (i) விகிதமுறு எண்கள் மாற்றுப்பண்பை பெற்றுள்ளது
   (ii) விகிதமுறு எண்கள் சேர்ப்புப்பண்பை பெற்றுள்ளது
3. விகிதமுறு எண்களில் கூட்டல் சமனி '0' ஆகும்.
4. விகிதமுறு எண்களில் பெருக்கல் சமனி '1' ஆகும்.
5. $\frac{a}{b}$ என்ற விகிதமுறு எண்ணின் கூட்டல் எதிர்மாறி $-\frac{a}{b}$. அதேபோன்று $-\frac{a}{b}$ ன் கூட்டல் எதிர்மாறி $\frac{a}{b}$ ஆகும்.
6. $\frac{a}{b}$ என்ற விகிதமுறு எண்ணின் தலைகீழ் அல்லது பெருக்கல தலைகீழ் $\frac{c}{d}$ எனில் $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = 1$.
7. a, b, c என்ற அனைத்து விகிதமுறு எண்களின் பங்கீட்டு விதி
   $a(b+c) = ab + ac$ மற்றும் $a(b-c) = ab - ac$
8. விகிதமுறு எண்களை எண்கோட்டின் மேல் குறித்து காட்டலாம்.
9. கொடுக்கப்பட்ட இரண்டு விகிதமுறு எண்களுக்கு இடையில் எண்ணற்ற விகிதமுறு எண்கள் இருக்கும். சராசரி எனும் கருத்து ஏதேனும் இரண்டு விகிதமுறு எண்களுக்கு இடையில் உள்ள விகிதமுறு எண்களை காண பயன்படுகிறது.